

Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 2000

[Gert Bakker, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Henk Schuring]

Inleiding

In dit artikel vindt men enige gegevens van de examens wiskunde van vwo en havo van mei 2000.

Eerst komen de resultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het Cito verzameld heeft. De N-term, de eigentijdse variant van de cesuurvaststelling, is door de CEVO bepaald met behulp van deze steekproefgegevens en de meningen van de docenten. In het eerste algemene overzicht zijn alleen de oude examens voor havo opgenomen. De gegevens van de Tweede Fase-examens havo A1,2, B1 en B1,2 komen in de daaropvolgende tabellen aan de orde. Ook bij de besprekingen van de diverse examens komen daar waar relevant passages over deze Tweede Fase-examens voor. Gert Bakker, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Henk Schuring zijn de betrokken Cito-medewerkers die verantwoordelijk zijn voor de bijdragen over de verschillende wiskunde-examens.

De meningen van de docenten tenslotte vindt men in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Dit verslag (op blz. 57) is van de hand van Jan de Geus.

De resultaten van de examens

Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van kandidaten van hun school tijdig hebben opgestuurd.

Gegevens havo-oud versus havo 2e fase

In de tabellen op de rechter pagina staan de gegevens van de nieuwe (2^e fase) havo-examens vermeld. Voor de volledigheid en ter vergelijking zijn in de eerste tabel ook weer de eerder vermelde gegevens van de havo-examens oude stijl opgenomen.

Havo wiskunde A

Dit was het laatste reguliere examen havo A volgens het 'oude' programma. Afgezien van een paar bezemrondes zal het vanaf volgend jaar gaan om het profielprogramma wiskunde A1,2. Het slot van 12 jaar examens wiskunde A havo kreeg door het resultaat

Enige algemene gegevens van de examens (alleen havo-oud)

	havo-A	havo-B	vwo-A	vwo-B
aantal kandidaten	32985	11366	24132	13443
gemiddelde score	60	49	52	47
standaarddeviatie	13	16	15	16
betrouwbaarheid	67	79	78	80
cesuur (N-term)	1,0	1,2	1,0	1,3
percentage onvoldoenden	11	34	29	41
gemiddeld cijfer	7,0	6,1	6,2	6,0

p'-waarde van de afzonderlijke vragen van de examens

Vraag	havo-A	havo-B	vwo-A	vwo-B
1	74	55	98	91
2	82	41	77	68
3	65	88	54	71
4	96	59	27	34
5	91	56	50	49
6	54	30	85	51
7	58	64	61	51
8	73	82	43	38
9	23	62	56	38
10	62	64	82	76
11	24	20	80	58
12	82	74	25	33
13	88	48	42	56
14	74	49	33	49
15	47	89	65	26
16	75	59	62	--
17	64	33	61	--
18	83	31	68	--
19	60	26	39	--

n.b. De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximumscore van die vraag.

een, voor de leerlingen, feestelijk tintje. De gemiddelde score was namelijk vrij hoog, waardoor er bij $N = 1$ een gemiddeld cijfer 7,0 werd behaald. Slechts 11% van de kandidaten wist voor dit examen geen voldoende te scoren. Docenten vonden het examen wel aan de gemakkelijke kant, maar vonden dat voor een laatste examen niet zo erg; daarmee blijft het aantal bezemkandidaten beperkt. Men was goed te spreken over de afwisselende contexten en het heldere taalgebruik. De openingsopgave *Seychellenzangers* werd behoorlijk goed gemaakt (een gemiddelde score van 74%) en bleek daarmee een geslaagde startopgave. Ook de opgave *Hoe lang is een Nederlander* ging goed: twee eenvoudige instapvragen, gevolgd door twee moeilijker vragen (met p' 54 en 58). Vraag 6 was een normale-verdelingsvraag waar eerst het gemiddelde moest worden berekend. Nogal wat leerlingen (27%) bleken de eerste stap niet te kunnen maken, waardoor ze ook het standaardiseren en tabelzoeken niet konden demonstreren (kennelijk durven veel leerlingen niet zelf een waarde van dat gemiddelde te kiezen en daarmee verder te rekenen). Opgave 3 *Luchtdrukke* bleek de lastigste opgave. In de eerste vraag moest de ene grafische representatie worden omgezet in een andere. Dat ging de meesten goed af (p' = 73).

Bij vraag 9 is de grafiek van een cumulatief verdelingsmodel gegeven en ook de mediaan wordt genoemd. Onderzocht moet worden of het gemiddelde groter of kleiner is dan de mediaan. Maar liefst 68% van de kandidaten scoorde hier 0 punten. Dit bleek de moeilijkste vraag uit het examen (p' = 23).

De boxplot die in vraag 10 getekend moest worden, bleek niet echt lastig (p' = 62), maar de laatste vraag over een exponentiële functie liet maar liefst 62% van de kandidaten met lege handen achter. Misschien zijn leerlingen niet erg vertrouwd met dalende groeifuncties

en zijn sommigen in problemen geraakt doordat ze het punt (150, 0) wilden gebruiken. De opstellers van dit examen hadden verwacht dat de beginwaarde b voor de meeste leerlingen geen probleem zou zijn, maar dat het berekenen van g wel vrij lastig gevonden zou worden. *Wiskunde in bad* bleek de meeste leerlingen wel aan te spreken, afgezien van de laatste vraag. Ook de opgave *Enquête* pakte goed uit. Omdat kansrekenvragen vaak moeilijk gevonden worden, was er deze keer vrij veel moeite gedaan om de situatie helder uiteen te zetten, onder meer met behulp van een boomdiagram. Getuige een gemiddelde score van 70% bleek dat in deze opgave goed gelukt.

zie: deel van opgave 3 *Luchtdrukke* op pagina 044.

Havo wiskunde A1,2

Een veertigtal scholen nam deel aan de eerste profiel-examens. Op basis van de door het Cito verzamelde gegevens bleek ook dit examen vrij goed gemaakt te zijn. Omdat de examens A-oud en A1,2 elkaar voor ruim de helft overlappen, kon door scorevergelijking worden vastgesteld dat de examens qua moeilijkheid gelijkwaardig zijn. In de steekproef bleek het gemiddeld cijfer 6,5 te zijn bij $N = 1$. Bij zo'n eerste examen wordt altijd enige voorzichtigheid in acht genomen. Dat houdt in dat de nieuwe vakinhouden en de inzet van de GR niet tot op de uiterste diepte worden bevraagd. Toch bleef de score op vraag 14, een vraag over een afgeleide functie, ver beneden de verwachting.

Van de A-opgave *Hoe lang is een Nederlander* werden de eerste 3 vragen ook in dit examen gesteld, evenals de volledige opgaven *Enquête* en *Luchtdrukke*. Helaas bleek de term 'histogram' niet in het A1,2-examenprogramma

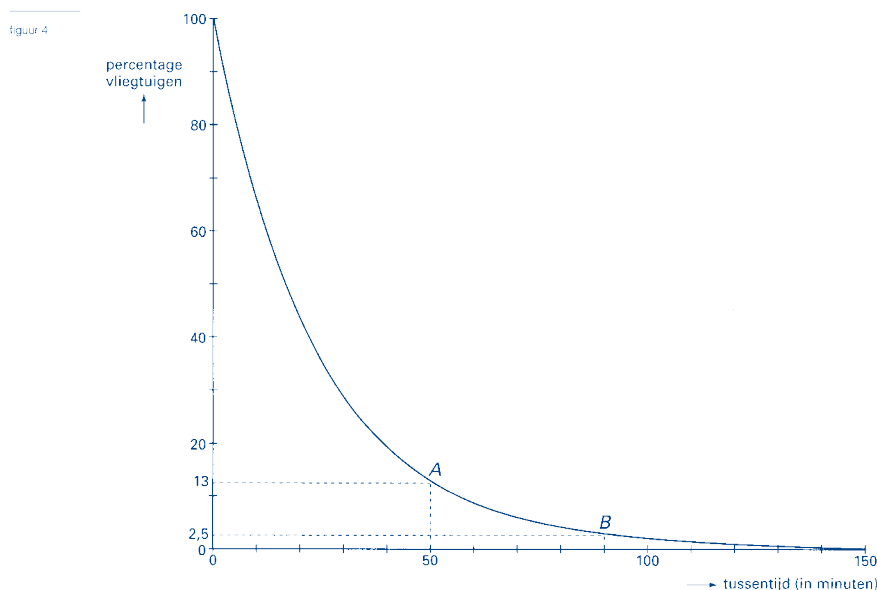
p'- waarde van de afzonderlijke vragen van de examens

Vraag	havo-A1,2	havo-B1	havo-B1,2
1	97	47	72
2	92	35	40
3	34	63	67
4	74	40	51
5	58	54	87
6	78	44	59
7	62	29	54
8	100	27	84
9	24	82	67
10	43	59	33
11	24	34	42
12	82	20	30
13	72	75	69
14	20	48	33
15	64	48	21
16	84	21	40
17	76	50	30
18	50	13	32
19	54	30	--
20	--	52	--

Enige algemene gegevens van de examens

	havo-A	havo-A1,2	havo-B	havo-B1	havo-B1,2
aant. kand.	32985	1406	11366	437	495
gem. score	60	55	49	36	43
standaarddev.	13	12	16	14	13
betr.baarheid	67	66	79	75	71
cesuur (N-term)	1,0	1,0	1,2	2,5	1,6
perc. onvold.	11	21	34	33	34
gem. cijfer	7,0	6,5	6,1	6,1	6,0

Als tussentijden van aankomende vliegtuigen op andere vliegvelden of gedurende andere periodes op de manier van figuur 3 worden weergegeven, ontstaat telkens een zelfde soort grafiek. In figuur 4 is een model van dit type grafiek getekend. Längs de verticale as staan nu percentages. Figuur 4 staat ook op de bijlage.



Je kunt in figuur 4 bijvoorbeeld aflezen dat 13% van de vliegtuigen een tussentijd heeft van 50 minuten of meer (punt A) en dat 2,5% een tussentijd heeft van 90 minuten of meer (punt B).

In figuur 4 lees je ook af dat 50% van de vliegtuigen volgens dit model een tussentijd heeft van 17 minuten of meer (en ook 50% een tussentijd van minder dan 17 minuten). De gemiddelde tussentijd is niet gelijk aan 17 minuten.

3p 9 ☐ Onderzoek of de gemiddelde tussentijd groter of kleiner dan 17 minuten is.

5p 10 ☐ Aan de hand van figuur 4 kan een boxplot van de tussentijden gemaakt worden. Teken de boxplot. Licht je werkwijze toe. Gebruik daarbij de figuur op de bijlage.

Er is een formule van de vorm $y = b \cdot g^t$ die goed past bij de grafiek in figuur 4. Hierbij is t de tussentijd in minuten en y het percentage vliegtuigen met een tussentijd van t minuten of meer.

4p 11 ☐ Hoe groot zijn b en g ? Licht je antwoord toe.

Deel van opgave 3 Luchtdrukke

voor te komen (wel de term kanshistogram). Hoewel het Nomenclatuurrapport de term histogram voor A1,2 wel bekend veronderstelt, moesten op formele gronden aan alle kandidaten de volle 5 punten worden toegekend voor vraag 8. Ook in het A1,2-examen heette de vierde opgave *Wiskunde in bad*, maar er zaten andere vragen in. Zo werd in vraag 13 een schets van een grafiek gevraagd en kwam in vraag 14 de afgeleide aan bod. Vraag 13 ging goed ($p' = 72$), maar vraag 14 bleek met een p' van 20 de moeilijkste vraag uit het examen. Maar liefst 55% van de kandidaten scoorde hier 0 punten. En dat terwijl het hier om de afgeleide van een kwadratische functie ging.

Opgave 5 *Boekwaarde* ging over drie methoden van afschrijving (lineair, kwadratisch en exponentieel), een context die heel goed past bij het profiel E&M.

Leerlingen bleken met deze opgave redelijk goed uit de voeten te kunnen: de scores op die vragen varieerden van 50% voor vraag 18 tot 84% voor vraag 16.

Bij 9 van de 19 vragen (3, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18 en

19) kon de GR zinvol worden ingezet, wat overigens niet betekent dat elk van deze vragen zonder GR onoplosbaar zou zijn. Enkele docenten van de 40 scholen gaven tijdens een examenbespreking aan dat zij graag een flink aantal vragen in het A1,2-examen zouden zien die zonder GR onoplosbaar zijn. Uit de steekproef bleek dat 11% van de A1,2-kandidaten C&M-leerlingen zijn die hun wiskunde hebben 'opgewaarderd'. De scores van deze leerlingen waren vrijwel gelijk aan die van de E&M-leerlingen.

Zie Opgave 4 *Wiskunde in bad*.

Havo wiskunde B

Dit examen oogstte bij docenten niet die lof die het examen vorig jaar ten deel viel. Men was wat gereserveerder. Veel docenten vonden dat dit laatste 'oude' examen nogal afwijkend oogde van wat men

Opgave 4 Wiskunde in bad

Misschien is het je na het nemen van een bad wel eens opgevallen dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind. Aan de hand van een wiskundig model gaan we dat hier onderzoeken. De vorm van het bad is een rechthoekige bak. Nadat we de stop eruit getrokken hebben, wordt de hoogte van het badwater steeds kleiner. Deze hoogte noemen we de waterhoogte. Zie figuur 5.

figuur 5



Tijdens het leeglopen wordt op een aantal tijdstippen de waterhoogte gemeten. Bij deze meetresultaten past de volgende formule:

$$\text{waterhoogte} = (7 - 0,03t)^2$$

Hierbij wordt de *waterhoogte* gegeven in centimeter en de tijd t in seconden.

Als het bad vol is, is volgens de formule de waterhoogte 49 cm. Op $t = 0$ begint het bad leeg te lopen.

Als de waterhoogte gelijk is aan 0 is het bad helemaal leeggelopen.

3 p 12 ☐ Toon aan dat het leeglopen van het bad ongeveer 233 seconden duurt.

5 p 13 ☐ Leg uit met behulp van een schets van de grafiek van de waterhoogte dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind.

De formule van de waterhoogte kan ook geschreven worden als

$$\text{waterhoogte} = 49 - 0,42t + 0,0009t^2$$

Aangezien de waterhoogte daalt tussen $t = 0$ en $t = 233$, zal de afgeleide daar steeds negatief zijn. Met behulp van deze afgeleide kun je aantonen dat het water in het begin sneller wegloopt dan aan het eind.

6 p 14 ☐ Toon dit aan met behulp van een schets van de grafiek van de afgeleide.

Bij het leeglopen van het bad is het bad op een gegeven moment nog maar half vol.

De waterhoogte is dan de helft van wat het oorspronkelijk was. De tijd die hiervoor nodig is, noemen we de *leeglooptijd eerste helft*. De tijd die vervolgens nodig is om het bad verder leeg te laten lopen, noemen we de *leeglooptijd tweede helft*. Die tweede helft kost natuurlijk meer tijd, het gaat immers steeds langzamer.

De verhouding tussen deze leeglooptijden noemen we de *leegloopverhouding*. In een formule:

$$\text{leegloopverhouding} = \frac{\text{leeglooptijd tweede helft}}{\text{leeglooptijd eerste helft}}$$

De leegloopverhouding blijkt voor alle rechthoekige baden hetzelfde te zijn.

6 p 15 ☐ Bereken deze leegloopverhouding.

Opgave 4 Wiskunde in bad

gewend was, de keuze van de opgave *Fruitvliegjes* vond men minder gelukkig, het aantal routinevragen was beperkt en er was relatief veel meetkunde waarvoor nogal wat inzicht nodig was.

Aan de andere kant vond men het examen toch goed te doen: kandidaten hadden voldoende mogelijkheden om te scoren. Men sprak ook van leuk, afwisselend werk, waarbij de kandidaten overigens wel de tijd van drie uren nodig hadden.

Het correctievoorschrift bevatte helaas een fout in vraag 10. Hierover is kort na het examen door de CEVO een brief naar de scholen gestuurd. Verder wilden docenten in het correctievoorschrift graag meer houvast voor de puntentoekenning bij foutieve uitwerkingen van de kandidaten.

Het examen bestaat uit 19 vragen, verdeeld over vijf opgaven, goed voor in totaal 90 punten. De openingsvraag per opgave had een p'-waarde van respectievelijk 55, 88, 82, 74 en 89: dus elke opgave,

behalve de 1^e, opent met een heel gemakkelijk vraag.

De gemiddelde score van de 2001 kandidaten uit de steekproef was 49 (vorig jaar 52). Bij de twee vragen van de eerste opgave *Een functie* bleven de behaalde scores achter bij de verwachtingen. De CEVO heeft besloten om $N = 1,2$ te nemen. Hiermee kwam het gemiddeld cijfer op 6,1 (vorig jaar 6,2) en het percentage onvoldoenden op 34 (vorig jaar 32).

Opgave 1 *Een functie* betreft $f(x) = 2 \sin(x + \frac{1}{6}\pi)$ met domein $[0, 2\pi]$ en gegeven grafiek.

Vraag 1 is Los op: $f(x) < -1$. Hierop behaalde men gemiddeld slechts 55% van de beschikbare vier punten. In vraag 2 moet berekend worden hoe groot de hoek is die een raaklijn in $P(0, 1)$ met de y-as maakt. Hierop behaalde men maar 41% van de vier punten.

De examenconstructeurs vonden dit een acceptabele eerste opgave en hadden verwacht dat driekwart van de punten behaald zou worden; de kandidaten werden mogelijk wat verrast door een goniometrische functie als

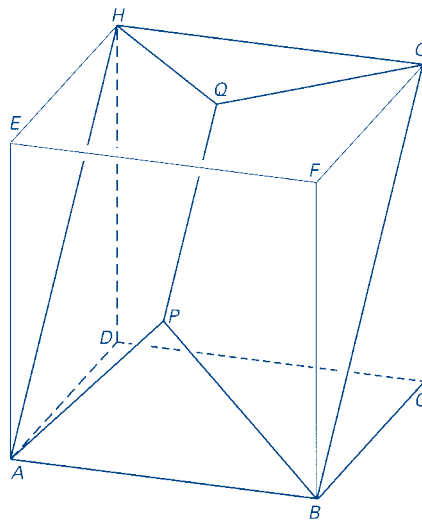
In de kubus $ABCD.EFGH$ met ribbe 6 cm past een lichaam L met hoekpunten A, B, C, D, P, Q, G en H .

P is het snijpunt van AF en BE , Q is het snijpunt van EG en FH . Zie figuur 7.

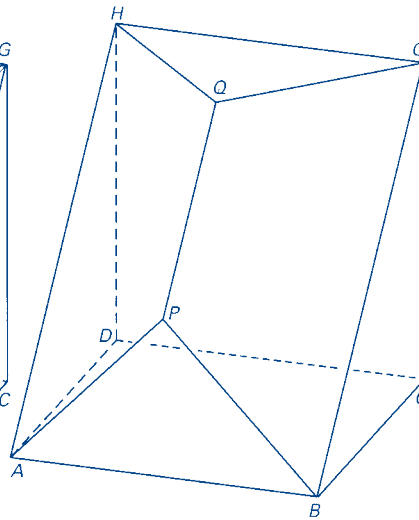
In figuur 8 is L apart getekend. Deze figuur staat ook op de bijlage bij de vragen 15, 16, 17, 18 en 19. Bij de uitwerking van de vragen kun je hiervan gebruik maken.

figuren 7 en 8

figuur 7



figuur 8



Op hoogte h boven vlak $ABCD$ wordt een vlak V aangebracht evenwijdig aan grensvlak $ABCD$.

Als $0 < h < 6$ snijdt vlak V een aantal grensvlakken van het lichaam.

De snijlijnen van V met die grensvlakken vormen een veelhoek W .

- 3p 15 ☐ Teken het bovenaanzicht van L op ware grootte. Zet de letters erbij.
- 3p 16 ☐ Teken voor $h = 4$ de veelhoek W op ware grootte. Deze veelhoek mag in het bovenaanzicht getekend worden.
- Er is een waarde van h , met $h > 3$, waarvoor de oppervlakte van veelhoek W gelijk is aan 25.
- 6p 17 ☐ Bereken deze waarde.
- 5p 18 ☐ Bereken de hoek tussen de vlakken $APQH$ en $BPQG$. Geef het antwoord in gehele graden.
- 5p 19 ☐ Bereken de inhoud van L .

Opgave 5 Lichaam

beginopgave of ze hadden teveel achter deze vragen gezocht.

Opgave 2 *Trailer-tafel* gaat over een tafel die bestaat uit een rechthoekig blok met daarboven een draaibare glazen plaat in de vorm van een kwart cirkel. Er worden vragen gesteld over de bewegingen van die plaat. De stelling van Pythagoras wordt gebruikt, er worden tekeningen gemaakt, de formule $d = 40 + 70 \sin \alpha$ moet bedacht worden en tenslotte wordt in een perspectieftekening gewerkt. Op de vijf vragen behaalde men gemiddeld 60% van de scorepunten, waarbij op de goniometrievraag slechts 30% van de punten werd behaald.

Opgave 3 *Schaduw* betreft een rechthoekige wand waarover zich, met een snelheid van 1 meter per uur, een schaduwvlak verplaatst. De vragen gaan over de oppervlakte van het verlichte deel A als functie van de tijd t . De slotvraag gaat over de snelheid waarmee de

oppervlakte van het verlichte deel verandert en het tekenen van de bijbehorende grafiek. Velen kwamen niet op de gedachte om $A'(t)$ te bepalen en men behaalde op deze kennelijk abstracte slotvraag slechts 20% van de punten. Op *Schaduw* als geheel behaalde men 58% van de punten.

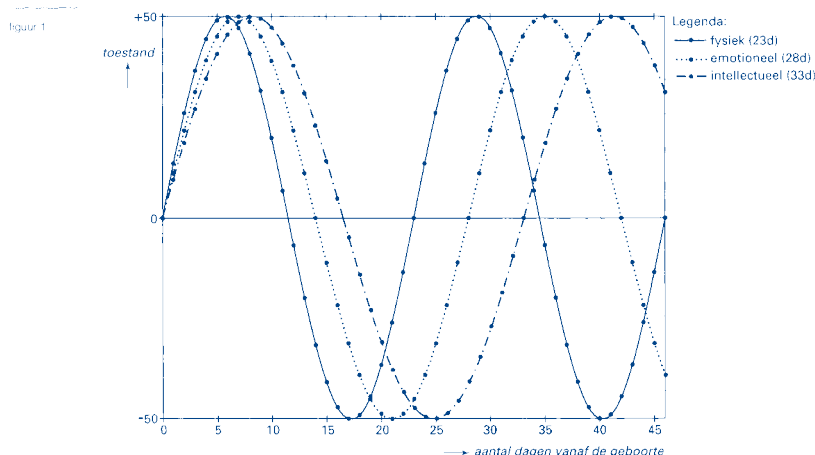
Opgave 4 *Fruitvliegjes* gaat over de formule

$$A(t) = \frac{3500}{1 + 34 \cdot (2,72)^{-0,14t}},$$

waarbij A het aantal fruitvliegjes per m^3 en t de tijd in dagen is. Het verloop van de grafiek is bij de opgave getekend.

In vraag 12 moet nagegaan worden na hoeveel dagen er voor het eerst meer dan 3000 fruitvliegjes per m^3 zijn. Op deze vraag werd goed gescoord: 74% van de punten. In vraag 13 moet onderzocht worden wat de grenswaarde van $A(t)$ is. Hier behaalde men 48%.

Op een pagina op *Internet* staat te lezen dat ons leven beheerst wordt door een drietal toestanden, namelijk door onze fysieke, onze emotionele en onze intellectuele toestand. Op de ene dag voel je je fysiek (lichamelijk) beter dan op een andere dag. Deze 'fysieke toestand' kunnen we weergeven op een schaal van -50 (fysiek op dieptepunt) tot $+50$ (fysiek oppperbest). Deze fysieke toestand varieert in de tijd volgens een sinusoïde. Ook de 'emotionele toestand' en de 'intellectuele toestand' variëren op een schaal van -50 tot $+50$ volgens een sinusoïde. Zie figuur 1.



Bij de geboorte van een mens zou elke cyclus zich in dezelfde begintoestand bevinden, zoals is weergegeven in figuur 1.

Tezamen bepalen de drie cycli het zogenaamde bioritme van een mens. Sommigen beweren dat het bioritme volledig vastlegt tot welke prestaties een mens op een bepaald moment in staat is. Zo zou je bijvoorbeeld kunnen uitrekenen op welke dag je het best kunt solliciteren.

Voor de fysieke cyclus is de periode 23 dagen, voor de emotionele cyclus 28 dagen en voor de intellectuele cyclus is de periode 33 dagen.

Het bioritme in figuur 1 betreft een pasgeboren baby. E is de emotionele toestand van de baby t dagen na de geboorte. Hierbij hoort een formule van de vorm $E = a \sin bt$.

3p 1 □ Geef de waarden van a en b .

Zodra de emotionele toestand beneden -25 komt, zou het moeilijker worden om de emoties onder controle te houden.

5p 2 □ Hoeveel procent van een periode heeft de emotionele toestand een waarde die kleiner is dan -25 ? Licht je antwoord toe.

F is de fysieke toestand van de baby.

5p 3 □ Onderzoek of F op de eerste verjaardag een dalend of een stijgend verloop heeft.

Opgave Bioritme

Redeneren met behulp van limieten leidt tot de grenswaarde 3500. In geval van een onderzoek waarbij grote waarden voor t worden ingevuld, is het belangrijk dat de kandidaat duidelijk/aannemelijk maakt dat nóg grotere waarden van t geen verdere toename van $A(t)$ te zien geven.

Bij vraag 14 moet de formule met t in dagen worden omgezet naar een formule met de tijd in uren. Dit werd moeilijk gevonden: men behaalde 49% van de punten. Sommige kandidaten hadden de formule overigens verder uitgewerkt dan in het correctievoorschrift:

$$A(t) = \frac{3500}{1 + 34 \cdot (0,96)^t} \text{ en dat is natuurlijk eleganter.}$$

Fruitvliegjes komt in meer uitgebreide vorm voor in het examen Natuur en Gezondheid en nog iets uitgebreider in het examen Natuur en Techniek.

Opgave 5 *Lichaam* is de opgave die door docenten het meest gewaardeerd werd: er is een mooie variatie aan vragen en een goede toetsing van de ruimtemeetkunde. Men behaalde op de opgave als geheel 42% van de 22 scorepunten. De vragen lopen van makkelijk naar moeilijk. Vraag 19 is in het correctievoorschrift op twee manieren uitgewerkt. Het kwam voor dat kandidaten een heel mooie derde uitwerking kozen, namelijk met een verlenging van lijnstuk QP tot het snijpunt R met vlak $ABCD$. Dan kan L opgevat worden als een prisma $ABGH.RQ$ — piramide $P.ARB$ + $\frac{1}{2}$ kubus $ABCD.EFGH$: de inhoud van L is $54 - 9 + 108 = 153$. De laatste vraag komt ook voor in het examen Natuur en Techniek, voorafgegaan door een vraag naar de uitslag van het lichaam.

Zie opgave 5 *Lichaam*

Op 1 januari 2002 wordt in 11 landen van de *Europese Gemeenschap* het nieuwe muntstelsel van de euro ingevoerd. De eurolanden beschikken dan over hetzelfde betaalmiddel. Wel geeft ieder land zijn euromunten een eigen nationaal kenmerk door op één zijde van de munt een karakteristieke afbeelding aan te brengen (bijvoorbeeld koningin Beatrix in Nederland, Marianne in Frankrijk, ...). In elk euroland mogen echter alle munten van het eurostelsel worden gebruikt, ongeacht de afbeelding. Zo zal er vermenging optreden van de eigen euromunten van een land met 'vreemde' (= buitenlandse) euromunten.

Neem aan dat in een bepaald gebied op een zeker moment 10% van de aanwezige euromunten vreemd is.

- 3p **17** ☐ Iemand wisselt in dit gebied een biljet van 10 euro tegen tien munten van 1 euro. Bereken de kans dat precies twee van deze munten vreemd zijn. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

Een winkelier in ditzelfde gebied zegt er voor meer dan 95% zeker van te zijn dat van honderd willekeurig gekozen munten in zijn opbrengst het aantal vreemde munten tussen 5 en 15 ligt.

- 6p **18** ☐ Onderzoek of de winkelier gelijk heeft.

Doordat de euromunten van alle nationaliteiten door elkaar circuleren kan een vreemde munt via veel verschillende transacties in ons land terecht komen. De volgende voorbeelden laten zien hoe een Spaanse euromunt na vier transacties binnen de 11 eurolanden, van Spanje in Nederland terecht kan komen.

van via naar
 Voorbeeld 1: Spanje → Spanje → Frankrijk → Duitsland → Nederland
 Voorbeeld 2: Spanje → Italië → Nederland → Denemarken → Nederland

- 4p **19** ☐ Op hoeveel manieren kan een Spaanse euro na 15 transacties binnen de eurolanden van Spanje in Nederland terecht komen? Licht je antwoord toe.

Burgers Bush is een dierentuin in Arnhem. Door de gunstige ligging bezoeken veel Duitsers deze dierentuin. Neem aan dat op een zeker moment de vermenging van euro's zover is dat voor het muntbezit van de bezoekers van Burgers Bush de onderstaande tabel van toepassing is.

Tabel 2

	Nederlandse euromunten	Duitse euromunten	Overige euromunten
Nederlander	70%	20%	10%
Duitser	10%	85%	5%

Bij de dierentuin is een groot parkeerterrein. In het weekend is gemiddeld 40% van de auto's op het terrein van een Duitse eigenaar; 60% van de auto's is van een Nederlandse eigenaar. Bij het verlaten van het parkeerterrein moet er een muntstuk van 1 euro in een apparaat gedaan worden om de slagboom te openen. Iemand beweert dat in de parkeeropbrengst van een weekend het percentage Duitse euro's gemiddeld groter is dan het percentage Nederlandse euro's.

- 5p **20** ☐ Onderzoek of deze bewering waar is.

Opgave Euro-mix

Havo wiskunde B1 en B1,2

In de eerste lichting van de profielen deden 437 kandidaten het examen B1 en 495 kandidaten het examen B1,2. Dat is 13%, respectievelijk 14% van de in totaal 3455 kandidaten.

Op de bespreking van de NVvW in Utrecht kwamen tien docenten bijeen. In het algemeen was men tevreden over de opgaven van beide examens: gevarieerd werk, redelijk stofdekkend, goede afspiegeling van wat leerlingen moeten kunnen, mooie overlap van B met B1,2 en van B1 met B1,2. Enkel met de grafische rekenmachine (GR) kun je al veel punten scoren. In B1,2 had men liever wat meer meetkunde gezien: er gingen slechts twee vragen over het lichaam waar bij B zes vragen gesteld werden! Over B1 werd veelvuldig opgemerkt dat het veel tekst(verklaring) is. In het correctievoorschrift kon men zich redelijk vinden, ook met betrekking tot de verslaggeving van het gebruik van de GR. Deze verslaggeving door de leerling

helpt de docent bij het natrekken van de antwoorden en geeft bij fouten in sommige gevallen de mogelijkheid een deelscore toe te kennen.

De docenten hadden alleen nog maar globaal naar de leerlingwerken gekeken. De tijd zou helaas leren dat de resultaten nogal achterbleven bij de verwachtingen van de docenten, vooral bij B1.

Het examen B1 bestond uit 20 vragen, verdeeld over de vijf opgaven *Bioritme*, *Bestrijdingsmiddelen*, *Fruitvliegjes*, *Bloemenvaas* en *Euro-mix*.

Het examen B1,2 telde 18 vragen, verdeeld over *Bioritme* (identiek met B1), *Trailer-tafel* (ook in B, maar uitgebreider), *Fruitvliegjes* (als in B1, plus extra vraag), *Lichaam* (slotvraag komt ook voor in B) en *Wortelfuncties*.

Op de gemeenschappelijke vragen van B en B1,2 scoorde de B-populatie iets hoger dan de B1,2-populatie, maar op het specifieke deel van B1,2 viel de score erg tegen. De vragen van *Wortelfuncties* zijn

In een ander onderzoek werd niet alleen gekeken naar het geboortegewicht maar ook naar het gewicht van baby's op 1-jarige leeftijd. Het resultaat van dit onderzoek staat in tabel 1 hieronder vermeld.

tabel 1

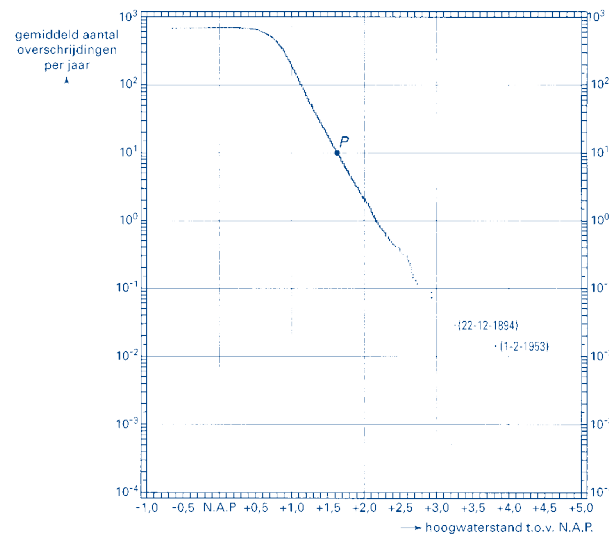
	gewicht na 1 jaar (in kilogrammen)						
		8 – 9	9 – 10	10 – 11	11 – 12	12 – 13	13 – 14
	geboortegewicht (in kilogrammen)						
	2 – 3	8	40	66	38	11	0
	3 – 4	3	16	64	93	70	7
	4 – 5	2	7	49	60	72	32
	totaal	13	63	179	191	153	39
							638

Uit tabel 1 kunnen we bijvoorbeeld aflezen dat er bij dit onderzoek 7 baby's waren van wie het geboortegewicht tussen 4 en 5 kilogram lag en het gewicht na 1 jaar tussen 9 en 10 kilogram.

- 9 Onderzoek met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier of het 'gewicht na 1 jaar' bij benadering normaal verdeeld is.

Met behulp van deze hoogwaterstanden is figuur 2 gemaakt. Deze figuur staat ook vergroot op de bijlage. Op de horizontale as staat de waterhoogte in meter ten opzichte van N.A.P. Op de verticale as staat op een logaritmische schaal het gemiddelde aantal keren per jaar dat deze waterhoogte bereikt of overschreden wordt, kortweg het aantal overschrijdingen genoemd. Zo is bijvoorbeeld bij punt P te zien dat in deze periode het water gemiddeld 10 keer per jaar een hoogte heeft bereikt van 1,65 meter boven N.A.P. of hoger.

figuur 2



De op een na hoogste waterstand in de onderzochte periode werd gemeten op 22 december 1894.

- 12 Verklaar waarom het bijbehorende punt is getekend bij een gemiddeld aantal overschrijdingen per jaar van ongeveer 0,03.

Deel van opgave 2 Geboortegewicht / Deel opgave 3 Hoog water

slecht gemaakt. Voor B1,2 stelde de CEVO vast dat $N = 1,6$ moest zijn: gemiddeld cijfer 6,0 en 34% onvoldoenden.

Op de meeste gemeenschappelijke vragen van B1 en B1,2 scoorde de B1,2-populatie beduidend hoger dan de B1-populatie. Voor B1 koos de CEVO voor $N = 2,5$ waarmee het gemiddeld cijfer op 6,1 kwam met 33% onvoldoenden.

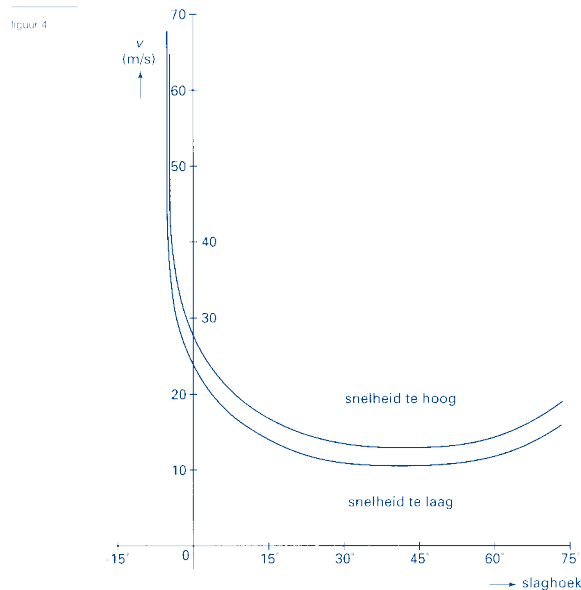
Hierna wordt aandacht besteed aan de bij dit artikel afgedrukte opgaven *Bioritme* en *Euro-mix*.

Bioritme is een opgave waarmee wordt getoetst of de kandidaten verschillende eindtermen van het subdomein *Periodieke functies 1* beheersen, in combinatie met eindtermen uit het domein *Vaardigheden*.

Voor vraag 1 is de formule behorend bij de emotionele toestand $E = a \sin bt$ al gegeven om voldoende veiligheid in te bouwen voor de vragen 2, 3 en 4, althans dat was de bedoeling. Men zou denken dat vrijwel iedere kandidaat een goede beantwoording van deze vraag zou geven, misschien op een factor 2 na

voor b . Uit de analyses bleek echter dat bij B1 slechts 30% en bij B12 61% een volledig goed antwoord gaf. Vraag 2 geeft diverse mogelijkheden voor de beantwoording: op de GR $y = 50 \sin(\frac{2\pi}{28}t)$ en $y = -25$ invoeren en de t -coördinaat van de beide snijpunten bepalen; traditioneel oplossen van de vergelijking $\sin x = -\frac{1}{2}$; of zelfs door in de grafiek de lijn $E = -25$ te tekenen en te meten: 2 cm van de 6 cm geeft 33%. Als algemene regel is in het correctievoorschrift aangegeven dat kandidaten er verslag van dienen te doen hoe zij de GR gebruiken. Belangrijk is dat de docent kan verifiëren hoe de GR is gebruikt en tot welke tussentijdse en eindantwoorden dit leidt. B1 behaalde op vraag 2 35% en B12 40% van de punten, waar de constructeurs op zo'n 60% hadden gerekend. Vraag 3 geeft als mogelijke beantwoording een redenering dat de gehele verjaardag in het laatste kwart van een periode van de fysieke toestand F ligt en dus een stijgend verloop heeft. Bij een onderzoek met de GR wordt de formule $y = 50 \sin(\frac{\pi}{14}t)$ ingevoerd met

In een artikel over dit onderwerp stond de volgende grafiek. In deze figuur 4 heeft men weergegeven bij welke combinaties van slaghoek en snelheid een geldige service verkregen wordt. Een speler die de bal slaat onder een hoek van 30° moet, volgens figuur 4, de bal slaan met een snelheid van ongeveer 11 tot 13 m/s. Slaat hij te zacht dan komt de bal niet over het net. Slaat hij te hard dan komt de bal te ver voorbij het net op de grond. Figuur 4 staat ook op de bijlage.



- 4p 17 L Een profspeler slaat bij een geldige service de bal met een snelheid van 150 km/uur. Teken in de onderste figuur op de bijlage de beginrichting van een mogelijke baan van deze bal. Licht je antwoord toe met behulp van figuur 4.

Neem in vraag 18 en 19 aan dat de bal onder een hoek van 10° geslagen wordt. Bij deze hoek geldt bij benadering de volgende formule voor het verband tussen a en h :

$$h = -\frac{5,16}{v^2} \cdot a^2 + 0,18 \cdot a + 2,50$$

Voor een geldige service moet de bal over het net gaan zonder dit te raken. De snelheid is te laag als in bovenstaande formule bij afstand $a = 12$ de hoogte $h \leq 1$ is. Volgens figuur 4 is een snelheid van 16 m/s of minder te laag voor een geldige service. Echter, met behulp van een berekening is na te gaan dat de figuur hier erg onnauwkeurig is getekend.

- 6p 18 □ Welke snelheden (in m/s) zijn volgens de formule te laag voor een geldige service? Geef je antwoord in ten minste 1 decimaal nauwkeurig. Licht je antwoord toe met een berekening.

Voor een geldige service moet de bal bovendien ten hoogste 7 meter voorbij het net de grond raken. Uit deze eis volgt ook een voorwaarde voor v .

- 2p 19 □ Welke getallen moet je in bovenstaande formule invullen om deze voorwaarde te krijgen? Licht je antwoord toe.

Deel van opgave 4 De service

bijvoorbeeld het domein $[360, 370]$ en het bereik $[-50, 50]$. En dan maar inzoomen op de eerste verjaardag om het verloop te zien, of door aldaar een raaklijn te tekenen. In deze context moet een jaar uiteraard niet op 360 dagen gesteld worden, zoals bij economie en handelswetenschappen wel om praktische redenen gedaan wordt. Deze vraag werd redelijk goed gemaakt, zowel bij B1 als bij B1,2.

Vraag 4 is een productieve vraag: goed lezen, goed doortellen, goede formules gebruiken en tenslotte de gevonden waarden van t vertalen in de goede data. Als je niet uitkijkt, zit je er zo een dag naast.

Op *Bioritme* als geheel behaalde B1 45% en B12 55% van de in totaal 20 scorepunten.

Euro-mix betreft de actualiteit van de invoering van euromunten en de verspreiding over de 11 landen van de *Europese Gemeenschap*. Met deze context wordt een aantal eindtermen getoetst van het domein *Tellen en kansen* en het domein *Kansrekening en statistiek*, in

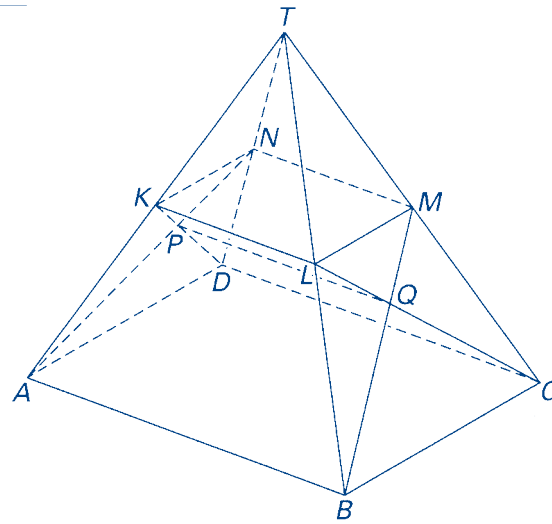
combinatie met eindtermen uit het domein *Vaardigheden*.

In vraag 17 kan de kandidaat kiezen of hij de GR gebruikt voor de binomiale verdeling met $n = 10$ en $p = 0,1$ en kijkt naar de kans op twee successen, of dat hij de volgende berekening maakt

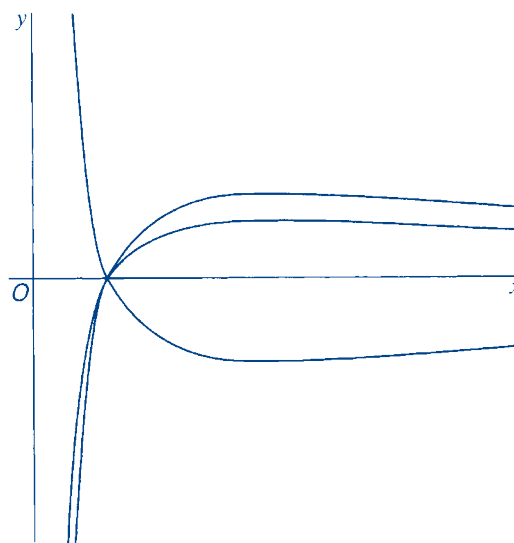
$$0,1^2 \times 0,9^8 \times \binom{10}{2} \approx 0,19.$$

Vraag 18 toetst het gebruik van de cumulatieve binomiale verdeling met $n = 100$ en $p = 0,1$ op de GR. De kans op 6, 7, ..., 14 successen is 87%, dus de winkelier heeft ongelijk. Deze vraag is niet goed begrepen: men behaalde gemiddeld slechts 13% van de punten. Een rechtstreekse vraag naar de kans dat het aantal vreemde munten tussen 5 en 15 ligt, zou wellicht betere resultaten gegeven hebben. Als 'tussen 5 en 15' opgevat werd als inclusief 5 en 15, kostte dit een punt. Vraag 19 handelt over het aantal mogelijke routes van een euromunt. De kandidaten haalden slechts 30% van

figuur 2



figuur 3



Figuur 2, opgave 3 / Figuur 3, opgave 4

de punten. Werd hier met deze grote aantallen landen en transacties misschien te veel generalisatie gevraagd? Had de vraag zich beter kunnen beperken tot bijvoorbeeld drie transacties binnen de landen Spanje, Frankrijk, België en Nederland? Het voordeel is dan dat de kandidaat met een boomdiagram de situatie eerst kan visualiseren.

Vraag 20 is een productieve vraag over hoe je uit een verdeling van muntsoorten in een soort automaat iets kunt afleiden over de gebruikers van de automaat. In de automaat blijken 46% Nederlandse en 46% Duitse euro's te zitten, dus de bewering is niet waar. Deze slotvraag is goed gemaakt. Door de tegenvallende resultaten op vraag 18 en vraag 19 haalde men op Euromix als geheel slechts 34% van de punten.

Vwo wiskunde A

Algemeen beeld

Na een jaar waarbij het gemiddelde voor het centraal

examen wiskunde A 6,8 was, kon het dit jaar eigenlijk alleen maar tegenvallen wat betreft dit gemiddelde. De boodschap die vorig jaar door nogal wat docenten was meegegeven aan de examenmakers was dat het dit jaar wel wat moeilijker mocht. Zodoende was het niet verwonderlijk dat de gemiddelde score dit jaar 6,2 opleverde. Omdat het percentage onvoldoendes na analyse van de 2255 kandidaten in de steekproef 29 bleek te zijn, uitgaande van een normeringsterm $N = 1$, was er geen reden om, ondanks de duidelijke stijging in moeilijkheidsgraad, af te wijken van de beoogde normering.

Na afloop van het examen kon hier en daar kritiek op de samenstelling van het examen vernomen worden. Die kritiek betrof de spreiding over de stof (men miste bijvoorbeeld goniometrie en lineair programmeren) en de keuze van het startvraagstuk. Bij nader inzien lijkt met name dit laatste punt van kritiek hout te snijden want ook van de kant van leerlingen werd vaak

geopperd dat deze eerste opgave *Bierbrouwen* veel tijd kostte, in ieder geval meer tijd dan de makers voor ogen stond. Achteraf bezien was het wellicht beter geweest de opgave *Geboortegewicht* als opener te laten functioneren.

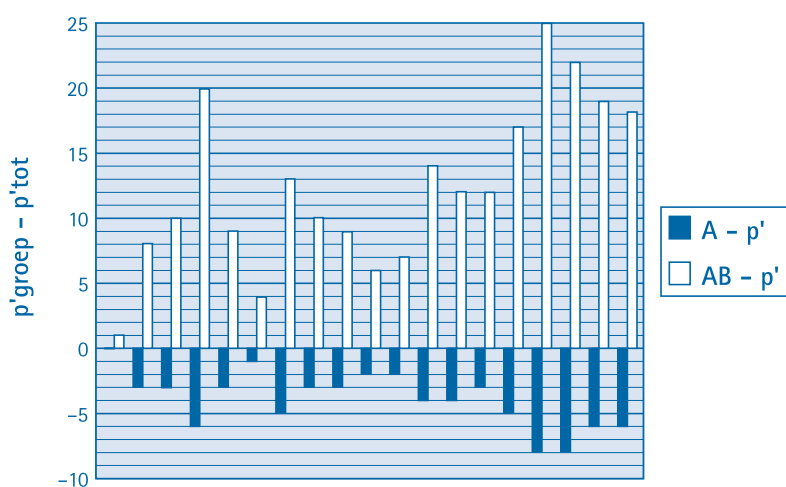
Ook was er kritiek op de opgave *De service*. Deze kritiek behelsde vaak dat deze opgave wiskunde B dan wel natuurkunde zou zijn. Niet te ontkennen valt dat de parabolische baan van een bal met name bij natuurkundigen een behoorlijk bekend en frequent bestudeerd verschijnsel is, maar toch moet geconstateerd worden dat de vragen die er in dit examen over dit fenomeen aan de orde gesteld worden, vragen zijn die ook door leerlingen met een minder exacte achtergrond begrepen moeten kunnen worden. Ondanks het feit dat de context uit de wereld der fysica komt, blijft deze opgave in de ogen van de samenstellers een opgave die voorgelegd kan en mag worden aan een gemiddelde wiskunde-A-leerling. Uit de analyse blijkt daarentegen dat met name deze opgave door leerlingen met alleen wiskunde A in het pakket slechter gemaakt is dan door leerlingen die ook wiskunde B volgen. In de onderstaande figuur is te zien dat met name de vragen 16 t/m 18 een grote afwijking tussen beide categorieën leerlingen opleveren. De gemiddelde score over het hele examen was bij leerlingen met B in het pakket 6,4 (en 6% onvoldoende) waar de leerlingen zonder B het moesten doen met gemiddeld 5,9 en 37% onvoldoende.

Enkele vragen onder de loep genomen

Vraag 9

Dit was in wezen een standaardvraag. Hier moest met behulp van normaal waarschijnlijkheidspapier het al of niet normaal verdeeld zijn onderzocht worden. Na afloop van het examen werd er hier en daar gemopperd op het correctievoorschrift dat aangaf dat 1 punt in mindering gebracht moest worden in het geval dat een leerling de waarnemingen niet, zoals te doen gebruikelijk op normaal waarschijnlijkheidspapier, boven de rechter klassengrenzen geplaatst had. Argument dat bij deze kritiek gehanteerd werd, was dat, om enkel het normaal verdeeld zijn van de gewichten te kunnen constateren, het voldoende is als deze waarnemingen op dit type papier op een rechte lijn liggen. De rechter klassengrenzen spelen pas een rol op het moment dat aflezen van het gemiddelde aan de orde komt. Deze opmerking is waar maar dat neemt niet weg dat een leerling die, zonder opmerking of nadere toelichting afwijkt van het normale gebruik van normaal waarschijnlijkheidspapier, niet inzichtelijk maakt dat hij doorziet waarom dat in deze situatie toegestaan is. Een leerling die zijn niet plaatsen boven de rechter grenzen van een adequate toelichting voorziet, heeft daarentegen een alternatieve en juiste oplossing gegeven waarvoor het volledige puntental kan worden toegekend.

Zie deel van opgave 2 *Geboortegewicht* op p. 49



Over leesbaarheid en omvang van het examen en mate van detaillering van het correctievoorschrift was de meerderheid van de docenten die zich daarover hebben uitgelaten, te spreken. Met name dit laatste is prettig om te weten omdat we de laatste paar jaren bewust er naar streven het correctievoorschrift zo veel als mogelijk te voorzien van een 1-puntsondervdeling. Verder plaatsen we daar waar dat in onze ogen aan de orde is, bij verschillende antwoorden in het antwoordmodel kanttekeningen in de vorm van opmerkingen of 'indien'-zinnen die de gebruiker nog extra helderheid moeten verschaffen.

Vraag 12

Een vraag voor slechts 3 punten maar daarmee niet bepaald een eenvoudige. Uit de analyse na afloop bleek dat deze vraag de laagst scorende vraag van dit hele examen was. Uit reacties uit den lande bleek dat er leerlingen geweest waren die door de passage 'Verklaar ...' op het verkeerde been gezet waren en zich verloren in uitgebreide maatschappelijke of geografische uitweidingen. Toch moet achteraf geconstateerd worden, dat het waarschijnlijk niet de formulering als wel de aard en de ingewikkeldheid van het probleem is dat hier de lage score verklaart. Bij deze vraag was met behulp

van de analyse goed te constateren dat er een behoorlijke positieve correlatie was tussen de score bij deze vraag en de score op het hele examen.

Zie deel van opgave 3 Hoog water op p. 49

Vraag 19

De laatste vraag van dit examen leverde een gemiddelde score van 39% op, ook niet bepaald een score die duidt op een als eenvoudig ervaren vraag. Vermoedelijk is de verklaring hiervoor gelegen in de 'strengere' indien-zin waarmee het antwoord van deze vraag in het correctievoorschrift besluit. Zonder toelichting bleef er van de 2 punten bij deze vraag niets meer over. Dit werd door een enkeling als nodeloos streng ervaren maar in de ogen van de makers een noodzakelijkheid als de vraag, zoals hier het geval was, uitdrukkelijk van de toevoeging 'Licht je antwoord toe' is voorzien. Als de toelichting als overbodig ervaren wordt, lijkt kritiek op de vraag eerder aan de orde dan kritiek op het correctievoorschrift.

Zie deel van opgave 4 De service op p. 50

Vwo wiskunde B

Dit examen is over het algemeen als een goed examen beoordeeld, met een redelijke spreiding over de stof en een goede afwisseling van routinevragen en originele opgaven.

De leerlingresultaten zijn echter lager dan verwacht. Goede leerlingen hebben goede resultaten verkregen, terwijl de resultaten van vele zwakke leerlingen onder het schoolonderzoek gekomen zijn.

Bij de pretest van twee jaar geleden waren de p'-waarden aanzienlijk hoger, bij de vragen 7, 8, 10, 12, 13 en 14 zelfs 10% of meer. De pretest is afgenomen bij leerlingen van voor de basisvorming.

De omvang van het examen is niet te groot gebleken.

Evenals vorig jaar heeft 41% van alle vwo-kandidaten het wiskunde B-examen afgelegd.

Het examen bestond uit 4 opgaven met in totaal 15 vragen.

De gemiddelde score van de 1976 leerlingen uit de steekproef was 47 punten; vorig jaar was dit 53.

De CEVO heeft besloten de N-term te stellen op 1,3. Hierdoor is het percentage onvoldoenden 41.

Opgave 1, een parameterkromme, was een goede binnenkomer met standaardvragen. In vraag 1 moest de kromme getekend worden, nadat enige bijzondere punten berekend waren. In vraag 2 moest de gegeven vergelijking bewezen worden, wat de kandidaten nodig hadden om de inhoud van een omwentelingslichaam te berekenen in vraag 3. Deze vragen zijn goed gemaakt, in tegenstelling tot vraag 4 waarin de leerlingen a

moesten berekenen in $y = ax$ zo dat de lijn precies één punt met de kromme gemeen heeft. De p'-waarde van deze vraag is 34, terwijl 51% van de kandidaten hier geen raad mee wist.

Opgave 2 begon met een goniometrische vergelijking in vraag 5. Vraag 6 betrof het bewijs van het dalend zijn van een goniometrische functie f . Vraag 8 was een berekening van de oppervlakte van een vlakdeel ingesloten door de grafiek van f , de x -as en een verticale lijn. Voor de berekening van deze integraal moest in vraag 7 een andere schrijfwijze van het functievoorschrift van f aangetoond worden. De resultaten in deze opgave waren nogal mager. Bijna de helft van de kandidaten wist niets te beginnen met de vragen 7 en 8.

Opgave 3 was dit jaar de stereometrie-opgave. Vraag 9, het berekenen van de inhoud van $ABCD.KL$ (zie de figuur op p. 51) werd teleurstellend slecht gemaakt, met een p'-waarde van 38. Vraag 10, de projectie van $KLMN.PQ$ op het grondvlak lukte wel, evenals vraag 11, de afstand van MN tot ABT . Vraag 12 ten slotte, een originele vraag naar de vergelijking van lengten van cirkelbogen laat, zoals te verwachten was, een mager resultaat zien.

Zie figuur 2 van opgave 3 op p. 51

Opgave 4 is dit keer een verzameling van logaritmische functies:

$$f_a(x) = a \frac{\ln x}{x}.$$

In de figuur is voor enkele waarden van a de grafiek getekend.

Vraag 13 ging over de berekening van a met een gegeven maximum waarde 3 en vraag 14 over de berekening van a met een gegeven hoek waaronder de grafiek de x -as snijdt. Bij deze vraag moet men rekening houden met twee oplossingen. Deze vragen hadden een mager resultaat met respectievelijk een p'-waarde van 56 en 49.

Vraag 15 was een echte uitsmijter van het examen met een p'-waarde van 26, terwijl 64% van de kandidaten hier geen raad mee wist. Het ging om een horizontale lijn $y = p$, die de y -as snijdt in A en de grafiek van f_2 in B en C , zo dat $AC = 2 AB$. De waarde van p moest berekend worden.

Zie figuur 3 van opgave 4 op p. 51

Vorig jaar hebben de samenstellers van dit examen geschat dat de gemiddelde score 52 zou worden, terwijl dit nu 47 is geworden.

Verslag examen

[J.M. de Geus, Warnsveld]

Vraag	VWO-A	VWO-B	HAVO-A	HAVO-B
In vergelijking met de vorige jaren is het niveau van het CSE 2000:				
lager	3	0	78	8
gelijk	71	55	16	36
hoger	26	45	6	56
De spreiding over de stof is:				
slecht	76	1	6	55
voldoende	24	72	85	39
goed	0	27	9	6
Het aantal routinevragen is:				
te klein	38	3	0	53
goed	62	93	85	41
te groot	0	4	15	6
Het aantal originele vragen is:				
te klein	2	6	9	2
goed	67	91	91	48
te groot	31	3	0	50
Het correctievoorschrift is:				
te gedetailleerd	2	0	1	0
goed	90	71	94	86
te weinig gedetailleerd	8	29	5	14
De keuze van het startvraagstuk is:				
slecht	64	0	6	32
matig	31	2	28	41
goed	5	98	66	27
De leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen:				
slecht	41	0	1	1
voldoende	52	22	46	64
goed	7	78	53	35
De omvang van het CSE 2000 was:				
te gering	0	0	10	0
goed	61	66	90	63
te groot	39	34	0	37

besprekingen 2000

Examenbesprekingen

De deelname aan de regionale besprekingen voor de havo- en vwo-examens wiskunde, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, was dit jaar voorbehouden aan docenten die hun kandidaten hadden opgeleid volgens de oude bedeling. De tweetrapsraket van het kabinet leidt tot een - gelukkig tijdelijke - tweedeling in Examenland: in totaal waren er dit jaar vier soorten vwo-examens en vijf soorten havo-examens, per tijdvak! Elders in dit blad treft u de ins en outs van de 'nieuwe' examens aan.

Dankzij de veelal voortreffelijke kwaliteit van de op de examens gerichte sites van het www is vrijwel iedere docent in staat (geweest) examens te downloaden, verslagen van centrale besprekingen te bekijken, zijn gal te spuwen dan wel zijn lof te uiten. Doordat de examenperiode dit jaar zeer kort was, heeft het medium Internet velen hopelijk heel wat stress bespaard! Het is daarom verheugend te mogen constateren dat de belangstelling voor de besprekingen onverminderd hoog blijft. Natuurlijk, op een aantal scholen werden al havo-A1,2 en -B1(,2) examens afgenomen waardoor de bijbehorende docenten wegbleven; zij zijn volgend jaar vanzelfsprekend weer van de partij.

**'Zeer geschikt
examen,
misschien wel iets
te eenvoudig'**

De havo-A bijeenkomsten trokken ongeveer 160 deelnemers, rond de 100 bezochten de havo-B besprekingen. 120 Docenten kwamen op vwo-A af en 100 woonden vwo-B bij.

Het aantal deelnemers bij havo-A, vwo-A en B is lager dan vorig jaar, havo-B werd drukker bezocht. In de bijgevoegde tabel staan de resultaten van de traditionele enquête. Alle getallen daarin zijn percentages.

Ook nu weer zijn er bij de meeste besprekingen verslagen gemaakt. Deze zijn aan de CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens.

Ook bij het vaststellen van de cesuur kan de CEVO gemaakte opmerkingen laten meewegen.

Daarna zijn de verslagen naar ondergetekende doorgezonden. Het nu volgende is een naar ik hoop representatieve samenvatting.

Havo wiskunde A

'Zeer geschikt examen, misschien wel iets te eenvoudig'. Zo kenschetst de notulant van de Amsterdamse bijeenkomst de stemming bij de 40 aanwezigen. Met dat 'eenvoudig' verwoordt hij een landelijk gevoel: op de andere acht vergaderingen denkt men er net zo over. De Amsterdammers vonden het, samen met de Goesenaren, ook goed leesbaar: 'Houden zo!' In Rotterdam vermoedde men opzet: 'Het is het laatste examen "oude stijl"', beweerde men daar. In Den Haag was men in anderhalf uur klaar met vergaderen.

Met name de docenten buiten de Randstad oordeelden wat strenger: 'het was een oppervlakkig examen' en: 'veel te makkelijk!!' zijn twee delen van citaten. Hetgeen bewijst dat je het nooit iedereen naar de zin kunt maken.

Opvallend was, dat er meer kritiek op het CV (correctievoorschrift) was dan op het examen zelf, al kan blijkens de enquête 94% van de aanwezigen ermee uit de voeten.

Van opgave 1 bijvoorbeeld vond men de normering bij vraag 3 verwarrend. Kandidaten die B^2 berekenden door elk element van B te kwadrateren kregen menigmaal 3 punten toegeworpen! Vooral de vergadering in Arnhem hekelde deze handelwijze. Ook vond men daar, ofschoon dat schoorvoetend al gebeurt, dat voor de hand liggende foutieve antwoorden, waar een even zo verkeerde gedachtegang achter schuil gaat, in het CV moeten worden genoemd met bijbehorende aftrek. Bij opgave 2 werd vermoed dat de opsteller van het CV wel zijn wiskunde beheerst, maar niet weet hoe een havo-A leerling in elkaar steekt. De oplossingsstrategie van vraag 7 werd in Den Bosch als onrealistisch omschreven. En men vond het jammer dat de normale verdeling (vraag 6) er (in de normering) nogal bekaaid van af kwam, dit jaar. Het toegestane gebruik van de GR was in de norm van vraag 6 zichtbaar. Sommigen vonden 3 punten 'ineens' nogal ongenueanceerd. Opgave 3, luchtdrukke, stond ook in het A1,2 examen. Maar het begrip 'histogram' was -formeel- niet bij alle

A1,2-kandidaten bekend, zodat zij de punten van vraag 8 cadeau kregen en de A-kandidaten deze gewoon moesten verdienen, terwijl velen van hen vrouwder zijn met het begrip 'staafdiagram'. De geëiste motivering van $b = 100$ werd kinderachtig genoemd.

Over opgave 4 zijn weinig opmerkingen gemaakt. Een enkeling vond het jammer dat de tijdsintervallen in tabel 1 gelijk waren. En het begrip 'leegloper' heeft er een nieuwe betekenis bij.

De enquête in opgave 5 maakte meer tongen los. Vooral de definitie van het woord 'bezoek' deed menigeen naar het woordenboek grijpen: 'Als je bij iemand op bezoek gaat, dan is die persoon thuis, anders is het geen bezoek', formuleerde men in Amersfoort. Daar bezoekt men dus mensen, en geen huizen. Die dubbelzinnigheid leidde hier en daar tot verkeerde redeneringen bij vraag 19, waardoor de normering niet bruikbaar was. Wie bij vraag 16 wat probeert, de getallen 64 en 94 vindt en die controleert, krijgt het volle pond. Is die mogelijkheid al door de auteurs bedacht? Zo'n oplossing is niet sjiek, vond men in Rotterdam; hou er in de vraagstelling rekening mee.

Havo wiskunde B

'Het ging de laatste jaren juist wat beter. Waarom dan nu, net dit laatste jaar, zo'n examen? Er is toch al niets voor gezakten geregeld.' Deze verzuchting uit Amsterdam is tekenend voor de verslagen van het havo-B examen. 'Veel meetkunde waarbij nogal wat inzicht wordt gevraagd', vindt Apeldoorn. Sommigen houden hun hart vast voor volgend jaar: dergelijke vragen met minder contacturen... Breed is de mening dat er weinig routine- en veel stapelvragen in het werk voorkomen. In Arnhem is men positief: 'Leuk examen, redelijk moeilijk voor leerlingen', zegt men daar.

Achteraf gezien valt het mee, de norm bij vraag 10 blijkt 'a slip of the pen' en wordt aangepast, het gemiddelde resultaat is behoorlijk. Bijna alle verslaggevers bekritisieren de startopgave ('Begin nooit met gonio...') en vinden de aandacht voor meetkunde bovenproportioneel. (48 van de 90 punten rekende een Groninger uit.)

'Met "Een functie" (Viel het op dat het havo-B examen als enige geen genummerde opgaven had?) breng je een schrikreactie teweeg', oordeelt iemand in Zwolle.

Hoewel het een routinevraag was, had men hier graag iets anders gezien. Aan de opgave zelf mankeerde niets. In 'Trailer-tafel' daarentegen viel het menigeen op dat de foto van de trailertafel en de bovenaanzichten in figuur 2 en 3 niet spoorden. Bewust? Of was dit een vergissing en had de foto anders gemoeten? In elk geval leidde het, de verslagen lezend, hier en daar tot interpretatieproblemen. De afronding 'naar boven' in vraag 3 werd als overbodig gekenschetst, immers, in een praktische situatie als deze moet je altijd naar boven afronden. Vragen 4 en 5 werden als stapelvragen ervaren. De schaal 1:15 heet 'ongelukkig' en de perspectiefloze bakstenen op de bijlage kloppen niet met de balk. De normering geeft niet de denkwijze van de

doorsneekandidaat weer. Aftreknorm bij voor de hand liggende fouten zou handig zijn geweest. Gelukkig scoorden heel wat kandidaten naar behoren.

Bij 'Schaduw' viel in een paar verslagen het woord 'ongelukkig'. 'Laat kandidaten in vraag 9 zelf de formule bedenken, nu redeneren velen naar het antwoord toe', is de mening in Zwolle, Den Bosch en Amsterdam. Dat zoiets tot nieuwe problemen kan leiden, daarvan is men zich wel bewust. De (nog niet gerectificeerde) norm bij vraag 10 resulteert in heftige protesten; sommige verslagen zijn behoorlijk emotioneel op dit punt! De betrokkenheid van docenten bij (de resultaten van) hun kandidaten is overduidelijk. Een snelheid $S(t)$ noemen, dat doe je niet, vinden velen.

'Leuk examen, redelijk moeilijk voor de leerling'

De 'Fruitvliegjes' krijgen evenmin genade: 'Geen fraai voorbeeld van een examenopgave', kraait Zwolle en: 'Een vwo-A opgave!' oordeelt Den Haag. Jammer werd het gevonden, daar velen de grenswaarde 3500 berekenden, zij het door één grote waarde voor t in te vullen, dat de aftrek dan twee punten moest bedragen. 'De opmerking is jammer want de leerling geeft aan precies te weten wat er moet gebeuren', staat in het Rotterdamse verslag. De Groningse notulant vroeg zich af waarom vraag 12 niet gesteld was in de 'Bereken' of 'Onderzoek' vorm. De vraagvorm 'Na hoeveel dagen ...' nodigt uit tot proberen en slordig redeneren. Gelukkig was daar 'Lichaam'. 'Een mooie opgave', vond men in Zwolle. 'Jammer dat figuur 7 (met kubus) niet op de bijlage stond'. Enige stapeling werd ook hier geconstateerd: vraag 15, 16 en 17 werden als zodanig genoemd. Het nakijken van vraag 18 en 19 werd als inspannend ervaren: het verslag van Den Bosch vermeldt: 'Moeilijk te volgen rekenwerk, meestal met verkeerde uitkomst.' Wat een geluk dat wij dan vaak toch nog punten mogen geven!

Vwo wiskunde A

'Redelijk te doen', 'Vreemd werk', 'Veel leestekst', 'Te weinig wiskundige vaardigheden', 'Lange teksten', 'Teksten kort houden en meer concreet', 'Veel onderwerpen gemist', 'Tevreden over het geheel'. Ziehier een bloemlezing van de over het algemeen korte verslagen. Bijna iedereen is tevreden over het niveau, zie

de enquête. Een enkeling vindt dat er teveel B-contexten in de A-examens zitten. 'Graag meer biologie en economie!' zegt hij. Ik verwijs naar het tweede tijdvak! De keuze voor 'Bierbrouwen' als startvraagstuk vindt de meerderheid ongelukkig. Veel kandidaten raakten hier onevenredig veel tijd en energie kwijt, zo lijkt het. Jammer is het dat, hoewel de figuur duidelijk een graaf laat zien, nergens wordt gehint richting matrixrekening. Nu mag je van vwo-ers enige creativiteit verwachten, maar ze volledig vrijlaten in hun modelvorming, en dan nog wel in de eerste opgave, dat is teveel gevraagd. Het nakijken van vooral vraag 3 werd 'moeizaam' genoemd. Overigens, een matrixgerichte oplossingsmethode was niet genormeerd; hadden de opstellers er zelf wel aan gedacht? (Ik herinner me een examenopgave uit de experimenteertijd van wiskunde-A over een zuiveringsinstallatie. Daarin werd ook gepompt en gelekt, met matrices; JMG)

Opgave 2 wordt slechts op kleine punten aangestipt. Met name het bij vraag 8 stilzwijgend veronderstellen dat de standaardafwijking niet is veranderd (maar het gemiddelde wel) ontmoet kritiek. Wie zorgvuldige

'Keurig examen, goed te doen'

antwoorden verwacht moet evenzo formuleren! Een lichte wenkbrauwfrons ook bij het CV van vraag 9. Er is geen enkele noodzaak om op iets anders te letten dan de lineariteit van de uitgezette punten. Er wordt immers niet naar een gemiddelde of standaardafwijking gevraagd. Daarom vond een aantal de 'min 1' bij vraag 9 onterecht.

Een enkele methode schijnt de vuistregel ($np > 5 \wedge nq > 5$) voor het al dan niet mogen overstappen van de binomiale op de normale verdeling niet te noemen(?).

De waterstanden van opgave 3 -eveneens een nauwelijks bekritiseerde opgave - leidde in Amersfoort tot de opmerking waarom men twee keer een vraag met 'Verklaar' was begonnen. Dat bracht menigeen tot volslagen irrelevante uitwerkingen, omdat men fysische, geologische, enz. redenen bedacht.

De vierde opgave deed een notulant verzuchten: 'Hebben de opstellers ooit zelf getennist?' Ik geef de vraag gaarne door! (De foto is trouwens in spiegelbeeld afgedrukt! JMG.) Een aantal kandidaten had vraag 17 letterlijk genomen en, naar alle waarschijnlijkheid, de toelichting in figuur 4 van de opgave en niet op de bijlage gegeven. Jammer, maar dat kostte 2 punten. Het CV van vraag 19 vindt iedereen ronduit kinderachtig. Dat scheelde veelal één punt. Over het CV als geheel nog één opmerking: het wordt nu echt tijd dat het verschijnsel (on)nauwkeurigheid van

antwoorden een principiële aanpak krijgt. Momenteel is er anarchie op dit punt. Verscheidene notulanten vragen om duidelijkheid.

Vwo wiskunde B

Uit alle verslagen blijkt waardering voor het examen. 'Keurig examen. Goed te doen. Zwakke leerlingen onderuit. Verzanden in gonio. Een gewoon examen, wat saai zelfs. Vergadering liep vlot, 1 uur'. Ziehier een aantal saillante opmerkingen. Natuurlijk was er kritiek op details, zoals bij opgave 1. Men vond in het CV van vraag 4, derde oplossingsmethode, het één na laatste punt onhelder. Het was een goede startopgave. Van opgave 2 werd opgemerkt dat deze beter met opgave 4 gewisseld had kunnen zijn. Veel kandidaten komen om in hun zelfgegraven formulegraf. Bij opgave 3 wordt het perspectief van de figuur gelaakt. Sommigen hadden graag figuur $KLMN.PQ$ apart uitgelicht gezien. Nu (dan niet?) werden er vreemde capriolen bij het berekenen van de inhoud geconstateerd.

In opgave 4 tenslotte was er in Den Haag en Rotterdam unanieme ontevredenheid over het CV van vraag 13. Veel kandidaten gebruiken de figuur - toch niet als bladvulling bedoeld, nietwaar - en vinden $a = 3e$ bij $x = e$ zonder $a > 0$ te vermelden: *dat blijkt uit de figuur*. Niet dus.

Diverse verslagen stippen een belangrijk punt aan. Dat betreft het feit dat het CV een stapelnorm en geen sprokkelnorm weergeeft. Op de bijeenkomsten in Amersfoort, Amsterdam en Zwolle is hierover gediscussieerd. Doordat in den lande hier verschillend over wordt gedacht ontstaan soms grote verschillen tussen eerste en tweede corrector. 'Ik constateer de laatste jaren bij de tweede correctie steeds meer dat de betreffende collega's veel te veel goed rekenen en zich door mij niet laten overtuigen', zo schrijft de verslaglegger uit Amersfoort. Middeling van scores is dan ook niet bevredigend, is mijn eigen ervaring. Dit examen gaf twee fraaie casus te zien: vraag 8 over de integraal (verkeerde primitieve: daarna toch punten geven) en vraag 11 over het berekenen van een afstand (verkeerde keuze van werkvlak, daarna toch punten geven).

Iets voor een Korrel in Euclides wellicht?

Tot besluit

Dank aan iedereen die de brandstof leverde voor dit artikel. Uw betrokkenheid met wiskundig wel en wee is onverminderd groot gebleken, evenals uw bereidheid voor uw kandidaten om elk puntje te vechten. De ACD's, het Cito en de CEVO hebben in het afgelopen jaar bergen werk moeten verzetten, een hele prestatie, (ik tel een productie van maar liefst 27 examens, 9 per tijdvak) en uw kritiek op ruim een zevende deel daarvan is hierboven naar eer en geweten verwoord.