

Balans [31] van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 4

Uitkomsten van de vierde peiling in 2003

PPON

Jean-Marie Kraemer

Jan Janssen

Frank van der Schoot

Bas Hemker

PPON-reeks nummer 31

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Samenvatting

In januari/februari 2003 is het vierde peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde medio basisonderwijs uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte een inventarisatie van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de jaargroepen 3, 4 en 5 en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in jaargroep 5. De belangrijkste conclusies van dit peilingsonderzoek zijn hier bij elkaar gezet.

[35]

Gebruik van reken-wiskundemethoden Vanwege de invoering van de euro in januari 2002 hebben veel scholen op korte termijn een nieuwe reken-wiskunde-methode aangeschaft. Meer dan 80% van de leraren in de onderbouw geeft aan een methode te gebruiken die is aangepast aan de euro. De methode *Pluspunt* en *Wereld in getallen* hebben nieuwe euroversies ontwikkeld en zijn sterk in de steekproef van scholen vertegenwoordigd (respectievelijk 40% en 20%). De steekproef kent verder vier nieuwe methoden waarvan *Rekenrijk* met 11% scholen het grootste aandeel heeft.

paragraaf 3.1 | pagina 35

[36]

Andere leermiddelen Twee van de drie leraren geven aan naast de methode ook andere leermiddelen te gebruiken. De verscheidenheid aan leermiddelen is echter erg groot. Het meest frequent noemen leraren de methode *Remelka*, met name voor leerlingen met achterstand in rekenvaardigheid.

paragraaf 3.1 | pagina 36

[36]

Computerprogramma's Meer dan 80% van de leraren in de jaargroepen 4 en 5 maakt gebruik van computerprogramma's voor de leerlingen. Het *Ambrasoft schoolpakket* of programma's uit dit pakket werden het vaakst genoemd. Maar ook hier is de diversiteit aan in gebruik zijnde programma's erg groot en wordt menig programma door slechts één of twee leraren genoemd.

paragraaf 3.1 | pagina 36

[36]

Tijd voor reken-wiskundeonderwijs De gemiddelde lestijd voor rekenen-wiskunde is in jaargroep 3 ongeveer 4,5 uur per week, in de jaargroepen 4 en 5 gemiddeld 5 uur per week. Scholen met relatief veel 1.90-leerlingen besteden – anders dan in 1997 – beduidend meer tijd aan rekenen-wiskunde dan andere scholen. Het verschil tussen stratum 1- en stratum 3-scholen is – gesommeerd over de jaargroepen 3, 4 en 5 – bijna 1,5 uur per week.

paragraaf 3.2 | pagina 36

[37]

Differentiatie Er vindt nog steeds op beperkte schaal differentiatie plaats. Vrijwel alle leraren geven aan dat de instructie meestal klassikaal wordt gegeven. In vergelijking met 1997 geven met name in jaargroep 5 meer leraren aan dat zij bij de verwerking van de oefenstof differentiëren naar niveau en tempo: in 1997 bedroeg dit 60,5% in 2003 75,9% van de leraren.

paragraaf 3.3 | pagina 37

[38]

Remediëring De inzet van remedial teaching lijkt vergeleken met 1997 in de jaargroepen 4 en 5 afgenomen te zijn, althans beduidend minder leraren geven aan dat in hun groep leerlingen ondersteuning krijgen van een remedial teacher. Wat de inzet van remedial teaching betreft, is er geen verschil van betekenis tussen scholen met relatief veel of weinig 1.25- en 1.90-leerlingen. In de groepen mét remedial teaching betreft het gemiddeld 2,4 tot 2,9 leerlingen.

paragraaf 3.3 | pagina 38

[38]

Meerbegaafden Ongeveer 70% van de leraren geeft aan speciale voorzieningen te treffen voor meerbegaafde leerlingen, veelal in de vorm van extra stof, verrijkingsstof of verdiepingsstof. De aandacht hiervoor verschilt niet in relatie tot de samenstelling van de schoolbevolking op het niveau van formatiegewichten.

paragraaf 3.3 | pagina 38

[38]

Cijferen of kolomsgewijs rekenen? Van de leraren in jaargroep 5 zegt 44% dat beide algoritmen worden aangeleerd, 32% dat alleen het cijferend algoritme en 8% dat alleen het kolomsgewijs algoritme wordt aangeleerd. 17% weet het niet omdat deze algoritmen later aan de orde worden gesteld. Wanneer beide algoritmen worden aangeleerd dan lijkt het kolomsgewijs rekenen eerder te worden aangeboden dan het cijferend rekenen terwijl voor beide algoritmen geldt dat optellen voorafgaat aan aftrekken.

paragraaf 3.4 | pagina 38

[43]

Getallen en getalrelaties Het merendeel van de leerlingen geeft de indruk nog niet echt te begrijpen volgens welke systematiek de getallenwereld tot 100 doorloopt naar de getallenwereld tot 1000. Te weinig leerlingen bereiken ook volgens geïnformeerde beoordelaars medio jaargroep 5 het voor dit onderwerp gewenste niveau van vaardigheid: in plaats van de beoogde 70% tot 75% bereikt 50% van de leerlingen de standaard Voldoende. Op het niveau van de standaard Minimum is het verschil minder groot: 85% in plaats van 90% tot 95%. Het onderlinge verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen is klein; beide groepen hebben wel een achterstand ten opzichte van 1.00-leerlingen. Het gemiddelde niveau is in 2003 hoger dan in de voorgaande periode.

paragraaf 4.1 | pagina 43

[56]

Basisautomatismen: optellen en aftrekken Ongeveer de helft van de leerlingen beheerst vrijwel alle basisautomatismen uit het getalgebied tot 100 goed, terwijl de gemiddelde leerling ook de meeste basisautomatismen uit het getalgebied tot 1000 goed beheerst. 58% van de leerlingen bereikt het voor de standaard Voldoende gewenste vaardigheidsniveau. Er is geen verschil in vaardigheid tussen 1.25- en 1.90-leerlingen, maar beide groepen hebben wel een achterstand vergeleken met 1.00-leerlingen. Na een terugval in 1997 bevindt de vaardigheid zich gemiddeld weer op het niveau van 1992.

paragraaf 4.2 | pagina 56

[69]

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen Vrijwel alle leerlingen beheersen de producten van de tafels van 2, 5 en 10 en realiseren daarmee het tussendoel eind jaargroep 4. De helft van de leerlingen kan praktisch alle tafelproducten routinematig oplossen en realiseert zodoende halverwege jaargroep 5 al het tussendoel voor eind jaargroep 5. Ook naar het oordeel van de experts bereiken voldoende leerlingen de standaarden Voldoende en Minimum.

paragraaf 4.3 | pagina 69

[75]

Bewerkingen: optellen en aftrekken Afgaande op het mediane oordeel van experts bereikt 58% van de leerlingen de standaard Voldoende. Het interkwartielbereik van de oordelen laat echter zien dat er weinig overeenstemming is tussen beoordelaars over het gewenste niveau. Er is een aanzienlijke afstand tussen de minst en meest gevorderde leerlingen. De eerste groep is slechts toe aan problemen met de meest elementaire rekenhandelingen in het getalgebied tot 100, de andere groep kan al complexe rekenhandelingen in het getalgebied tot 1000 correct uitvoeren.

paragraaf 4.4 | pagina 75

[92]

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen Voorbeeldopgaven illustreren ook bij dit onderwerp het grote verschil in vaardigheid tussen de zwakkere en betere leerlingen medio jaargroep 5. Ongeveer 90% van de leerlingen bereikt het niveau van de standaard Minimum, bijna 60% het niveau van de standaard Voldoende. Geconcludeerd wordt dat de helft van de leerlingen het Tal-team tussendoel realiseert ten aanzien van het kunnen oplossen van grotere vermenigvuldigingen.

paragraaf 4.5 | pagina 92

[102]

Bewerkingen: complexe toepassingen De standaard Voldoende impliceert een goede beheersing van de eerste twaalf voorbeeldopgaven en daaraan voldoet 58% van de leerlingen. De standaard Minimum ligt rond percentiel 10 hetgeen correspondeert met het voor deze standaard beoogde niveau. Het gemiddelde vaardigheidsniveau over de afgelopen jaren is vrijwel gelijk gebleven.

paragraaf 4.6 | pagina 102

[123]

Meten en meetkunde De vaardigheid *Meten* betreft begin jaargroep 5 het begrip van maateenheden, het meten met en aflezen van ongestandaardiseerde en gestandaardiseerde maateenheden voor lengte, gewicht en inhoud en meetkunde. De beide standaarden voor dit onderwerp worden door de beoogde percentages leerlingen bereikt. Opgemerkt moet worden dat het gemiddelde vaardigheidsniveau over de afgelopen drie peilingen geleidelijk is toegenomen

paragraaf 5.1 | pagina 123

[130]

Tijd De vaardigheid voor het onderwerp *Tijd* betreft zowel het klokkijken als het kunnen hanteren van de kalender. Het gewenste vaardigheidsniveau voor de standaard Voldoende ligt iets hoger dan het gerealiseerde niveau, maar het verschil is klein. Op het niveau van de standaard Minimum wordt nog weinig van de leerlingen verwacht.

paragraaf 5.2 | pagina 130

[137]

Geld Voor dit onderwerp geldt dat slechts 31% van de leerlingen de standaard Voldoende bereikt en 73% de standaard Minimum. Voor beide standaarden geldt dat de overeenstemming tussen beoordelaars klein is. Beoordelaars zijn van mening dat de tegenvallende prestaties het gevolg zijn van het pas kort ingevoerde nieuwe valutasysteem met de verwachting dat, eenmaal goed ingeburgerd, het nieuwe stelsel leerlingen minder problemen zal geven.

paragraaf 5.3 | pagina 137

[143]

Verhoudingen Het onderwerp *Verhoudingen* is een nieuw onderwerp in de peiling rekenen-wiskunde halverwege het basisonderwijs en loopt vooruit op het deelgebied *Verhoudingen, breuken en procenten* in de bovenbouw van het basisonderwijs. Het vaardigheidsniveau van de leerlingen met betrekking tot de opgaven van dit onderwerp *Verhoudingen* is beoordelaars sterk tegengevallen: 75% van de beoordelaars heeft voor de standaard Voldoende een gewenst niveau aangegeven gelijk aan of hoger dan het gemiddelde vaardigheidsniveau.

paragraaf 5.4 | pagina 143

[153]

Effect van formatiegewicht en stratum In afwijking van eerdere resultaten uit peilingsonderzoek zijn de effectgrootten van 1.25- en 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen vrijwel gelijk. De afstand van 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen is vergroot ten opzichte van 1997 en mogelijk een gevolg van de veranderde definitie van het leerlinggewicht 1.25 (factor 0.25). De afstand van 1.90-leerlingen tot 1.00-leerlingen is ten opzichte van 1997 kleiner geworden en dat is mogelijk (mede) het gevolg van de extra onderwijstijd voor rekenen-wiskunde op scholen met relatief veel 1.90-leerlingen. Scholen worden op basis van formatiegewicht getypeerd in drie strata. Een additioneel effect op basis van deze stratumindeling is in deze peiling niet gevonden.

paragraaf 6.2 | pagina 153

[155]

Effect van geslacht Voor de meeste onderwerpen geldt dat er een klein tot matig negatief effect wordt gevonden voor de rekenvaardigheid van meisjes in vergelijking met die van de jongens. Dit wijkt niet af van het resultaat in de vorige peiling in 1997.

paragraaf 6.2 | pagina 155

[155]

Effect van leertijd Leerlingen die vertraging hebben opgelopen in hun schoolloopbaan hebben gemiddeld een duidelijke achterstand ten opzichte van hun jongere klasgenoten. Er is onveranderlijk sprake van een matig negatief effect.

paragraaf 6.2 | pagina 155

[155]

Effect van methode Op basis van het gegevensbestand van de drie peilingen medio basisonderwijs is een vergelijking gemaakt tussen methoden voor het reken-wiskundeonderwijs. Nieuwe methoden als *Talrijk* en *Rekenrijk* en relatief nieuwe methoden als *Pluspunt* en de nieuwe versies van *Wereld in getallen* behoren op veel onderwerpen tot de betere reken-wiskundemethoden.

paragraaf 6.3 | pagina 155

[158]

Effect van afnamejaar Wanneer statistisch gecontroleerd wordt voor de factoren herkomst, leertijd, geslacht en methode dan zijn de rekenprestaties van de leerlingen over de afgelopen drie peilingen vrijwel gelijk gebleven. Er kunnen en zullen uiteraard allerlei van factoren van invloed zijn op het niveau van het onderwijs, maar de resultante van deze factoren is nul. Dezelfde analyse maar dan uitgevoerd zonder controle voor methode resulteert in positieve effectgrootten voor 2003 ten opzichte van zowel 1997 als 1992. De – overigens voorzichtige – conclusie is dat relatief nieuwe methoden een positieve bijdrage leveren aan de opbrengsten van het reken-wiskundeonderwijs

paragraaf 6.4 | pagina 158

Inhoud

[H.1]

[H.2]

[H.3]

[H.4]

[H.5]

[H.6]

	Samenvatting	2
	Inleiding	9
	1 Domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde medio basisonderwijs	11
	2 Het peilingsonderzoek	17
	2.1 De peilingsinstrumenten	19
	2.2 De steekproef van scholen en leerlingen	21
	2.3 De uitvoering van het onderzoek	22
	2.4 De analyse van de resultaten	22
	2.5 Het standaardenonderzoek	24
	2.6 De rapportage van de resultaten	27
	3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde	33
	3.1 Inzet van leermiddelen voor het reken-wiskundeonderwijs	35
	3.2 Tijd voor reken-wiskundeonderwijs	36
	3.3 Differentiatie	37
	3.4 Bewerkingen: cijferen of kolomsgewijs rekenen?	38
	4 Getallen en bewerkingen	41
	4.1 Getallen en getalrelaties	43
	4.2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken	56
	4.3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen	69
	4.4 Bewerkingen: optellen en aftrekken	75
	4.5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	92
	4.6 Bewerkingen: complexere toepassingen	102
	4.7 Leerlandschappen	109
	5 Meten en verhoudingen	121
	5.1 Meten en meetkunde	123
	5.2 Tijd	130
	5.3 Geld	137
	5.4 Verhoudingen	143
	6 Verschillen tussen leerlingen	151
	6.1 Inleiding	153
	6.2 Het effect van enkele leerlingkenmerken	153
	6.3 Het effect van de reken-wiskundemethode	155
	6.4 Het effect van afnamejaar	158
	Literatuur	162



... Peilingsonderzoek is een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs.

Inleiding

In 1986 is in opdracht van de Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen het project Periodieke Peiling van het Onderwijs-niveau (PPON) gestart. Het belangrijkste doel van het project is periodiek gegevens te verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en het speciaal basisonderwijs om daarmee een empirische basis te bieden voor de algemene maatschappelijke discussie over de inhoud en het niveau van het onderwijs. Het onderzoek richt zich in hoofdzaak op een drietal vragen:

- Waaruit bestaat het onderwijsaanbod in een bepaald leer- en vormingsgebied?
- Welke resultaten in termen van kennis, inzicht en vaardigheden, welke competenties zo men wil, zijn er in de betreffende onderwijsfase in een leerstof-domein gerealiseerd?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen in aanbod en opbrengst zijn er in de loop van de tijd te traceren?

Een van de uitgangspunten van peilings-onderzoek is dat zoveel mogelijk getracht wordt een nauwkeurig en gedetailleerd beeld van de vaardigheden van leerlingen te schetsen. In dit geval betreft het de reken-vaardigheid van leerlingen halverwege het basisonderwijs. Daarmee is peilingsonderzoek een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs (Netelenbos, 1995). Maar daarnaast zijn de resultaten van peilingsonderzoek van belang voor allen – onderwijsorganisaties, onderzoekers en ontwikkelaars van methoden, onderwijsbegeleiders en lerarenopleiders, inspectie, leraren basisonderwijs en ouders – die betrokken zijn bij de discussie over en de vormgeving en kwaliteit van het onderwijs in de basisschool.

In januari/februari 2003 is in jaargroep 5 van het basisonderwijs het vierde peilings-onderzoek voor rekenen-wiskunde halverwege de basisschool uitgevoerd. Eerder zijn peilingen uitgevoerd in 1987 (Wijnstra, 1988), in 1992 (Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996) en in 1997 (Noteboom, Van der Schoot, Janssen en Veldhuijzen, 2000). De opzet van de vierde rekenpeiling is inhoudelijk in belangrijke mate vergelijkbaar met die van eerdere rekenpeilingen. In het verleden echter vonden peilingen in jaargroep 5 plaats in de maanden oktober/november. Nu is het peilingsonderzoek uitgevoerd in januari/februari 2003, tegelijk met een proefonderzoek voor het leerlingvolg-systeem. Resultaten van het LVS-onderzoek konden daardoor ook dienstbaar gemaakt worden aan het peilingsonderzoek en omgekeerd. Beide onderzoeken zijn echter

volledig zelfstandig uitgevoerd in verschillende steekproeven van scholen. In het najaar van 2003 heeft nog een tweede enigszins beperkt peilingsonderzoek plaatsgevonden voor het onderzoek naar verschillen tussen peilings-jaren. Dergelijke verschillen zijn immers alleen correct te traceren wanneer afnames in dezelfde periode plaatsvinden.

Inhoudelijke veranderingen ten opzichte van het peilingsonderzoek in 1997 zijn:

- De onderwerpen *Tellen en ordenen* en *Structureren* zijn nu samengevoegd tot het onderwerp *Getallen en getalrelaties*.
- De onderwerpen *Bewerkingen: optellen* en *Bewerkingen: aftrekken* zijn nu samengevoegd tot het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken*.
- Aan het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen* zijn nu ook deelopgaven toegevoegd en wordt nu dus aangeduid met *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen*.
- Het onderwerp *Verhoudingen* is als een nieuw onderwerp aan de peiling toegevoegd.
- Het onderwerp *Geld* is vanwege de invoering van de euro in haar geheel vernieuwd.

De opzet van de balans is overigens vrijwel dezelfde als de balans van de derde peiling. In hoofdstuk 1 beschrijven we het leerstof-domein voor rekenen/wiskunde zoals dat voor dit vierde peilingsonderzoek is uitgewerkt. Ook schenken we daarbij aandacht aan de relatie met de tussendoelen. De vormgeving en uitvoering van het onderzoek beschrijven we in hoofdstuk 2. De bijlagen zijn nu verplaatst naar hoofdstuk 2. Daarbij hebben we met name aandacht geschonken aan de toelichting op de vaardigheidsschaal in de hoop deze afbeeldingen voor de lezer meer toegankelijk te hebben gemaakt. De resultaten van de inventarisatie van het onderwijs-aanbod worden gerapporteerd in hoofdstuk 3. De resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen beschrijven we per deelgebied in de hoofdstukken 4 en 5. We illustreren de resultaten van de leerlingen telkens met diverse opgaven en laten aan de hand daarvan zien wat leerlingen op verschillende niveaus van vaardigheid wel of niet kunnen. We geven daarvan een samenvattend overzicht in de vorm van ontwikkelingslijnen, relateren de resultaten aan tussendoelen van het Tal-team (1999) en aan standaarden vastgesteld op basis van oordelen van geïnformeerde experts en we beschrijven per onderwerp verschillen tussen

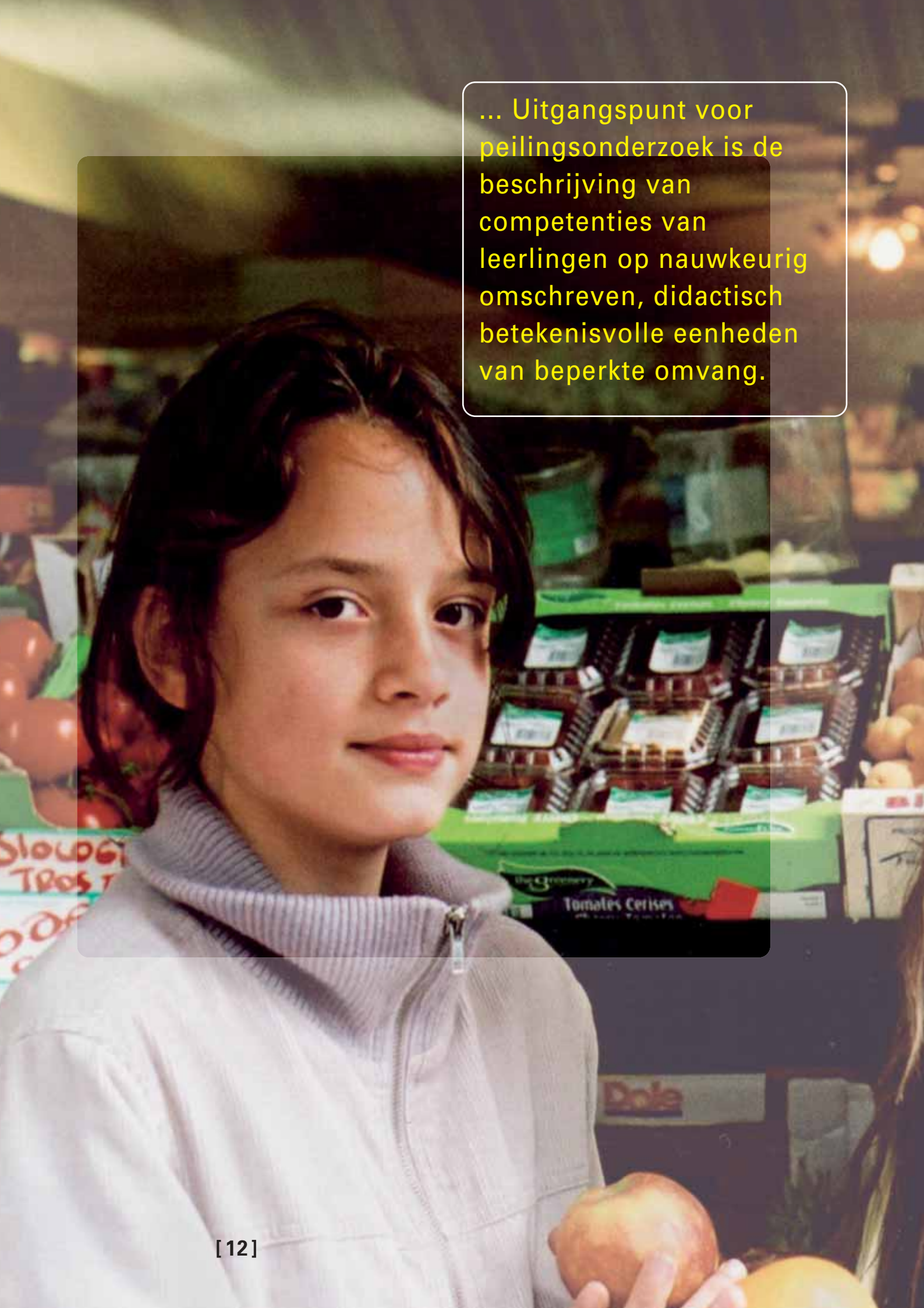
groepen leerlingen op basis van formatie-
gewicht, geslacht, leerjaar en peilingsjaar.
De variabele leerjaar is nieuw en mogelijk
geworden door het gelijktijdig uitvoeren van
het proefonderzoek voor het leerlingvolg-
systeem. Binnen deze variabele vergelijken we
de prestaties van leerlingen op vier leer-
momenten: medio jaargroep 4 (M4), einde
jaargroep 4 (E4), medio jaargroep 5 (M5) en
einde jaargroep 5 (E5). Ten slotte doen we in
hoofdstuk 6 verslag van de effectschattingen
voor verschillende achtergrondkenmerken van
leerlingen op hun rekenvaardigheid.

Frank van der Schoot
projectleider PPON

[01] Domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde medio basisonderwijs

De domeinbeschrijving vormt de basis voor ieder peilingsonderzoek. Zij bestaat uit een structurele beschrijving van het leerstofgebied in de vorm van een geordende lijst van onderwerpen met onderling nauw gerelateerde leer- en vormingsdoelen. De domeinbeschrijving vormt het uitgangspunt voor de ontwikkeling van opgaven en van evaluatie-instrumenten om de vaardigheden van leerlingen in kaart te brengen. In de domeinbeschrijving voor de vierde peiling rekenen-wiskunde medio jaargroep 5 onderscheiden we tien onderwerpen.

... Uitgangspunt voor
peilingsonderzoek is de
beschrijving van
competenties van
leerlingen op nauwkeurig
omschreven, didactisch
betekenisvolle eenheden
van beperkte omvang.



[01] Domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde medio basisonderwijs

Deze balans beschrijft de resultaten van het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde halverwege de basisschool – dat is medio jaargroep 5 – dat in januari/februari 2003 heeft plaatsgevonden. Eerdere peilingsonderzoeken zijn uitgevoerd in 1987, 1992 en 1997 (zie resp. Wijnstra, 1988; Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996; Noteboom e.a., 2000). Na de vaststelling van de eerste domeinbeschrijving voor de peiling in 1987 zijn de domeinbeschrijvingen voor volgende peilingen telkens opnieuw doorgelicht en op onderdelen gewijzigd om zoveel mogelijk aan te sluiten bij de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Ook voor deze vierde peiling is de domeinbeschrijving opnieuw aangepast aan recente ontwikkelingen. Dat geldt uiteraard voor het onderwerp *Geld* dat vanwege de invoering van de euro in 2002 inhoudelijk geheel vernieuwd is. Maar daarnaast zijn in de loop van de jaren negentig onderdelen van het reken-wiskundeprogramma op de basisschool opnieuw beschreven in leerlijnen en tussendoelen voor met name de onderwerpen van het onderdeel *Getallen en bewerkingen* (Talteam, 1999; Van den Heuvel-Panhuizen, Buys en Treffers, 2000) en meer recent voor het onderwerp *Meten en meetkunde* (Van den Heuvel-Panhuizen en Buys, 2004). Deze tussendoelen markeren de voortgang van de leerling in het basisonderwijs. Auteursgroepen gebruiken deze doelen als richtsnoer voor de inhoudelijke en didactische inrichting van hun methode.

In het licht van deze tussendoelen is een aantal onderwerpen van voorgaande peilingen onder overkoepelende onderwerpen samengebracht. Zo zijn de onderwerpen *Tellen en ordenen* en *Structureren* die hiervoor afzonderlijk werden gepeild nu samengevoegd tot het onderwerp *Getallen en getalrelaties*. De operaties optellen en aftrekken zijn in deze vierde peiling zowel op het niveau van de basisautomatismen als op dat van de bewerkingen samengenomen en datzelfde geldt voor de operaties vermenigvuldigen en delen. Deze operaties worden min of meer gelijktijdig, maar nog belangrijker sterk in relatie met elkaar aangeleerd. Dit komt onder andere tot uitdrukking in de oplossing van aftrekproblemen door aanvullend optellen

($100 - 48$ via $48 + 2 + 50 = 100$, dus 52) en van deelproblemen door omgekeerd vermenigvuldigen ($30 : 5 = 6$ via $6 \times 5 = 30$). Van oudsher wordt het valutasysteem als model gebruikt ter ondersteuning van het begrip van het positiesysteem (tientallig structureren en tellen met tien en enen) en van het rekenen met positiewaarden. Daarnaast wordt het systeem van geldrelaties ook gebruikt om nuttige getalrelaties en rekeneigenschappen toegankelijk te maken en hiermee handig te leren rekenen. Met de invoering van de euro is dit systeem sterk gewijzigd. Ook vanuit deze invalshoek zijn de inhouden van verschillende onderwerpen aangepast. Bij de getallenverkenning heeft het tellen en structureren met respectievelijk 1, 2 en 5, 10, 20 en 50 en 100, 200 en 500 een prominente plaats gekregen. Het handig gebruik van deze eenheden en de relaties ertussen staat ook centraal bij de bewerkingen, zowel wat optellen en aftrekken betreft ($20 + 80 = 100$ en $100 - 80 = 20$) als wat betreft vermenigvuldigen en (informeel) delen ($6 \times 20 = 100 + 20$ en $100 : 5 = 20$, want $5 \times 20 = 100$).

Geheel nieuw voor deze vierde peiling medio basisonderwijs is het onderwerp *Verhoudingen*. Al vroeg in het onderwijs komen in tal van meet- en rekencontexten verhoudingsrelaties aan de orde zonder dat daarbij formele verhoudingstaal wordt gebruikt. Voor deze vierde peiling hebben we daaraan gerelateerde opgaven samengevoegd tot een onderwerp.

De tien onderwerpen

Bovenstaande aanpassingen binnen de domeinbeschrijving hebben er toe geleid dat voor de vierde peiling gerapporteerd wordt over tien onderwerpen. Deze onderwerpen zijn verdeeld over drie deelgebieden:

- *Getallen en bewerkingen* met zes onderwerpen,
- *Meten* met drie onderwerpen,
- *Verhoudingen, breuken en procenten* met één onderwerp.

Het deelgebied *Getallen en bewerkingen* vormt de kern van het reken-wiskundeprogramma van de basisschool. Dit deelgebied wordt

geassocieerd met het begrip gecijferdheid. Leerlingen tonen aan 'gecijferd' te zijn wanneer zij in dagelijkse probleemsituaties getallen en getalsmatige gegevens betekenisvol kunnen interpreteren en adequaat kunnen bewerken. Naast het basale getalinzicht in het onderwerp *Getallen en getalrelaties* omvat dit deelgebied de vier operaties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen op het niveau van basisautomatismen en op het niveau van bewerkingen.

Binnen het deelgebied *Meten* onderscheiden we in deze peiling de onderwerpen *Meten en meetkunde*, *Tijd* en *Geld*.

Het deelgebied *Verhoudingen, breuken en procenten* bevat voornamelijk onderwerpen die pas in de bovenbouw van het basis-onderwijs in het curriculum voor rekenen-wiskunde aan de orde worden gesteld. Een uitzondering kan daarbij gemaakt worden voor het onderwerp *Verhoudingen* dat toch halverwege het basisonderwijs bij tal van meet- en rekencontexten aan de orde is.

Deelgebieden en onderwerpen voor de peiling in 2003

Deelgebied	
1 Getallen en bewerkingen	1 Getallen en getalrelaties
	2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken
	3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen
	4 Bewerkingen: optellen en aftrekken
	5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen
	6 Bewerkingen: complexere toepassingen
2 Meten	7 Meten en meetkunde
	8 Tijd
	9 Geld
3 Verhoudingen, breuken en procenten	10 Verhoudingen

Bij de twee onderwerpen *Basisautomatismen* werden de opgaven door de toetsleider twee keer voorgelezen en kregen de leerlingen vervolgens vijf seconden antwoordtijd en was het de leerlingen niet toegestaan uitrekenpapier te gebruiken. Bij de overige onderwerpen zijn de opgaven in toetsboekjes aan de leerlingen voorgelegd en konden de leerlingen de ruimte naast de opgaven als uitrekenpapier gebruiken.

We geven hier een korte karakteristiek van de verschillende onderwerpen. Bij de bespreking van de resultaten presenteren we een uitvoerige beschrijving van de inhoud van deze onderwerpen zoals deze in de opgaven-verzameling is uitgewerkt en geconcretiseerd.

1 Getallen en getalrelaties

Bij dit onderwerp ligt de nadruk op de ontwikkeling van getalgevoeligheid. Dit gevoel voor getallen komt voort uit de vertrouwdheid met getalstructuren, getalpatronen en relaties tussen getallen, de organisatie van getallen in netwerken van relaties en de ontwikkeling van een eigen systeem van ervaringsgegevens over allerlei hoeveelheden en grootheden. De vaardigheid van de leerlingen wordt op basis van vier aspecten gemeten:

- tientallig ontleden van getallen en het plaatsen van deze getallen in de telrij (c.q. op de getallenlijn);
- resultaatief tellen met wisselende eenheden en het verder tellen en terugtellen met deze eenheden;
- gevarieerd splitsen en ontbinden in factoren;
- vergelijken en afronden.

2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Bij dit onderwerp gaat het om snel en vaardig uitrekenen van elementaire optellingen en aftrekkingen tot 100 door gebruik te maken van parate kennis ($100 - 90 = 10$), getalstructuren en getalrelaties ($56 - 50 = 6$) of geautomatiseerde rekenprocedures ($92 - 6$ via $90 - 4 = 86$ en $84 - 40$ via 4 tientallen wegdenken, $80 - 40 = 40$ en 4 erbij is 44).

3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp gaat het om de snelle en vaardige reproductie van vooral elementaire vermenigvuldigingen en delingen in het getalgebied tot 100. De leerlingen moeten producten uit de tafels van 1 tot en met 10 uit hun geheugen ophalen of kunnen reproduceren via bekende producten in de buurt (6×8 via $5 \times 8 + 8$, eenmaal meer en 9×8 via $10 \times 8 - 8$, eenmaal minder), verdubbelen ($6 \times 8 = 3 \times 8 + 3 \times 8$) en verwisselen (8×6 via 6×8). Daarnaast worden elementaire delingen getoetst die (herhaald) optellend ($12 : 3$ via $4 + 4 + 4$), halverend ($16 : 4 = 4$ via $16 \rightarrow 8 \rightarrow 4$) of omgekeerd vermenigvuldigend ($15 : 5 = 3$, want $5 \times 3 = 15$) kunnen worden opgelost.

4 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Bij de bewerkingen ligt de nadruk op het vaardig en adequaat oplossen van elementaire toepassingsproblemen en contextloze bewerkingen. In groep 5 staat bij optellen en aftrekken het rekenen tot 100 centraal en de toepassing en differentiatie van de geleerde vormen van hoofdrekenen met (afgeronde) getallen in het gebied tot 1000. De gekozen contexten en getallen lokken de drie basisvormen van hoofdrekenen uit: rijgen, splitsen

en handig rekenen. Soms moet de leerling relevante informatie zelf uit een afbeelding of een tabel halen. Alle bewerkingen en problemen met getallen groter dan 100 kunnen rijgend of handig rekenend worden opgelost. De leerling kan echter ook kolomsgewijs of cijferend optellen en aftrekken, zoals dat tegenwoordig in de loop van groep 5 wordt geleerd.

5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp gaat het zowel om vermenigvuldigingen uit de tafels tot en met 10 als om vermenigvuldigingen daarbuiten. In het getalgebied tot 100 doen de problemen en contextloze producten een beroep op het gebruik van de verwissel- en verdeel-eigenschap van vermenigvuldigen om producten als 4×12 , 16×4 , 2×48 en 3×24 te bewerken. De problemen en kale bewerkingen in het getalgebied tot 1000 doen vooral een beroep op rekenen volgens de elementaire vormen van splitsend vermenigvuldigen (6×18 of 18×6), de toepassing van deze procedures bij producten als 4×105 , 3×150 en 5×125 en het inzichtelijk gebruik van de tafels en de nul-regel bij producten als 7×60 , 10×12 , 10×25 en 40×12 .

De voorgelegde deelproblemen sluiten direct aan bij het nieuwe onderwijsprogramma. De nadruk wordt gelegd op de oplossing van de meest voorkomende opdeelproblemen. De leerling kan deze problemen rekenend of redenerend oplossen, respectievelijk via herhaald optellen of herhaald aftrekken, of gebruikmakend van een tafelproduct of van een bekende getalrelatie. Deze deelopgaven worden alleen in context aangeboden. Het formele deelteken wordt niet gebruikt.

6 Bewerkingen: complexere toepassingen

Bij dit onderdeel moeten de leerlingen complexere probleemsituaties oplossen die meer dan één bewerking vereisen, bijvoorbeeld zowel optellen als delen. Deze problemen zijn om drie redenen complexer dan de problemen die bij vermenigvuldigen en delen worden voorgelegd. Ten eerste, omdat er meer relevante gegevens zijn die de leerling bij de modellering van de situatie correct met elkaar in verband moet brengen (de zogenaamde horizontale mathematisering van het probleem). Ten tweede, omdat de leerling stapsgewijs aan de slag moet gaan en dus het overzicht moet houden over aaneensluitende redeneringen en berekeningen. Ten derde, omdat het verhaal een beroep doet op het gecombineerde gebruik van meer typen operaties en bewerkingen. Om de verschillen tussen leerlingen te kunnen waarnemen worden bij deze vierde peiling ook problemen buiten het

getalgebied tot 100 voorgelegd. Ook deze complexere problemen kunnen natuurlijk met uitrekenpapier worden opgelost.

7 Meten en meetkunde

Bij dit onderwerp gaat het om twee onderdelen: meten en meetkunde. Bij meten ligt de nadruk op de notie van maten en maateenheden, het meten met en aflezen van ongestandaardiseerde en enkele gestandaardiseerde maateenheden en enkele eenvoudige herleidingen. Het betreft basiskennis en elementair begrip van lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud en gewicht. Bij meetkunde worden opgaven aangeboden over standpuntbepaling, lezen van plattegronden en ruimtelijk redeneren.

8 Tijd

Bij dit onderdeel gaat het om zowel basiskennis en begrip van klokijken en kalender lezen, als het toepassen van deze kennis in eenvoudige contextsituaties.

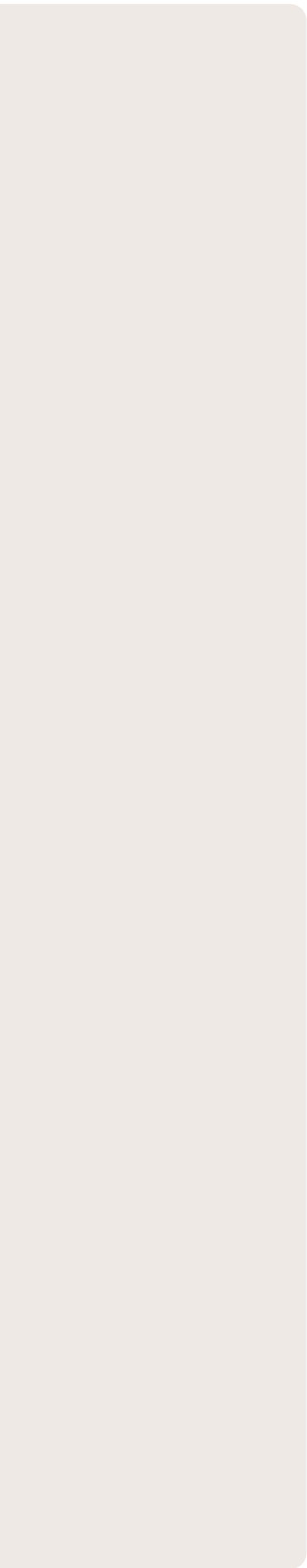
9 Geld

Bij dit onderdeel gaat het om basiskennis en begrip van de namen en de waarden van het Europese valutasysteem. Daarnaast worden in de opgaven elementaire geldhandelingen gevraagd die in alledaagse situaties voorkomen, zoals inwisselen, samenstellen en bij elkaar tellen van bedragen.

10 Verhoudingen

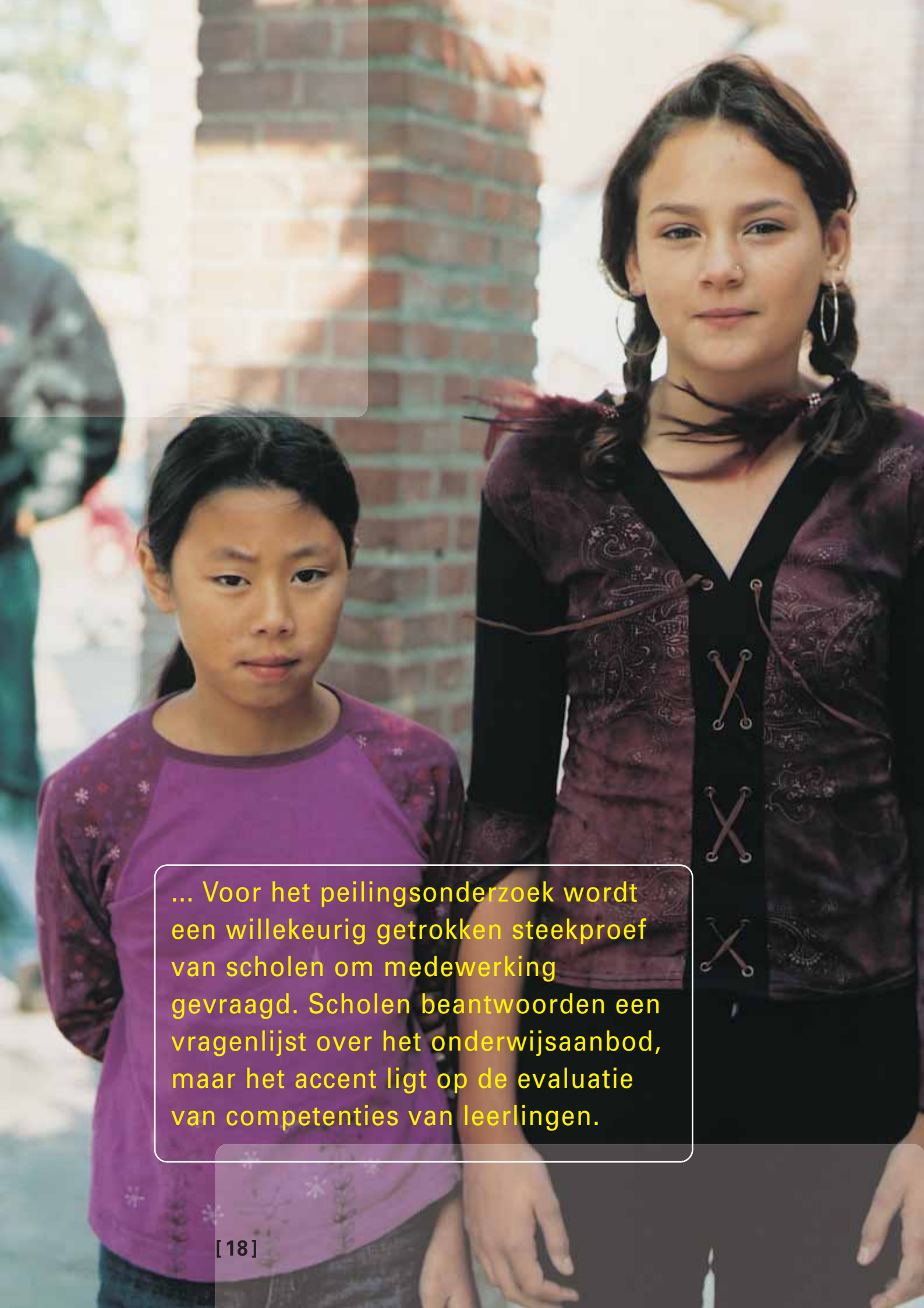
In de peiling medio basisonderwijs doen de opgaven van dit onderwerp vooral een beroep op de meest elementaire vormen van verhoudingsdenken. De verhoudingen zijn visueel met een afbeelding aan de leerlingen voorgelegd en/of zijn in gewone omgangstaal beschreven. Er is dus geen formele verhoudingstaal gebruikt.

In de hoofdstukken 4 en 5 beschrijven we de resultaten van het peilingsonderzoek voor de verschillende onderwerpen.



[02] Het peilingsonderzoek

De belangrijkste aspecten van het peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde zijn de verschillende peilingsinstrumenten zoals vragenlijst en toetsen, de steekproef van scholen en leerlingen, de wijze waarop het onderzoek wordt uitgevoerd en de procedure die is gevolgd voor het vaststellen van de standaarden. We besluiten het hoofdstuk met een beschrijving van de kwalitatieve eigenschappen van de vaardigheidschalen en met een toelichting op de in de rapportage gebruikte afbeeldingen.



... Voor het peilingsonderzoek wordt een willekeurig getrokken steekproef van scholen om medewerking gevraagd. Scholen beantwoorden een vragenlijst over het onderwijsaanbod, maar het accent ligt op de evaluatie van competenties van leerlingen.

Het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde in jaargroep 5 vond plaats in de periode januari/februari 2003. Het peilingsonderzoek is uitgevoerd tegelijk en in samenhang met het onderzoek in de jaargroepen 3, 4 en 5 voor een nieuw te ontwikkelen leerlingvolgsysteem. Dat hield in dat een deel van de opgaven uit het leerlingvolgsysteem ook in het peilingsonderzoek is afgenomen en omgekeerd opgaven voor het peilingsonderzoek ook zijn afgenomen in het LVS-onderzoek. Het voordeel van deze constructie is dat voor de beschrijving van de leerresultaten van een veel uitgebreidere opgavenverzameling gebruikgemaakt kon worden, terwijl in het peilingsonderzoek nu ook resultaten uit de jaargroepen 3 en 4 betrokken kunnen worden. Het nadeel van deze constructie was dat de periode van de toetsafnames voor PPON verschoven moest worden. Traditioneel vinden de peilingsonderzoeken halverwege het basisonderwijs plaats in aansluiting op de herfstvakanties, terwijl de afname nu twee maanden later zou plaatsvinden. Om bij de uit te voeren vergelijkingen met resultaten van eerder peilingsonderzoek te kunnen controleren voor deze verschuiving in afnameperiode is in de periode oktober/november 2003 een deel van de opgaven opnieuw aan leerlingen in jaargroep 5 voorgelegd.

2.1 De peilingsinstrumenten

Met de peilingsinstrumenten verzamelen we informatie over het onderwijsaanbod, de rekenvaardigheid van de leerlingen en over enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen. Het onderwijsaanbod inventariseren we – op bescheiden schaal – met een aanbodvragenlijst. De rekenvaardigheid van de leerlingen onderzoeken we met schriftelijke toetsen. Met de leerlingenlijst verzamelen we achtergrondgegevens van de leerlingen. Deze gegevens gebruiken we voor het schatten van de effecten van leerlingkenmerken op de rekenprestaties van de leerlingen.

De aanbodvragenlijst

Gegevens over het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde inventariseren we met behulp van een schriftelijke aanbodvragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan leraren van de jaargroepen 3, 4 en 5, zodat we in grote lijnen een beeld kunnen schetsen van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in

de onderbouw van het basisonderwijs. De lijst bevat vragen over:

- de methode, oefenmaterialen en computerprogramma's die voor het reken-wiskunde-onderwijs worden gebruikt;
- differentiatievormen, zorgverbreding en remediëring binnen het reken-wiskunde-onderwijs;
- algoritmen die voor het cijferend rekenen worden aangeleerd.

In hoofdstuk 3 beschrijven we de resultaten van deze inventarisatie van het onderwijsaanbod.

De toetsen

In voorgaande peilingsonderzoeken is steeds voor elk onderwerp uit de domeinbeschrijving een afzonderlijke toets samengesteld.

De leerlingen maakten ieder – meestal op één ochtend – drie toetsen, dus opgaven van drie onderwerpen.

Het onderzoeksdesign voor het vierde peilingsonderzoek is ingrijpend gewijzigd. Er is nu gekozen voor een onderzoeksdesign waarbij kinderen in principe opgaven maakten over alle onderwerpen. Daardoor corresponderen de toetsboekjes met de gebruikelijke opzet van rekentoetsen waarbij leerlingen immers ook opgaven uit alle onderwerpen krijgen voorgelegd.

Verdeling van opgaven over de verschillende onderwerpen

Onderwerp	PPON-opgaven	LVS-opgaven
Hoofdrekenkentictees		
* Basisoperaties optellen	24	12
* Basisoperaties aftrekken	24	12
* Basisoperaties vermenigvuldigen	16	6
* Basisoperaties delen	8	0
Totaal	72	30
Schriftelijke toetsopgaven		
* Getallen en getalrelaties	36	24
* Bewerkingen: optellen en aftrekken	36	24
* Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	36	23
* Bewerkingen: complexere toepassingen	18	16
* Meten en meetkunde	36	20
* Tijd en geld	36	20
* Verhoudingen	18	16
Totaal	216	143

De totale opgavenverzameling van het specifieke PPON-onderdeel bestond uit 216 unieke PPON-opgaven, aangevuld met 143 opgaven uit het LVS-onderzoek voor einde jaargroep 4, medio jaargroep 5 en einde jaargroep 5. De PPON-opgavenverzameling bevat naast nieuw ontwikkelde opgaven ook opgaven uit eerder peilingsonderzoek om een vergelijking over de tijd mogelijk te maken.

De toetsen voor de basisautomatismen zijn klassikaal in de vorm van hoofdreken dictees afgenomen. De toetsleider las iedere opgave twee keer voor waarna de leerlingen vijf seconden antwoordtijd kregen. Bij deze toetsen mocht de leerling de vrije ruimte in het toetsboekje niet gebruiken als uitrekenpapier. In totaal waren er 10 reken dictees, waarbij elke opgave in twee verschillende dictees voorkwam. De lengte van deze dictees varieerde van 19 tot 23 opgaven.

De opgaven voor de acht overige onderwerpen zijn verdeeld over tien sets van elk iets meer dan 100 opgaven (variërend van 103 – 111 opgaven) met dien verstande dat iedere opgave in minstens drie en soms in vier sets voorkwam. De opgaven van iedere set zijn vervolgens verdeeld over drie toetsboekjes van elk ongeveer 35 opgaven. De leerlingen maakten op een afnameochtend de drie toetsen van een – willekeurig toegewezen – set. Op deze manier hoeven leerlingen slechts een beperkt aantal opgaven te maken, maar kunnen we in het onderzoek toch een uitspraak doen over de totale opgavenverzameling. Vrijwel alle opgaven waren open vragen, waarbij de leerling dus zelf het antwoord moest opschrijven. Leerlingen mochten ook onbeperkt in het boekje de opgave uitrekenen en eventuele tussenoplossingen noteren.

De leerlingenlijst

Met de leerlingenlijst verzamelen we achtergrondkenmerken van de leerlingen. Deze gegevens gebruiken we voor de analyses van verschillen tussen leerlingen. Het betreft dan gegevens over geslacht, leeftijd en formatiegewicht van de leerling. De variabele leeftijd vervangen we door de variabele *leertijd* met de volgende twee categorieën:

- regulier, de leerlingen in jaargroep 5 die in dat schooljaar 9 jaar worden of jonger zijn;
- vertraagd, de oudere leerlingen.

De variabele *formatiegewicht* behoeft misschien enige toelichting. Het formatiegewicht wordt gebruikt voor de bepaling van de formatieomvang op een school. Voor de bepaling van het formatiegewicht worden

leerlingen gecategoriseerd naar een combinatie van opleidingsniveau, sociaal-economische status en etnische herkomst van de ouders. Er worden vijf formatiegewichten onderscheiden:

- 1.25 (nu factor 0.25) voor Nederlandse arbeiderskinderen (in termen van opleidings- en/of beroepsniveau van de ouders);
- 1.40 (nu factor 0.40) voor schipperskinderen in internaat of pleeggezin;
- 1.70 (nu factor 0.70) voor kinderen uit de reizende en trekkende bevolking;
- 1.90 (nu factor 0.90) voor kinderen uit gezinnen waarvan ten minste een van de ouders van niet-Nederlandse herkomst is (en beperkingen kent in opleidings- en beroepsniveau);
- 1.00 (nu factor 0.00) voor alle andere kinderen.

De formatiegewichten 1.40 en 1.70 komen nauwelijks of niet in de steekproef voor.

Voorzover deze leerlingen voorkomen, worden zij gerekend tot de categorie 1.25. Veel scholen inventariseren deze gegevens overigens niet omdat te weinig leerlingen een gewicht hoger dan 1.00 hebben en er dus geen effect van uitgaat op de formatiebepaling van de school. In dat geval krijgen alle leerlingen het gewicht 1.00.

Overigens is per 1 december 1993 de definitie van formatiegewicht 1.25 aangepast (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 1993). Voorheen werd dit formatiegewicht toegekend aan die leerlingen van wie één van beide ouders een lage opleiding genoten heeft. Vanaf december 1993 geldt de lage opleidings-eis voor beide ouders. Tot het schooljaar 1997–1998 heeft een overgangsregeling bestaan, maar vanaf 1 augustus 1997 is het aangescherpte criterium van kracht. Concreet betekent dit dat een aantal leerlingen die voorheen formatiegewicht 1.25 zouden krijgen, nu onder formatiegewicht 1.00 valt. Het zal duidelijk zijn dat de aangescherpte definitie van formatiegewicht 1.25 ook gevolgen heeft voor het formatiegewicht 1.00. Het aantal leerlingen in de populatie met formatiegewicht 1.25 is afgenomen, terwijl het aantal leerlingen in de populatie met formatiegewicht 1.00 navenant is toegenomen. De consequentie is verder dat de definities van de formatiegewichten 1.00 en 1.25 in deze rekenpeiling niet meer gelijk zijn aan die van de formatiegewichten 1.00 en 1.25 in de eerdere rekenpeilingen. Bij de analyses van de verschillen tussen leerlingen moeten we rekening houden met de gewijzigde definitie wanneer we de resultaten van deze peiling vergelijken met die van de eerdere peilingen (zie ook paragraaf 2.4 en hoofdstuk 6).

2.2 De steekproef van scholen en leerlingen

De stratumindeling voor de steekproeftrekking op basis van schoolscores

Peilingsonderzoek vindt altijd plaats bij een steekproef van basisscholen. Uitgaande van een gemiddelde jaargroepgrootte van 25 leerlingen per school was de gewenste steekproefomvang bepaald op 80 basisscholen, ongeveer 2000 leerlingen. Voor de steekproeftrekking zijn de scholen verdeeld in drie groepen of strata op basis van hun schoolscores. De schoolscore is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen (zie paragraaf 2.1) en bestaat uit de ratio van het gewogen aantal leerlingen en het nominale aantal leerlingen, met aftrek van een correctieterm van het gewogen aantal leerlingen. Deze correctieterm bedraagt 9% van het nominale aantal leerlingen, waardoor de schoolscore (uitgaande van de voorheen geldende formatiegetallen) een bereik heeft van 0.91 tot 1.81.

Op basis van de schoolscores zijn de basisscholen voor de steekproeftrekking in drie strata verdeeld. Deze stratumindeling weerspiegelt in globale termen een indeling van de schoolpopulatie op basis van de sociaal-economische achtergrond van de schoolbevolking.

De herdefinitie van het formatiegewicht 1.25 (zie paragraaf 2.1) heeft ook consequenties voor de variabele stratum. Immers, de variabele stratum is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen. De aangescherpte definitie van formatiegewicht 1.25 resulteert in minder leerlingen met formatiegewicht 1.25 en meer leerlingen met formatiegewicht 1.00. Dit heeft weer tot gevolg dat er in de populatie minder scholen zijn met een relatief hogere schoolscore. Bij een in vergelijking met vorige peilingen gelijkblijvende stratumindeling zouden er dan nog maar weinig scholen in stratum 2 en 3 voorkomen. Daarom is de stratumindeling aangepast. De stratumgrenzen zijn nu gelegd bij de schoolscores 1.00 en 1.20. In eerdere peilingen lagen deze grenzen bij de schoolscores 1.05 en 1.15. Net als bij de variabele formatiegewicht is met de wijziging van de stratumdefinitie rekening gehouden in de analyses van de verschillen tussen leerlingen (zie paragraaf 2.4 en hoofdstuk 6).

De stratumindeling van de basisscholen in 2003 (N = 7172)

Stratum	School-score	Omschrijving	Omvang* in de populatie
Stratum 1	≤ 1.00	Overwegend kinderen van ouders met afgeronde voortgezette opleidingen, weinig allochtone kinderen.	59,5%
Stratum 2	1.01 – 1.20	Relatief meer Nederlandse arbeiders-kinderen, weinig allochtone kinderen.	26,8%
Stratum 3	> 1.20	Vooraf Nederlandse arbeiderskinderen en allochtone kinderen.	13,7%
* teldatumbestand oktober 2002			

De respons binnen de steekproef naar stratum

	Stratum 1			Stratum 2			Stratum 3		
	omvang	respons	%	omvang	respons	%	omvang	respons	%
Basissteekproef	47	19	40	22	12	55	22	12	55
Reservesteekproef	82	31	38	20	7	35	20	7	35
Totaal / % beoogd		50	106		19	86		19	86

De respons van scholen

Naar rato van de omvang van ieder stratum binnen de populatie basisscholen is een basissteekproef van 81 scholen getrokken. Voor elke school in de basissteekproef worden reservescholen getrokken met dezelfde of meest naastgelegen schoolscore. Gegeven de respons uit de basissteekproef zijn in tweede instantie voor elke niet-deelnemende school in stratum 1 drie reservescholen, in stratum 2 twee reservescholen en in stratum 3 vier reservescholen aangeschreven. In totaal zijn er 215 scholen benaderd, waarvan er 77 (dat is 35,8%) aan het peilingsonderzoek hebben meegedaan. De redenen waarom scholen niet meedoen zijn verschillend, maar hebben vaak te maken met de werkdruk. De definitieve steekproefomvang is 95% van de beoogde omvang van 80 scholen. Er hebben in totaal 2032 leerlingen aan het peilingsonderzoek meegedaan en daarmee is de beoogde steekproefomvang gerealiseerd. De toetsen zijn door voldoende leerlingen gemaakt om een betrouwbaar beeld te kunnen schetsen van de vaardigheid in de populatie leerlingen.

Wat de leerlingkenmerken betreft is het opvallend dat er onder jongens aanmerkelijk meer vertraagde leerlingen zijn dan onder meisjes (respectievelijk 21,9% en 13,5%). Het percentage vertraagde leerlingen neemt ook duidelijk toe met het formatiegewicht. Onder 1.00-leerlingen is het percentage vertraagde leerlingen 14,6%, onder 1.25-1.70-leerlingen is dat 24,5% en onder 1.90-leerlingen zelfs 39,6%.

De verdeling van de formatiegewichten in de drie steekproef-strata

Stratum	Aantal leerlingen	Formatiegewicht		
		1.00	1.25	1.90
Stratum 1	1304	88%	10%	2%
Stratum 2	534	73%	16%	11%
Stratum 3	150	33%	11%	55%
Totaal	1988	80%	12%	8%

De samenstelling van de steekproef van leerlingen

	% scholen	% leerlingen jaargroep 5*
Stratum		
* 1	65	64
* 2	25	28
* 3	10	7
Geslacht		
* jongens		50
* meisjes		48
Leertijd		
* regulier		80
* vertraagd		17
Formatiegewicht		
* 1.00		78
* 1.25-1.70		12
* 1.90		8
Herkomst 1.90 leerlingen		
* Turkije		2,4
* Marokko, Tunesië		1,9
* Griekenland, Joegoslavië		0,2
* Spanje, Italië, Portugal		0,1
* Suriname, Nederlandse Antillen, Aruba		0,6
* overig/onbekend		2,7
Totaal aantal	77	2032
* wegens ontbrekende gegevens sommeren percentages niet altijd tot 100		

Binnen elk stratum is de verdeling van de steekproef van scholen over de schoolscores representatief voor de verdeling in de populatie. Ook wat de regionale spreiding betreft, zijn er binnen de steekproef geen significante afwijkingen ten opzichte van de schoolpopulatie gevonden.

2.3 De uitvoering van het onderzoek

Het peilingsonderzoek vond plaats in de periode januari/februari 2003. Het onderzoek is uitgevoerd door vooraf geïnstrueerde toetsleiders. De toetsleiders bezochten meestal gedurende een ochtend een groep voor de afname van de toetsen.

Nadat de toetsleider zichzelf en het onderzoek kort had geïntroduceerd, kreeg elke leerling een mapje met daarin de drie rekentoetsen en een blad voor het hoofdrekenidictee. De toetsleider gaf vervolgens een klassikale instructie aan de hand van een drietal voorbeeld-opgaven. De toetsleider wees de leerlingen er op dat zij de ruimte naast de opgaven in het boekje als uitrekenpapier mochten gebruiken. Vóór de ochtendpauze maakten de leerlingen met een korte onderbreking twee reken-toetsen, na de ochtendpauze maakten zij de derde rekentoets. De afname werd afgesloten met het hoofdrekenidictee. In principe was er voor de afname van de schriftelijke reken-toetsen 40 tot 45 minuten gereserveerd, maar meestal duurde de afname van een toets niet veel langer dan 30 minuten.

De afnameprocedure voor het hoofdrekenidictee was dezelfde als in de vorige peiling. De toetsleider las de opgaven twee keer hardop voor, waarna de leerling het antwoord op het antwoordblad noteerde. Op het antwoordblad stonden geen opgaven genoteerd, maar alleen de opgavennummers met antwoordstrepen. De leerlingen kregen voor iedere opgave vijf seconden antwoordtijd. De hoofdrekenidictees bevatten opgaven uit verschillende operaties, maar wel naar type operatie gegroepeerd. De toetsleider is geïnstrueerd de leerlingen te attenderen op een wijziging van operatietype. De afname van een hoofdrekenidictee duurde ongeveer vijf minuten.

2.4 De analyse van de resultaten

Het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde is uitgevoerd in een zwaluwstaart-constructie met de onderzoeken die plaatsvonden voor de ontwikkeling van een

nieuw leerlingvolgsysteem. In januari/februari en mei/juni 2003 zijn voor dit leerlingvolgsysteem onderzoeken gehouden in de jaargroepen 3, 4 en 5. De zwaluwstaartconstructie houdt in dat opgaven voor het PPON-onderzoek ook vertegenwoordigd waren in het LVS-onderzoek en omgekeerd. Dat biedt de mogelijkheid voor beide onderzoeken om van elkaars gegevens gebruik te kunnen maken. Met name ontstaat hierdoor voor de beide onderzoeken een veel bredere opgavenverzameling voor de resultaatanalyses. De implicatie was wel dat het PPON-onderzoek dat traditioneel plaatsvond in aansluiting op de herfstvakanties (november-december) verschoven moest worden naar januari-februari. Dit vertroebelt de vergelijking met eerdere peilingsonderzoeken en daarom is het PPON-onderzoek in november-december 2003 in afgeslankte vorm herhaald. Deze opzet betekent dat voor de analyse van de resultaten is gebruikgemaakt van vier gegevensbestanden:

- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in januari-februari 2003;
- het gegevensbestand van de onderzoeken in de jaargroepen 3, 4 en 5 voor het nieuwe leerlingvolgsysteem in januari-februari en in mei-juni 2003;
- het gegevensbestand van het extra PPON-peilingsonderzoek in november-december 2003;
- de gegevensbestanden van eerdere peilingsonderzoeken in 1992 en 1997.

Waarschijnlijk vanwege met name de sterk inhoudelijke veranderingen in het reken-wiskundeonderwijs in de afgelopen 15 jaar bleek het niet goed mogelijk om ook de gegevens van de eerste peiling uit 1988 in dit onderzoek te betrekken.

In eerste instantie zijn op basis van het geheel aan gegevensbestanden psychometrische analyses uitgevoerd met behulp van OPLM (Verhelst, Glas en Verstralen, 1993). Deze analyses hebben geresulteerd in tien vaardigheidsschalen, een voor elk onderwerp in de peiling. De tabel geeft een overzicht van de psychometrische eigenschappen van deze vaardigheidsschalen.

Het kalibreren van een opgavenverzameling is vaak een omvangrijk werk. Het is hier niet de plaats om daar uitvoerig op in te gaan. In het intern projectmemo 'Kwaliteitscontrole van PPON-schalen' heeft Verhelst een aantal procedures bijeengezet die een rol kunnen spelen bij de kalibratie van de opgaven voor een vaardigheidsschaal. Zeker wanneer er onvoldoende passing wordt verkregen tussen opgaven en schaal, vinden er controles plaats op multidimensionaliteit van de opgaven-

verzameling en van homogeniteit van de leerlingpopulatie met betrekking tot de opgaven. Uiteindelijk wordt een opgavenverzameling verkregen waarvoor in principe geldt dat a) individuele opgaven binnen het model passen, b) opgaven in verschillende groepen op dezelfde wijze functioneren, dus onafhankelijk van de groep (vrijwel) dezelfde itemparameters hebben, c) er zoveel mogelijk een homogene verdeling is van de p-waarden op de Si-toetsen over het interval (0,1) met zo weinig mogelijk significante waarden en waarbij d) de R1c-toets niet significant is. Geconstateerd moet worden dat het laatste criterium bij geen van de schalen het geval is. Dit kan toegeschreven worden aan het grote aantal waarnemingen op de opgaven waardoor relatief kleine verschillen toch significant worden. Additionele analyses hebben dan inmiddels uitgewezen dat verdergaande itemselecties geen bijdrage meer leveren aan een verbetering van de R1c-toets, waarop de schaal dus niettemin wordt geaccepteerd.

Significante afwijkingen worden geacht weinig betekenis te hebben zolang de waarde van de R1c niet veel afwijkt (niet meer dan een factor 1.5) van het aantal vrijheidsgraden van de toetsingsgrootte. Bij geen van de vaardigheidsschalen wordt dit criterium overschreden.

Vervolgens zijn er per onderwerp drie analyses uitgevoerd, waarvoor telkens de daarvoor relevante opgavenverzameling met de bijbehorende leerlinggegevens werden geselecteerd. De eerste analyse betrof alleen de gecombineerde gegevens van het PPON-onderzoek en het LVS-onderzoek in jaargroep 5 in januari 2003. Op basis van deze gegevens beschrijven we in de hoofdstukken 4, 5 en 6 de vaardigheden van leerlingen evenals de verschillen tussen leerlingen in relatie tot formatiegewicht, geslacht, stratum en leertijd. Voor de tweede analyse hebben we naast deze PPON-gegevens ook de gegevens uit het LVS-onderzoek betrokken. Hierdoor kunnen we een vergelijking maken tussen de vaardigheden van leerlingen op verschillende momenten in de onderbouw van het basisonderwijs.

We rapporteren en vergelijken deze gegevens voor vier momenten: medio jaargroep 4 (M4), eind jaargroep 4 (E4), medio jaargroep 5, (M5) en eind jaargroep 5 (E5). Het betreft hier de M5-afname in januari. In hoofdstuk 6 zullen we in de jaarvergelijkingen de oktoberafname van PPON betrekken. Ten slotte is een derde analyse uitgevoerd waarin we de gegevens van de verschillende PPON-peilingen hebben samengenomen en op basis waarvan we effecten van afnamejaar en methode rapporteren.

schaal	Discriminatie-indices				Verdeling van de p-waarden op S _i -toetsen*													R1c-toets			Aantal leerlingen per opgave	
	aantal opgaven	range	geom. gem.	0.5 VI														R1c	df	p	gem.	range
					-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	?							
Getallen en getalrelaties	379	1- 8	3.0	21	29	37	37	38	40	42	36	25	41	33		7875,8	5533	.00	819	384-2960		
Basisautomatismen:																						
optellen en aftrekken	297	1- 5	2.9	11	20	35	35	16	29	20	24	23	33	40	11	3439,9	2373	.00	834	105-3547		
Basisautomatismen:																						
vermenigvuldigen en delen	94	2- 4	3.0	7	0	10	4	9	4	11	9	8	8	4	20	538,5	359	.00	656	204-1626		
Bewerkingen:																						
optellen en aftrekken	368	1- 6	3.0	24	17	35	43	47	29	43	41	23	32	34		6962,7	5296	.00	829	383-2891		
Bewerkingen:																						
vermenigvuldigen en delen	234	1- 5	2.9	17	12	26	40	23	22	23	21	17	18	15		4956,5	3614	.00	963	399-2894		
Bewerkingen:																						
complexere toepassingen	160	1- 6	3.0	8	6	20	18	19	16	13	16	12	13	19		2463,6	2177	.00	930	452-2876		
Meten en meetkunde	209	1- 6	3.0	11	10	14	24	20	18	25	26	21	14	26		3917,3	3024	.00	940	407-4309		
Tijd	110	1-11	2.9	15	8	11	12	12	8	9	8	9	7	11		1758,7	1355	.00	1083	388-2890		
Verhoudingen	78	2- 5	3.0	8	4	10	8	12	9	4	3	5	8	7		1572,3	1267	.00	1122	415-1962		
Tijd en geld	147	1- 7	3.0	13	9	12	16	22	17	10	12	13	16	7		2625,1	2127	.00	883	388-2550		

Voor iedere vaardigheids-schaal is de omvang van de opgavenverzameling gegeven.

Range en geometrisch gemiddelde (geom.gem.) van de discriminatie-indices van deze opgaven. Deze indices bepalen de lengte van de op de vaardigheidsschalen afgebeelde IRT-segmenten: relatief hogere indices leiden tot kortere segmenten.

Overzicht van de overschrijdingskansen voor de S_j-toetsen (Verhelst, 1993). S_j-toetsen zijn bedoeld om tijdens de kalibratie van de opgavenverzameling model-schendingen op opgavenniveau te ontdekken. De tabel toont het eindresultaat van de kalibratie. In principe wordt een rechte verdeling verwacht over de onderscheiden intervallen, waarbij de eerste twee intervallen dan samengenomen moeten worden. De p-waarde is niet bepaald (?) wanneer het niet mogelijk is om voor de Chi2-toetsing vijf groepen te vormen. Meestal is dat het geval bij extreem gemakkelijke of moeilijke opgaven.

De R1c-toets is een globale toets die beschouwd kan worden als een combinatie van Si-toetsen (Verhelst, 1993). De tabel bevat de toetsingsgrootheid R1c, de vrijheidsgraden (df) en de overschrijdingskans (p).

Ten slotte vermeldt de tabel hoeveel leerlingen de opgaven hebben gemaakt. Omdat het hier geen standaard toetsen betreft maar opgaven-verzamelingen, varieert meestal het aantal leerlingen per opgave in een verzameling. Per schaal staat daarom het gemiddeld aantal leerlingen per opgave vermeld naast het minimum en maximum aantal (range).

Een complicerende factor bij deze laatste analyses is dat in de laatste peiling een nieuwe aangescherpte definitie van formatie gewicht 1.25 van toepassing is, waardoor ook de definitie van formatiegewicht 1.00 is gewijzigd (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 1993). Als gevolg van deze herdefinities is ook de stratumindeling, die op de formatiegewichten gebaseerd is, aangepast. In de opzet van de derde serie analyses is met deze verschuiving rekening gehouden door de variabele formatiegewicht te verkorten tot twee categorieën: formatie-gewicht 1.90 en formatiegewichten < 1.90 en de variabele stratum buiten de analyses te

houden. Op basis van de resultaten van deze laatste analyses rapporteren we resultaten voor jaar van afname en voor verschillen tussen methoden.

2.5 Het standaarden-onderzoek

Het peilingsonderzoek resulteert in een vrij gedetailleerd beeld van de rekenvaardigheid van leerlingen medio basisonderwijs en laat aan de hand van opgaven en ontwikkelings-lijnen zien wat deze leerlingen op

verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of nog niet beheersen. De vraag is vervolgens hoe deze resultaten gewaardeerd moeten worden. Wat verwachten we eigenlijk van leerlingen in deze fase van het onderwijs en hoe verhoudt zich dat tot de bereikte resultaten? Welke vaardigheden, competenties zo men wil, zouden leerlingen bij de afsluiting van de onderbouw van het basisonderwijs bereikt moeten hebben? En in hoeverre hebben ze die dan bereikt? Voor het beantwoorden van deze vragen is in oktober 2004 een standaardenonderzoek uitgevoerd. De standaarden die voor elk onderwerp afzonderlijk zijn vastgesteld, hebben geen voorschrijvend karakter maar zijn bedoeld als referentiekader voor de discussie over de kwaliteit van het onderwijs.

Drie standaarden

Er zijn voorafgaande aan het onderzoek drie standaarden geformuleerd: de standaard Minimum, de standaard Voldoende en de standaard Gevorderd. De standaard Voldoende is de belangrijkste standaard, omdat daarmee het niveau wordt aangegeven waarbij sprake is van voldoende beheersing, dat wil zeggen van een vaardigheidsniveau dat voldoet aan de verwachtingen, de gewenste onderwijsopbrengst. Leerlingen beneden dit niveau dreigen de aansluiting met het reguliere onderwijs te gaan verliezen en vormen een risicogroep.

Het is niet reëel te veronderstellen dat alle leerlingen dit niveau aan het eind van de onderbouwfase zullen bereiken. Dan zou het gewenste niveau van beheersing op een wel zeer elementair niveau geformuleerd moeten worden. Anderzijds moet een voldoende niveau van beheersing uiteraard wel door de meerderheid van de leerlingen bereikt (kunnen) worden, waarbij in de beschrijving van de standaard is gekozen voor 70% tot 75% van de leerlingen.

Voorzover leerlingen de standaard Voldoende niet bereiken dient het onderwijs te streven naar een minimaal vaardigheidsniveau. Dit niveau wordt geformuleerd met de standaard Minimum, dat door vrijwel alle leerlingen (90% tot 95%) bereikt zou moeten worden. Leerlingen op het niveau van de standaard Minimum behoren echter al tot de leerlingen met een duidelijke achterstand. Het zou het onderwijs er alles aan gelegen moeten liggen om te voorkomen dat leerlingen beneden het niveau van de standaard Minimum presteren. De standaard Gevorderd is van een andere orde. Deze standaard bedoelt vooral aan te geven welke opgaven en daaraan gerelateerde

onderwijshouden nog niet thuishoren in het curriculum voor het reken-wiskundeonderwijs medio jaargroep 5. Ongetwijfeld zullen er leerlingen zijn die deze opgaven kunnen maken, maar zij overstijgen het reguliere onderwijsaanbod voor de betreffende onderwijsfase.

Definities van standaarden

Standaarden	Omschrijving
Minimum	Deze standaard geeft het niveau aan waarop het betreffende onderwerp minstens beheerst zou moeten worden. Het is het niveau dat minimaal vereist is om – zij het misschien met enige vertraging en extra hulp – het onderwijs in het leerstofgebied te kunnen vervolgen. Dit niveau zou door vrijwel alle leerlingen medio jaargroep 5 bereikt moeten zijn. Verwacht mag worden dat dit niveau bij 90% tot 95% van de leerlingen wordt gerealiseerd.
Voldoende	Deze standaard geeft het niveau aan waarop halverwege jaargroep 5 het betreffende onderwerp beheerst moet worden. Er is dan sprake van voldoende mate van beheersing om met succes het onderwijs in het leerstofgebied te kunnen vervolgen. Verwacht mag worden dat de meeste leerlingen medio jaargroep 5 dit niveau bereiken en dat het basisonderwijs dit niveau bij 70% tot 75% van de leerlingen weet te realiseren.
Gevorderd	Deze standaard geeft een niveau aan waarboven opgaven en de daaraan gerelateerde rekeninhouden het reguliere onderwijsaanbod voor leerlingen medio jaargroep 5 overstijgen. De implicatie is dan wel dat voor leerlingen op en boven dit niveau specifieke onderwijsarrangementen ingericht moeten worden.

Het vaststellen van de standaarden

Over de vraag wat van leerlingen in deze fase van het onderwijs verwacht mag worden, zullen de meningen ongetwijfeld verdeeld zijn. Daarom is voor het standaardenonderzoek een panel van geïnformeerde deskundigen uitgenodigd, waarvoor een willekeurige selectie van basisscholen, schooladviesdiensten en Pabo's is aangeschreven. Het panel beoordelaars bestond uit leraren basisonderwijs met minstens drie jaar ervaring in jaargroep 5 (veertien deelnemers), schooladviseurs (vijf deelnemers) en Pabo-

docenten rekenen-wiskunde (zeven deelnemers).

Het vaststellen van de standaarden voor ieder onderwerp verliep in drie fasen.

Fase 1

In de eerste fase krijgen de beoordelaars een boekje met alle beschikbare opgaven, gerangschikt naar moeilijkheidsgraad van gemakkelijk tot moeilijk. Zij maken de opgaven, controleren hun antwoorden en geven vervolgens voor iedere standaard een eerste oordeel. Deze oordelen worden gegeven op vaardigheidsschalen zoals die in deze publicatie bij ieder onderwerp zijn afgebeeld. De vaardigheidsschaal laat voor elk scorepunt zien welke opgaven de leerlingen goed, redelijk of onvoldoende beheersen. De beoordelaars kiezen voor elke standaard een scorepunt op de vaardigheidsschaal dat het beste past bij hun oordeel. De vaardigheidsschaal op deze beoordelingsformulieren is in deze fase echter zodanig aangepast, dat de beoordelaars niet geïnformeerd worden over de werkelijke vaardigheidsverdeling in de populatie en ook de percentielindeling op de vaardigheidsschaal is verwijderd. De eerste oordelen zijn daardoor persoonlijke oordelen en alleen gebaseerd op inhoudelijke afwegingen, waarbij de beoordelaars wel zijn geïnformeerd over de relatieve moeilijkheid van de opgaven.

Fase 2

Vervolgens discussiëren de beoordelaars in kleine groepen van gemengde samenstelling – meestal samengesteld uit drie leraren basis-onderwijs, een schooladviseur en een Pabo-docent – over hun eerste oordelen. Deze discussies geven de beoordelaars de gelegenheid over en weer hun argumenten uit te wisselen over de gemaakte keuzen en het eigen oordeel ook inhoudelijk aan dat van anderen te toetsen. Na afloop van de discussies geeft iedere beoordelaar een tweede oordeel voor iedere standaard en ook dit oordeel wordt op de getransformeerde vaardigheidsschaal gegeven, zoals in de vorige fase. We wijzen de beoordelaars erop dat de discussies niet primair gericht zijn op consensus, maar dat anderzijds de mate van consensus de validiteit van de standaarden versterkt. Het tweede oordeel wordt in de computer ingevoerd en voor iedere standaard worden de mediaan (dat is het middelste oordeel), het interkwartielbereik (dat is het bereik van de middelste 50% van de oordelen) en het totale bereik van de oordelen berekend.

Fase 3

In de derde en laatste beoordelingsfase krijgen de beoordelaars de vaardigheidsschaal uitgereikt met de juiste vaardigheidsschaal en waarop ook de percentielindeling is afgebeeld. De beoordelaars worden dus nu geïnformeerd over de feitelijke vaardigheidsverdeling in de populatie. Deze vaardigheidsschaal presenteren we ook op een projectiescherm aan de groep. Bovendien zijn daarop nu ook de gegevens van de groepsoordelen afgebeeld. Iedere beoordelaar kan nu nagaan hoe de eigen oordelen zich verhouden tot de werkelijke vaardigheidsverdeling en welke posities deze oordelen innemen in het totaal van de groepsoordelen. De onderzoeksleider bespreekt met de groep de verhouding tussen de feitelijke vaardigheidsverdeling en de gewenste beheersingsniveaus volgens de gegeven standaarden binnen de groep. Na kennis te hebben genomen van deze aanvullende informatie geeft iedere beoordelaar voor elke standaard een definitief oordeel op de werkelijke vaardigheidsschaal.

Resultaten

Op de vaardigheidsschalen in de hoofdstukken 4 en 5 is voor iedere standaard het interkwartielbereik van de oordelen uit de derde fase afgebeeld. Hoe groter de overeenstemming tussen de beoordelaars, hoe kleiner dit bereik zal zijn. In onderstaande tabel geven we een globaal overzicht van het verloop van de beoordelingen over de drie beoordelingsfasen, waarbij we ons beperken tot de standaarden Minimum en Voldoende. De verschuivingen in de gemiddelde oordelen tussen de eerste twee beoordelingsfasen zijn meestal gering en niet groter dan vijf schaalpunten. Uitzonderingen zijn voor de standaard Minimum de onderwerpen *Bewerkingen: complexere toepassingen* en *Tijd* en voor de standaard Voldoende de onderwerpen *Tijd* en *Geld*. Alhoewel de discussies in de groepen wel een effect hebben gehad op de individuele oordelen zoals we direct zullen zien, zijn zij slechts in geringe mate van invloed geweest op het gemiddelde oordeel in het beoordelaarspanel. Er zijn daarentegen wel een aantal duidelijke verschuivingen in het gemiddelde oordeel tussen de tweede en derde beoordelingsfase. Voor de standaard Minimum zien we dat het gemiddelde niveau op de onderwerpen *Bewerkingen: complexere toepassingen* en *Tijd* weer is toegenomen en is hersteld tot het oorspronkelijke niveau, terwijl de oordelen op de onderwerpen *Getallen en getalrelaties*, *Bewerkingen: optellen en aftrekken*, *Geld* en *Verhoudingen*

duidelijk naar beneden zijn bijgesteld. Voor de standaard Voldoende zijn de oordelen op vier onderwerpen, *Getallen en getalrelaties*, *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen*, *Geld* en *Verhoudingen*, duidelijk bijgesteld. Er vinden dus bijstellingen plaats als de beoordelaars zien dat de afstand tussen hun oordelen en het feitelijke niveau te groot is.

Gemiddelde (gem.) en standaardafwijking (s.a.) van de oordelen in de drie beoordelingsfasen van het standaardenonderzoek

Standaard Beoordelingsfase		Minimum			Voldoende			Gevorderd		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
Getallen en getalrelaties	gem.	210	206	196	263	262	252	316	310	309
	s.a.	17,6	9,0	16,3	16,1	10,8	12,6	24,0	17,3	17,0
Basisautomatismen: optellen en aftrekken	gem.	199	199	196	237	241	236	282	293	293
	s.a.	16,9	9,9	8,8	20,5	10,2	13,5	25,3	15,1	15,2
Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen	gem.	195	194	192	237	235	231	283	286	288
	s.a.	14,2	7,5	6,5	16,1	11,7	9,3	14,1	12,4	11,4
Bewerkingen: optellen en aftrekken	gem.	207	208	199	265	265	247	316	315	310
	s.a.	22,4	19,8	19,5	19,4	17,5	25,5	12,4	7,1	10,2
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	gem.	184	183	186	247	247	241	309	303	305
	s.a.	24,2	16,9	7,5	26,2	23,0	15,6	20,1	15,2	12,4
Bewerkingen: complexere toepassingen	gem.	182	173	182	248	243	239	304	300	304
	s.a.	31,0	24,6	14,6	24,0	17,4	14,9	22,3	23,2	17,3
Meten en meetkunde	gem.	186	184	186	240	243	238	304	303	305
	s.a.	18,6	15,2	9,0	20,9	14,9	9,0	20,0	15,6	10,3
Tijd	gem.	177	169	179	251	240	239	307	297	299
	s.a.	17,1	16,2	10,8	28,3	21,4	15,7	26,0	12,3	23,4
Geld	gem.	235	233	221	285	277	269	336	334	329
	s.a.	15,6	15,2	18,4	17,0	17,7	21,2	13,0	9,8	11,2
Verhoudingen	gem.	235	236	220	281	282	262	326	324	316
	s.a.	16,6	13,0	20,1	17,4	12,9	21,6	9,9	9,8	10,7

Over het algemeen heeft de procedure geleid tot grotere overeenstemming tussen beoordelaars. Voor zowel de standaard Minimum als de standaard Voldoende geldt dat de standaardafwijking van de oordelen in de tweede beoordelingsfase vaak aanmerkelijk is gereduceerd vergeleken met de standaardafwijking in de eerste beoordelingsfase. We leiden daaruit af dat het overleg in de groepen een positieve bijdrage heeft geleverd aan de consensus tussen beoordelaars. Voor de meeste onderwerpen geldt bovendien dat de consensus tussen beoordelaars nog verder toeneemt in de derde beoordelingsfase en dat in vergelijking

met de eerste beoordelingsfase de standaardafwijking dan vaak tot 50% of meer is gereduceerd. Voor drie onderwerpen zien we echter dat de overeenstemming tussen beoordelaars is afgenomen. Dat betreft de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken*, *Geld* en *Verhoudingen*. Voor deze drie onderwerpen zien we dat beoordelaars hun oordelen in de drie beoordelingsfasen aanmerkelijk hebben bijgesteld. De mate waarin beoordelaars dat hebben gedaan is echter sterk verschillend en heeft geleid tot verminderde overeenstemming.

2.6 De rapportage van de resultaten

In hoofdstuk 4 en 5 beschrijven we per onderwerp de resultaten van de leerlingen. Aan de hand van een reeks voorbeeldopgaven illustreren we voor ieder onderwerp over welke kennis en inzichten leerlingen op verschillend niveau van vaardigheid beschikken, maken we verschillen tussen groepen leerlingen zichtbaar en geven we aan in hoeverre de standaarden worden gerealiseerd en welke opgaven leerlingen voor deze standaarden moeten kunnen oplossen. Deze onderzoeksresultaten worden in een figuur afgebeeld. Enerzijds wordt de figuur daardoor complex, anderzijds illustreert zo'n afbeelding de samenhang tussen de verschillende resultaten. Op pagina 28 en 29 geven we een toelichting op de gebruikte figuren. De afbeelding bestaat uit een brede kolom aan de linkerzijde en vier smallere kolommen aan de rechterzijde. In het linkerdeel staan afgebeeld:

- de vaardigheidsschaal met de verdeling in de leerlingpopulatie;
- de moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven;
- het niveau van de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd.

In het rechterdeel van de afbeelding staan de vaardigheidsverdelingen van een aantal groepen leerlingen. Weergegeven zijn de vaardigheidsverdelingen voor de verschillende niveaus van drie variabelen, te weten formatiegewicht, geslacht en leertijd.

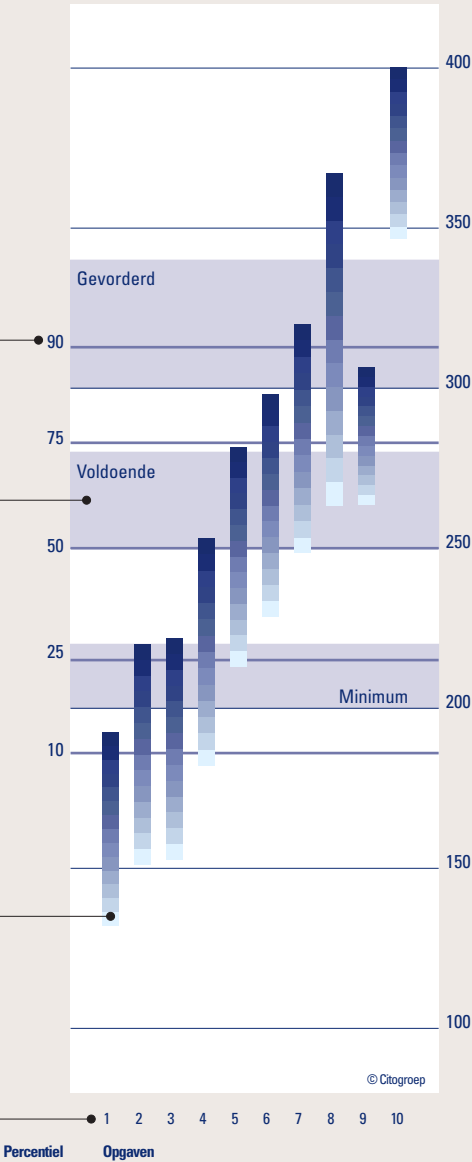
De vaardigheidsschaal
bij het onderwerp
Een voorbeeld

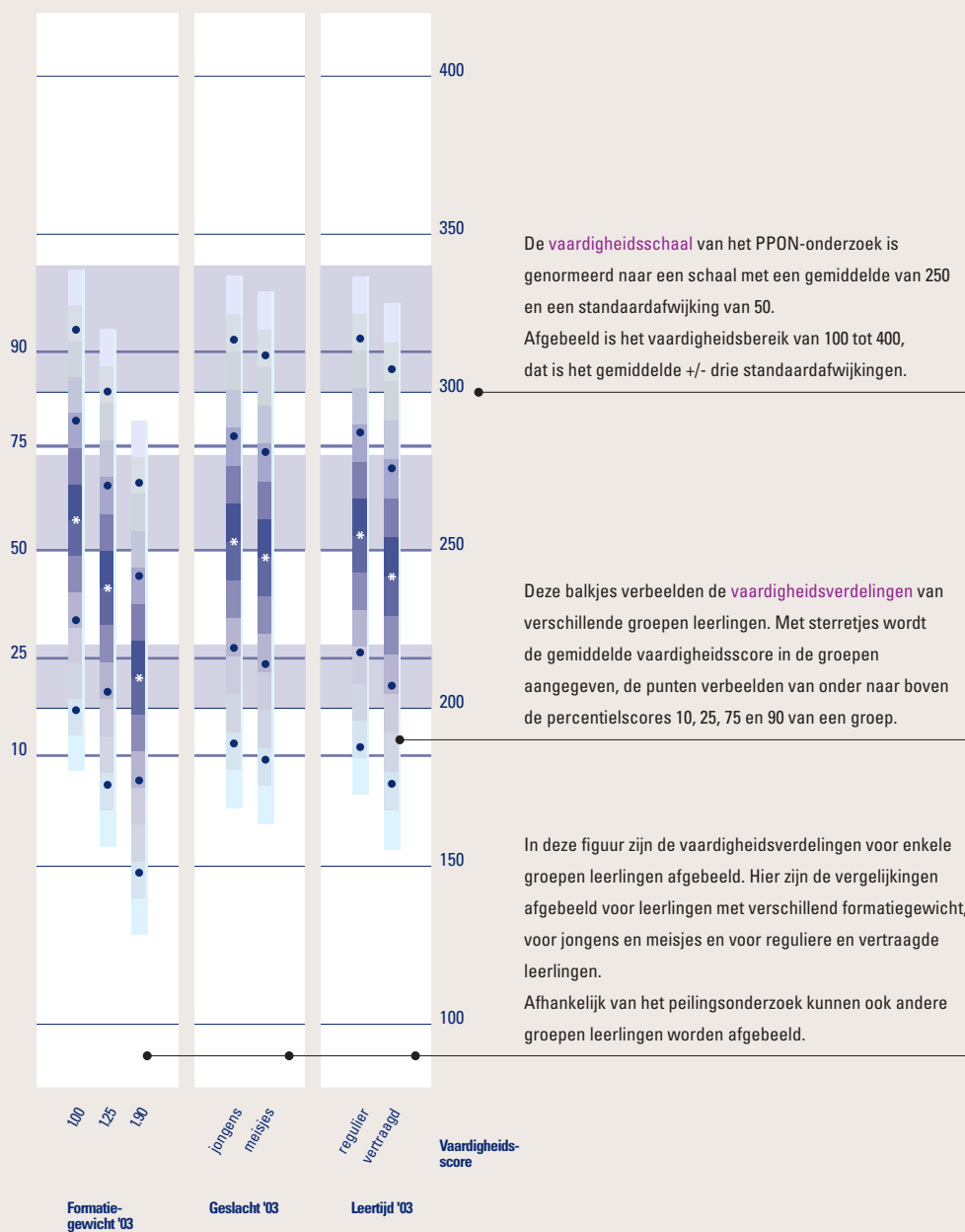
Met de **percentielscores** 90, 75, 50, 25 en 10 wordt de vaardigheidsverdeling in de leerlingpopulatie aangegeven. Percentiel 25 betekent dat 25% van de leerlingen een lagere score heeft en dus 75% van de leerlingen daarboven scoort.

Experts hebben standaarden vastgesteld voor gewenste vaardigheidsniveaus. Voor elke **standaard** wordt in de figuur het interkwartielbereik van hun oordelen afgebeeld.

Balkjes illustreren de **moeilijkheidsgraad** van de opgaven. De bovengrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 80% goed maken. Leerlingen met deze of een hogere score beheersen deze opgave goed. Leerlingen met vaardigheidsscores binnen het bereik van het balkje beheersen de opgave matig, uiteenlopend van redelijk goed in het donkere gebied tot net voldoende in het meest lichte gebied. De ondergrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 50% goed maken. Leerlingen met deze of een lagere score beheersen deze opgave onvoldoende.

Op deze vaardigheidsschaal is de moeilijkheidsgraad van 10 **opgaven** afgebeeld. Deze opgaven zijn als voorbeeldopgaven in de balans opgenomen en worden meestal in volgorde van moeilijkheidsgraad afgebeeld.





De vaardigheidsschaal en de verdeling in de leerling-populatie

De vaardigheidsschalen zijn geconstrueerd met behulp van een zogenaamd itemrepsons-model. De aanname is dat de vaardigheid zoals die met de schaal gemeten wordt, bij benadering normaal verdeeld is in de populatie. De maatverdeling op de schaal is ter vrije keuze. In PPON is ervoor gekozen om het landelijk gemiddelde van de leerling-populatie in de onderzoeksgroep – medio jaargroep 5 in 2003 – op schaalwaarde 250 te stellen en de standaardafwijking op 50. De vaardigheidsschaal wordt steeds afgebeeld tussen de vaardigheidsscores van 100 tot 400, een bereik dus van drie standaardafwijkingen boven en drie onder het gemiddelde van 250. Geheel rechts in de figuur staan de vaardigheidsscores vermeld, oplopend met een waarde van 50.

Links op de schaal zijn enkele percentielen weergegeven, en wel percentiel 10, 25, 50, 75 en 90. Een percentiel geeft aan hoeveel procent van de leerlingen in de populatie de betreffende of een lagere vaardigheidsscore heeft. Ter illustratie: percentiel 25 ligt op vaardigheidsscore 216. Dit betekent dat 25% van de leerlingen een score van 216 of lager heeft. Percentiel 50 ligt uiteraard op vaardigheidsscore 250.

De moeilijkheidsgraad van de opgaven

Een bekende manier om de moeilijkheidsgraad van een opgave aan te geven, is de zogenaamde p-waarde. Een p-waarde van 0.80 betekent dat 80% van de leerlingen die opgave correct heeft beantwoord. Een opgave met een p-waarde van 0.50 is moeilijker, omdat nu slechts de helft van de leerlingen de opgave juist heeft gemaakt.

Een opgave is echter niet voor alle leerlingen even moeilijk te maken. Over het algemeen zal gelden dat naarmate een leerling een onderwerp beter beheerst, hij of zij een grotere kans heeft om een opgave over dat onderwerp goed te beantwoorden. Die relatie wordt voor een aantal opgaven afgebeeld in de linkerkolom van de figuur met verticale balkjes. Het verticale balkje begint op het punt dat de kans om die opgave goed te maken 0,5 is. Naarmate een opgave moeilijker is, zal dat beginpunt steeds hoger op de schaal komen te liggen. De opgaven zijn dus gerangschikt naar moeilijkheidsgraad. Het balkje eindigt op

het punt dat de kans op het correcte antwoord 0,8 bedraagt. Het kleurverloop in het balkje, van lichter naar donkerder, symboliseert de toename in de kans om de opgave goed te maken.

Aan de hand van het balkje onderscheiden we drie niveaus in de beheersing van een opgave, zoals ook de legenda laat zien:

- We spreken van *goede beheersing* wanneer de kans op een goed antwoord groter is dan 0,8. De leerling heeft dan een vaardigheidsscore die hoger ligt dan het balkje aangeeft.
- Wanneer de kans op een goed antwoord tussen 0,5 en 0,8 ligt, spreken we van een *matige beheersing*. Dit gebied op de vaardigheidsschaal komt dus overeen met wat het balkje weergeeft.
- We spreken van *onvoldoende beheersing* van een opgave wanneer de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0,5. De vaardigheidsscore van de leerling ligt dan onder het beginpunt van het balkje.

Laten we ter verdere illustratie opgave 7 nemen. Leerlingen met vaardigheidsscore 250 hebben een kans van 0,5 om die opgave goed te maken. Leerlingen met een lagere vaardigheidsscore beheersen opgave 7 dus onvoldoende. Als we nu naar de percentiellijnen kijken, dan zien we dat 50% van de leerlingen een vaardigheidsscore heeft die lager is dan 250. Daaruit kunnen we concluderen dat 50% van de leerlingen deze opgave onvoldoende beheerst. Dit betekent overigens niet dat alle leerlingen met een score lager dan 250 deze opgave altijd fout zullen maken. Het betekent wel dat als deze leerlingen tien van deze opgaven zouden maken, ze er gemiddeld minder dan de helft van goed maken.

Dezelfde leerlingen met vaardigheidsscore 250 (eigenlijk 252) hebben een kans van 0,8 om opgave 4 goed te maken. Leerlingen met deze of een hogere vaardigheidsscore beheersen deze opgave dus goed. Zij zullen gemiddeld minder dan twee op de tien soortgelijke opgaven fout maken. Uit de percentiellijnen kunnen we weer afleiden dat ongeveer 50% van de leerlingen een hogere vaardigheidsscore heeft en opgave 4 dus goed beheerst. De ondergrens van het balkje voor opgave 4 ligt ongeveer bij vaardigheidsscore 185. Leerlingen met een vaardigheidsscore tussen 182 en 252 beheersen opgave 4 matig.

De afgebeelde opgaven vormen een selectie van alle opgaven op de schaal en zijn met zorg gekozen. Zij vormen enerzijds een goede afspiegeling van de inhoudelijke aspecten die met de opgaven worden gemeten. Anderzijds bestrijken zij een groot bereik van de

vaardigheidsschaal, dat wil zeggen dat zij een goed beeld geven van de spreiding van de moeilijkheidsgraad van de opgaven over de gehele schaal.

Het niveau van de standaarden

Wat vinden de geraadpleegde deskundigen dat leerlingen van een onderwerp zouden moeten weten of kunnen? Welke opgaven moeten leerlingen wel of niet kunnen maken en welk vaardigheidsniveau zouden zij dus moeten hebben? Ter beantwoording van deze vragen is een standaardenonderzoek uitgevoerd (zie paragraaf 2.5). Deskundige beoordelaars hebben standaarden vastgesteld voor drie niveaus van beheersing: Minimum, Voldoende en Gevorderd. Deze drie standaarden staan in de figuur afgebeeld met donkere horizontale balken.

Om een indicatie te geven van de variatie in oordelen van beoordelaars geven we met een balk het bereik aan van de oordelen van de middelste 50% van de beoordelaars, het zogenaamde interkwartielbereik.

Uit de figuur is nu vrij eenvoudig af te leiden dat de leerlingen op het niveau van de standaard Minimum de eerste opgave goed moeten beheersen, ook de opgaven 2 en 3 zouden volgens de meeste beoordelaars redelijk goed beheerst moeten worden en opgaven van het type zoals opgave 4 zouden matig beheerst moeten worden. De overige opgaven behoeven volgens de beoordelaars op het niveau van de standaard Minimum niet beheerst te worden.

Op het niveau van de standaard Voldoende moeten de leerlingen de eerste vier à vijf opgaven goed of redelijk goed beheersen. Bij deze standaard is sprake van redelijke beheersing van de opgaven 5, 6 en 7 en zeer matige beheersing van de opgaven 8 en 9. Opgave 10 en volgende worden op het niveau van de standaard Voldoende dus niet meer beheerst.

De verschillen tussen de beoordelaars zijn in dit geval klein voor de standaard Minimum, hetgeen blijkt uit de relatief smalle band voor het interkwartielbereik van oordelen.

Het interkwartielbereik voor de standaard Voldoende is breder en de overeenstemming tussen beoordelaars voor deze standaard was dus minder groot.

Met uitzondering van opgave 8 worden op het niveau van de standaard Gevorderd de eerste negen opgaven goed beheerst. Dat betekent dat naar het oordeel van de beoordelaars alleen opgave 8 het curriculum voor de onderzoeksgroep overstijgt.

De figuur laat ook zien in hoeverre de leerlingen deze standaarden bereiken. Op deze schaal bereikt ongeveer 75% tot 80% van de leerlingen de standaard Minimum en minder dan 50% van de leerlingen de standaard Voldoende. Zoals in paragraaf 2.5 is uiteengezet, zou de standaard Minimum door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en de standaard Voldoende door 70% tot 75% van de leerlingen. Voor dit onderwerp betekent dat dus dat zowel voor de standaard Minimum als voor de standaard Voldoende geldt dat te weinig leerlingen het niveau van de standaarden halen. Aan de hand van de voorbeeldopgaven kan men zelf nagaan in hoeverre men deze conclusie onderschrijft.

De vaardigheidsverdelingen van groepen leerlingen

In het rechterdeel van de figuur zijn de vaardigheidsverdelingen van verschillende groepen leerlingen afgebeeld. Dat kan per peilingsonderzoek verschillen. In deze voorbeeldfiguur betreft het de vergelijking tussen leerlingen naar formatiegewicht, geslacht en leertijd. Voor iedere onderscheiden groep leerlingen wordt de geschatte vaardigheidsverdeling afgebeeld. Bij deze vaardigheidsverdelingen is niet gecorrigeerd voor andere factoren die mogelijk van invloed zijn op de resultaten. De wijze van afbeelding laat een vergelijking toe tussen de prestaties van de leerlingen wat betreft de variabelen:

- formatiegewicht, met de niveaus 1.00, 1.25 en 1.90;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd.

We onderscheiden voor iedere groep leerlingen vijf percentielpunten op de vaardigheidsschaal. De gemiddelde vaardigheidsscore van een groep (percentiel 50) is met een wit sterretje aangeduid. In dit geval leert de figuur ons bijvoorbeeld dat de gemiddelde vaardigheidsscore van 1.00-leerlingen 259 bedraagt, van 1.25-leerlingen 238 en van 1.90-leerlingen 209.

De verschillen in vaardigheidsniveaus tussen de onderscheiden groepen leerlingen kunnen vervolgens inhoudelijke betekenis krijgen aan de hand van de voorbeeldopgaven.

Zo beheerst de gemiddelde 1.00-leerling in dit geval de eerste vier opgaven goed en de opgaven 5, 6 en 7 redelijk goed tot matig, terwijl de gemiddelde 1.90-leerling alleen de eerste opgave goed beheerst en de opgaven 2, 3 en 4 matig.

Verder is uit de figuur ook af te leiden dat ongeveer 50% van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. Deze standaard ligt bij de 1.90-leerlingen echter rond percentiel 90 en dat betekent dat slechts ongeveer 10% van de 1.90-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. De standaard Minimum wordt door ongeveer 50% van de 1.90-leerlingen gehaald, terwijl meer dan 90% van de 1.00-leerlingen het niveau van deze standaard bereikt.

Op vergelijkbare manier illustreert de afbeelding ook de verschillen tussen jongens en meisjes en tussen de leertijdniveaus regulier en vertraagd.

[03] Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde in de onderbouw van het basisonderwijs is met behulp van een schriftelijke vragenlijst geïnterviewd. De aanbodinventarisatie betreft het gebruik van reken-wiskundemethoden, aspecten van differentiatie en remediëring en het aanleren van algoritmen voor de bewerkingen.

A young boy with dark hair and a serious expression is holding a large, white, CRT computer monitor. He is wearing a dark grey zip-up jacket. The background is a schoolyard with a brick wall, other children, and a stroller. The text is overlaid on the monitor's screen area.

... Scholen met relatief veel allochtone leerlingen besteden meer tijd aan het reken-wiskundeonderwijs dan andere scholen.

[03] Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

Het vierde peilingsonderzoek rekenen-wiskunde in jaargroep 5 vond plaats tegelijk met een proefonderzoek voor de ontwikkeling van een nieuw leerlingvolgsysteem.

De aanbodvragenlijst bestemd voor het PPON-onderzoek is ook voorgelegd aan en ingevuld door leraren van de scholen die aan het LVS-onderzoek deelnamen. Er deden 77 scholen mee aan het PPON-onderzoek en 68 aan het LVS-onderzoek, samen 145 scholen.

De vragenlijst is ingevuld door leraren van de jaargroepen 3, 4 en 5. De respons bedraagt 97% voor jaargroep 3 en 98% voor de jaargroepen 4 en 5.

Deze vragenlijst is voor een deel gelijk aan de vragenlijst van het peilingsonderzoek in 1997, zodat op enkele onderdelen een vergelijking met eerdere peilingsonderzoeken gemaakt kan worden.

leraren de nieuwe euro-uitgave van hun 'oude' methode niet als een andere methode beschouwen.

In alle drie de jaargroepen zegt meer dan 90% van de leraren dat zij de methode vrijwel in hun geheel volgen. Andere leraren geven aan dat zij de methode in belangrijke mate volgen, maar wel met belangrijke weglatingen.

Weinigen specificeren dan wat zij weglaten, sommigen geven aan dat zij minder oefenstof aanbieden omdat leerlingen dat soms niet nodig hebben of in een enkel geval vanwege tijdgebrek. Het is in ieder geval niet zo dat leraren melden bepaalde leerstofonderdelen systematisch uit het onderwijsaanbod weg te laten.

Het gebruik van reken-wiskundemethoden in de jaargroepen 3, 4 en 5 in 2003 en in jaargroep 5 in 1997 (% scholen)

3.1 Inzet van leermiddelen voor het reken-wiskunde-onderwijs

Reken-wiskundemethodes

Vanwege de invoering van de nieuwe munteenheid euro hebben op korte termijn veel scholen van de gelegenheid gebruikgemaakt een nieuwe reken-wiskundemethode aan te schaffen. Een jaar na de invoering van de euro gebruikt minder dan 20% van de scholen in de onderbouw nog een methode van vóór 2002, waarbij we aantekenen dat uitgevers met additionele euro-uitgaven vaak de 'levensduur' van oudere methoden hebben verlengd. Meer dan 80% van de scholen beschikt begin 2003 over een nieuwe rekenmethode. Alhoewel er verschillende nieuwe methodes zijn verschenen hebben de scholen toch in grote getale gekozen voor de methodes *Pluspunt* (ongeveer 40%) en *De wereld in getallen* (ongeveer 20%), op enige afstand gevolgd door de methode *Rekenrijk* (ongeveer 11%). Andere methodes komen op minder dan 5% van de scholen in onze steekproef voor.

De invoering van nieuwe rekenmethodes moet relatief snel gegaan zijn gezien het feit dat 87% van de leraren in jaargroep 4 en 76% van de leraren in jaargroep 5 hebben aangegeven dat de leerlingen ook in het voorafgaande jaar met dezelfde methode les hebben gehad. Maar het kan ook zijn dat

Methode	3	4	5	5 ('97)
<i>Niet-euro-versies</i>				
Rekenen en Wiskunde	1,4	0,7	0,7	22,3
De Wereld in Getallen (oude versie)	1,4	1,4	0,7	16,2
De Wereld in Getallen (nieuwe versie)	5,7	5,6	5,6	17,7
Pluspunt	8,6	9,9	9,2	29,2
Operator rekenen (nieuwe versie)	0,7	0,7	0,7	1,5
Totaal	17,8	18,3	16,9	
<i>Euro-versies</i>				
De Wereld in Getallen (nieuwste versie)	20,7	20,4	20,4	0,0
Pluspunt (nieuw)	40,0	40,1	41,5	0,0
Rekenrijk	11,4	11,3	11,3	0,0
Talrijk	4,3	4,2	4,2	0,0
Wis&Reken	2,1	2,1	2,1	0,0
Alles telt	2,9	2,8	2,8	0,0
Totaal	81,4	80,9	82,3	
Overige methoden	0,7	0,7	0,7	4,6

Er is sprake van een verband tussen stratum en methode. De nieuwste (euro)versies van *Pluspunt* en *Wereld in getallen* komen relatief vaker voor in scholen uit stratum 1 dan in scholen uit stratum 3, terwijl stratum 2 scholen een middenpositie innemen. Ook de methode *Rekenrijk* komt vaker voor in stratum 1 en 2 dan in stratum 3. Oudere methodes van vóór 2001 komen vaker voor in stratum 2 en stratum 3 dan in stratum 1, terwijl in stratum 3 andere nieuwe methodes vaker worden genoemd, met name de methodes *Wis&Reken* en *Alles telt*.

Andere leermiddelen

Ongeveer twee van de drie leraren in de jaargroepen 3, 4 en 5 geven aan dat zij naast de methode nog andere leermiddelen gebruiken voor het reken-wiskundeonderwijs. Meestal noemen deze leraren dan één à twee leermiddelen. De diversiteit aan leermiddelen is erg groot: in totaal worden zo'n 30 verschillende leermiddelen genoemd, de meeste echter door minder dan vijf leraren. Het meest frequent noemen leraren in de drie jaargroepen *Remelka*, *rekenmethode voor kinderen met leermoeilijkheden*. Ongeacht de jaargroep geeft 25% van de leraren aan dat zij deze methode meestal gebruiken, zoals te verwachten, voor leerlingen met problemen op het leergebied rekenen-wiskunde. Ongeveer 10% van de leraren noemt als aanvullend leermiddel de *Stenvert rekenbloks* en in jaargroep 4 noemt ongeveer 12% van de leraren het oefenboekje voor de tafels *Eenmaal, andermaal*.

Computerprogramma's

Ongeveer twee op de drie leraren in jaargroep 3 en meer dan 80% van de leraren in de jaargroepen 4 en 5 geven aan dat zij bij het reken-wiskundeonderwijs gebruikmaken van computerprogramma's voor de leerlingen. Gemiddeld noemen deze leraren dan 1,2 tot 1,4 programma's of programmapakketten. Voor alle jaargroepen geldt dat het *Ambrasoft schoolpakket* of programma's uit dit pakket het meest frequent wordt genoemd: van alle leraren in jaargroep 3 noemt 24% dit pakket, in jaargroep 4 43% van de leraren en in jaargroep 5 44% van de leraren. Het betreft dan met name de onderdelen *Rekensom* en *Tafel-totaal* uit dit pakket. Op afstand volgt dan het pakket *Hoofdwerk* dat door respectievelijk 19%, 26% en 23% van de leraren in de jaargroepen 3, 4 en 5 wordt genoemd. Het computerprogramma bij de methode *Pluspunt* noemt 16%, 14% en 10% van de leraren uit de drie jaargroepen en het programma bij de methode *De wereld in getallen* noemt 10% van de leraren uit elk leerjaar. Het enige programmapakket dat daarna nog met enige frequentie wordt genoemd zijn de *Edurom-programma's*, met name *Sommen-trainer*, *Klokkijken* en *Tafeltrainer*, maar dat betreft dan ongeveer 5% van de leraren uit de drie verschillende jaargroepen. Ook voor computerprogramma's geldt dat de meeste programma's die genoemd worden door slechts één of twee leraren worden genoemd. Het gaat dan om zo'n 30 verschillende programma's, waarvan er diverse niet (meer) voorkomen in de NICL-overzichten van 2003.

Aan de leraren is ook gevraagd voor welke leerlingen zij de computerprogramma's gebruiken: voor alle leerlingen, de zwakke of juist de betere leerlingen. Meestal geldt – en de breedte van de programmapakketten staat dat ook toe – dat alle leerlingen in het kader van het reken-wiskundeonderwijs wel met computerprogramma's werken of oefenen. Slechts zeer incidenteel noemen leraren programma's die zij alleen voor de zwakke of betere leerlingen gebruiken.

Het gebruik van aanvullende leermiddelen en computer-programma's

Leermiddelen	jrg. 3 (N = 140)	jrg. 4 (N = 142)	jrg. 5 (N = 142)
Aantal (%) dat extra materiaal			
noemt	85 (61)	97 (68)	97 (68)
Totaal aantal leermiddelen			
genoemd	101	138	143
Gemiddeld per leraar	1,2	1,4	1,5
Computerprogramma's			
Aantal (%) dat computer-			
programma's noemt	97 (69)	124 (87)	119 (84)
Totaal aantal computer-			
programma's genoemd	119	179	156
Gemiddeld per leraar	1,2	1,4	1,3

3.2 Tijd voor reken-wiskundeonderwijs

Aan de leraren is gevraagd hoeveel tijd zij in een gemiddelde schoolweek aan reken-wiskundeonderwijs besteden. In jaargroep 3 is de gemiddelde lestijd voor rekenen-wiskunde ongeveer 4½ uur, in de jaargroepen 4 en 5 gemiddeld 5 uur. In alle drie de jaargroepen neemt de gemiddelde lestijd toe met het stratumniveau van de scholen. De verschillen zijn uiteindelijk fors te noemen. In jaargroep 3 is het verschil in gemiddelde lestijd per week tussen stratum 1 en stratum 3 scholen 40 minuten, in jaargroep 4 iets meer dan 20 minuten en in jaargroep 5 bijna 30 minuten. Scholen uit stratum 2 nemen telkens een tussenpositie in. Over de gehele middenbouwperiode (jaargroepen 3, 4 en 5) bedraagt het verschil in gemiddelde rekentijd per week tussen stratum 1 en stratum 2 scholen 23 minuten, tussen stratum 2 en stratum 3 scholen 66 minuten. Stratum 3 scholen besteden dus bijna 1½ uur per week meer tijd aan rekenen dan scholen uit stratum 1. We zien ook dat de verschillen in gemiddelde lestijd tussen de jaargroepen in stratum 3 groter zijn dan in de strata 1 en 2.

Noch in afzonderlijke jaargroepen, noch over het totaal van de middenbouwperiode zijn er verschillen van betekenis in gemiddelde lestijd per week gevonden afhankelijk van de methode.

Vergelijken we deze gegevens met die uit eerdere peilingsonderzoeken, dan lijkt er toch duidelijk sprake te zijn van een toename in lestijd voor reken-wiskundeonderwijs. In 1987 vond Wijnstra (1988) nog een gemiddelde lestijd van 4 uur voor jaargroep 3 en van 4½ uur voor de jaargroepen 5 en 8. In alle drie de jaargroepen is daarmee de gemiddelde onderwijstijd met ongeveer een half uur per week uitgebreid.

Lestijd per week voor reken-wiskundeonderwijs (minuten)

	jrg. 3	jrg. 4	jrg. 5
Gemiddeld rekentijd per week (s.a.)	277 (40,5)	302 (50,1)	299 (38,3)
Gemiddelde rekentijd in 1997	256 (53,8)	278 (49,8)	289 (38,8)
Stratumeffect			
Stratum 1	270	298	293
Stratum 2	279	303	303
Stratum 3	310	321	320

Gemiddelde lestijd reken-wiskundeonderwijs periode 1987–2002 (minuten)

Jaargroep	1987	1992	1997	2002
Groep 3	± 240	245	256	277
Groep 4	± 270	276	278	302
Groep 5	± 270	293	289	299

- De instructie wordt per niveau- of tempogroep gegeven, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof.
- De instructie wordt individueel gegeven en ook de oefenstof wordt per leerling bepaald.

Verregaande vormen van onderwijs-differentiatie zoals beschreven in vorm 3 en vorm 4 komen weinig voor. In alle drie de jaargroepen herkennen de meeste leraren differentiatievorm 2 als passend voor hun onderwijsorganisatie en met het jaargroep-niveau stijgt ook het percentage leraren dat voor deze organisatievorm kiest onder gelijktijdige afname van differentiatievorm 1.

Gerekend over de gehele middenbouw kiezen scholen uit stratum 3 vaker voor volledig klassikaal onderwijs (differentiatievorm 1) (37%) dan scholen uit stratum 1 of 2 (20%). Een verschil van betekenis tussen de diverse reken-wiskundemethodes is niet gevonden. Wel is het zo dat leraren die de nieuwste versie van *Pluspunt* gebruiken iets vaker voor differentiatievorm 2 kiezen (75%) dan leraren die *De wereld in getallen* (67%) of een andere methode (63%) gebruiken.

In vergelijking met voorgaande peilingen zien we in alle drie de jaargroepen over de periode 1987–2003 een duidelijke toename van het percentage leraren dat voor differentiatievorm 2 kiest. Met name in de periode 1992–1997 is het percentage leraren dat voor organisatievorm 2 kiest aanmerkelijk toegenomen en deze toename heeft zich in de afgelopen periode voor de jaargroepen 4 en 5 voortgezet.

De toepassing van enkele differentiatievormen (% leraren)

Differentiatievormen	Jrg.	%
In het algemeen krijgen alle leerlingen tegelijkertijd dezelfde instructie en oefenstof.	3	31,6
	4	20,6
	5	13,5
De instructie is in het algemeen voor alle leerlingen gelijk; bij de verwerking van de oefenstof wordt gedifferentieerd naar niveau en tempo.	3	61,9
	4	69,5
	5	75,9
De instructie wordt per niveau- of tempogroep gegeven, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof.	3	5,8
	4	9,9
	5	9,9
De instructie wordt individueel gegeven en de oefenstof wordt per leerling bepaald.	3	0,7
	4	0
	5	0,7

3.3 Differentiatie

Differentiatie in onderwijs-organisatie

We hebben opnieuw aan de leraren gevraagd of zij in de organisatie van hun reken-wiskundeonderwijs differentiatie toepassen naar niveau en/of tempo. Zij konden daarbij uit vier vrij globale omschrijvingen kiezen:

- In het algemeen krijgen alle leerlingen tegelijk dezelfde instructie en maken zij ook dezelfde oefenstof.
- De instructie is in het algemeen voor alle leerlingen gelijk; bij de verwerking van de oefenstof wordt gedifferentieerd naar niveau en/of tempo.

Jaargroep/differentiatievorm	1987	1992	1997*	2002
Groep 3				
* Vorm 1	57,8	62	37,4	31,6
* Vorm 2	35,9	34	62,6	61,9
* Vorm 3	4,2	3	1,6	5,8
* Vorm 4	2,1	0	4,1	0,7
Groep 4				
* Vorm 1	44,7	48	32	20,6
* Vorm 2	48,4	47	64,8	69,5
* Vorm 3	4,7	4	4,6	9,9
* Vorm 4	2,2	0	4	0
Groep 5				
* Vorm 1	38,8	48	37,1	13,5
* Vorm 2	47,9	42	60,5	75,9
* Vorm 3	7,2	9	6,5	9,9
* Vorm 4	6,2	1	4	0,7
* sommeert groter dan 100 omdat sommige leraren meerdere keuzes maakten				

Remediëring

De inzet van een remedial teacher voor het reken-wiskundeonderwijs stijgt met het jaargroepniveau van 31% in jaargroep 3 naar 52% in jaargroep 5. In vergelijking met de peiling in 1997 zijn er in deze steekproef in de jaargroepen 4 en 5 minder groepen met leerlingen die naar een remedial teacher worden verwezen. De destijds geconstateerde toename van groepen met RT-leerlingen is nu weer nagenoeg genivelleerd op het niveau van 1992. Ook het gemiddeld aantal leerlingen per groep dat door een remedial teacher wordt geholpen is in de jaargroepen 3 en 4 niet noemenswaardig toe- of afgenomen, in jaargroep 5 zelfs enigszins afgenomen.

Inzet van remedial teaching voor rekenen/wiskunde

	percentage groepen met remedial teaching (2002)	gemiddeld aantal leerlingen	percentage groepen met remedial teaching (1997)	gemiddeld aantal leerlingen
jaargroep 3	31%	2,4	30%	2,4
jaargroep 4	39%	2,9	56%	3,0
jaargroep 5	52%	2,4	64%	2,9

Noch in de afzonderlijke groepen, noch in het geheel van de middenbouw vinden we een systematisch effect van stratum op de inzet van remedial teachers. Dat betekent dat scholen met relatief veel 1.25- en

1.90-leerlingen niet vaker gebruikmaken van een remedial teacher dan scholen met 1.00-leerlingen. Er is in jaargroep 5 wel een tendens dat scholen in stratum 3 meer leerlingen naar een remedial teacher verwijzen dan scholen in de beide andere strata. Scholen in stratum 1 en 2 verwijzen wat de middenbouw betreft gemiddeld 2 à 2,5 leerlingen per groep naar een remedial teacher, terwijl dit in stratum 3 gemiddeld 3,3 leerlingen per groep is.

Meerbegaafden

Ongeveer 70% van de leraren geeft aan dat zij speciale voorzieningen treffen voor leerlingen die ver boven het gemiddelde presteren. Bijna altijd betreft het dan extra oefenstof, verrijksstof of verdiepingsstof die wordt ontleend aan de methode of waarin wordt voorzien door additioneel leermateriaal, waaronder ook computerprogramma's. Slechts incidenteel is er sprake van het versneld of in eigen tempo mogen doorlopen van de leerstof in de methode. Dit resultaat is vergelijkbaar met dat uit de peiling van 1997. Er is geen stratumeffect gevonden in de aandacht die leraren besteden aan de meer begaafde leerlingen. Ongeacht de samenstelling van de schoolbevolking op het niveau van de leerlinggewichten besteden leraren in vergelijkbare mate aandacht aan de meer begaafde leerlingen in de groep.

3.4 Bewerkingen: cijferen of kolomsgewijs rekenen?

Geleidelijk aan verschijnt in het curriculum van de middenbouw naast het hoofdrekenen het cijferend leren optellen en aftrekken en/of het kolomsgewijs leren optellen en aftrekken. Bij het cijferend optellen en aftrekken leren de leerlingen de getallen onder elkaar te zetten om vervolgens van rechts naar links eerst de eenheden te berekenen, daarna de tientallen enzovoort. Daarnaast wordt in rekenmethoden ook het zogenoemde kolomsgewijs rekenen geïntroduceerd. Dan werken de leerlingen van links naar rechts, dus eerst de honderdtallen, daarna de tientallen en de eenheden, al of niet werkend met tekorten.

We hebben de leraren van de jaargroepen 4 en 5 gevraagd in hoeverre zij het cijferend en kolomsgewijs rekenen in hun onderwijs toepassen. Er blijken in jaargroep 4 nauwelijks leraren te zijn die in hun onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde algoritmen voor de bewerkingen optellen en aftrekken aan de

orde stellen. Bijna de helft van de leraren in groep 4 zegt dan ook niet te weten welk algoritme wordt aangeleerd omdat deze pas later in het onderwijs aan bod komen. Van de leraren in jaargroep 5 zegt bijna de helft (44%) dat beide algoritmen worden aangeleerd, 32% zegt dat alleen het cijferend algoritme wordt aangeleerd en 8% dat alleen het kolomsgewijze algoritme wordt geleerd. 17% van de leraren weet het niet omdat deze algoritmen later aan de orde worden gesteld. In totaal zegt dus 76% van de leraren dat het cijferend algoritme wordt aangeleerd en 52% dat het kolomsgewijze algoritme aangeleerd wordt.

We hebben leraren gevraagd wanneer met het kolomsgewijze respectievelijk het cijferend optellen en aftrekken wordt begonnen. Slechts incidenteel geven leraren aan dat met deze algoritmen vóór de tweede helft van jaargroep 5 al wordt begonnen. Van de leraren in jaargroep 5 die aangeven dat het kolomsgewijze algoritme wordt aangeleerd zegt:

- wat het optellen betreft 60% dat dit in de tweede helft van jaargroep 5 gebeurt en 28% dat dit in jaargroep 6 gebeurt en
- wat het aftrekken betreft 49% dat dit in de tweede helft van jaargroep 5 gebeurt en 44% dat dit in jaargroep 6 gebeurt.

Van de leraren in jaargroep 5 die aangeven dat het cijferend algoritme wordt aangeleerd zegt:

- wat het optellen betreft 37% dat dit in de tweede helft van jaargroep 5 gebeurt en 52% dat dit in jaargroep 6 gebeurt,
- wat het aftrekken betreft zegt 23% daarmee in de tweede helft van jaargroep 5 te beginnen en 66% dat dit later in jaargroep 6 pas wordt aangeboden.

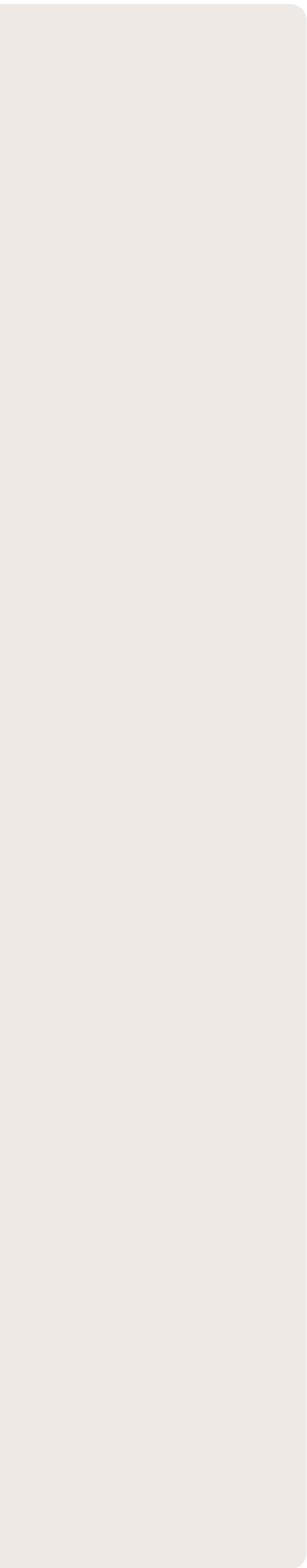
Het lijkt erop dat het kolomsgewijze algoritme dus gemiddeld eerder wordt aangeboden dan het cijferend algoritme en dat voor beide algoritmen geldt dat de bewerking optellen voorafgaat aan de bewerking aftrekken.

Van de leraren in jaargroep 5 die een 'oude' methode gebruiken zegt 60% dat alleen het cijferend algoritme wordt aangeleerd en 40% dat beide algoritmen aangeleerd worden. Van de leraren met *Pluspunt* zegt 49% dat beide algoritmen worden aangeboden, terwijl 17% alleen cijferend en 15% uitsluitend kolomsgewijs laat rekenen. 19% zegt niet te weten welk algoritme wordt aangeleerd. Van de leraren met *De Wereld in Getallen* (nieuwste versie) zegt 28% dat beide algoritmen aangeleerd worden terwijl 59% alleen het cijferalgoritme aanbiedt; 14% zegt het niet te weten.

Bijna 70% van de leraren die met *Rekenrijk* werken leert beide algoritmen aan, 6% alleen het cijferalgoritme, 6% alleen het kolomsgewijze algoritme en 19% weet het niet. Bij andere nieuwe methoden zegt bijna 50% niet te weten welk algoritme voor de bewerkingen wordt aangeleerd, 31% kiest voor beide algoritme en 15% voor alleen het cijferalgoritme.

Introdactie kolomsgewijs/cijferend algoritme in jaargroep 5 en 6

Algoritme	1e helft jaar- groep 5	2e helft jaar- groep 5	jaar- groep 6
Kolomsgewijs optellen	12,5	60	28
Kolomsgewijs aftrekken	7,6	49	44
Cijferend optellen	12,9	37	52
Cijferend aftrekken	11,1	23,2	65,7



[04] Getallen en bewerkingen

In dit hoofdstuk beschrijven we de opbrengsten van het onderwijs voor het deelgebied Getallen en bewerkingen. We onderscheiden in dit deelgebied zes onderwerpen en beschrijven steeds per onderwerp de getoetste leerinhouden en vervolgens wat leerlingen medio jaargroep 5 begrijpen en kunnen. Op basis van deze gegevens beschrijven we de voortgang van leerlingen in de vorm van een ontwikkelingslijn. We relateren de resultaten aan beschreven tussendoelen, zetten deze resultaten af tegen standaarden die door geïnformeerde beoordelaars zijn vastgesteld en vergelijken de prestaties van verschillende groepen leerlingen.



... Leerlandschappen brengen de samenhang in beeld tussen competenties ten aanzien van getallen en getalrelaties, basisautomatismen en bewerkingen en de verschillen die tussen leerlingen van verschillend vaardigheidsniveau inmiddels al zijn ontstaan.

In de tweede helft van de jaren tachtig is het aanvankelijk rekenen en de verdere uitwerking daarvan in de bovenbouw van het basisonderwijs structureel herzien (Treffers en De Moor, 1999). De leerlijnen en tussendoelen van het Tal-team geven aan hoe leerlingen, volgens de uitgangspunten van het nieuwe programma, handig en flexibel leren rekenen, daarbij gebruikmakend van hun begrip van en gevoel voor getallen en operaties en van geleerde rekenfeiten, regels en geautomatiseerde vaardigheden. Vanuit deze opties is het deelgebied *Getallen en bewerkingen* uit de peiling 1997 doorgelicht en aangepast.

In het deelgebied *Getallen en bewerkingen* onderscheiden we drie sterk met elkaar verweven onderdelen:

- *Getallen en getalrelaties*, waarbij we afzonderlijk de vaardigheden van leerlingen in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000 beschrijven.
- *Basisautomatismen* met het onderwerp *optellen en aftrekken* waarbinnen we afzonderlijk vaardigheden beschrijven in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000 en het onderwerp *vermenigvuldigen en delen*.
- *Bewerkingen* met ook hierbinnen het onderwerp *optellen en aftrekken* en afzonderlijk aandacht voor bewerkingen in het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000, het onderwerp *vermenigvuldigen en delen* en het onderwerp *complexere toepassingen*.

Bij het onderwerp *Getallen en getalrelaties* ligt de nadruk nu meer op:

- betekenis geven aan en zinvol opereren met getallen in alledaagse toepassingssituaties;
- het begrijpen van het positiesysteem op basis van de samenhang tussen de tientallige structuur van de getallen (tientallig splitsen: positiewaarden) en hun plaats op de getallenlijn (positioneren: ruimtelijke relaties);
- de geleidelijke formele organisatie van getallen in netwerken, gebruikmakend van verschillende getalstructuren en reken-eigenschappen.

De nadruk bij *Basisautomatismen* ligt nu ook niet meer louter op de reconstructie van de verschillende tafels, doch meer op het vaststellen:

- in welke mate kinderen de getallen waarmee ze rekenen in netwerken geordend hebben, en

- in hoeverre leerlingen elementaire hoofd-rekenprocedures hebben geautomatiseerd.

In het verlengde van deze aanpassingen ligt bij *Bewerkingen* de nadruk op:

- de progressieve schematisering van tel-procedures in elementaire vormen van structurerend hoofdrekenen;
- het begrip en gebruik van de (omgekeerde) relatie tussen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen;
- de ontwikkeling van diverse reken-procedures via het toepassen van adequate vormen van rijgen, splitsen en variarekenen;
- de geleidelijke automatisering van standaard hoofdrekenprocedures (algoritmisch rekenen);
- het adequaat leren oplossen van elementaire en complexere toepassings-problemen ('strategisch' rekenen).

In de afsluitende paragraaf *Leerlandschappen* schetsen we hoe de samenhang tussen de drie onderdelen tot uitdrukking komt in de bereikte resultaten en in de verschillen die tussen leerlingen van verschillend vaardigheids-niveau inmiddels al zijn ontstaan.

4.1 Getallen en getalrelaties

Inhoud

Het onderwerp *Getallen* uit de eerste peiling medio basisonderwijs in 1987 is in de tweede en de derde peiling in respectievelijk 1992 en 1997 verdeeld in de onderwerpen *Tellen en ordenen* en *Structureren*. Zoals we aangaven in hoofdstuk 1, zijn in het licht van de tussendoelen voor rekenen-wiskunde voor deze vierde peiling beide onderwerpen weer samengevoegd tot het onderwerp *Getallen en getalrelaties*.

In de loop van groep 5 breiden de leerlingen hun getallenwereld uit via de reconstructie en de organisatie van de getallen en de telrij van 100 tot 1000. In de tussendoelen legt het Tal-team bij deze getallenverkenning de nadruk op een drietal aspecten in het perspectief van leren optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, te weten (Tal-team, 1999):

- het relateren van getallen aan aantallen en meetgetallen uit de eigen leef- en beleavingswereld (*contextualiseren*);
- het lineair ordenen van de getallen via tellen met 1, 10 en 100, globaal plaatsen van getallen op een (lege) getallenlijn en relateren van deze getallen aan elkaar in orde van grootte (*positioneren*);

- het organiseren van de getallen in netwerken van getalrelaties via tientallig ontleden, gevarieerd splitsen en uiteenleggen van getallen in factoren (*structureren*).

Deze drie onderscheiden aspecten hangen in de visie van het Tal-team nauw met elkaar samen, alsook met de diverse rekenoperaties. Dagelijkse problemen vormen in de onderbouw de context waarin leerlingen hun getallenwereld opbouwen. In de bovenbouw vormt het eigen getalsysteem en de vragen die dat oproept meer en meer de context van het onderwijs. Reële problemen worden dan

meer benut om specifieke kwesties aan de orde te stellen en te onderzoeken, zoals de deelbaarheid van getallen of het ontbinden in factoren.

Positioneren en structureren zijn op twee manieren met elkaar verbonden:

- als ingang om getallen te ordenen;
- als ingang voor de ontwikkeling van reken-procedures.

Het volgende voorbeeld illustreert de samenhang tussen de getallenverkenning en de bewerkingen. In een van de opgaven uit het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (paragraaf 4.4) wordt van een plank

Overzicht van gemeten doelen en inhouden voor het onderwerp Getallen en getalrelaties

Aspecten	Doelen en inhouden
Tientallig analyseren en positioneren	Analyseren * Getallen (c.q. aantallen of meetgetallen) samenstellen met en splitsen in honderdtallen, tientallen en eenheden (100: voorbeeldopgaven 6 en 7; 1000: voorbeeldopgave 3). * Aantallen en meetgetallen die in spreektaal zijn uitgedrukt met cijfers opschrijven en omgekeerd. * Bepalen welke waarde een bepaald cijfer (inclusief 0) in een getal heeft. * Inwisselprincipe van decimale ordeningsvormen (100: voorbeeldopgaven 9 en 11; 1000: voorbeeldopgave 6). Positioneren op een getallenlijn die gedeeltelijk gemarkeerd en gevuld is (veelvouden van 1, 2, 5 en 10) * Herkennen welk getal bij een gegeven markering van een getallenlijn hoort (100: voorbeeldopgaven 10 en 14; 1000: voorbeeldopgave 10). * Aangeven in welk interval (van 10 of 100) een gegeven getal staat. * Getallen globaal en precies plaatsen op de getallenlijn (100: voorbeeldopgave 5; 1000: voorbeeldopgave 1). * Bepalen welk getal in het midden tussen twee andere getallen ligt (1000: voorbeeldopgave 2). Andere ruimtelijke ordeningsvormen * Het nummer van bijvoorbeeld een bioscoopstoel of een brievenbus bepalen aan de hand van het nummer van omringende objecten.
Tellen en bewegen	Tellen * Tellen van (gedeeltelijk) geordende hoeveelheden en samenstellen van hoeveelheden, gebruikmakend van wisselende eenheden – vooral veelvouden van 1, 2 en 5 (100: voorbeeldopgave 2; 1000: voorbeeldopgaven 8 en 9) * Samennemen van brieven en munten, punten, waarden, e.d. (1000: voorbeeldopgave 13). * Samennemen van honderdtallen, tientallen en eenheden in de context van een kale optelling. Bewegen in de telrij (op de getallenlijn) * Verder tellen en terugtellen met sprongen van 1, 10 en 100 vanuit een willekeurig getal in de telrij. * Verder tellen en terugtellen met sprongen van 2 vanuit een willekeurig even of oneven getal. * Verder tellen en terugtellen met sprongen van 5, 15, 20, 25, 50, 150, 200, 250 en 500 vanaf een veelvoud van deze getallen.
Structureren	* Splitsen van en aanvullen tot 100 en 1000 (in dagelijkse probleemsituaties) met of zonder ondersteuning van modellen als een getallenlijn, stroken, een splitsschema e.d. (1000: voorbeeldopgave 5). * Splitsen van ‘mooie’ getallen (in dagelijkse toepassingsituaties) gebruikmakend van bekende structuren en relaties (100: voorbeeldopgave 3). * Uiteenleggen van aantallen en meetgetallen (in dagelijkse probleemsituaties), gebruikmakend van vermenigvuldigstructuren en/of de deelbaarheid van de getallen (100: voorbeeldopgave 4; 1000: voorbeeldopgave 7). * Aangeven hoe een gegeven hoeveelheid objecten kan worden ingepakt, bijvoorbeeld eieren in dozen van 10 en 6 (100: voorbeeldopgave 12). * Herstructureren van geordende hoeveelheden via het inwisselen van ordeningsvormen (100: voorbeeldopgave 9).
Vergelijken en afronden	* Bepalen welk getal (c.q. aantal of meetgetal) van een gegeven reeks het grootste of het kleinste is. * Getallen in volgorde zetten van klein naar groot en andersom (100: voorbeeldopgave 1). * Schattingen beoordelen gebruikmakend van het besef van de orde van de grootte van de getallen en/of de plaats van de betreffende getallen in de telrij (100: voorbeeldopgave 8).

van 1 meter een stuk van 48 cm afgezaagd. Gevraagd wordt dan hoe lang het stuk is dat overblijft. Het verband tussen positioneren, structureren en ordenen komt vooral aan de orde bij de interpretatie van de gegevens: 1 meter is 100 cm; 50 cm is de helft daarvan; 48 is iets kleiner, 2 cm minder dan 50 cm. Deze organisatie van de gegevens roept bijvoorbeeld twee handige oplossingen op: aanvullen tot 100 ($48 + 2 = 50$ en $50 + 50 = 100$, dus 52) en redeneren vanuit de splitsingen van 100 en het toepassen van reken-eigenschappen ($50 + 50 = 100$, dus $48 + 52 = 100$).

Het begrip, de organisatie en het gebruik van natuurlijke getallen worden aan de hand van de volgende vier aspecten gemeten.

- Bij *analyseren en positioneren* gaat het om het begrip dat de leerling heeft van de samenhang tussen de tientallige structuur van de getallen, hun plaats in de telrij en de uitspraak en notatie van deze getallen en om de wijze waarop deze getallen kunnen worden gerepresenteerd.
- Bij *tellen en bewegen* gaat het aan de ene kant om de automatisering van tel-procedures met afwisselende eenheden (resultatief tellen, samenstellen en/of samenvoegen met tweetallen, vijftallen, tientallen, e.d.) en aan de andere kant om bewegingspatronen in de telrij (verder tellen en terugtellen met 1, 2, 5, 10 en veelvoud daarvan).
- Bij *structureren* gaat het om het gevarieerd splitsen en uiteenleggen van getallen en om de bijbehorende organisatie van getallen in netwerken van relaties ($75 = 50 + 25$; $75 = 3 \times 25$; $75 = (2 \times 30) + (1 \times 15)$; $75 = 5 \times 15$; $75 = (3 \times 20) + (3 \times 5)$).
- Bij *vergelijken en afronden* gaat het ten slotte om het relateren van getallen aan elkaar in orde van grootte.

Vergelijken en afronden is nauw verbonden met het *analyseren en positioneren* van getallen. Leerlingen leren en bepalen aanvankelijk wat het meest of het minst is door de telrij op te zeggen. Wat verder weg in de telrij staat is het meest. Pas later ontdekken ze hoe getallen via tientallig splitsen kunnen worden geordend.

Tellen en bewegen en *structureren* zijn nauw verbonden met de begripsvorming van de vier operaties en de relatie ertussen. In de voorgelegde probleemsituaties neemt tellen de vorm aan van (herhaald) optellen of vermenigvuldigen en structureren de vorm van (herhaald) aftrekken of delen. Bij tellen worden de getallen 'gemaakt' (samengesteld), bij structureren worden ze juist 'gebroken' (splitsen als het omgekeerde van samenstellen).

We gebruiken drie typen modellen in de toets-opgaven om getallen en/of handelingen te representeren:

- lijnmodellen (rij stoelen, ketting, strook, getallenlijn, meetlijn);
- groepjesmodellen (turfjes, bundels, dozen, briefjes en munten);
- combinatiemodellen (ordening in rijen, zoals de stoelen in een bioscoop en de spaarzegels in een boekje).

We beschrijven de vaardigheden van leerlingen afzonderlijk voor het getalgebied tot 100 en het getalgebied tot 1000.

Wat leerlingen kunnen

Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100

De percentiel-10 leerling beheerst de eerst vier voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 5 en 6 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Leerlingen op dit vaardigheids-niveau kunnen aantallen objecten als 34, 43 en 64 die in bundels, dozen en dergelijke zijn ingepakt, correct tellen, vaststellen en noteren (zie bijvoorbeeld voorbeeldopgave 2), waaruit we afleiden dat zij de meest elementaire notie van het positie-systeem hebben verworven. Leerlingen kunnen overigens dergelijke problemen op verschillende niveaus van begrip en vaardigheid oplossen:

- Door groepen van 10 objecten tellend samen te nemen (10, 20, 30) en vervolgens de eenheden één voor één toe te voegen (31, 32, 33, 34).
- Door 10, 20, 30 te tellen en er vervolgens 4 bij te tellen: $30 + 4 = 34$.
- Door met tientallen en eenheden te tellen: 1, 2, 3 dozen, dus 30 schriften, en 4 schriften erbij is samen 34.

We achten de kans overigens klein dat percentiel-10 leerlingen routinematig met tientallen en eenheden tellen, omdat zij opgaven die expliciet een beroep doen op het gebruik van positiewaarden nog matig of onvoldoende beheersen. Bij voorbeeld-opgave 6 bijvoorbeeld verwachten we als antwoord 3 en 4 in de hokjes rechtsonder. 16% van de leerlingen echter noteert 30 in het hokje van de dozen. Dit suggereert dat zij 34 eerder opvatten als een verzameling van 30 pennen en 4 losse, dan als 3 dozen en 4 losse. Het is niet onwaarschijnlijk, alhoewel door ons niet nagegaan, dat juist de percentiel-10 leerling tot deze groep behoort, alsook tot de groep leerlingen die 70 (of 75!) brieven van 10 bij voorbeeldopgave 7 noteren.

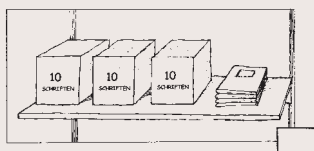
**Getallen en getalrelaties
tot 100**

Voorbeeldopgaven 1–6

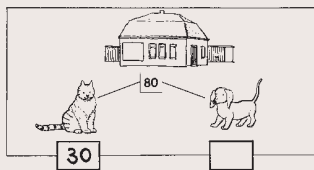
- 1] Zet deze getallen op volgorde van klein naar groot.
Schrijf de getallen in de hokjes.

53 38 26
31
□ □ □ □

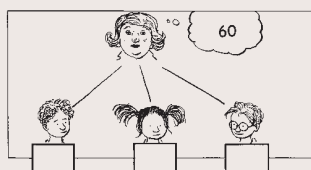
- 2] Op de plank staan 3 volle dozen.
Er liggen ook nog losse schriften.
Hoeveel schriften zijn dat samen?



- 3] In het dierentehuis wonen 80 dieren: 30 katten en verder alleen maar honden.
Hoeveel honden wonen er?



- 4] Moeder verdeelt 60 euro eerlijk over drie kinderen.
Hoeveel euro krijgt ieder?



- 5]

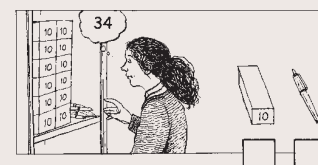
65	56
76	
86	68

In het hok staan 5 getallen.
Welke van die getallen liggen op de getallenlijn tussen 60 en 70?

_____ en _____

- 6] Juf Leony haalt 34 balpennen uit de kast.

Hoeveel doosjes van 10 pakt ze en hoeveel losse pennen?



Voorbeeldopgave 1 illustreert dat leerlingen op dit vaardigheidsniveau aantallen – maar ook gewichten, prijzen, e.d. – kunnen vergelijken en ordenen, terwijl voorbeeldopgaven 3 en 4 laten zien dat deze leerlingen ronde getallen (in dit geval bijvoorbeeld 30 en 60) op een aantal manieren kunnen splitsen of samenstellen.

Voorbeeldopgave 5 maar zeker ook de voorbeeldopgaven 8 en 10 signaleren ten slotte dat leerlingen op dit ontwikkelingsniveau nog maar een zeer globaal beeld hebben van de onderlinge positie van de getallen op de honderdlijn.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste vijf à zes voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 7 en 8 matig. Deze leerling geeft daarmee blijk meer inzicht verworven te hebben in de wijze waarop de getallen tot honderd kunnen worden samengesteld, samengenomen of gesplitst, zoals dat tot uiting komt in de betere en daarmee ook goede beheersing van de voorbeeldopgaven 5 en 6. Leerlingen op dit vaardigheidsniveau zijn ook beter in staat van een getal aan te geven in welk interval van de telrij het staat (voorbeeldopgave 5). Dat zij menig getal tot 100 toch nog onvoldoende ruimtelijk én positioneel met elkaar in verband kunnen brengen, blijkt overigens uit de geringere beheersing van voorbeeldopgave 8 (buurtgetallen aanwijzen) en onvoldoende beheersing van voorbeeldopgave 10 (globaal plaatsen).

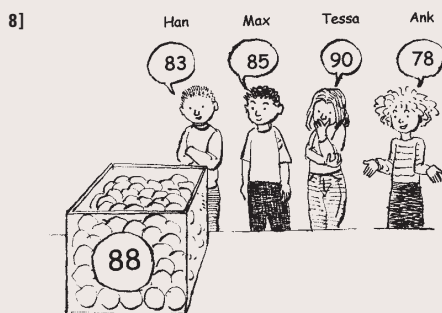
De gemiddelde leerling beheerst de eerste zes à zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 11 matig. Het probleem bij leerlingen op dit vaardigheidsniveau lijkt nog te zijn dat zij het verworven inzicht in de getallen en getalrelaties (zoals dat blijkt uit de goede beheersing van de eerste zeven voorbeeldopgaven) nog maar matig in elementaire toepassingssituaties weten te benutten. Dit geldt bijvoorbeeld voor:

- het relateren van getallen aan elkaar in orde van grootte (voorbeeldopgave 8);
- het gebruik van het inwisselprincipe van ordeningsvormen bij voorbeeldopgave 9 (5 appels in plaats van 10, dus 2 keer zoveel zakken als kisten);

**Getallen en getalrealities
tot 100**

Voorbeeldopgaven 7–8

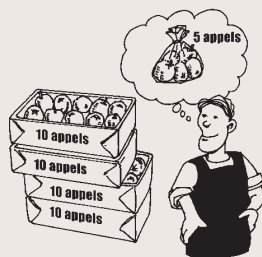
- 7] 75 euro is _____ briefjes van 10 en _____ euro's.



4 kinderen raden hoeveel ballen in de bak zitten.
In de bak zitten 88 ballen.
Wie raadt het best?

Getallen en getalrealities
tot 100
Voorbeeldopgaven 9–11

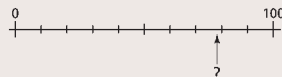
9]



Deze 4 kisten zijn vol.
De groentenboer doet alle appels in
zakken van 5.
Hoeveel volle zakken kan hij maken?

_____ zakken

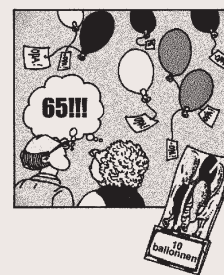
10]



De pijl wijst de plaats van een getal op
de getallenlijn aan.
Welk getal is dat?
Kies uit:

- A 72
- B 78
- C 82
- D 87

11]



Opa wordt 65.
Oma wil daarom 65 ballonnen loslaten.
Hoeveel zakken van 10 ballonnen moet
ze dan kopen?

_____ zakken

- en het tientallig ontleden, met name bij voorbeeldopgave 11.
- Verassend is de matige beheersing van het globaal plaatsen van getallen op de honderdlijn zoals dat van de leerling wordt gevraagd in voorbeeldopgave 10.

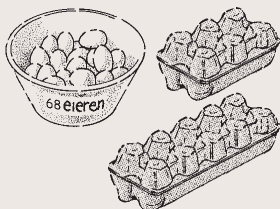
De percentiel-75 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgaven 12 en 13 matig en voorbeeldopgave 14 onvoldoende. Deze leerlingen kunnen alledaagse problemen die vragen om inzicht in enerzijds het gegeven probleem en anderzijds in getallen, tel- en splitsprocedures vaardig oplossen (vergelijk de voorbeeldopgaven 7 tot en met 12). Deze leerlingen hebben bovendien een goed begrip van de orde van grootte van getallen en we verwachten dat zij met gemak en onder verschillende condities willekeurige getallen globaal of precies op een honderdlijn kunnen plaatsen.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven goed en de opgaven 13 en 14 matig. Zij hebben geen problemen meer met het ordenen van de getallen in het getalgebied tot 100 en kunnen zelfs al complexe telhandelingen met wisselende eenheden uitvoeren zoals het bepalen van de totale waarde van een verzameling boekenbonnen in voorbeeldopgave 13.

Het schema op pagina 50 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid *Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100*. Voor een aantal percentiële niveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Getallen en getalrealities
tot 100
Voorbeeldopgaven 12–14

12]



De kaasboer zet de 68 eieren in dozen.
Hij maakt 5 dozen van 10 vol.
De rest zet hij in dozen van 6 eieren.
Hoeveel volle dozen van 6 zijn dat?

_____ dozen van 6 eieren

13]



Vader heeft deze bonnen voor zijn
verjaardag gekregen.
Voor hoeveel euro kan hij boeken kopen?

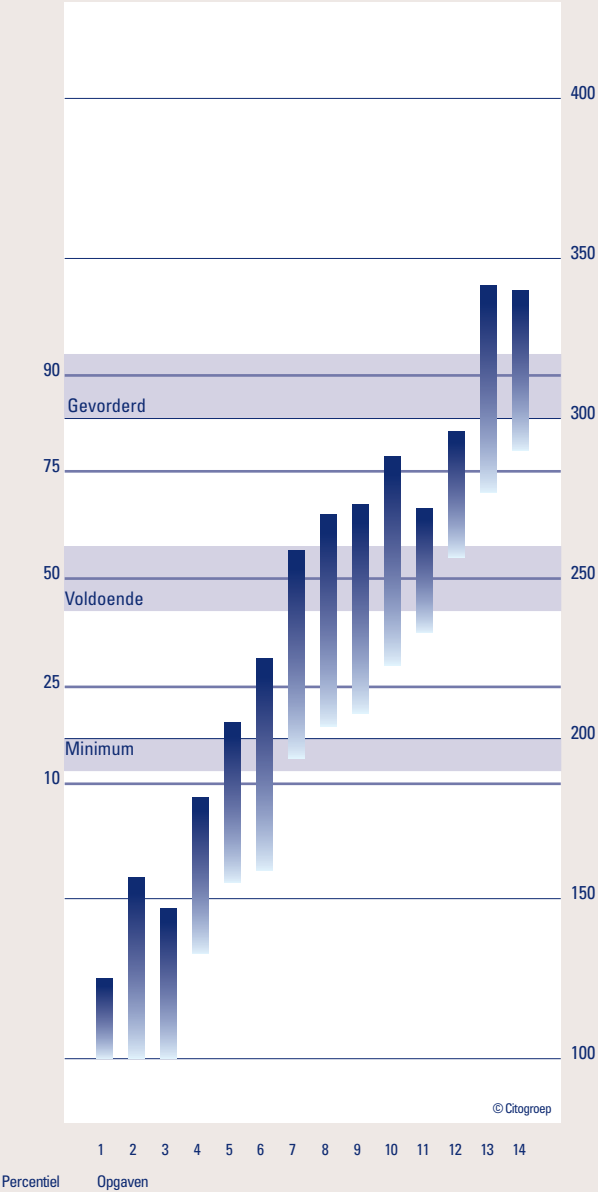
_____ euro

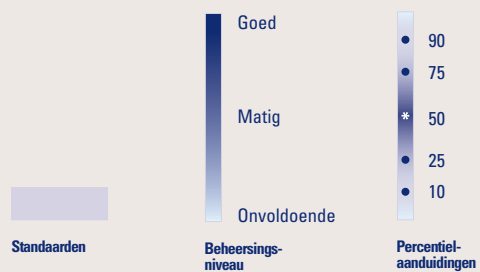
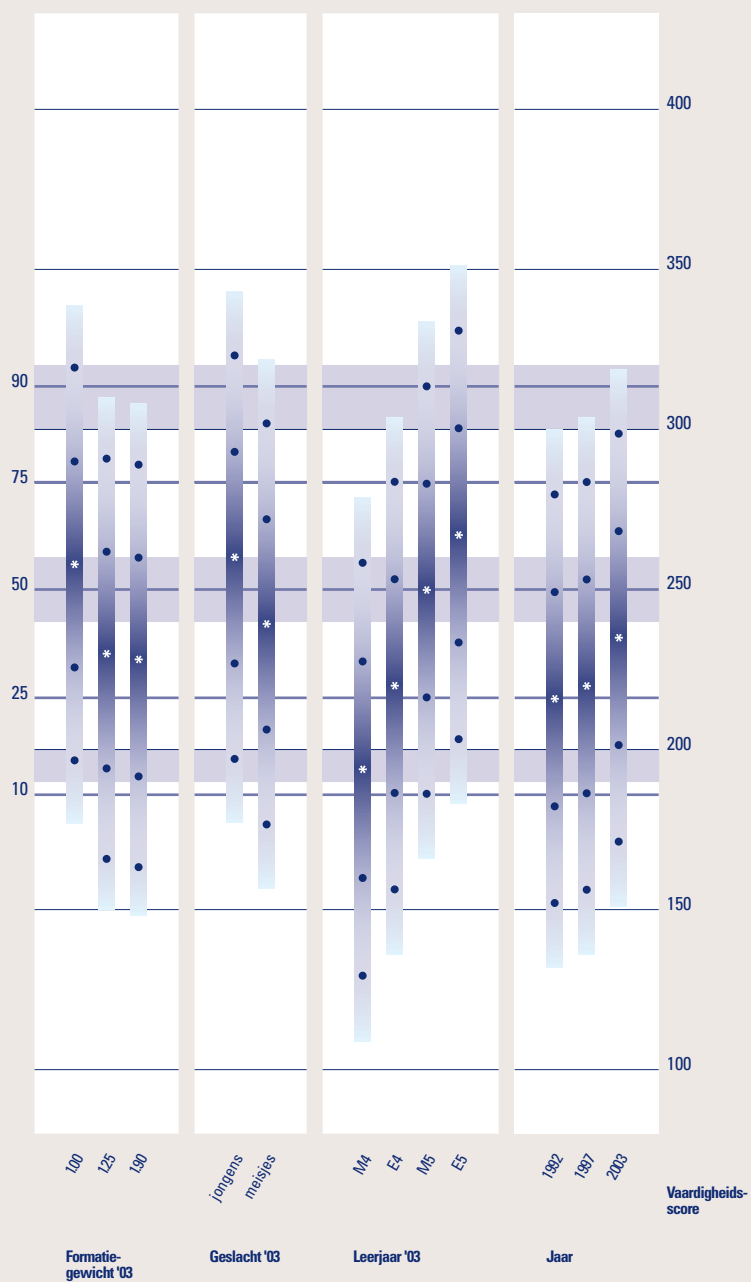
14] De getallenlijn van 0 tot 100 is
verdeeld in 4 stukken.
Welk getal moet bij de pijl staan?



Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 100





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 100

- Herkennen waar 25, 50 en 75 op een lege getallenlijn staan die in vier gelijke intervallen is verdeeld (voorbeeldopgave 14).	
- Samennemen met wisselende eenheden als 5, 10, 20, enzovoorts (voorbeeldopgave 13).	
- Hoeveelheden denkbeeldig inpakken in groepjes, bundels of dozen van 10 en 6 (voorbeeldopgave 12).	
- 100 in twee willekeurige getallen splitsen (strokenmodel als representatie). - Bepalen hoeveel dozen van 10 objecten je moet aanschaffen als je een willekeurig aantal objecten nodig hebt (voorbeeldopgave 11). Hetzelfde met eenheden van 20 objecten,	bijvoorbeeld 5 boekjes van 20 zegels voor 85 zegels. - Samennemen met wisselende eenheden: complexere gevallen met vijftientigtallen en een of meer pakken van 10.
- 20, 40, 60 en 80 op een lege getallenlijn herkennen die in vijf gelijke intervallen is verdeeld (analogie met de plaats van 2, 4, 6 en 8 op de getallenlijn tot 10). - Globaal bepalen waar een willekeurig getal op een lege getallenlijn staat die gemarkeerd is	bij de veelvouden van 10 (voorbeeldopgave 10). - Samennemen met wisselende eenheden: type 2 bonnen van 25 en 2 bonnen van 10 erbij of type 1 pak van 25, 3 pakken van 10 en 1 pak van 5
- Herstructureren van hoeveelheden denkend aan de relatie tussen de maten (voorbeeldopgave 9). - Getallen als 65 op een lege getallenlijn plaatsen die gemarkeerd is bij de veelvouden van 5 en 10. Aangeven welke schatting het dichtst in de	buurt van de exacte hoeveelheid is (voorbeeldopgave 8). - 100 in twee parten splitsen die ongeveer even groot zijn: type: $100 = 53 + \dots$ - Formeel aangeven welk getal '10 meer' is dan een ander.
- Noteren hoe je bedragen samenstelt, gebruik makend van de formulering ... briefjes van 10 euro en ... euro's (voorbeeldopgave 7).	- Splitsen en/of samenstellen gebruikmakend van veelvouden van 8 en 15: type $45 = 30 + \dots$ en type 30 wafels, dat zijn 3 pakjes van 8 en 6 wafels erbij.
- Aangeven hoeveel dozen van 10 en hoeveel losse eenheden je nodig hebt om een bepaalde hoeveelheid samen te stellen (voorbeeldopgave 6).	- Aangeven welke getallen van een gegeven reeks in een bepaald interval van de telrij tot 100 liggen (voorbeeldopgave 5). - Vaststellen welk tiental in het midden tussen twee veelvouden van 5 ligt: type $35 - ? - 45$.
- (Her)structureren van getallen tot 20, gebruikmakend van groepen van 2, 3, 4 en 6: type twee pakken van 6 rollen is evenveel als ... pakken van 3 rollen. - Verder tellen met sprongen van 15: type $15 \rightarrow 30 \rightarrow 45 \rightarrow 60 \rightarrow \dots$	- Vanaf een even of een oneven getal terugtellen met sprongen van 2 tot over een tiental.
- Splitsen van getallen tot 100 in de context van eerlijk verdelen (voorbeeldopgave 4) en springen op de getallenlijn (type $80 = 50 + \dots$).	- Ronde aantallen in twee parten splitsen, gebruikmakend van groepen van 10 en/of 50 (voorbeeldopgave 3) en type: 30 dieren, dat zijn 10 schapen en ... geiten.
- Verder tellen (en terugtellen) met sprongen van 1, 2, 5 en 10: - type $77 \rightarrow 78 \rightarrow 79 \rightarrow \dots$ en $72 \rightarrow 71 \rightarrow 70 \rightarrow \dots$; - type $74 \rightarrow 76 \rightarrow 78 \rightarrow \dots$; - type $30 \rightarrow 35 \rightarrow 45 \rightarrow \dots$ en $90 \rightarrow 85 \rightarrow 80 \rightarrow \dots$; - type $46 \rightarrow 56 \rightarrow 66 \rightarrow \dots$ en $86 \rightarrow 76 \rightarrow 66 \rightarrow \dots$	
- Tellen met wisselende eenheden: geldopgaven waarbij de leerling de totale waarde van een klein aantal briefjes van 5, 10 en 20 bepaalt, bijvoorbeeld $(2 \times 20) + (3 \times 10) + (1 \times 5)$.	- Aan de hand van bijvoorbeeld prijskaarten als € 91, € 68, € 88, € 79 bepalen welk artikel het meest of het minst kost. - Bepalen welke getalkaarten van een gegeven stapel tussen bijvoorbeeld kaartje 35 en kaartje 45 van een lijn moeten hangen.
- Samennemen van getallen als 7 en 60 in de context van kale optellingen ($7 + 60 = \dots$) en getallen als 45 splitsen in 5 + ... - Hoeveelheden die in groepen van 10 zijn geordend tellen en het betreffende aantal noteren (voorbeeldopgave 2).	- Getallen van klein naar groot ordenen, zonder ondersteuning van een context (voorbeeldopgave 1).

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

Wat leerlingen kunnen

Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000

Op enkele uitzonderingen na, liggen alle opgaven van de getallenverkenning tot 1000 buiten het vaardigheidsgebied van **de percentiel-10 leerling**. Van de voorbeeldopgaven beheerst de percentiel-10 leerling alleen opgave 1 goed, de andere voorbeeldopgaven alle onvoldoende. Dit bevestigt onze indruk bij de getallenverkenning tot 100 dat deze leerlingen nog slechts een rudimentair begrip van het positiesysteem van de getallen hebben ontwikkeld. Op basis van dit begrip kunnen zij:

- de getallen van een kale optellingen als $3 + 80 + 400$ die als positiewaarden kunnen worden geïnterpreteerd correct samen-nemen;
- ronde getallen als 280 in een interval van 100 plaatsen (voorbeeldopgave 1);
- met sprongen van 1, 10 en 50 verder tellen (300, 350, ...; 580, 590, ...; 398, 399, ...);
- terugtellen met sprongen van 2 over het eerste honderdtal van de telrij (104, 102, ..., 98);
- al redelijk boven de 100 met eenheden van 20 tellen.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de voorbeeldopgaven 2, 3 en 4 matig. De overige voorbeeldopgaven zijn ook voor deze leerling nog te moeilijk. De matige beheersing van de voorbeeldopgaven 2, 3 en 4 suggereert dat de percentiel-25 leerling zinvol bezig is de principes van het getalsysteem tot 1000 te ontrafelen.

Leerlingen op dit vaardigheidsniveau kunnen waarschijnlijk de getallen van deze opgaven correct met MAB-materiaal representeren en ook correct op een positiokaart noteren. Maar we vermoeden dat zij in situaties als die van de voorbeeldopgaven 3 en 4 het probleem eerder (verkort) tellend dan via positiewaarden zullen oplossen, bijvoorbeeld:

- bij voorbeeldopgave 3: 100 (1 doos), 200 (2 dozen), 300 (3 dozen), 400 (4 dozen) → 4 dozen van 100; 5 keer 10 is 50, dus 5 dozen van 10;
- of bij voorbeeldopgave 4: 1 rij (10 stoelen), 2 rijen (20), 3 rijen (30) ... 10 rijen is 100 stoelen → 11 rijen is 110, 12 rijen is 120, 13 rijen is 130 stoelen.

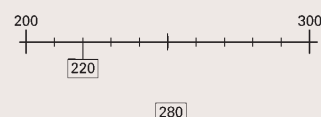
Op dit niveau hebben leerlingen nog moeite met terugtellen over een honderdtal met een sprong van 10 (305 → 295) en zijn ze onvoldoende vertrouwd met de veelvoudenvan 25 en 50 en hun plaats op de duizendlijn om – vanuit een dergelijk getal – telpatronen voort te zetten.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed tot redelijk goed, voorbeeldopgave 6 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Uit de goede beheersing van opgaven als voorbeeldopgave 3 leiden we af dat de gemiddelde leerlingen medio jaargroep 5 een zodanig begrip van het positiesysteem hebben dat zij in staat zijn om denkbeeldige hoeveelheden als 450 op een formeel niveau te structureren (voorbeeldopgave 3) en om dergelijke getallen met inzicht op de duizendlijn te plaatsen. Deze leerlingen krijgen hoe langer hoe meer greep op het inwisselen van honderdtallen voor tientallen en andersom. Zo kunnen zij bedragen als 120 euro met 12 biljetten van 10 leggen en de omgekeerde operatie uitvoeren in situaties als die van voorbeeldopgave 4.

Getallen en getalrelaties tot 1000

Voorbeeldopgaven 1–4

- 1]** Trek een lijn van het kaartje 280 naar de goede plaats op de getallenlijn.



- 2]** Het getal op het middelste kaartje ligt precies in het midden tussen 280 en 320.

Welk getal is dat? Schrijf dat getal op het kaartje



- 3]** Musab doet 450 plantjes in dozen van 100 en dozen van 10.

Hij gebruikt zoveel mogelijk dozen van 100.

Hoeveel dozen van 100 en hoeveel dozen van 10 heeft hij nodig?

_____ dozen van 100 en

_____ dozen van 10

- 4]** In de filmzaal staan 13 rijen stoelen. In elke rij staan 10 stoelen.

Hoeveel stoelen staan er in totaal?

_____ stoelen

5] 820 630 260 530 470

Twee van deze getallen zijn samen evenveel als 1000.
Welke getallen zijn dat?

_____ en _____

6] 

Je betaalt met briefjes van honderd.
Hoeveel briefjes heb je nodig?

_____ briefjes

Minder vanzelfsprekend zijn situaties als die van voorbeeldopgave 6. Mogelijke misvattingen zijn herkenbaar in antwoorden als 7 (20% van de leerlingen), 700 (3%) en 800 (3%). Mogelijke fouten bij het samenstellen van 1000 in situaties als die van voorbeeldopgave 5 komen ten slotte voort uit het weglaten van de tientallen. Leerlingen kiezen dan voor combinaties als $820 + 260$ en $630 + 470$, omdat de honderdtallen tot 1000 sommeren.

De percentiel-75 leerlingen beheersen de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 en 9 net voldoende of niet. Zij kunnen getallen als achttienhonderd correct interpreteren en met cijfers noteren. Wat het positioneren en het tellen betreft kunnen zij, in tegenstelling tot de gemiddelde leerling, de honderdtallen, vijftigtallen en vijftiengttallen wél op de duizendlijn correct ordenen en herkennen en daarom ook vlot met 25 terugtellen. Zij beheersen daarnaast niet alleen voorbeeldopgave 4 erg goed, maar ook complexere situaties als

‘hoeveel appels heb je bij 36 netjes van 10 appels’ en opgaven waarin de omgekeerde vraag wordt gesteld, namelijk ‘hoeveel netjes van 10 appels kun je met 180 appels maken?’

De percentiel-90 leerling beheerst alle voorbeeldopgaven goed. Met name voorbeeldopgaven 7, 8 en 9 laten goed het verschil zien tussen deze leerlingen en de overige van de groep. Percentiel-90 leerlingen kunnen bijvoorbeeld ook hoeveelheden met groepen van 20 samenstellen (voorbeeldopgave 7) en aantallen mentaal samennemen, gebruikmakend van eenheden van 20, 25 en 100 (voorbeeldopgaven 8 en 9).

Het schema op pagina 54 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid Getallen en getalrelaties in het getalgebied van 100 tot 1000. Voor een aantal percentiële niveaus geven we daarbij aan welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

7] 

Meneer Koppels bestelt 160 liter aarde.
Hoeveel zakken van 20 liter zijn dat?

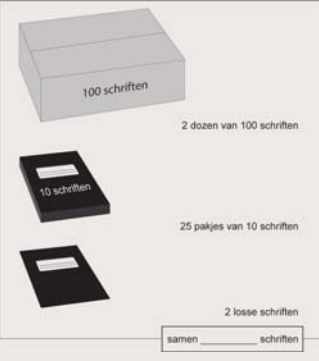
_____ zakken

8] 

In elke la liggen nu 25 kralen.
Sonia doet er in elke la 20 kralen bij.
Hoeveel kralen zitten daarna in de 4 laden samen?

_____ kralen

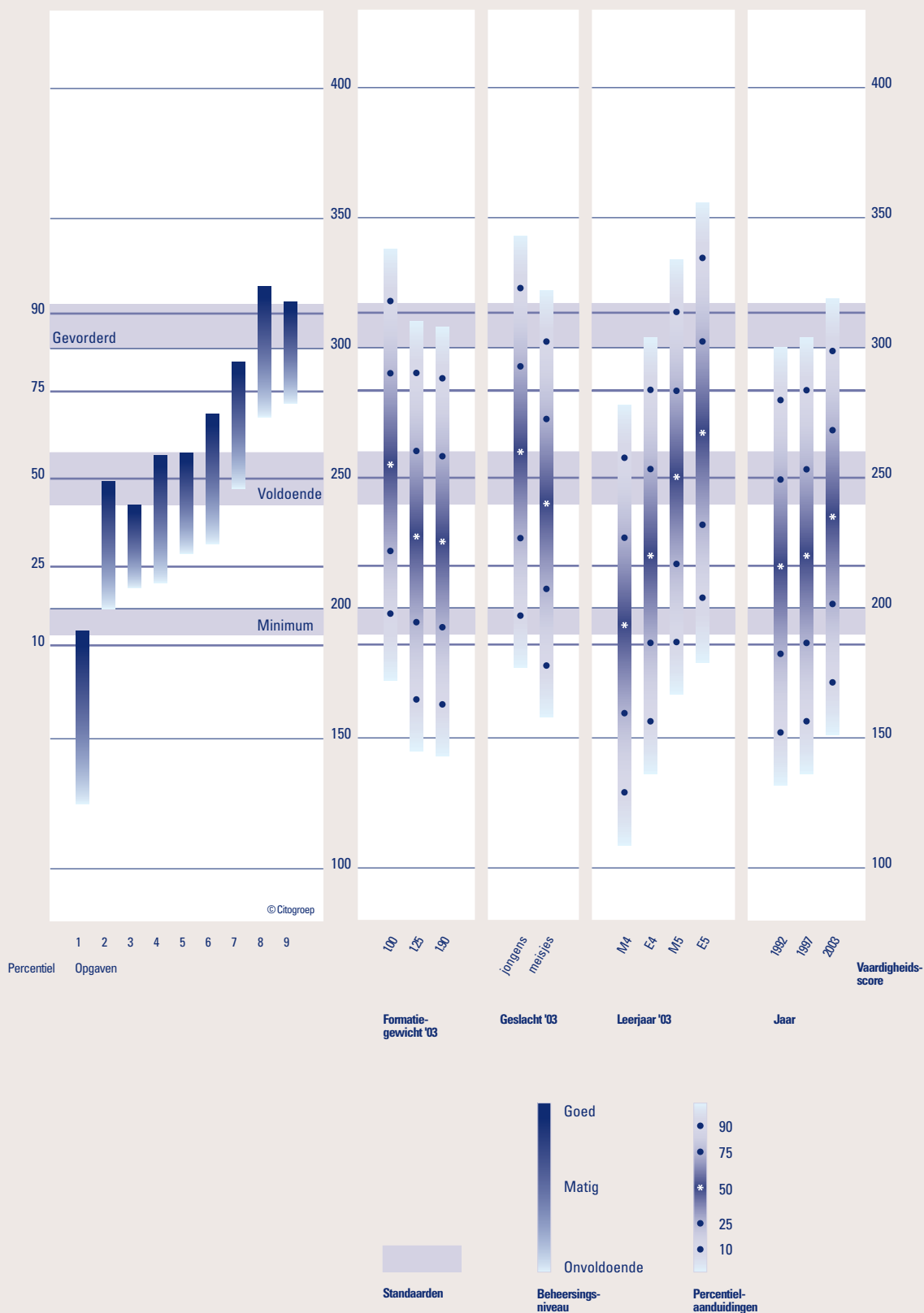
9] Hoeveel schriften zijn dit bij elkaar?



samen _____ schriften

Zie ok de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Getallen en getalrelaties tot 1000



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties in het getalgebied tot 1000

- Samennemen van groepen van 100, 10 en lossen (voorbeeldopgave 9).				
- Aantallen denkbeeldig samennemen, waarbij leerlingen handig gebruik kunnen maken van eenheden van 25 en 20 (voorbeeldopgave 8).	- Het totaal aantal objecten bepalen dat nodig is om een bepaalde hoeveelheid in groepen van 10 samen te stellen, bijvoorbeeld het aantal stukjes vlees voor 24 satéstokjes van elk 10 stukjes.			
- Getallen als achttienhonderd in cijfers opschrijven. - Samennemen van aantallen groepen van 10 objecten, zoals 36 netjes van 10 appels. - Inhouden als 160 liter samenstellen, gebruikmakend van 20 als maat (voorbeeldopgave 7).				
- Het verschil tussen getallen als 468 en 498 mentaal bepalen, waarbij leerlingen gebruik kunnen maken van de tien-structuur van de getallen.	- Hoeveelheden als 180 flessen mentaal in kratten van 10 samenstellen, waarbij leerlingen gebruik kunnen maken van de relatie 100 is evenveel als 10 groepen van 10. - Begrijpen hoe je bedragen als € 799 met eurobiljetten kunt betalen (voorbeeldopgave 6).			
- Alle vijftigtallen herkennen als het getal dat in het midden van een interval van 100 staat. - Aangeven waar veelvouden van 100 (bijvoorbeeld 700) op een getallenlijn staan waarop veelvouden van 25 zijn geplaatst (bijvoorbeeld 575 en 625).	- 1000 samenstellen met 2 getallen als 520 en 480 (voorbeeldopgave 5). - Terugtellen met sprongen van 25: type 850 → 825 → 800 → ...			
- Aantallen als 13 rijen van 10 stoelen samennemen (voorbeeldopgave 4). - 110 opvatten als 10 x 10 + 1 x 10, bijvoorbeeld 110 stoelen als 11 rijen van 10 stoelen.	- Verder tellen met sprongen van 25, zonder ondersteuning van de getallenlijn: type 25 → 50 → 75 → ? → ?			
- Hoeveelheden mentaal samenstellen, gebruikmakend van zoveel groepen van 100 en zoveel groepen van 10 (voorbeeldopgave 3). - Hoeveelheden als 300 zegels mentaal structureren of samenstellen gebruikmakend van 10 als eenheid.	- Verder tellen met sprongen van 25: type 425 → 450 → 475 → ...			
- Bepalen welk honderdtal in het midden tussen twee getallen als 280 en 320 ligt (voorbeeldopgave 2). - Aangeven welke twee getallen samen 1000 vormen: type 550 + 450. - Terugtellen met sprongen van 10 over een	honderdtal: type 122 → 112 → ... → ... en type 435 → 425 → 415 → 405 → ... - Terugtellen met sprongen van 50: type 375 → 325 → 275 → 225 → ... - Verder tellen met sprongen van 20 over een honderdtal: type 550 → 570 → 590 → ...			
- Getallen als 280 in het interval van honderd plaatsen, gebruikmakend van de 10- en 50-markering. (voorbeeldopgave 1). - Doortellen en terugtellen met sprongen van twee over de honderd, uitgaande van een even getal: type 104 → 102 → ... → 96.				
- Verder tellen met sprongen van 1 en 10: type 398 → 399 → ... → ...; type 570 → 580 → 590 → ... → ... - Samennemen van getallen in de context van een kale optelling die naar de opbouw van getallen verwijst: type 3 + 80 + 400 = ...	- Verder tellen met sprongen van 50: type 300 → 350 → ? → ?			

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

Tussendoelen

Het Tal-team heeft de verwachting uitgesproken dat leerlingen aan het einde van jaargroep 4 de volgende vaardigheden of competenties hebben (Tal-team, 1999).

Zij kunnen:

- de telrij tot 100 opzeggen (1, 2, 3, ...100 en 10, 20, 30, ...100) en vanaf ieder getal doortellen en terugtellen (tellen);
- getallen op een (bijna) lege getallenlijn plaatsen en deze in tientallen en eenheden structureren (positioneren en structureren);
- deze getallen relateren aan actuele gebeurtenissen, aantallen en meetgetallen uit het leven van alledag (contextualiseren).

Aan het einde van jaargroep 5 kunnen de leerlingen:

- met passende decimale eenheden tot 1000 tellen;
- de getallen op een lege duizendlijn plaatsen en aan elkaar relateren in orde van grootte;
- deze getallen tientallig ontleden en daarbij vaststellen wat de waarde is van de verschillende positiecijfers, evenals de specifiek functie van de nul.

De resultaten suggereren dat vrijwel iedereen de telrij tot 100 kan opzeggen zoals verwacht. Ook kunnen de meeste leerlingen in dit domein vanaf elk willekeurig getal met sprongen van 1 en 10 verder tellen en terugtellen. Terugtellen met 2 over het tiental vanaf een even of oneven getal levert bij 10% van de leerlingen nog problemen op.

In welke mate de leerlingen het tussendoel positioneren en structureren realiseren is moeilijk te beoordelen, omdat het Tal-team geen duidelijke indicatoren geeft.

Bovenstaande beschrijving roept een drietal opmerkingen op:

- Slechts een kwart van de leerlingpopulatie is vertrouwd met de getallen tot 100 zoals bedoeld én is in staat om het verworven begrip en de vaardigheden ook in elementaire probleemsituaties toe te passen.
- De voortgang suggereert dat een grote groep leerlingen meer formeel en instrumenteel met getallen aan de slag gaat en minder vanuit de betekenis van getallen en handelingen in alledaagse situaties. Dit zou kunnen verklaren waarom ze bijvoorbeeld 40, 500 en 7 correct samennemen, maar niet vast kunnen stellen dat je 8 biljetten van 100 euro nodig hebt om een fiets van € 799 te betalen.
- Het ruimtelijk ordenen van getallen op de honderdlijn levert aanzienlijk meer problemen op dan het meer formeel instrumenteel ordenen via de splitsing in tientallen en eenheden. Vermoedelijk zijn

veel leerlingen het verband niet tussen de tientallige opbouw van de getallen van een bepaald lineair netwerk en onderliggende posities op een lijn: 799 ligt evenals 700, 750, 790 en 800 in het interval 700-800.

In hoeverre leerlingen getallen met aantallen en meetgetallen uit de leefwereld associëren (tussendoel contextualiseren) is niet als zodanig gemeten. De misvattingen in toepassingssituaties signaleren wellicht een gebrekkige aandacht voor het interpreteren van getalsmatige gegevens in de meest voorkomende contexten en het redeneren op basis van deze interpretatie.

De resultaten in het gebied tot 1000 suggereren dat de leerlingen die in het getalgebied tot 100 voorlopen de doelen zullen halen die het Tal-team voor eind jaargroep 5 heeft geformuleerd. De vorderingen van de overige leerlingen geven de indruk dat de uitbreiding van de getallenwereld van 100 tot 1000 minder inzichtelijk en vlot verloopt dan verwacht. Het merendeel van de leerlingen geeft de indruk niet echt te begrijpen volgens welke systematiek de getallenwereld van het ene gebied naar het andere uitdijt (van 10 tot 100, van 100 tot 1000, van 1000 tot 10000) en wat dit zowel voor het positioneren als voor het structureren van getallen betekent.

Standaarden

De interkwartielrange van de oordelen van de geraadpleegde experts voor de **standaard Voldoende** van het onderwerp *Getallen en getalrelaties* ligt rondom het gemiddelde van de vaardigheidsschaal. Het mediane oordeel van de experts valt samen met het gemiddelde van 250, een niveau dat door 50% van de leerlingen wordt bereikt. Voor het getalgebied tot 100 betekent dit dat leerlingen de eerste zes à zeven opgaven goed beheersen met matige beheersing van de opgaven 8 tot en met 11. Voor het getalgebied van 100 tot 1000 moeten leerlingen over vaardigheden beschikken die leiden tot een goede of bijna goede beheersing van de eerste vijf voorbeeldopgaven en matige beheersing van voorbeeldopgave 6. Het uitgangspunt was dat de standaard Voldoende door 70% tot 75% van de leerlingen wordt bereikt en dat blijkt dus niet het geval. Aanvankelijk hadden de beoordelaars het gewenste niveau hoger gelegd, maar zij hebben dat bij het zien van de werkelijke resultaten naar beneden bijgesteld. Het mediane oordeel voor de **standaard Minimum** valt samen met de bovengrens van het interkwartielbereik voor deze standaard en ligt bij vaardigheidsscore 200, een niveau waaraan 85% van de leerlingen voldoet.

Daarmee ligt deze standaard dicht bij het beoogde percentage van 90% tot 95%. Uit het getalbereik tot 100 beheersen leerlingen op het niveau van deze standaard de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 en 6 matig; uit het getalbereik van 100 tot 1000 beheersen deze leerlingen alleen voorbeeldopgave 1 goed en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende of niet. Uit het niveau van de **standaard Gevorderd** leiden we af dat een goede beheersing van rekenproblemen zoals aan de orde in de voorbeeldopgaven 13 en 14 van het getalbereik tot 100 en in de voorbeeldopgaven 8 en 9 van het getalbereik 100 tot 1000 het reguliere curriculum voor medio jaargroep 5 nog overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

De vaardigheidsverdelingen van de drie formatiegewichtscategorieën laten een tweedeling zien. De vaardigheidsverdelingen van de 1.25- en 1.90-leerlingen liggen op vrijwel hetzelfde niveau en beide groepen leerlingen hebben een achterstand ten opzichte van de 1.00-leerlingen. Het gemiddelde vaardigheidsniveau van de 1.25- en 1.90-leerlingen is vergelijkbaar met het percentiële niveau 25 van de 1.00-leerlingen of, anders gezegd, slechts 25% van de 1.25- en 1.90-leerlingen scoort boven het niveau van

de gemiddelde 1.00-leerling. Vertaald naar de standaarden betekent dit dat 57% van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende bereikt tegen slechts iets meer dan 30% in de beide andere groepen. Het niveau van de standaard Voldoende is dus duidelijk realistischer voor de 1.00-leerlingen dan voor de andere leerlingen. Jongens scoren op dit onderwerp duidelijk hoger dan meisjes, met respectievelijk 58% en 42% dat de standaard Voldoende bereikt. Er is uiteraard een geleidelijke toename in vaardigheid over de verschillende leermomenten van medio jaargroep 4 (M4) tot eind jaargroep 5 (E5). Vergelijken we deze verdelingen met het niveau van de standaarden, dan zien we dat aan het einde van jaargroep 4 – een half jaar eerder dus – al 27% van de leerlingen het niveau van deze standaard heeft bereikt. Anderzijds blijkt dat aan het einde van jaargroep 5 63% van de leerlingen de standaard Voldoende bereikt, nog steeds onvoldoende gelet op het voor deze standaard beoogde percentage leerlingen.

De prestaties van leerlingen in 2003 zijn verbeterd ten opzichte van die in 1992 en 1997. Vertaald naar het niveau van de standaard Voldoende bereikt nu in het najaar 38% deze standaard tegen ongeveer een kwart van de leerlingen in eerdere peilingsjaren. Noteboom et al. (2000) rapporteren voor 1992 een verbetering ten opzichte van 1987 voor zowel *Tellen en ordenen* als *Structureren*. De vaardigheid van leerlingen op het gebied van *Getallen en getalrelaties* is in de afgelopen 15 jaar dus duidelijk verbeterd.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	89%	57%
1.25	228	49	71%	32%
1.90	225	49	70%	31%
Geslacht				
jongens	260	49	89%	58%
meisjes	240	49	79%	42%
Leermoment				
E4	220	50	65%	27%
M5	250	50	84%	50%
E5	267	50	91%	63%
Afnamejaar*				
1992	216	50	62%	25%
1997	220	50	65%	27%
2003	235	50	76%	38%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

4.2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Inhoud

Met *Basisautomatismen* duiden we de competenties aan om snel en vaardig elementaire contextloze operaties uit te kunnen voeren. Voor zover leerlingen de uitkomst niet paraat hebben, kunnen zij een geautomatiseerde hoofdrekenprocedure toepassen of de uitkomst uit bekende getalrelaties en met behulp van reken-eigenschappen snel afleiden. In de peiling halverwege de basisschool worden de rekenfeiten, algoritmische rekenprocedures en elementaire vormen van afleiden getoetst die goed van pas komen bij rijgend, splitsend en handig hoofdrekenen. Dit zijn:

- alle optellingen en aftrekkingen uit het getallengebied tot 20;
- feiten, procedures en herleidingen met getallen tot 100 en 1000.

Schematisch overzicht van opgaven Basisautomatismen optellen en aftrekken

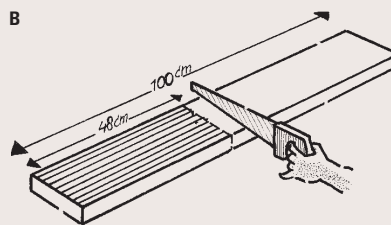
	5(0)-structuur	(bijna)dubbelen	Splitsingen van 10-100 (Over tien of honderd)	10 erbij/eraf	Tientallen en honderdtallen erbij/eraf	Veelvouden van 15, 25 en 50
Rijgen						
100	Type 23 + 5 Type 48 + 50 en 50 + 39 Type 55 – 3 Type 68 – 5 Type 80 – 50 Type 68 – 50 Type 80 – 30 Type 85 – 30	Type 16 + 6 12 + 12 → 24 – 12 Type 39 + 40 Type 84 – 40 Type 92 – 6	Type 43 + 7 en 56 + 4 Type 48 + 52 Type 63 + 37 Type 54 + 7 Type 80 – 4 en 60 – 7 Type 100 – 2, 100 – 5 en 100 – 8 Type 100 – 30, 100 – 50 en 100 – 80 Type 73 – 5 en 82 – 7	Type 72 + 10 Type 87 – 10	Type 29 + 30 en 40 + 39 Type 66 – 20 en 52 – 40	15 + 15 → 30 – 15 25 + 25 → 50 – 25 50 + 25 → 75 – 25
1000	Type 50 + 60 Type 79 + 50 Type 30 + 120 Type 151 + 20 Type 183 – 30 Type 150 – 30 Type 250 – 80	120 + 120 Type 470 + 70 en 80 + 580 240 – 120 Type 602 – 300 Type 830 – 400 Type 620 – 60	Type 120 + 80 en 170 + 30 Type 530 + 70 en 860 + 40 Type 124 + 8 Type 600 – 2, 600 – 5 en 600 – 7 Type 200 – 30, 400 – 50 en 600 – 80 Type 110 – 60, 230 – 40 en 460 – 80	Type 195 + 10 Type 179 + 10 Type 177 – 10 Type 307 – 10 Type 800 – 10	Type 308 + 400 Type 600 + 250 Type 800 – 250 Type 900 – 208 en 800 – 607	75 + 75 → 150 – 75 Type 150 + 75 150 + 150 Type 825 + 75 300 – 150 Type 125 – 75 Type 500 – 25 Type 200 – 50 Type 325 – 50 Type 125 – 50
Splitsen						
100	Type 70 – 20 Type 80 – 50 Type 80 – 30 Type 90 – 70	60 – 30 en 80 – 40 Type 40 – 5 Type 84 – 40		Type 40 + 14	Type 20 + 70 Type 60 – 40	
1000	Type 50 + 60 Type 60 + 80 Type 300 + 500 Type 150 + 80 Type 120 – 70 Type 430 – 80 Type 900 – 500	60 + 60 → 120 – 60 70 + 70 → 140 – 70 80 + 80 → 160 – 80 90 + 90 → 180 – 90 Type 60 + 70	Type 80 + 40 Type 160 + 70 en 190 + 60 Type 480 + 30		Type 200 + 700 Type 80 + 700 Type 900 – 600	

A



De bloes met de korte mouwen is goedkoper dan de bloes met de lange mouwen. Hoeveel euro goedkoper?

B



Je zaagt een stuk van 48 cm lang. Hoe lang is dan het andere stuk?

Meest voorkomende oplossingswijzen en toegepaste basisoperaties (A)

Verskil bepalen via doortellen
van 24 naar 40

16
+ 6 + 10
24 → 30 → 40

16
+ 10 + 6
24 → 34 → 40

Basisoperaties

* 24 + 6 (en 30 - 6)
* 30 + 10 (en 40 - 10)
* 6 + 10 (10 + 6)

* 24 + 10 (en 34 - 10)
* 34 + 6 (en 40 - 6)
* 10 + 6 (en 6 + 10)

Verskil bepalen via
terug tellen van 40 naar 24

16
- 10 - 6
40 → 30 → 24

- 6 - 10
40 → 34 → 24

Basisoperaties

* 40 - 10 (en 30 + 10)
* 30 - 6 (en 24 + 6)
* 10 + 6 (en 6 + 10)

* 40 - 6 (en 34 + 6)
* 34 - 10 (en 24 + 10)
* 6 + 10 (en 10 + 6)

Rijgend aftrekken: het kleinste
bedrag van het grootste
aftrekken

- 20 - 4
40 → 20 → 16

- 4 - 20
40 → 36 → 16

Basisoperaties

* 40 - 20 (en 20 + 20)
* 20 - 4 en 16 + 4

* 40 - 4 en 36 + 4
* 36 - 20 en 16 + 20

Combinatie splitsen en rijgen

40 - 24 via
40 - 20 = 20 en
20 - 4 = 16

Basisoperaties

* 40 - 20 (en 20 + 20)
* 20 - 4 (en 16 + 4)

Meest voorkomende oplossingswijzen en toegepaste basisoperaties (B)

Verskil bepalen via terug tellen
van 100 naar 48

52
- 50 - 2
100 → 50 → 48

Basisoperaties

* 100 - 50 (en 50 + 50)
* 50 - 2 (en 48 + 2)

Rijgend aftrekken: het kleinste
bedrag van het grootste
aftrekken

- 40 - 8
100 → 60 → 52

- 8 - 40
100 → 92 → 52

Basisoperaties

* 100 - 40 (en 40 + 60)
* 60 - 8 (en 52 + 8)

* 100 - 8 (en 92 + 8)
* 92 - 40 (en 52 + 40)

Combinatie splitsen en rijgen

100 - 48 via
100 - 40 = 60 en
60 - 8 = 52

Basisoperaties

* 100 - 40 (en 40 + 60)
* 60 - 8 (en 52 + 8)

Verskil bepalen via doortellen
naar 100, bijvoorbeeld

52
+ 10 + 10 + 10 + 10
48 → 58 → 68 → 78 → ...
of verkort:
+ 2 + 50
48 → 50 → 100

Basisoperaties

* telkens 10 erbij

* 48 + 2 (en 50 - 2)
* 50 + 50 (100 - 50)

Bij rijgend optellen en aftrekken gebruikt de leerling getalpatronen (netwerken van getalrelaties) die verbonden zijn met uitgebreide of verkorte vormen van 'verder tellen' en 'terug tellen'. De oplossingswijzen van twee voorbeeldopgaven uit het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (zie paragraaf 4.4) laten zien welke elementaire optel- en aftrekhandelingen leerlingen uit kunnen voeren wanneer zij de plaats van de getallen in de telrij en getalstructuren gebruiken om hoofdrekend op te tellen en af te trekken (zie schema op pagina 58). Een deel van deze basisautomatismen wordt ook uitgevoerd als leerlingen toepassingsproblemen of kale bewerkingen oplossen via de combinatiemethode splitsen-en-rijgen en de meer formele vormen van splitsen en kolomsgewijs rekenen. In de opgavenverzameling voor dit onderwerp is getracht die relaties en operaties op te nemen die afgeleid kunnen worden uit de verwachte oplossingsmethoden bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken*. De opgaven zijn in dicteevorm mondeling afgenomen. Iedere opgave is twee keer door de toetsleider voorgelezen, waarna de leerlingen vijf seconden tijd kregen om hun antwoord te noteren op het antwoordblad. Op het antwoordblad stonden alleen de nummers van de opgaven met daarachter een antwoordstreep.

De opgaven die in 1997 aan de leerlingen zijn voorgelegd waren te gemakkelijk om verschillen in vaardigheid te kunnen vaststellen. Dit probleem is bij deze vierde peiling opgelost door ook gegevens uit het LVS-onderzoek, met name van einde jaar-groep 5, in de analyse te betrekken.

Het onderwerp *Basisautomatismen: optellen en aftrekken* bevat zowel opgaven in het getalbereik tot 100 als opgaven in het getalbereik van 100 tot 1000. De opgaven zijn ook geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal. Om meer gedetailleerd de vaardigheden van leerlingen te kunnen beschrijven presenteren we de resultaten op de opgaven afzonderlijk voor de twee onderscheiden getalgebieden: opgaven in het getalbereik tot 100 en opgaven in het getalbereik van 100 tot 1000.

Wat leerlingen kunnen

Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

De percentiel 10-leerling beheerst eigenlijk nog niet veel opgaven goed. Van de gegeven voorbeeldopgaven beheersen leerlingen op dit niveau de eerste zes opgaven (vrij) goed. Zij kunnen het merendeel van de optel- en aftrekrelaties tot 20 snel en vaardig reconstrueren, zoals $12 - 7$ (voorbeeldopgave 1), $18 - 6$, $14 - 7$ en $15 - 8$, mogelijk omdat de leerling zonder veel problemen hierbij tellend en niet structurerend kan rekenen. Leerlingen op dit niveau hebben onderstaande operaties van het optellen en aftrekken tot 100 al voor een deel geautomatiseerd:

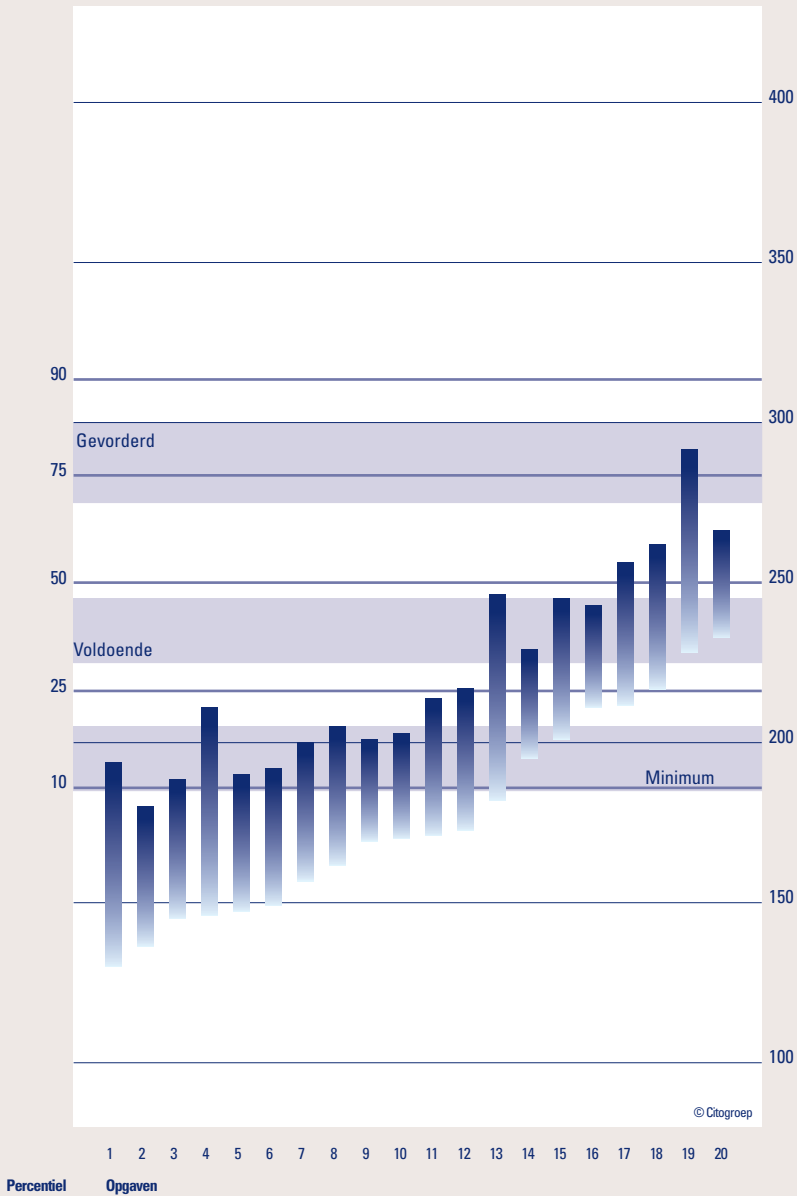
- Opgaven in het getalbereik tot 100 waarbij gerekend wordt binnen een interval van 10 (bijvoorbeeld $58 - 4$, $36 - 5$, $50 - 8$, $32 + 8$ (voorbeeldopgave 2), maar ook $100 - 9$ (voorbeeldopgave 3)).
- Opgaven waarbij ze gebruik kunnen maken van de 10-structuur van de getallen (bijvoorbeeld $63 + 10$, $88 - 10$ en $87 - 7$).
- Opgaven die vragen om een combinatie van de twee genoemde aspecten (bijvoorbeeld $80 + 15$, $18 + 40$ en $50 + 39$).
- Rekenen met tientallen (bijvoorbeeld $20 + 70$ en $90 - 70$; $100 - 50$, $100 - 40$ en $100 - 80$).
- Gebruik van de veelvoud van 25 en 50-structuur (bijvoorbeeld $25 + 25$ en $25 + 50$).
- Bij optellen kunnen rekenen met tien over het honderdtal heen (bijvoorbeeld $60 + 70$ en $80 + 40$).

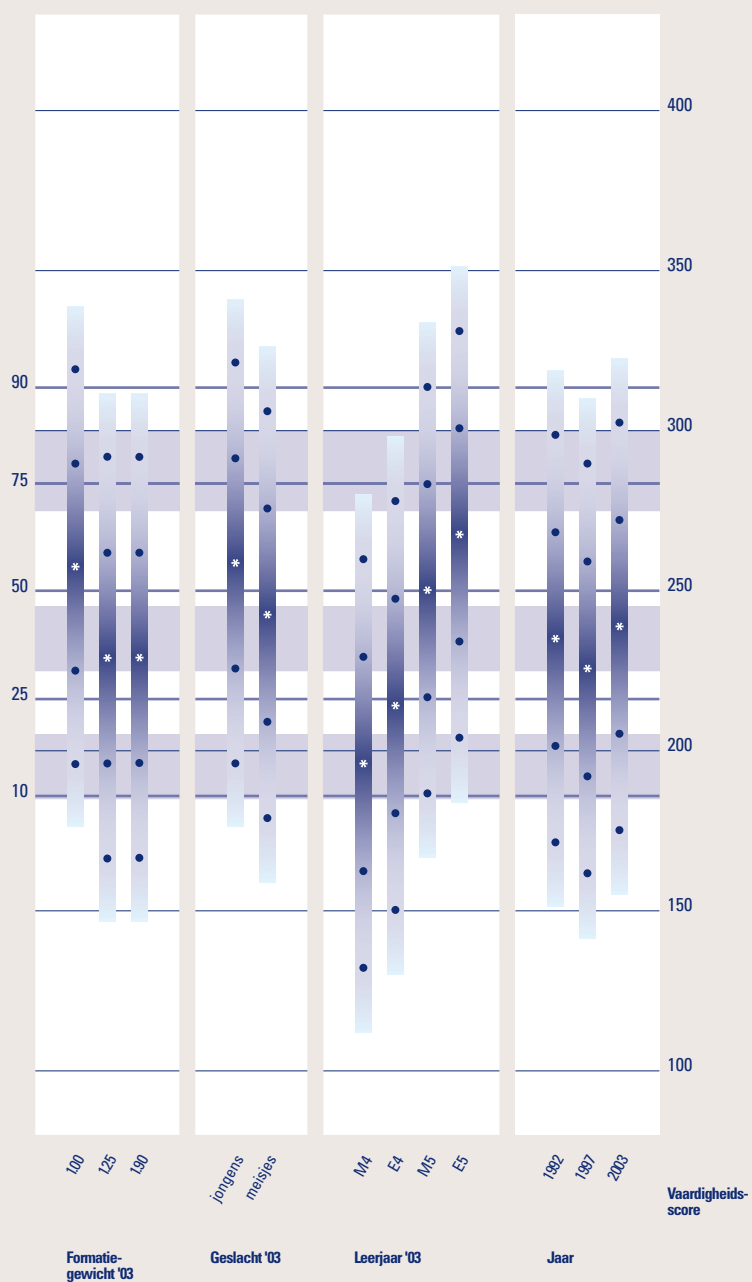
De percentiel 25-leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 13, 14 en 15 matig. De voorbeeldopgaven 7 tot en met 12, die nu goed beheerst worden, vormen een aanvulling op de zojuist onderscheiden opgaventypen. Bovendien worden de moeilijker typen operaties (voorbeeldopgaven 13 tot en met 18) matig of net voldoende beheerst en liggen ze dus in wat we kunnen noemen de 'zone van naaste ontwikkeling'. Op dit ontwikkelingsniveau hebben de leerlingen dus de meest elementaire vormen van hoofdrekend tot 100 al behoorlijk geautomatiseerd.

De gemiddelde leerling, en zeker ook de leerlingen op percentielniveau 75 en hoger beheersen vrijwel alle voorbeeldopgaven goed. Basisautomatismen optellen en aftrekken in het getalbereik tot 100 leveren voor deze leerlingen dus weinig of geen problemen meer op.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Basisautomatismen optellen en aftrekken tot 100





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

Optellen - Type 63 + 37 is samen 100 (voorbeeldopgave 20) ook 62 en 38 (leerling kan gebruikmaken van splitsing van 10 en 100). - Type 98 + 7 (voorbeeldopgave 19): over het eerste honderdtal.									
Aftrekken - 50 – 25 en 75 – 25 (voorbeeldopgave 17): rekenen met 25. - Type 92 – 6 (voorbeeldopgave 16): over het tiental → mogelijk gebruik van dubbelen. - Type 78 – 50: leerling kan gebruikmaken van de 50-structuur.		- Type 60 – 35 (voorbeeldopgave 15) en 80 – 43 (voorbeeldopgave 18): mogelijk gebruik van dubbelstructuur. - Type 54 – 30 en 62 – 40: zoveel tien eraf of type 50 – 12: eerst 10 eraf en dan de rest.							
Optellen - Type 45 + 55 (voorbeeldopgave 14). - Type 48 + 60 (100 en de rest) en type 45 + 55 (samen 100) - 45 + 45 (dubbelen en/of 50-structuur)									
Aftrekken - Type 82-7 en 73-5 (over het tiental → gebruik van 5-structuur en splitsingen van 5).									
Optellen - Type 68 + 7 en type 45 + 9 (voorbeeldopgave 13), mogelijk via 10 erbij en 3 of 1 eraf.									
Aftrekken tot 20 - Type 15 – 8 (voorbeeldopgave 11) en 18 – 6. - Type 13 – 9, mogelijk via 10 eraf en 1 erbij.									
Aftrekken - Type 56 – 50 (voorbeeldopgave 10), 84 – 40 (voorbeeldopgave 4), 80 – 43 en 95 – 20 (aftrekken met tien met mogelijk gebruik van 50-structuur of de dubbelen.		- Type 50 – 8 en 70 – 7 (voorbeeldopgave 9), bijvoorbeeld door splitsing van 10 en telrij. - Type 79 – 5 (voorbeeldopgave 12), 50 – 8, mogelijk via 5-structuur en telrij.							
Optellen - Type 15 + 45 (10 erbij), 12 + 36, 70 + 13 en 80 + 15 (zoveel tientallen en zoveel eenheden). - Type 56 + 4 en 63 + 7 (aanvullen tot het eerstvolgende tiental).		- Type 81 + 20, 48 + 40 (voorbeeldopgave 7) en 27 + 50 (voorbeeldopgave 8), bijvoorbeeld door optellen met tien, eventueel gebruik van twintigtallen, dubbelen en de 50-structuur.							
Aftrekken - Type 100 – 9 (voorbeeldopgave 3). - Type 100 – 60 (aftrekken met 10 → gebruik van de splitsingen van 10 of 100). - Type 36 – 5, 58 – 4 en 50 – 8 (aftrekken binnen een interval van 10 → gebruik van de 5-structuur,		de dubbelen en de splitsingen van 10). - Type 87 – 7 en 88 – 10 (gebruik van de 10-structuur). - Type 58 – 4 (voorbeeldopgave 5) (gebruik van dubbelen binnen een interval van 10)							
Optellen - Type 50 + 39. - 25 + 25 en 25 + 50, mogelijk rekenen met 25. - Type 20 + 70, mogelijk optellen met tien. - Type 60 + 17, eerst de tien, dan de enen, of type 78 + 10.		- 25 + 6 (optellen over het eerstvolgende tiental), mogelijk gebruik van de 5-structuur. - Type 23 + 5, 32 + 8 (voorbeeldopgave 2) en 86 + 4: rekenen binnen een interval van 10 met mogelijk gebruik van de 5-structuur, de dubbelen of de splitsingen van 10.							
Aftrekken tot 20 - Type 20 – 6, bv. via de 5-structuur en/of splitsing van 10. - 14 – 7 (voorbeeldopgave 6); 16-8 (dubbel) en 12 – 7; 17 – 8.		- 12 – 5, 12 – 7 (voorbeeldopgave 1) en 15 – 7, mogelijk via 5-structuur. - Type 16 – 7 en 17 – 8, type 10 – 6, type 9 – 4 of 17 – 10, mogelijk via 5- of 10-structuur.							
Optellen tot 20 - Type 11 + 9, leerling kan gebruikmaken van splitsing van 10. - 5 + 8, 9 + 5 en 8 + 7, mogelijk met gebruik van 5-structuur.		- 8 + 8 en 7 + 6, leerling kan gebruikmaken van dubbel en bijna dubbel. - Type 7 + 10, mogelijk op basis van 10-structuur.							

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

1] $12 - 7 =$ _____	8] $27 + 50 =$ _____	15] $60 - 35 =$ _____
2] $32 + 8 =$ _____	9] $70 - 7 =$ _____	16] $92 - 6 =$ _____
3] $100 - 9 =$ _____	10] $56 - 50 =$ _____	17] $75 - 25 =$ _____
4] $84 - 40 =$ _____	11] $15 - 8 =$ _____	18] $80 - 34 =$ _____
5] $58 - 4 =$ _____	12] $79 - 5 =$ _____	19] $98 + 7 =$ _____
6] $14 - 7 =$ _____	13] $45 + 9 =$ _____	20] $63 + 37 =$ _____
7] $48 + 40 =$ _____	14] $45 + 55 =$ _____	

Het schema op pagina 62 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Basisautomatismen: optellen en aftrekken* in het getalbereik tot 100. Voor een aantal vaardigheidsniveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Wat leerlingen kunnen

Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 10 matig. Goed beheerst worden de opgaven die een beroep doen op het toevoegen en wegnemen van tientallen ($30 + 120$ en $150 - 30$) of honderdtallen ($300 + 500$ en $800 - 400$) en terugtellen met vijftigtallen vanaf een honderdtal ($200 - 50$). Opgaven van het type $70 + 70$ en $70 + 80$ (voorbeeldopgaven 6 en 9) en $130 - 40$ (voorbeeld 8) liggen voor de percentiel-10 leerling in de zone van naaste ontwikkeling evenals opgaven van het type $720 + 50$ en $400 - 90$ (voorbeeldopgaven 7 en 10).

De percentiel 25-leerling beheerst met uitzondering van voorbeeldopgave 7 de eerste tien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 7 en 11 tot en met 15 matig.

Voorbeeldopgaven 11 tot en met 15 liggen voor de percentiel-25 leerling in de zone van naaste ontwikkeling. Het gaat daarbij om typen operaties die een beroep doen op:

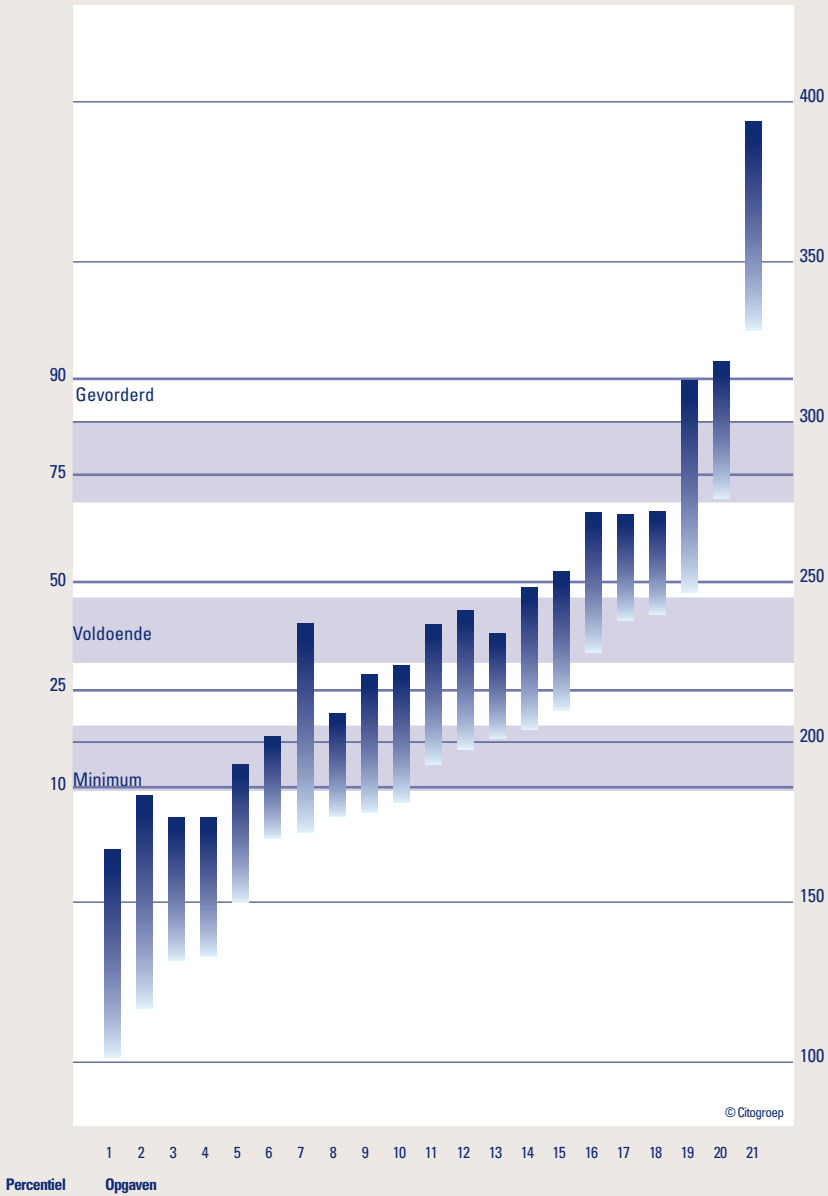
- Aanvullen tot het volgende tiental (voorbeeldopgave 12) of honderdtal 100 (voorbeeldopgave 11), waarbij de leerling handig gebruik kan maken van de splitsingen van respectievelijk 10 en 100.
- Terugrekenen binnen het eerste interval van 10 (voorbeeldopgave 13) en 100 (voorbeeldopgave 14). Ook hier kan de leerling gebruikmaken van de splitsingen van respectievelijk 10 en 100.
- Het wegdenken van tientallen, wegnemen van zoveel honderdtallen en weer toevoegen van de tientallen zoals in voorbeeldopgave 15.

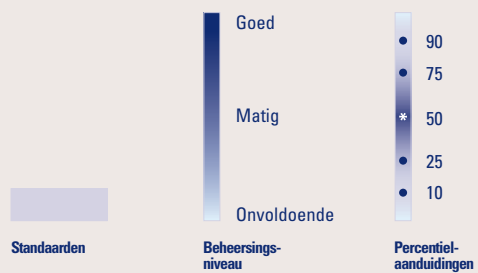
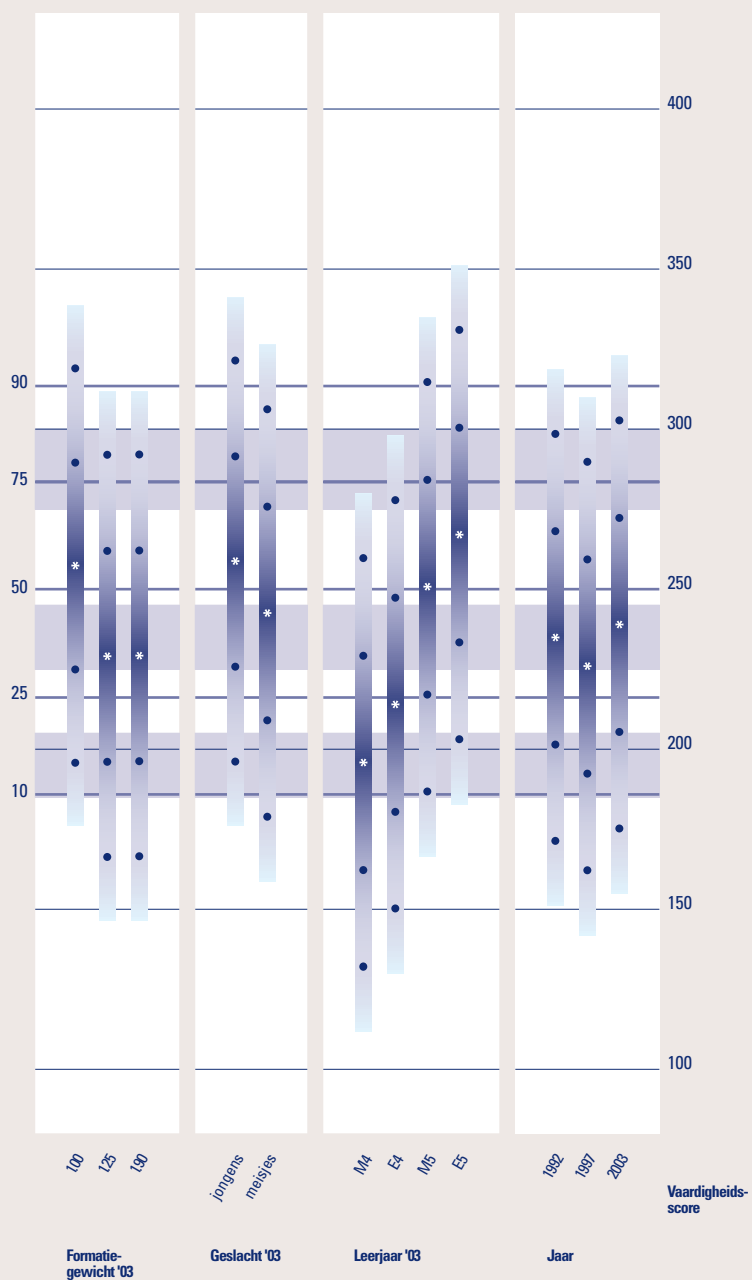
De gemiddelde leerling beheerst alle voorgaande opgaven goed en de voorbeeldopgaven 16 tot en met 19 matig. Het verschil met leerlingen die minder gevorderd zijn is vooral merkbaar in situaties waarin over tientallen en honderdtallen moet worden gerekend (voorbeeldopgaven 16, 18 en 19). Deze leerling is ook al meer vertrouwd met allerlei operaties waarbij, zoals in voorbeeld 17, de veelvouden van 25 zijn betrokken.

De percentiel 75-leerling beheerst de eerste achttien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 19 en 20 matig. We verbinden daaraan de conclusie dat leerlingen op dit vaardigheidsniveau al een groot aantal elementaire operaties in het getalgebied tot 1000 hebben geautomatiseerd.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Basisautomatismen optellen en aftrekken tot 1000





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisautomatismen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

- Optellen boven 1000: type 570 + 540: 100 en zoveel tien en erbij (voorbeeldopgave 21).						
- Optellen: type 670 + 55: 50-structuur (voorbeeldopgave 20).						
- Optellen: type 259 + 8, leerling kan aanvullen tot volgend tiental of 10 erbij en 2 eraf (voorbeeldopgave 19).						
Aftrekken - Type 250 – 70, 320 – 50 en 620 – 60 (voorbeeldopgave 18), via 50- of 100-structuur. - Type 125 – 50, mogelijk door te rekenen met 25. - Type 307 – 10, mogelijk met gebruik van de telrij.						
Optellen - Type 825 + 75 (voorbeeldopgave 17) en 250 + 75 (rekenen met 25). - Type 370 + 70 en 80 + 580 (voorbeeldopgave 16): dubbel 70 en dubbel 80 erbij.						
Aftrekken - Type 400 – 25, mogelijk op basis van structureren met 25. - Type 690 – 300, mogelijk door alleen honderdtallen eraf (voorbeeldopgave 15).		- Type 700 – 6, 800 – 10 (voorbeeldopgave 13) en 800 – 70 (voorbeeldopgave 14) met behulp van telrij en splitsingen van 10 en 100.				
Optellen - Type 250 + 80, mogelijk met gebruik van de 50-structuur. - Type 30 + 570 (voorbeeldopgave 11) en 470 + 40: aanvullen tot honderdtal met splitsingen van 100.		- Type 143 + 7 (voorbeeldopgave 12). - Type 630 + 300 en 520 + 300, mogelijk door alleen honderdtallen erbij te nemen. - Type 70 + 70 en 75 + 75, mogelijk op basis van dubbelen.				
Aftrekken - Type 110 – 60 en 130 – 40 (voorbeeldopgave 8): zoveel tien en eraf over een honderdtal. - Type 603 – 300 en 360 – 200: zoveel honderdtallen eraf, eventueel met dubbelstructuur.		- Type 900 – 500, mogelijk op basis van alleen honderdtallen eraf of gebruik 500-structuur. - Type 600 – 1 en type 500 – 90 (voorbeeldopgave 10).				
Optellen - Type 720 + 50 (voorbeeldopgave 7) en 151 + 20, mogelijk met alleen tien en erbij. - Type 189 + 10 en type 80 + 700, leerling kan gebruikmaken van de 10-structuur.		- Type 270 + 30, leerling kan ook gebruikmaken van splitsingen van 100. - Type 70 + 70 (voorbeeldopgave 6) en 70 + 80 (voorbeeldopgave 9).				
Aftrekken - Type 200 – 50 (voorbeeldopgave 5), mogelijk door te rekenen met vijftigtallen. - Type 800 – 400 (voorbeeldopgave 4), mogelijk via alleen honderden eraf of ook dubbelen.		- Type 150 – 30 (voorbeeldopgave 3), mogelijk alleen tien en eraf en/of splitsingen van 50.				
Optellen - Type 300 + 500 (voorbeeldopgave 2) en 500 + 400, mogelijk alleen honderden erbij of gebruik van de 500-structuur. - Type 30 + 120 (voorbeeldopgave 1).						

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

Basisautomatismen:
optellen en aftrekken tot
1000
Voorbeeldopgaven 1–21

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1] $30 + 120 =$ _____ | 8] $130 - 40 =$ _____ | 15] $690 - 300 =$ _____ |
| 2] $300 + 500 =$ _____ | 9] $70 + 80 =$ _____ | 16] $80 + 580 =$ _____ |
| 3] $150 - 30 =$ _____ | 10] $500 - 90 =$ _____ | 17] $825 + 75 =$ _____ |
| 4] $800 - 400 =$ _____ | 11] $30 + 570 =$ _____ | 18] $620 - 60 =$ _____ |
| 5] $200 - 50 =$ _____ | 12] $143 + 7 =$ _____ | 19] $259 + 8 =$ _____ |
| 6] $70 + 70 =$ _____ | 13] $800 - 10 =$ _____ | 20] $670 + 55 =$ _____ |
| 7] $720 + 50 =$ _____ | 14] $800 - 70 =$ _____ | 21] $570 + 540 =$ _____ |

De percentiel 90-leerling beheerst – met uitzondering van voorbeeldopgave 21 – alle voorbeeldopgaven goed.

Het schema op pagina 66 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Basisautomatismen: optellen en aftrekken* in het getalgebied tot 1000. Voor een aantal vaardigheidsniveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Tussendoelen

Het Tal-team heeft, wat het routinematig optellen en aftrekken betreft, de voortgang van de leerling langs de ontworpen leerlijn met de volgende tussendoelen gemarkeerd (Tal-team, 1998).

- De kinderen moeten eind jaargroep 4 alle optellingen en aftrekkingen tot 10 paraat hebben (tussendoel 1). Ze moeten daarnaast alle optellingen en aftrekkingen tot 20 *routinematig* uit kunnen rekenen, dat wil zeggen zonder er lang over na te denken en volgens ingeslepen rekenhandelingen (tussendoel 2).
- In de loop van de jaargroepen 4 en 5 leren ze alle optellingen en aftrekkingen tot 100 (zowel kaal als in toepassingen) rijgend, splitsend of handig rekenend op te lossen: met sprongen op de getallenlijn, in sommentaal of helemaal uit het hoofd (tussendoel 3).
- Ze moeten aan het einde van jaargroep 6 alle optellingen en aftrekkingen tot 100 uit het hoofd en routinematig kunnen uitrekenen (tussendoel 4).

Tussendoelen voor de automatisering en memorisering van optellen en aftrekken tot 100 (Tal-team, 1998; Van de Heuvel-Panhuizen e.a., 2000)

	Rekenen tot 10	Rekenen tot 20	Rekenen tot 100
Eind groep 4	Tussendoel 1 Gememoriseerd	Tussendoel 2 Routinematig	
In de loop van groep 4-5			Tussendoel 3 Met ondersteuning van getallenlijn of met tussenstappen in sommentaal of uit het hoofd
Eind groep 6			Tussendoel 4 Uit het hoofd routinematig

In hoeverre leerlingen al routinematig met getallen tot 100 kunnen optellen en aftrekken (tussendoel 4) beschrijven we bij het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (paragraaf 4.4), omdat de beheersing van deze vorm van rekenen pas aan het einde van jaargroep 6 wordt verwacht. We beoordelen hier alleen de verwachtingen met betrekking tot het routinematig optellen en aftrekken in het gebied tot 20.

Omdat we niet weten hoe de leerlingen de opgaven hebben opgelost, kunnen we niet vaststellen in welke mate de getoetste optel- en aftrekrelaties tot 10 en 20 zijn gememoriseerd. De plaats van de (voorbeeld)opgaven op de schaal laten wel zien dat vrijwel iedereen deze optellingen en aftrekkingen snel en vaardig kan reconstrueren. In die zin realiseert vrijwel elke leerling halverwege de basisschool het doel van het routinematig rekenen tot 20, dat voor eind groep 4 is geformuleerd. Leraren moeten zich echter realiseren dat de 10% leerlingen die het minst gevorderd zijn nog problemen kunnen ondervinden bij vier typen aftrekkingen in dit getalgebied:

- 15 – 8, waarbij de leerling de 5-structuur van 8 kan gebruiken ($8 = 5 + 3$);
- 18 – 6, waarbij de leerling 10 zou kunnen 'wegdenken' en $8 - 6$ als een verschil van 2 opvat;
- 20 – 9, waarbij de 10-structuur van het getal en de splitsing van 10 kan worden gebruikt: $10 = 1 + 9$, dus $20 = 11 + 9$;
- 18 – 9, waarbij de omgekeerde relatie tussen optellen en aftrekken en dubbel 9 gebruikt zou kunnen worden: het antwoord is 9, want $9 + 9 = 18$.

Toepassingsopgaven van het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* laten bovendien zien dat deze leerlingen ook problemen ondervinden bij de oplossing van complexere, doch elementaire aftrekproblemen in dit getalgebied (zie paragraaf 4.4).

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt tussen de percentielscores 25 en 50. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 240, een niveau waaraan 58% van de leerlingen voldoet. De standaard ligt dus iets hoger dan het voor deze standaard beoogde niveau van 70% tot 75%. De standaard Voldoende veronderstelt een goede tot redelijk goede beheersing van de eerste zestien voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 100 en van de eerste dertien voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 1000. De **standaard Minimum** ligt tegen percentiel 10 aan. De mediaan van de oordelen voor deze

standaard ligt bij vaardigheidsscore 195 en daaraan voldoet 86% van de leerlingen. De standaard Minimum impliceert een goede tot redelijk goede beheersing van de eerste tien voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 100 en van de eerste zes voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 1000.

De **standaard Gevorderd** ligt hoog op de schaal. Er zijn geen voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 100 die het curriculum rekenen-wiskunde voor medio jaargroep 5 overstijgen en bij de opgaven binnen het getalbereik tot 1000 geldt dat alleen voor de laatste opgave. Het gebrek aan meer moeilijke opgaven maakt voor de beoordelaars het oordelen onzeker.

Verschillen tussen leerlingen

Net als bij het vorige onderwerp laten de vaardigheidsverdelingen van de drie formatiegewichtscategorieën een tweedeling zien. De vaardigheidsverdelingen van de 1.25- en 1.90-leerlingen liggen op hetzelfde niveau en beide groepen leerlingen hebben een achterstand ten opzichte van de 1.00-leerlingen: het gemiddelde vaardigheidsniveau van de 1.25- en 1.90-leerlingen is vergelijkbaar met dat van de percentiel-25 leerling in de 1.00-groep of, anders gezegd, slechts 25% van de 1.25- en 1.90-leerlingen scoort boven het niveau van de gemiddelde 1.00-leerling. Vertaald naar de standaarden betekent dit dat 64% van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende bereikt tegen slechts iets meer dan 42% in de beide andere groepen. Ook hier geldt dus dat het niveau van de standaard Voldoende duidelijk realistischer is voor de 1.00-leerlingen dan voor de andere leerlingen. Jongens scoren op dit onderwerp duidelijk hoger dan meisjes, met respectievelijk 64% en 52% dat de standaard Voldoende bereikt. Er is uiteraard een geleidelijke toename in vaardigheid over de verschillende leer-momenten van medio jaargroep 4 (M4) tot eind jaargroep 5 (E5). Vergelijken we deze verdelingen met het niveau van de standaarden, dan zien we dat aan het einde van jaargroep 4 – een half jaar eerder dus – 30% van de leerlingen het niveau van deze standaard heeft bereikt. Tegen het einde van jaargroep 5 heeft 70% van de leerlingen de standaard Voldoende bereikt. Een half jaar later dan voorzien bereikt 70% van de leerlingen dus de standaard Voldoende. De prestaties van leerlingen over de drie laatste afnamejaren vertoont een variabel niveau. Waren de prestaties in 1997 ten opzichte van 1992 iets achteruit gegaan, in 2003 zijn de resultaten verbeterd ten opzichte van 1997 en is er zelfs sprake van een lichte verbetering ten opzichte van 1992.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	257	48	90%	64%
1.25	229	49	76%	42%
1.90	229	49	76%	42%
Geslacht				
jongens	258	49	90%	64%
meisjes	242	49	83%	52%
Leermoment				
E4	214	50	65%	30%
M5	250	50	86%	58%
E5	267	50	92%	70%
Afnamejaar*				
1992	235	50	79%	46%
1997	226	50	73%	39%
2003	239	50	81%	49%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

4.3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij dit onderwerp stellen we vast hoe ver de leerlingen gevorderd zijn bij hun reconstructie en memorisering van de tafels van vermenigvuldiging, enkele dubbelens als 2×15 , 2×20 , 2×25 , 2×60 en 2×75 evenals relaties als 2×99 , 4×50 , 11×5 en 20×4 die bij hoofdrekenen goed van pas komen. Dit onderwerp is sinds 1997 weer opgenomen in het domein, omdat de methoden in de onderbouw meer aandacht begonnen te besteden aan de vermenigvuldigstructuren en/of de deelbaarheid van getallen. De voortgang wordt gemeten met kale vermenigvuldigingen uit de tafels van 1 tot en met 10, bijvoorbeeld 4×10 en 6×3 en hun omkering. Als leerlingen een gevraagd product niet paraat hebben, dan zouden zij één van de onderstaande strategieën kunnen gebruiken om de uitkomst snel te construeren:

- omkeren (9×2 via 2×9);
- gebruik van eenmaal meer of eenmaal minder (6×8 via $40 + 8$ en 9×8 via $80 - 8$);
- handig verdubbelen (4×6 via $12 + 12$).

Bij een aantal opgaven gaat het om eenvoudige delingen met getallen uit de tafels

van 2, 4 en 5, bijvoorbeeld $12 : 4$, $20 : 4$ en $15 : 5$. Als de leerling deze delingen niet kent, kan hij de oplossing vinden door bijvoorbeeld:

- herhaald optellen of denkend aan een stipsom, het product terugvinden dat bij de deling hoort: $48 : 6 = ?$ via $? \times 6 = 48$ (gebruik van de omgekeerde relatie tussen vermenigvuldigen en delen);
- herhaald halveren bij delingen als $20 : 4$ via de helft van 20 is 10 en de helft van 10 is 5;
- handig ontleden bij veelvouden van vijf: $50 : 2$ via $50 = 25 + 25$ of 2×25 .

De opgaven zijn in dicteevorm mondeling afgenomen. Iedere opgave is twee keer door de toetsleider voorgelezen waarna de leerling vijf seconden tijd kreeg om zijn antwoord te noteren op een antwoordblad.

Wat leerlingen kunnen

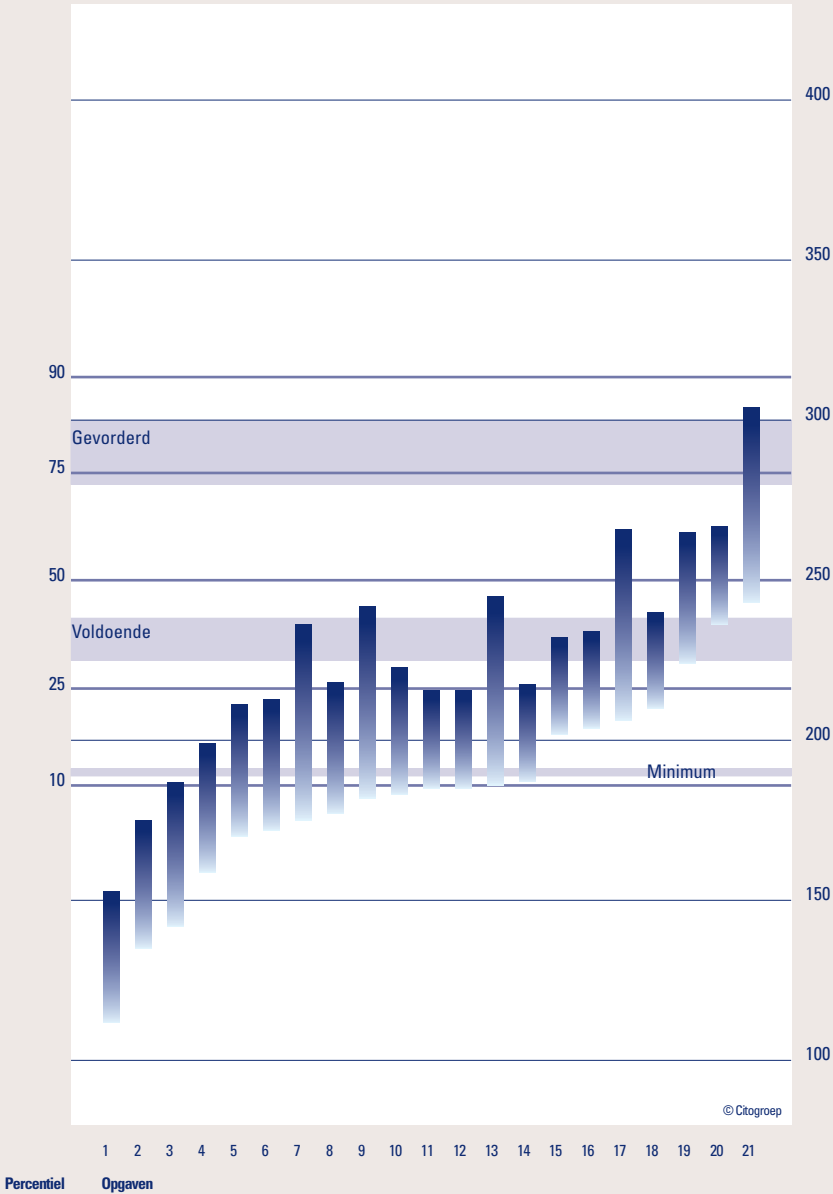
De percentiel-10 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 matig. Het best bekend lijken de producten van de tafels van 2, 5 en 10, alhoewel voorbeeldopgave 12 weer relatief moeilijk lijkt en nog maar net voldoende wordt beheerst. De idee is dat leerlingen – meer dan vroeger – de tafels zouden kunnen reconstrueren, daarbij redenerend in termen van eenmaal meer of minder, tien keer, de helft van tien keer en (herhaald) verdubbelen en gebruikmakend van een tweetal rekenregels, te weten:

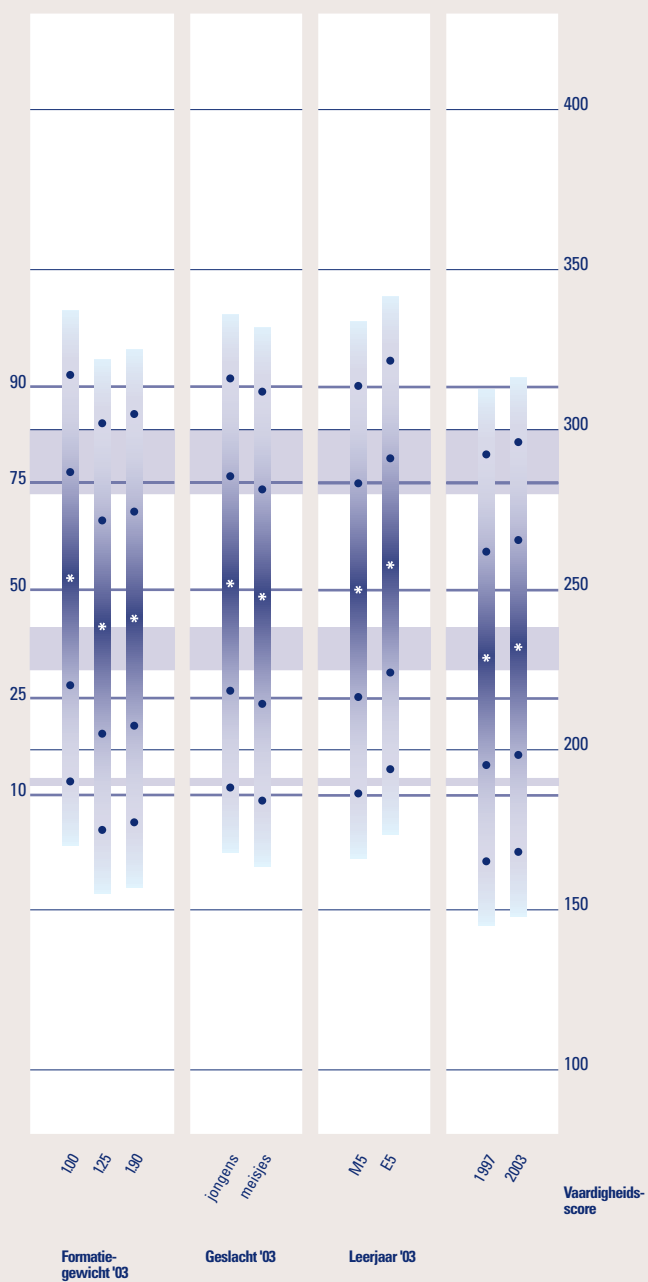
- de verdeelregel zoals in:
 $6 \times 5 = (5 \times 5) + 5$ in combinatie met eenmaal meer $25 + 5 = 30$
 $9 \times 2 = (10 \times 2) - 2$ in combinatie met eenmaal minder $20 - 2 = 18$
- de verwisselregel
 $5 \times 6 = 6 \times 5$
 $9 \times 2 = 2 \times 9$

De opgave 6×5 (voorbeeld 12) blijkt echter veel moeilijker dan het adequate steunpunt 5×5 (voorbeeldopgave 1) of het omgekeerde 5×6 (voorbeeldopgave 2). Door de dubbele interpretatie van 6×5 en 5×6 valt er niet te zeggen in hoeverre zwakkere leerlingen de rekenregels en steunpunten gebruiken zoals bedoeld. Andere moeilijker gevallen als 6×7 , het omgekeerde 7×6 en het bijbehorende steunpunt $6 \times 6 = 36$ liggen dicht bij elkaar in de buurt, namelijk alledrie in het vaardigheidsinterval 160 – 225. Het lijkt erop dat naarmate leerlingen zich verder ontwikkelen, zij over meer steunpunten beschikken en daarom ook meer gebruik kunnen maken van de basisregels omkeren en/of verdelen. Het kan natuurlijk ook zijn dat zij de tafels beter hebben geautomatiseerd.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Delen - 50 : 2 (voorbeeldopgave 19).	
Vermenigvuldigen - 2 x 99 (voorbeeldopgave 21). - 2 x 75.	
Delen - Delingen in relatie met producten uit de tafels van 4 tot en met 9: voorbeeldopgaven 16, 15 en 18. - 48 : 6 en 49 : 7.	
Vermenigvuldigen - 8 x 7 en 7 x 8. - Moeilijker producten uit de tafels van 6, 7 en 8: 7 x 6, 7 x 7, 6 x 8, 8 x 6, en 8 x 8.	
Delen - Delingen van het type gedeeld door 9: 45 : 9, 36 : 9 (voorbeeldopgave 11) en 72 : 9.	
Vermenigvuldigen - Producten uit de tafel van 9 (voorbeeldopgaven 8 en 14) en 9 x 6 en 7 x 9 en hun spiegelbeeld uit de tafel van 6 en 7. - 11 x 5 en 2 x 45.	- 25 x 2 (voorbeeldopgave 7). - 11 x 10 (voorbeeldopgave 9).
Delen - Delingen in relatie met de tafels van 2, 4 en 5 zoals 8 : 2 en 12 : 2; 16 : 4, 20 : 4 en 40 : 4; 30 : 6 en 45 : 5.	
Vermenigvuldigen - 2 x 15 en 2 x 45; 3 x 20; 4 x 50. - Producten uit de tafel van 3 zoals 8 x 3 en 9 x 3, tafel van 4 zoals 4 x 6 en 7 x 4 en tafel van 6 zoals 4 x 6, 6 x 6 en 7 x 6.	
Delen - 40 : 10 (voorbeeldopgave 3) en 60 : 10. - Delingen die bij de tafel van 5 horen: 35 : 5 en 15 : 5.	
Vermenigvuldigen - Enkele producten uit de tafel van 3 (3 x 3, 4 x 3, 3 x 6 en 6 x 3) en 4 (3 x 4 en 4 x 4). - 2 x 40, 2 x 60.	- Producten uit de tafel van 2, 5 (voorbeeldopgaven 1, 2 maar bijvoorbeeld niet voorbeeldopgave 17) en 10.

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

De operatie delen blijkt voor de kinderen aanmerkelijk moeilijker dan het vermenigvuldigen. Van de totale verzameling van zo'n 90 opgaven beheerst de percentiel-10 leerling er 27 goed, waarvan slechts vijf deelopgaven: $35 : 5$, $40 : 5$, $15 : 5$, $60 : 10$ en $40 : 10$. Veelal zijn corresponderende vermenigvuldig-opgaven duidelijk gemakkelijker en hebben leerlingen daarop meer succes. Dit suggereert dat delen nog steeds meer na dan *in relatie met* vermenigvuldigen wordt geleerd.

De percentiel-25 leerling beheerst op een enkele uitzondering na de eerste veertien voorbeeldopgaven goed. Kijken we naar de totale verzameling opgaven, dan beheerst de percentiel-25 leerling de meeste opgaven goed. Aanvullend op de prestaties van de percentiel-10 leerling zijn dat producten uit de tafels van 3 en 4, maar ook elementaire delingen en producten uit de grote tafels: 2×25 , 2×50 en 4×50 (voorbeeldopgave 4). Deze leerling lijkt meer gebruik te maken van de hierboven besproken steunpunten, rekenregels en herleidingen. Aan de hand van voorbeeldopgaven 8, 9 en 14 aan de ene kant (oplosbaar via 10 keer in combinatie met eenmaal meer of eenmaal minder) en voorbeeldopgaven 10 en 11 aan de andere kant (het omgekeerde) kunnen leraren erg goed het niveauverschil waarnemen tussen de percentiel-10 en de percentiel-25 leerlingen. Deze opgaven liggen namelijk in de zone van naaste ontwikkeling van de minst gevorderde leerling, terwijl de percentiel-25 leerling deze opgaven al beheerst. Niettemin blijft het natuurlijk de vraag of de leerling deze strategie wel gebruikt, dan wel de opgaven inmiddels beter heeft geautomatiseerd.

De gemiddelde leerling kan vrijwel alle in medio jaargroep 5 voorgelegde tafelproducten en delingen snel en vaardig reproduceren, waarbij het onduidelijk is waarom voorbeeldopgave 20 ' 4×8 ' tot de moeilijkste opgaven behoort. Deze leerling kent het zogenaamde moeilijkste tafelproduct 8×7 , dat overigens even moeilijk blijkt te zijn als zijn spiegelbeeld 7×8 . Omdat de bijbehorende delingen $56 : 7$ en $56 : 8$ pas in jaargroep 6 worden getoetst, kunnen we het verworven inzicht van de leerling in de omgekeerde relatie tussen deze producten en delingen niet beoordelen. Op dit ontwikkelingsniveau zou de gemiddelde leerling opgaven als 14×2 , 20×4 en 25×2 rekentechnisch op twee manieren kunnen oplossen:

- via verwisselen en verdubbelen
 - $14 \times 2 = 2 \times 14 = [10 + 10] + [4 + 4] = 28$
 - $20 \times 4 = 4 \times 20 = 2 \times 40 = 80$
 - $25 \times 2 = 2 \times 25 = [20 + 20] + [5 + 5] = 50$
- via verdelen
 - $14 \times 2 = [10 \times 2] + [4 \times 2] = 20 + 8 = 28$
 - $25 \times 2 = [10 \times 2] + [10 \times 2] + [5 \times 2] = 20 + 20 + 10 = 50$

De voorbeeldopgaven 17, 19, 20 en 21 liggen voor de gemiddelde leerling in de zone van naaste ontwikkeling.

De percentiel-75 leerlingen en de percentiel-90 leerlingen beheersen (vrijwel) alle voorgelegde opgaven van het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* goed. We wezen al op de merkwaardige positie van opgave 20, waarvan we toch zouden verwachten dat leerlingen, en zeker deze leerlingen, deze opgave geautomatiseerd zouden hebben.

**Basisautomatismen:
vermenigvuldigen en
delen**
Voorbeeldopgaven 1–21

- | | | |
|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1] $5 \times 5 =$ _____ | 8] $8 \times 9 =$ _____ | 15] $36 : 4 =$ _____ |
| 2] $5 \times 6 =$ _____ | 9] $11 \times 10 =$ _____ | 16] $63 : 9 =$ _____ |
| 3] $40 : 10 =$ _____ | 10] $45 : 9 =$ _____ | 17] $60 : 2 =$ _____ |
| 4] $4 \times 50 =$ _____ | 11] $36 : 9 =$ _____ | 18] $48 : 6 =$ _____ |
| 5] $40 : 4 =$ _____ | 12] $6 \times 5 =$ _____ | 19] $50 : 2 =$ _____ |
| 6] $2 \times 15 =$ _____ | 13] $14 \times 2 =$ _____ | 20] $4 \times 8 =$ _____ |
| 7] $25 \times 2 =$ _____ | 14] $9 \times 7 =$ _____ | 21] $2 \times 99 =$ _____ |

En zo niet, dan verwachten we dat een leerling op dit niveau de dubbelstructuur van 32 kent en 4×8 via verdubbelen/halveren zou moeten kunnen oplossen: $4 \times 8 = 16 \times 2 = 32$ (via $2 \times 10 + 2 \times 6$) dan wel via een andere 'handige' weg tot een snelle oplossing zou kunnen komen.

Uitgaande van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven beschrijven we in het schema op pagina 72 de ontwikkeling voor de vaardigheid van het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen*. Voor een aantal vaardigheidsniveaus geven we daarbij aan welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Tussendoelen

Het Tal-team heeft, wat de reconstructie en memorisering van de tafelproducten betreft, de voortgang van de leerling langs de ontworpen leerlijn met de volgende tussendoelen gemarkeerd:

- Eind groep 4 kennen de kinderen ten minste de tafels van 2, 5 en 10 en hun omkeringen uit het hoofd en kunnen daarmee de overige tafelproducten tot tien handig uitrekenen.
- Eind groep 5 hebben de leerlingen alle vermenigvuldigingen uit de tafels van 2 tot en met 10 geautomatiseerd.
- Al deze opgaven zijn eind groep 6 gememoriseerd.

Volgens het Tal-team is delen de laatste hoofdbewerking die systematisch geëxploreerd wordt (Van de Heuvel-Panhuizen e.a., 2000, p. 50 en verder). De informele verkenning van deze operatie start al in jaargroep 3 en 4, in toepassingssituaties waarin het om verdelen en opdelen van hoeveelheden gaat. De bewerking heeft dan nog geen aparte status.

De operatie 'gedeeld door' en het daarmee corresponderende deeltken wordt pas medio jaargroep 5 in de context van deze opdeel- en verdeelproblemen geïntroduceerd, bijvoorbeeld bij het inpakken van 18 eieren in doosjes van 6 en het verdelen van 25 kersen tussen 4 kinderen. Ook op dit niveau komen de leerlingen, volgens het Tal-team vooral via *omgekeerd vermenigvuldigen* tot een oplossing.

Er zijn geen expliciete tussendoelen voor delen geformuleerd. Uit bovenstaande uiteenzetting maken we op dat de leerlingen pas vanaf de tweede helft van jaargroep 5 geleidelijk aan de formele delingen van de tafels, via de geleerde tafelproducten en rekenregels, moeten kunnen reconstrueren.

De ordening van de opgaven op de vaardigheidsschaal geeft aan dat, medio jaargroep 5, vrijwel alle leerlingen het tussendoel van eind jaargroep 4 realiseren. Ze kunnen de producten uit de tafel van 2, 5 en 10 snel en vaardig reconstrueren. De helft van de leerlingen kan praktisch alle tafelproducten routinematig reconstrueren en realiseert zodoende het tussendoel dat voor eind jaargroep 5 is geformuleerd.

We constateren dat naarmate de leerlingen meer tafelproducten hebben geautomatiseerd en meer inzicht hebben verworven in de onderlinge relaties tussen de elementaire vermenigvuldig- en deelproblemen, ze ook beter in staat zijn om corresponderende formele delingen te reconstrueren. Zo kan 75% van de leerlingen de delingen $35 : 5$, $40 : 5$, $15 : 5$ en $45 : 5$ correct oplossen, evenals $12 : 4$, $16 : 4$, $20 : 4$ en $40 : 4$ en $60 : 6$ en $60 : 10$. De helft van de leerlingen kan tevens een vijftiental delingen uit de tafel van 6 tot en met 9 correct reconstrueren, zoals $54 : 6$, $42 : 7$, $48 : 8$ en $72 : 9$.

Opvallend is ten slotte dat leerlingen geleidelijk aan het dubbelen lijken te ontwikkelen en toe te passen: van 2×40 en

Tussendoelen bij de reconstructie van de tafels (Tal-team, 1998; Van den Heuvel-Panhuizen e.a., 2000)

Voortgang	Tafels van vermenigvuldiging en de bijbehorende deeltafels	Voorbeelden
Eind groep 4	Tafel van 2, 5 en 10 gememoriseerd en informeel'-contextgebonden delen via <i>opdelen</i> , <i>verdelen</i> en <i>omgekeerd vermenigvuldigen</i>	8×10 en 10×8 ; 7×2 en 2×7 ; 5×6 en 6×5 36 eieren inpakken in dozen van 10 28 kersen eerlijk verdelen tussen 5 kinderen
Eind groep 5	Tafel van 2 tot en met 10 geautomatiseerd	7×8 en 8×7 en delen via omgekeerd vermenigvuldigen: $7 \times 8 \leftarrow \rightarrow 56 : 7$ en $56 : 8$ en $8 \times 7 \leftarrow \rightarrow 56 : 7$ en $56 : 8$
Eind groep 6	Tafel van 2 tot en met 10 gememoriseerd	

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	252	50	90%	67%
1.25	241	50	85%	59%
1.90	245	50	86%	62%
Geslacht				
jongens	251	49	89%	67%
meisjes	249	49	88%	65%
Leermoment				
M5	250	50	88%	66%
E5	258	50	91%	71%
Afnamejaar*				
1997	229	50	78%	49%
2003	232	50	80%	52%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

2 x 60 (iedereen goed) naar 2 x 75 en 2 x 99 (25% van de leerlingen goed) via 2 x 25 en 2 x 15 (90% goed) en 2 x 45 (75% goed).

Standaarden

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** valt samen met de ondergrens van het interkwartielbereik van de oordelen en ligt op vaardigheidsscore 230, een niveau waaraan 66% van de leerlingen voldoet. Daarmee wordt deze standaard vrijwel gerealiseerd door het beoogde percentage leerlingen en voldoen de bereikte resultaten aan de door de beoordelaars gewenste situatie. De standaard impliceert overigens een goede tot redelijk goede beheersing van bijna alle voorbeeldopgaven. De **standaard Minimum** wordt bereikt door 88% van de leerlingen en impliceert een goede beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven en een matige tot net voldoende beheersing van de opgaven 4 tot en met 15. Zowel voor de standaard Minimum als de standaard Voldoende bestaat er grote overeenstemming tussen de beoordelaars gezien de smalle marges van het interkwartielbereik.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Gevorderd** ligt bij vaardigheidsscore 280 een niveau dat door 27% van de leerlingen wordt bereikt. Dat betekent dat er volgens de beoordelaars nauwelijks opgaven aan leerlingen zijn voorgelegd die het

reguliere curriculum rekenen/wiskunde medio jaargroep 5 overstijgen. Het feit echter dat het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* weinig moeilijke opgaven bevat, bemoeilijkt echter een duidelijk oordeel voor deze standaard. Het wordt beoordelaars immers onvoldoende duidelijk gemaakt wat leerlingen dan met name niet beheersen.

Verschillen tussen leerlingen

Er is, vergeleken met andere onderwerpen, een relatief klein verschil tussen enerzijds 1.00-leerlingen en 1.25- en 1.90-leerlingen anderzijds. Afgemeten aan de standaard Voldoende bereikt 67% van de 1.00-leerlingen dit gewenste niveau tegen 59% en 62% van respectievelijk de 1.25- en 1.90-leerlingen. Ook het verschil tussen jongens en meisjes is klein.

Opmerkelijk is wel dat leerlingen einde jaargroep 5 maar een fractie beter zijn dan leerlingen medio jaargroep 5. Haalt halverwege jaargroep 5 66% van de leerlingen de standaard Voldoende, tegen het einde van het jaar is dat 71%.

Ten slotte blijkt uit een vergelijking met de vorige peiling in 1997 dat het vaardigheidsniveau van de leerlingen in de beide jaren vrijwel gelijk is. Op het oktobermoment van de afnames bereikt in 1997 49% van de leerlingen de standaard Voldoende en in 2003 52%.

4.4 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Inhoud

Zoals gezegd in de algemene inleiding ligt de nadruk bij dit onderwerp op de formalisering en het adequaat gebruik van drie vormen van hoofdrekenen (rijgen, splitsen en variarekenen) en de daarbij behorende rekenprocedures. Rijgen en splitsen komen voort uit het tellend rekenen in jaargroep 1 tot en met 3. Variarekenen komt voort uit het afleiden van onbekende relaties in het getalgebied tot 20 uit bekende rekenfeiten door een of andere rekenregel toe te passen (gebruik van eigenschappen van optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen). In de loop van jaargroep 5 vindt de overgang plaats van rekenen tot 100 naar rekenen tot 1000. Hierbij moeten de leerlingen de rijg- en splitsmethoden die ze in het gebied tot 100 al min of meer hebben geautomatiseerd geschikt maken voor de bewerking van getallen met drie cijfers. In de regel lukt deze overgang de

ontwikkeling uit van het *kolomsgewijs rekenen* als alternatief voor omslachtige rijgen en splitsprocedures. Met deze differentiatie vertakt het rekenen zich meestal halverwege jaargroep 5 in *hoofdrekenen* aan de ene kant en *kolomsgewijs rekenen* en/of *cijferen* aan de andere kant.

Naar aanleiding van de tegenvallende resultaten bij het onderwerp aftrekken in de peiling in 1997 (Noteboom e.a., 2000, pag. 59–62) is besloten de oplossingswijzen van leerlingen nader te onderzoeken. Het is bekend dat leerlingen zich bij het oplossen van (aftrek)problemen sterk door de context en/of de getallen laten leiden.

- Een probleem waarin aftrekken de betekenis heeft van aanvullen of gelijk maken wordt in de regel doortellend opgelost.
- Heeft aftrekken de betekenis van wegnemen, dan trekt het gros van de leerlingen in de meeste gevallen het kleinste getal van het grootste af, terugspringend in de telrij of via de splitsing van beide getallen in tientallen en eenheden (splitsend aftrekken). Deze aanpak wordt ook toegepast in situaties waarin de leerling de kleinste van twee hoeveelheden moet bepalen.
- Moet de leerling het verschil tussen twee hoeveelheden of grootheden bepalen, dan overbrugt hij meestal de afstand tussen het kleinste getal en het grootste (doortellend overbruggen) of andersom tussen het grootste en het kleinste (terugtellend overbruggen).
- Bij problemen waarbij de leerling ten slotte een deel van een samengestelde hoeveelheid of grootheid moet bepalen, vullen sommige leerlingen het bekende deel aan tot het geheel (doortellend overbruggen) terwijl anderen dit deel van het geheel zullen aftrekken (terugtellend wegnemen).

Over het geheel van de opgaven genomen komen in de vierde peiling relatief weinig wegneemproblemen voor, omdat dit type probleem zo sterk aftrekhandelingen uitlokt. We leggen veel meer problemen voor waarin aftrekken de overige betekenissen heeft (het verschil bepalen, aanvullen en een deel bepalen), omdat leerlingen deze typen problemen verschillend kunnen aanpakken en uitrekenen.

De opgaven in het getalgebied tot 100 worden zowel in formele rekentaal (kale bewerkingen) als in contexten (toepassingen) aangeboden. Optellen heeft in deze contexten de betekenis van *toevoegen*, *samennemen* of *vergelijkend bepalen* hoe groot of hoeveel iets is. In de voorgelegde aftrekproblemen verwijst het verhaal naar *wegnemen*, *aanvullen* (gelijk

maken), het *vergelijkend bepalen* hoeveel of hoe groot iets is, het bepalen van het *verschil* tussen twee hoeveelheden (of grootheden) of van het *tweede deel* van een samengestelde hoeveelheid. De optelproblemen en kale optellingen omvatten twee of meer getallen. De uitkomst ligt onder of net boven 100, zoals bij $34 + 50$, $32 + 17$, $45 + 8$, $37 + 63$, $28 + 27$, $98 + 3$. Bij de voorgelegde aftrekproblemen en kale aftrekkingen komen alle mogelijke typen opgaven met en zonder overschrijding van het tiental voor, bijvoorbeeld $82 - 7$, $85 - 50$, $67 - 25$, $74 - 30$.

Om de vaardigheid van de meest gevorderde leerlingen adequaat vast te kunnen stellen is het domein van de bewerkingen tot 1000 nu fors uitgebreid. Het gaat niet louter meer, zoals in de peilingen van 1992 en 1997, om optellingen en aftrekkingen met mooie getallen van het type $180 + 40$ en $120 - 30$ en $420 + 150$ en $310 - 60$. In deze vierde peiling lossen de leerlingen naast contextloze bewerkingen vooral ook reële problemen op die in dagelijkse rekensituaties voorkomen. Optellen en aftrekken hebben in deze problemen dezelfde betekenis en structuur als in de problemen uit het getalgebied tot 100 om de toepassing van vertrouwde rijg-splitsmethoden uit te lokken. We illustreren op pagina 77 de uitgelokte verscheidenheid aan aanpakken en procedures in aftreksituaties aan de hand van twee voorbeelden.

Het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* bevat dus zowel opgaven in het getalbereik tot 100 als opgaven in het getalbereik van 100 tot 1000. De opgaven zijn ook geanalyseerd binnen een gemeenschappelijke schaal. Om meer gedetailleerd de vaardigheden van leerlingen te kunnen beschrijven presenteren we de resultaten op de opgaven afzonderlijk voor de twee onderscheiden getalgebieden.

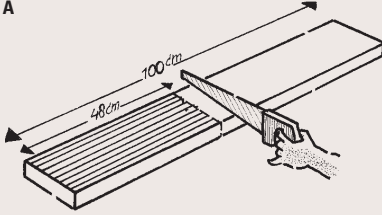
Wat leerlingen kunnen

Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

Mede door de combinatie van het peilingsonderzoek met het proefonderzoek voor het leerlingvolgsysteem zijn er voor dit onderdeel 112 opgaven beschikbaar. Om het verschil tussen leerlingen te illustreren: de percentiel-10 leerling beheerst er daarvan 30 goed, de percentiel-90 leerling beheerst ze alle goed.

Verscheidenheid in mogelijke rekenaanpak bij aftrekproblemen tot 100 van het type tweede part bepalen

A



Je zaagt een stuk van 48 cm lang. Hoe lang is dan het andere stuk?

B



620 kinderen uit Maasbroek hebben gestemd. 370 kinderen willen eerst een zwembad. De anderen willen eerst een speelplein. Hoeveel kinderen willen eerst een speelplein?

Het probleem van de plank (A)		
Rijgen Doortellend overbruggend: $48 + ? = 100$ $48 + 2 = 50$; $50 + 50 = 100$ $2 + 50 = 52$ $48 + 40 = 88$; $88 + 10 = 98$; $98 + 2 = 100$; $40 + 10 + 2 = 52$ $48 + 50 = 98$; $98 + 2 = 100$; $50 + 2 = 52$ Terugtellend overbruggen: $100 - ? = 48$ $100 - 50 = 50$; $50 - 2 = 48$; $50 + 2 = 52$ Wegnemen: $100 - 48 = ?$ $100 - 40 = 60$; $60 - 8 = 52$	Splitsen Combinatie splitsen – rijgen: $100 - 48 =$ $100 - 40 = 60$; $60 - 8 = 52$ Foutief splitsalgoritme: $100 - 48 =$ $100 - 40 = 60$; $8 - 0 = 8$; $60 + 8 = 68$	Variëren Correct en foutief gebruik van de splitsingen van 10 en 100: $48 + ? = 100$ via $8 + 2 = 10$; $50 + 50 = 100$, dus 52 $60 + 40 = 100$; $8 + 2 = 10$; $60 + 2 = 62$ Gebruik van $100 = 50 + 50$ Een halve plank is 50, dus is het 52 cm Gememoriseerd $100 - 48 = 52$, dat weet ik!
Het probleem van de enquête in Maasbroek (B)		
Rijgen Doortellend overbruggend: $370 + ? = 620$ $370 + 30 = 400$; 200 erbij is 230; 20 erbij is samen 250 erbij $370 + 30 = 400$; $400 + 200 = 600$; $600 + 20 = 620$; $230 + 20 = 250$ $370 + 200 = 570$; $570 - 50 = 620$, dus 250 Terugtellend overbruggen: $620 - ? = 370$ $620 - 200 = 420$; $420 - 50 = 370$, dus 250 Wegnemen: $620 - 370 = ?$ $620 - 70 = 550$; $550 - 300 = 250$ $620 - 300 = 320$; $320 - 20 = 300$; $300 - 50 = 250$	Splitsen Combinatie splitsen – rijgen: $620 - 370 =$ $600 - 300 = 300$; $300 + 20 = 320$; $320 - 70$ via $320 - 20 = 300$ en $300 - 50 = 250$ Foutief splitsalgoritme: $620 - 370 =$ $600 - 300 = 300$; $70 - 20 = 50$; $300 + 50 = 350$ Aftrekken met tekort: $620 - 370 =$ via $600 - 300 = 300$; $70 - 20 = 50$ (tekort); $300 - 50 = 250$	Variëren Beide getallen veranderen om een bekend verschil te kunnen gebruiken $620 - 370 = ?$ lijkt op $600 - 300 = 300$ (600 tegen 620 300 tegen 370) $620 - 370$ is dus evenveel als $600 - 300 - 50$

Alternatieve oplossingswijzen van de gemakkelijkste voorbeeldopgaven

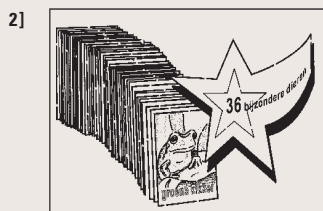
Rijgen	Splitsen	Combinatiemethode
Voorbeeldopgave 1: 68 – 60		
68 – 60 via 68 → 58, 48, 38, 28, 18, 8 of 60 + ? = 68 via 60 + 8	68 – 60 via 60 – 60 = 0; 8 – 0 = 8; 0 + 8 = 8	
Voorbeeldopgave 2: 25 + ? = 36		
25 + ? = 36 via 25 + 5 = 30, 30 + 6 = 36; 5 + 6 = 11 of 36 – 25 = via 36 – 20 = 16, via 26, 16 en 16 – 5 = 11 via 15, 14, 13, 12, 11	36 – 25 = via 30 – 20 = 10 (3 – 2 = 1); 6 – 5 = 1; samen 11	36 – 25 = via 30 – 20 = 10; 10 + 6 = 16; 16 – 5 = 11
Voorbeeldopgave 3: 50 + 45		
50 → 60, 70, 80, 90, 90 + 5 = 95	50 + 40 = 90 (via 5 + 4 = 9), 5 + 0 = 5; 90 + 5 = 95	50 + 40 = 90 (5T + 4T); 90 + 5 = 95
Voorbeeldopgave 6: 34 + 58 via 58 + 34		
58 → 68, 78, 88; 88 + 2 = 90; 90 + 2 = 92	50 + 30 = 80 (via 5 + 3 = 8), 8 + 4 = 12; 80 + 10 = 90; 90 + 2 = 92	50 + 30 = 80 (via 5 + 3 = 8); 80 + 8 = 88; 88 + 4 = 92
Voorbeeldopgave 7: 63 – 5		
63 → 62 (1), 61 (2), 60 (3), 59 (4), 58 (5) of 63 – 3 = 60; 60 – 2 = 58		

De percentiel-10 leerling kan optelproblemen die sterk verwijzen naar samennemen en erbij doen (voorbeeldopgave 3) correct oplossen evenals aftrekproblemen waarin aftrekken de betekenis heeft van wegnemen (voorbeeldopgave 1) en – in iets mindere mate – aanvullen (voorbeeldopgave 2). Al deze problemen kunnen met de meest elementaire vormen van rijgen en splitsen worden opgelost, maar ook met de combinatie van splitsen en rijgen. Met dezelfde optel- en aftrekprocedures kan de percentiel-10 leerling ook kale optellingen en aftrekkingen met vergelijkbare getallen foutloos oplossen. In de zone van naaste ontwikkeling van deze leerling liggen problemen als voorbeeldopgaven 5 tot en met 8. Rekentechnisch gezien doen problemen als voorbeeldopgave 6 een beroep op doortellen met twintigtallen, dertigtallen, vijftigtallen, enzovoort (34 + 58 via 34 + 50 = 84 of via 58 + 30 = 88) in combinatie met optellen over een tiental (84 + 8 via 84 + 6 + 2 of 88 + 4 via 88 + 2 + 2). Leerlingen die splitsend optellen en die niet direct 80 + 12 kunnen samennemen, transformeren 12 in 10 + 2 en rekenen dan 80 + 10 + 2 uit. In rekensituaties als die van voorbeeldopgave 7 moeten leerlingen die rijgend aftrekken een tiental terugtellend overbruggen. Dit vraagt een goed inzicht in de grote telrij en de telssystematiek (63 – 5 via 63 → 60 → 58). Een leerling die zo'n opgave splitsend probeert op te lossen komt op dit

ontwikkelingsniveau meestal in de problemen, omdat hij eenheden te kort komt (3 – 5 kan niet). Meer gevorderde leerlingen denken in dit geval aan 2 te kort (dus 10 – 2 = 8) of combineren splitsen met rijgen. Inhoudelijk gezien passen de voorbeeldopgaven 4 en 5 bij een reeks vergelijkingsopgaven die meer tot het vaardigheidsbereik van de percentiel-25 leerling behoren.

De percentiel-25 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 6 goed, de voorbeeldopgaven 7, 8 en 9 redelijk goed. Voorbeeldopgaven 10 tot en met 14 worden matig beheerst en behoren zo kan men zeggen tot de zone van naaste ontwikkeling voor leerlingen op dit vaardigheidsniveau. Het optelprobleem van voorbeeldopgave 10 is complexer dan dat van voorbeeldopgave 5. Het doet echter een beroep op inzichten en rekenvaardigheden die een leerling gebruikt als hij splitsend optelt: 10 + 20 = 30; 30 + 30 = 60; 4 + 6 = 10; 60 + 10 = 70 en 70 + 2 = 72. Deze optelling is even complex als wanneer de leerling dit rijgend uitrekent, bijvoorbeeld via 36 + 20 = 56, 56 + 4 = 60, 60 + 10 = 70, 70 + 2 = 72. De overige voorbeelden in dit vaardigheidsbereik zijn vooral aftrekproblemen met verschillende vergelijkingsstructuren die de leerling via het overbruggen van de afstand tussen de twee gegeven getallen (voorbeeldopgaven 7, 13 en 14) of via aftrekken

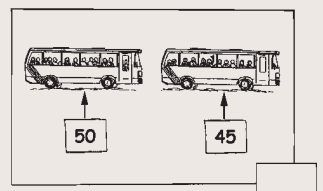
- 1] Opa had 68 euro in zijn portemonnee. Hij heeft voor 60 euro boodschappen gedaan. Hoeveel euro heeft hij over?



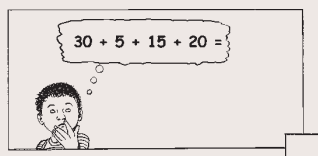
- 2] Er zijn 36 verschillende plaatjes. Nicky heeft al 25 plaatjes. Hoeveel plaatjes mist zij nog?

_____ plaatjes

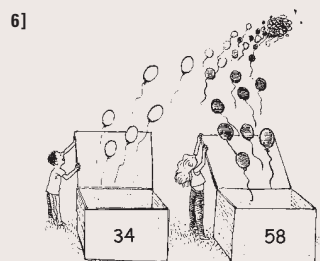
- 3] De school gaat met 2 bussen op schoolreis. In de ene bus zitten 50 leerlingen en in de andere bus 45. Hoeveel leerlingen gaan mee?



- 4] Reken dit handig uit:



- 5] $97 - 70 =$



- 6] 58 rode en 34 gele ballonnen gaan de lucht in.

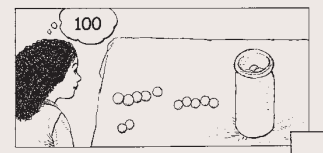
Hoeveel ballonnen zijn dat samen?

_____ ballonnen

- 7] Alles is nu 5 euro goedkoper. Hoeveel euro betaal je dan voor de jas?



- 8] In de pot zaten 100 knikkers. Janine heeft er 12 knikkers uitgehaald. Hoeveel knikkers zitten nu nog in de pot?



(voorbeeldopgave 11) kan oplossen. Kenmerkend voor de meeste problemen is dat de rijgers over meer dan twee intervallen van de telrij moeten springen, bijvoorbeeld van 34 naar 40, 50 en 56 (samen $6 + 10 + 6 = 22$) bij het probleem van de knikkers.

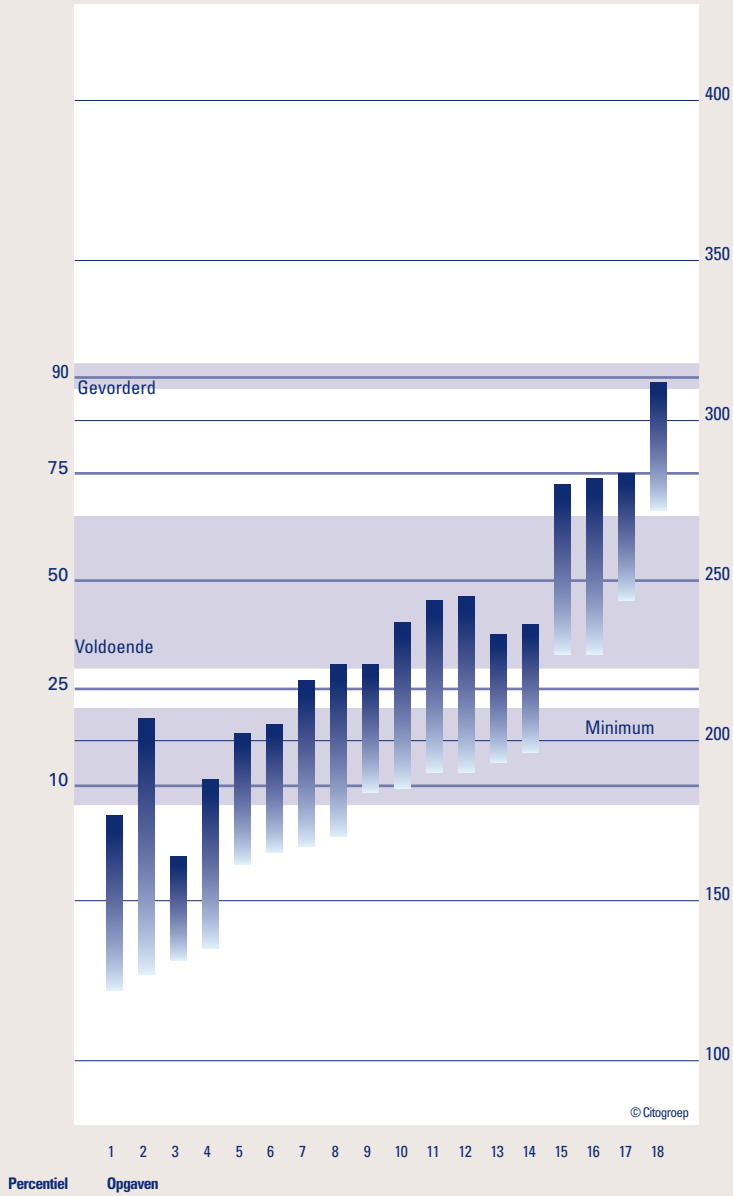
De gemiddelde leerling beheerst de eerste veertien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 15, 16 en 17 matig. Kenmerkend voor de aftrekproblemen en kale aftrekkingen in deze voorbeelden is het tekort aan eenheden als de leerling systematisch aftrekt, zoals in voorbeeldopgave 16 ($76 - 48$ dus 2 te kort) en voorbeeldopgave 17 ($100 - 48$ en 8 te kort). Dit bepaalt waarschijnlijk grotendeels de moeilijkheidsgraad van deze operaties, omdat veel leerlingen (nog) niet hebben geleerd cijferend af te trekken. De meest gevorderde leerlingen trekken het tekort van de resterende tientallen af of

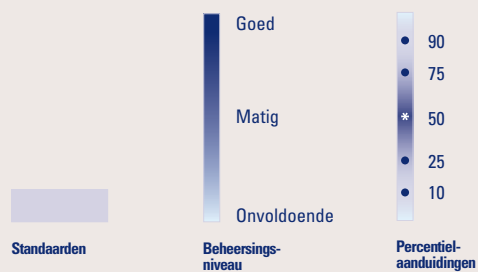
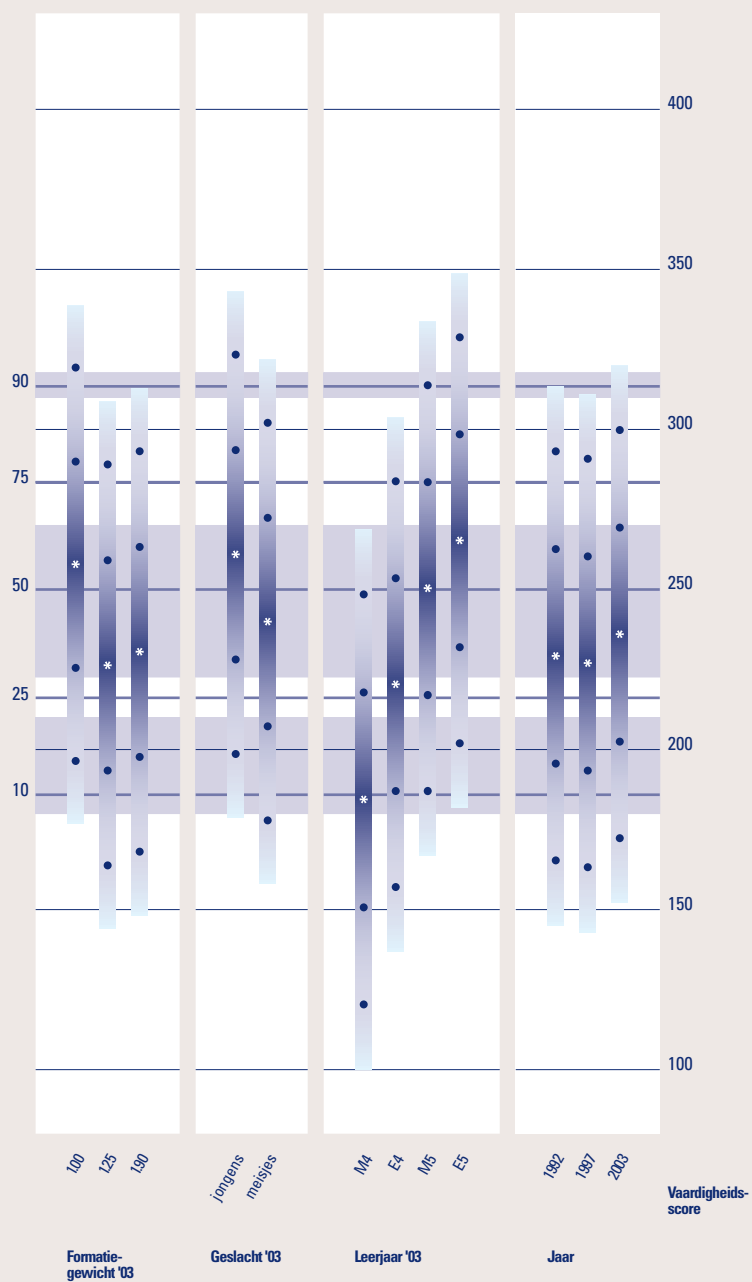
rekenen via de eerder besproken combinatie van splitsen en rijgen (zie onderstaande tabel). Rijgers onderscheiden zich op dit ontwikkelingsniveau van minder gevorderde leerlingen door het handig gebruik van de vijftig- en dubbelstructuur van de getallen en de splitsingen van 100, zoals voorbeeldopgave 16 dat goed laat zien. Deze vorm van structurerend rijgen verkort aanzienlijk het oplossingsproces en verkleint hierdoor ook de kans dat de leerling een slordigheidsfout maakt.

De percentiel-90 leerling beheerst ten slotte alle voorgelegde opgaven van de schaal goed, waaronder dus ook het moeilijkste aftrekprobleem van voorbeeldopgave 18 ($81 - 58$ of $58 + ? = 81$).

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 100





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 100

- Vergelijkingsituaties waarbij het verschil via de overbruggingsprocedure (aanvullen tot of terugtellen tot) kan worden bepaald, bijvoorbeeld type 58 + ? = 81 of 81 - ? = 58 (voorbeeldopgave 18).					
Aftrekproblemen met de betekenis van: - Wegnemen: type 50 - 37. - Deel-geheel van het type 37 + ? = 50 en 48 + ? = 100 (voorbeeldopgave 17). - Vergelijken: het verschil bepalen of een tweede hoeveelheid of grootheid bepalen bijvoorbeeld 83 - 15.	- Aanvullen: type 32 + ? = 50. - Kale aftrekkingen van het type 62 - 48, 93 - 36, 76 - 48 (voorbeeldopgave 16) en 100 - 86. - Optelproblemen van het type samennemen of erbij doen, met getalcombinaties als 56 + 27 (voorbeeldopgave 15).				
- Aftrekproblemen die sterk verwijzen naar vergelijken: zoals - Verschil bepalen: type 24 + ? = 40 (of 40 - ? = 24), 87 + ? = 96 (of 96 - ? = 87) (voorbeeldopgave 14) en type 85 + ? = 100. - Een tweede hoeveelheid of grootheid bepalen: type 54 - 30 (voorbeeldopgave 11).	- Verschillende typen aftrekproblemen, waarbij de leerling over meer dan twee intervallen van de telrij moet rekenen: type 25 + ? = 50 (voorbeeldopgave 9) en 32 + ? = 72; type 56 - ? = 34 (voorbeeldopgave 13); type 62 - 58. - Optelproblemen van het type samennemen of erbij doen met meer dan twee elementen: type 12 + 24 + 36 (voorbeeldopgave 10).				
- Complexere optellingen, kaal en in context met de betekenis van samennemen of erbij doen: zoals type 45 + 39, 38 + 62 en 39 + 59, maar ook type 65 + 18 en 35 + 19. - Wegnemen, kaal en in contexten van het type 60 - 35 en 100 - 12. - Aftrekproblemen van het type vergelijken en	samenstellen waarbij de leerling een groot aantal eenheden moet wegnemen: type 60 - 7 en 80 - 6, 41 - 8 en 26 - 7.				
- Kale optellingen en optelproblemen die sterk verwijzen naar samennemen of erbij doen, waarbij de leerling complexere vormen van rijgen, splitsen en combinatie moet toepassen, bijvoorbeeld type 34 + 58 (voorbeeldopgave 6) en 58 + 24, type 21 + 22 + 25 en 35 + 25.					
- Elementaire aftrekproblemen van het type wegnemen, vergelijken, samenstellen en aanvullen, waarbij de leerling via een tental van het ene interval van de telrij naar het andere rijgt, bijvoorbeeld type 71 - 3 (voorbeeldopgave 6) en 63 - 5 of type 18 + ? = 22 bijvoorbeeld type 71 - 3 en 63 - 5 (voorbeeldopgave 7).	- Kale aftrekkingen van het type 45 - 9, 64 - 40 en 97 - 70.				
- Optelproblemen die sterk verwijzen naar samennemen of erbij doen en kale optellingen met vergelijkbare getallen waarbij de leerling de meest elementaire vormen van rijgen en splitsen alsmede de combinatie splitsen-rijgen kan toepassen.					
- Opgaven typen als 24 + 24, 12 + 24, 44 + 43, 50 + 19 en type 13 + 17, 33 + 27 en 15 + 25. - Type 50 + 45 (voorbeeldopgave 3), 10 + 45 + 10 en 30 + 5 + 15 + 20. - Type 12 + 4 + 8. - Type 45 + 30 en 65 + 20.	- Type 5 + 73 en 52 + 7 en type 18 + 8 en 38 + 6 (via respectievelijk 20 en 40).				
- Kale aftrekkingen van het type 56 - 5 → terugtellen met sprongen van 1 of splitsend aftrekken. - Aftrekproblemen die sterk verwijzen naar aanvullend optellen of wegnemen en waarbij de leerling slechts een of meer sprongen van tien hoeft te maken of naar het dichtstbijzijnde	tental moet springen, zoals type 74 + ? = 80 en 25 + ? = 36 (voorbeeldopgave 2). - Type 37 - 20, 82 - 40, en 68 - 60 (voorbeeldopgave 1) mogelijk via het terugtellen met sprongen van 10 of splitsend aftrekken.				

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

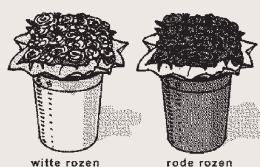
Matige beheersing

Goede beheersing

Rijen	Aftrekken met tekort	Combinatiemethode
Voorbeeldopgave 16: $76 - 48$		
$76 - 40 = 36$; $36 - 8 = 28$	$70 - 40 = 30$; $8 - 6 = 2$, dus 2 tekort; $30 - 2 = 28$	$70 - 40 = 30$; $30 + 6 = 36$; $36 - 6 = 30$ en $30 - 2 = 28$
Voorbeeldopgave 17		
$48 + 40 = 88$; $88 + 2 = 90$; $90 + 10 = 100$; $40 + 2 + 10 = 52$ of $48 + 50 = 98$; $98 + 2 = 100$, samen 52 of $48 + 60 = 108$; 8 teveel, dus $60 - 8 = 52$	$100 - 48$ via $100 - 40 = 60$; $0 - 8$ kan niet, 8 te kort; $60 - 8 = 52$	$100 - 48$ via $100 - 40 = 60$; $60 - 8 = 52$

Bewerkingen: optellen en
aftrekken tot 100
Voorbeeldopgaven 9–18

9]



Dit zijn bij elkaar 50 rozen.
In de witte emmer staan 25 witte rozen.
Hoeveel rode rozen staan dan in de
grijze emmer?

_____ rode rozen

10]



Liam koopt deze 3 fotorolletjes.
Hoeveel foto's kan ze hiermee maken?

_____ foto's

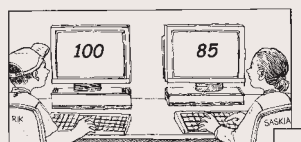
11]



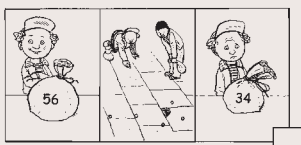
Hoeveel kilo weegt Vincent?

_____ kilo

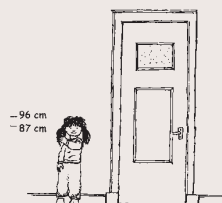
12] Rik heeft 100 punten en Saskia 85.
Hoeveel punten heeft Rik meer?



13] Kevin heeft 56 knikkers. Na een
paar spelletjes met zijn vriendje Pol
heeft hij er nog 34 over.
Hoeveel knikkers heeft Kevin verloren?



14]



Eve was vorig jaar 87 centimeter lang.
Ze is nu 96 centimeter.
Hoeveel centimeter is ze gegroeid?

_____ centimeter

15]

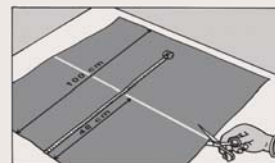


Hoeveel kilometer is het van Port naar
Vos?

_____ kilometer

16] $76 - 48 =$ _____

17]



De lap stof is 100 centimeter lang.
Moeder knipt een stuk stof af dat
48 centimeter lang is.
Hoe lang is het stuk dat ze overhoudt?

_____ centimeter

18]



De broek is goedkoper geworden.
Hoeveel euro is de broek goedkoper
geworden?

_____ euro

Het schema op pagina 82 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Basis-automatismen: optellen en aftrekken* in het getalbereik tot 100. Voor een aantal vaardigheidsniveaus geven we daarbij aan welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Wat leerlingen kunnen

Bewerkingen: optellen en aftrekken in het getalgebied tot 1000

De percentiel-10 leerling heeft nog niet de voorwaardelijke inzichten en vaardigheden verworven om bewerkingen in het getalbereik tussen 100 en 1000 foutloos uit te kunnen voeren. De kans op een goed antwoord ligt nu nog tussen 50% en 80%.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste vijf opgaven veelal matig. De gemakkelijkste opgaven in dit getalgebied zijn kale aftrekkingen als $102 - 3$ en $675 - 40$ (voorbeeldopgave 1), kale optellingen als $425 + 150$ (voorbeeldopgave 2) en simpele optelproblemen met operaties als $98 + 8$ die met de bekende rijg- en splitsprocedure kunnen

worden opgelost. In de zone van naaste

ontwikkeling liggen moeilijker opgaven zoals:

- optel- en aftrekproblemen met berekeningen in het interval 90 – 100 (voorbeeldopgave 4);
- bewerkingen waarbij de rijger één of meer sprongen van 100 gebruikt (voorbeeldopgave 5);
- kale optellingen als $350 + 652$ waarbij een simpele splitsprocedure kan worden toegepast die vergelijkbaar is met de wijze waarop voorbeeldopgave 3 is uitgerekend.

De gemiddelde leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 5 goed. In zijn zone van naaste ontwikkeling, tussen voorbeeldopgave 5 en voorbeeldopgave 10, liggen ruim twintig opgaven die hij al matig tot zeer matig beheerst. Het merendeel van deze opgaven kan met een relatief simpele rijgprocedure worden opgelost, rekenend van het ene interval van honderd naar het andere (vergelijk voorbeeldopgaven 6 en 8). Voor enkele van deze opgaven als voorbeeldopgave 9 kan de leerling handig gebruikmaken van de plaats van veelvouden van 25 en 50 in de telrij. Sommige aftrekproblemen als voorbeeldopgave 6 kunnen ook gemakkelijk splitsend worden opgelost.

De percentiel-75 leerling heeft waarschijnlijk – in vergelijking met de minder gevorderde leerlingen – al geavanceerde vormen van rijgen en splitsen in dit getalgebied ontwikkeld.

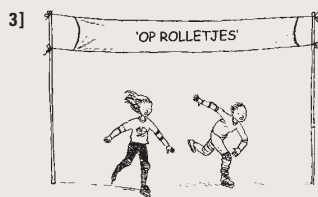
Alternatieve rijg- en splitsoplossingen van voorbeeldopgaven

Rijgen	(kolomsgewijs) Splitsen
Voorbeeldopgave 1: $675 - 40$	
$675 \rightarrow 665$ (10), 665 (20), 645 (30), 635 (40)	$600 - 0 = 600$; $70 - 40 = 30$ ($7 - 4 = 3$), $5 - 0 = 5$; samen $600 + 30 + 5 = 635$ of 600 wegdenken, vervolgens $75 - 40$ via $7(0) - 4(0)$ en $5 - 0$ en ten slotte 600 erbij doen
Voorbeeldopgave 2: $425 + 150$	
$425 + 100 = 525$; $525 + 10 = 535$; $535 + 10 = 545$; $545 + 10 = 555$; $555 + 10 = 565$; $565 + 10 = 575$	$400 + 100 = 500$; $20 + 50 = 70$; $5 + 0 = 5$; $500 + 70 + 5 = 575$
Voorbeeldopgave 3: $175 + 125$	
$175 + 25 = 200$; $200 + 100 = 300$ of $175 + 100 = 275$ en $275 + 25 = 300$	$100 + 100 = 200$; $70 + 20 = 90$; $5 + 5 = 10$; $200 + 90 + 10 = 300$
Voorbeeldopgave 4	
$102 - 90$ via $90 + 10 = 100$; $100 + 2 = 102$; $10 + 2 = 12$ of $102 - 2 = 100$; $100 - 10 = 90$; $2 + 10 = 12$	$102 - 90$ via 2 apart zetten; $100 - 90 = 10$; 2 weer erbij doen is 12
Voorbeeldopgave 5	
aanvullend optellen via $300 + 100 = 400$; $400 + 50 = 450$; $100 + 50 = 150$ of aftrekken: $450 - 300$ via 350 (100), 250 (200), 150 (300)	$450 - 300$ via $4(00) - 3(00) = 1(00)$; $50 - 0 = 50$; $100 + 50 = 150$

Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 1000
Voorbeeldopgaven 1–10

1] $675 - 40 =$ _____

2] $425 + 150 =$ _____



Er zijn 175 meisjes en 125 jongens lid van 'Op rolletjes'.

Hoeveel kinderen zijn dit in totaal?

_____ kinderen



102 wielrenners doen mee aan de wedstrijd.

90 renners zijn al over de top van de berg gereden.

Hoeveel wielrenners moeten nog over de top rijden?

_____ wielrenners



Bij Annabel zitten meer kinderen op school dan bij Bertie.

Hoeveel meer?

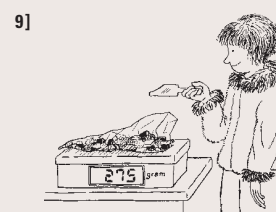
_____ kinderen



Hoeveel zeehonden telde men dit jaar?

_____ zeehonden

8] $620 - 370 =$ _____



Minka mag 350 gram drop kopen.

Ze heeft al 275 gram in het zakje gedaan.

Hoeveel gram mag er nog bij?

_____ gram

10] $700 - 32 =$ _____

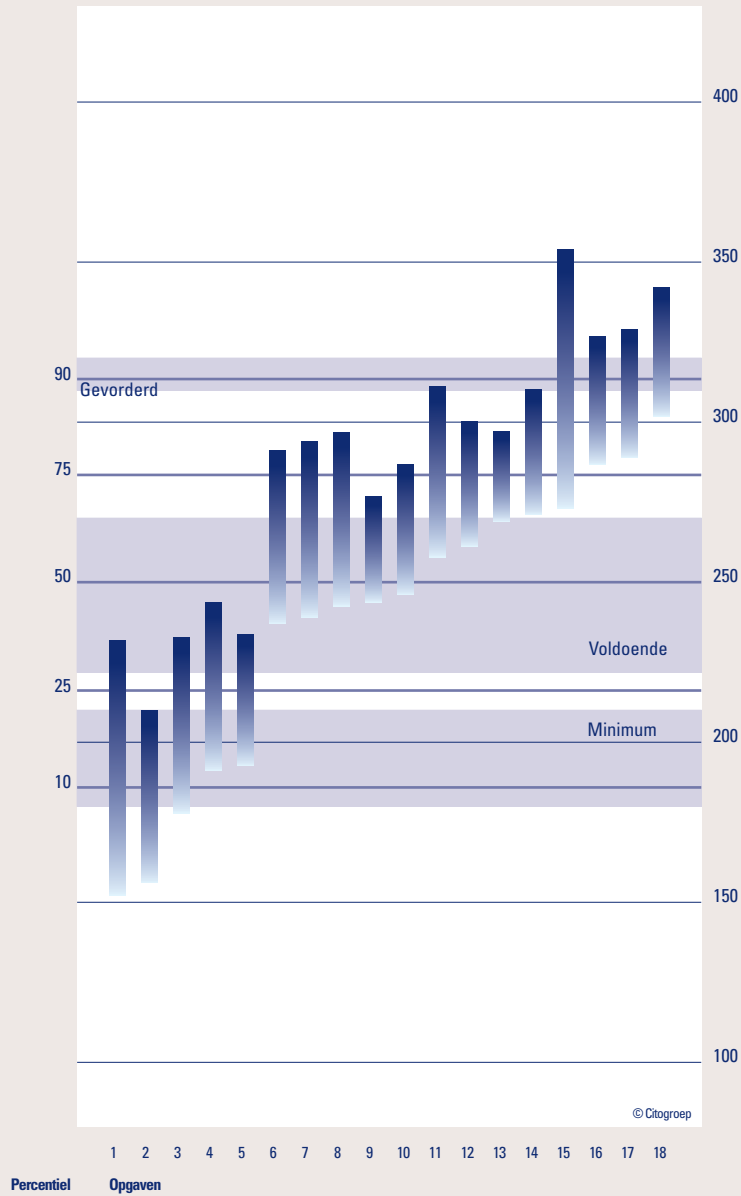
Met deze procedures lost hij in de regel alle hierboven besproken opgaven in hoge mate foutloos op. Deze leerling is nu toe aan de moeilijkere optel- en aftrekepgaven zoals de voorbeeldopgaven 11 tot en met 15. Deze opgaven doen een beroep op een goed begrip van de verschillende betekenissen van optellen en aftrekken, een goed inzicht in de systematiek van het positiesysteem en het gebruik van een uitgebreid netwerk van getalrelaties.

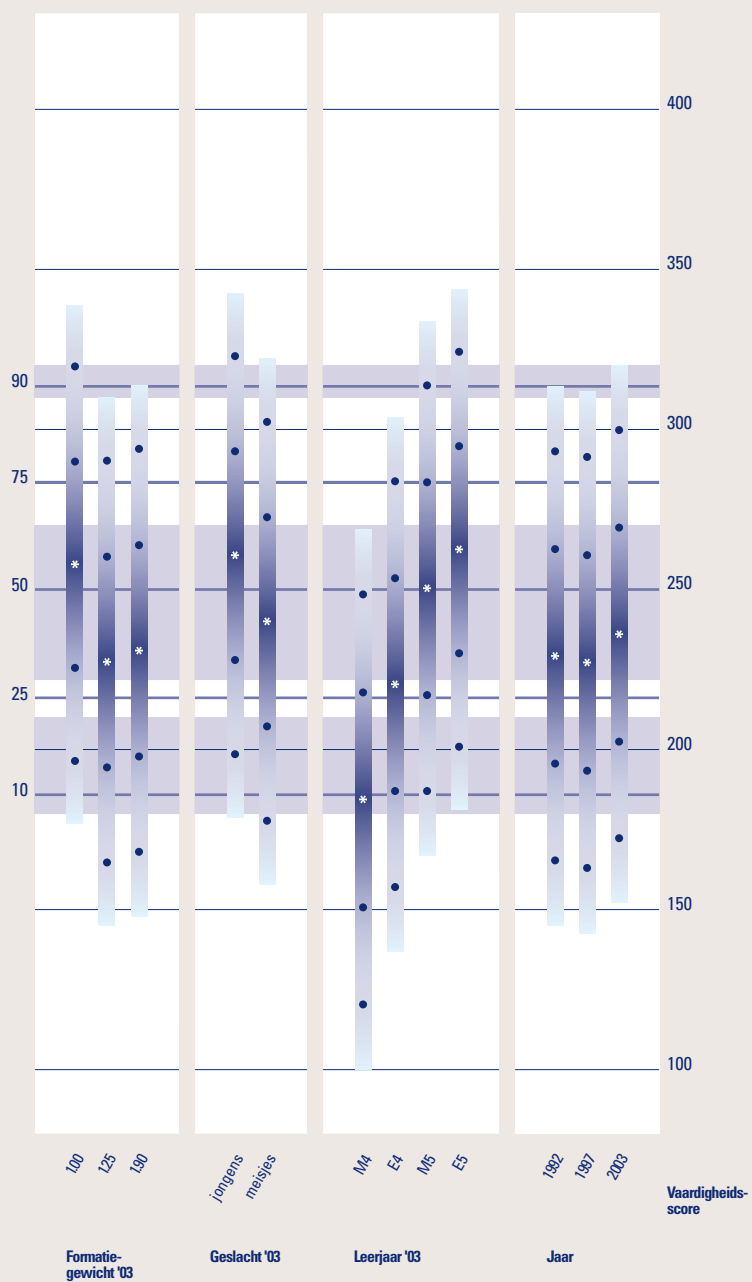
De percentiel-90 leerling beheerst het merendeel van de voorgelegde opgaven tot 1000 goed. Typerend voor deze leerling is dat hij problemen als voorbeeldopgave 16 met getallen boven de duizend al redelijk goed kan oplossen, gebruikmakend van zelf bedachte rijprocedures en vanuit een meer intuïtief begrip van de voortzetting van de telrij.

Het schema op pagina 88 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* in het getalbereik tot 1000. Voor een aantal vaardigheidsniveaus geven we daarbij aan welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Bewerkingen: optellen en aftrekken tot 1000





Bewerkingen in het getalgebied tot 2000

- Type 1475 + ? = 1700 of $1600 - ? = 1475$ (voorbeeldopgave 17).
- Kale optellingen van het type $658 + 658$ die splitsend of kolomsgewijs rekenend kunnen worden opgelost.

- Situaties waar er sprake is van verschillende vormen van vergelijken en die rijgend aftrekkend of via het overbruggen van de afstand tussen de gegevens kunnen worden opgelost, bijvoorbeeld:
 - verschil bepalen van het type $189 + ? = 250$

(voorbeeldopgave 12), $449 + ? = 599$
(voorbeeldopgave 15) en type $51 + ? = 131$ en
 $85 + ? = 112$.
nieuwe stand (of de tweede hoeveelheid)
bepalen van het type $930 - 142 =$
(voorbeeldopgave 14).

- Optelproblemen en kale optellingen van het type $296 + 3 + 5 + 4$ (voorbeeldopgave 11), $341 + 15 + 19$ en $75 + 25 + 45 + 55$, maar die gemakkelijk zijn op te lossen door handig gebruik te maken van rekeneigenschappen.

- Problemen die zich goed lenen voor rijgend optellen of aftrekken, van het ene interval van de telrij naar het andere (voorbeeldopgave 6) en in het bijzonder via het netwerk van relaties tussen veelvouden van 25 en 50 (voorbeeldopgave 9).

- Elementaire optel- en aftrekproblemen en kale bewerkingen waarbij de leerling simpele rijprocedures met één of meer sprongen van 100 kan toepassen, bijvoorbeeld wegnemen van het type 590 – 105 en verschil bepalen van het

type $300 + ? = 465$ (voorbeeldopgave 5).
- samennemen of erbij doen met bewerkingen
als $193 + 108$.

- Elementaire optelproblemen met operaties als $94 + 8$.
- Kale aftrekkingen van het type $102 - 3$, $590 - 105$ en $675 - 40$ (voorbeeldopgave 1), waarbij de leerling elementaire rij- en splitsprocedures kan toepassen.

- Kale optellingen van het type $425 + 150$ (voorbeeldopgave 2) waarbij de leerling de elementaire splitsprocedure kan toepassen.

© Citogroep

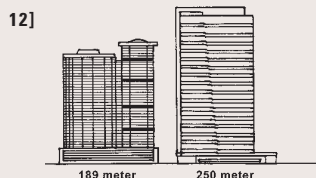
10 25 50 75 90

Matige beheersing

Goede beheersing

11] Met het schoolreisje gaan 296 kinderen mee. Er gaan 3 leerkrachten, 5 moeders en 4 vaders mee. Voor iedereen wordt een zakje brood gemaakt. Hoeveel zakjes brood moeten er gemaakt worden?

_____ zakjes



Het hoogste gebouw is 250 meter hoog. Het laagste gebouw is 189 meter hoog. Hoe groot is het verschil?

_____ meter



Laurie koopt deze fiets. Voor haar oude fiets krijgt zij € 75,- terug. Hoeveel moet ze nog bijbetalen?

€ _____

14] Bonga had vorig jaar 930 inwoners. Nu zijn het er 142 minder. Hoeveel inwoners heeft Bonga nu?

_____ inwoners



Hoeveel euro is de stereo-set goedkoper geworden?

€ _____



620 kinderen hebben gestemd. 370 kinderen willen eerst een zwembad. De andere willen eerst een speelplein. Hoeveel kinderen willen eerst een speelplein?

17] In een frisdrankfabriek vulde de machine 1475 flessen per uur. De machine is verbeterd en vult nu 1600 flessen per uur. Hoeveel flessen zijn dat per uur meer?

_____ flessen



Dit huis is in 2000 opgeknapt. Hoeveel jaar was het huis toen oud?

_____ jaar

Tussendoelen

Het Tal-team heeft, wat het hoofdrekenend optellen en aftrekken tot 100 betreft, de voortgang van de leerling langs de ontworpen leerlijn met de volgende tussendoelen gemarkeerd:

- Eind groep 4 zijn de leerlingen in staat optel- en aftreksommen tot 100 zowel kaal als in toepassingen op te lossen. Ze maken daarbij gebruik van de getallenlijn of noteren tussent stappen in sommentaal of rekenen helemaal uit het hoofd.
- Eind groep 5 kunnen ze alle optellingen en aftrekkingen tot 100 vlot en met inzicht uit het hoofd uitrekenen, zowel kaal als in toepassingssituaties. Desgewenst maken ze daarbij nog gebruik van tussennotaties.
- Ze moeten aan het einde van groep 6 *alle optellingen en aftrekkingen tot 100* uit het hoofd en routinematig kunnen uitrekenen.

Een vergelijkbare lijn wordt gevolgd voor de optellingen en aftrekkingen tot 1000 en beperkt daarboven. De leergang start zoals eerder gezegd halverwege groep 5. Eind groep 5 kunnen de leerlingen dan, volgens het Tal-team, *optellingen en aftrekkingen tot 1000* rijgend oplossen, al dan niet ondersteund met de lege getallenlijn. Naast deze basismethoden kunnen ze ook andere rekenmethoden gebruiken, zoals splitsen en variarekenen (bijvoorbeeld aanvullend optellen en veranderen en compenseren).

In hoeverre de leerlingen bovenstaande tussendoelen halverwege jaargroep 5 realiseren is moeilijk vast te stellen omdat we niet weten hoe de leerlingen de toetsopgaven hebben opgelost. Dat wil zeggen, volgens welke hoofdrekenmethode (rijgen, splitsen of variarekenen) en op welk formaliseringsniveau (tellend rekenen, structurerend

	Rekenen tot 100	Rekenen tot 1000
Eind groep 4	Tussendoel 1 Kale sommen en toepassingsopgaven met getallenlijn of met tussenstappen in sommentaal of helemaal uit het hoofd.	
Eind groep 5	Tussendoel 2 Alle kale sommen en toepassingsopgaven uit het hoofd, desgewenst met tussennotaties op papier.	Tussendoel 4 Kale sommen en toepassingsopgaven rijgend, al dan niet ondersteund met de lege getallenlijn.
Eind groep 6	Tussendoel 3 Alle kale sommen en toepassingsopgaven uit het hoofd.	Tussendoel 5 Kale sommen en toepassingsopgaven tot 1000 en (beperkt daarboven) rijgend of met de splits- en varia-procedures. Ze kunnen daarbij verstandig kiezen tussen een hoofdrekenaanpak of een kolomsgewijze/cijferaanpak.

rekenen, eventueel met aantekeningen op papier of formeel rekenend, helemaal uit het hoofd). De trend in de geconstrueerde ontwikkelingslijn geeft ons toch onderstaande aanwijzingen. We beschrijven een trend die op basis van de ontwikkelingslijn uit de resultaten kan worden afgeleid.

Optellen en aftrekken tot 100

Wat optellen en aftrekken tot 100 betreft kunnen we stellen dat de leerlingen de tussendoelen 1 en 2 in meer of mindere mate realiseren, afhankelijk van de context, de getallen en de toegepaste rekenprocedure. De contexten lijken een grotere invloed te hebben bij aftrekken dan bij optellen. De opbouw van de vaardigheid zoals die is samengevat in de ontwikkelingslijn suggereert het volgende.

- Het gros van de leerlingen beheerst, halverwege jaargroep 5, de elementaire vormen van rijgen en splitsen evenals de combinatie en kan deze procedures, zowel in optel- als in aftreksituaties, correct toepassen.
- Minder gevorderde leerlingen ondervinden problemen als ze rijgend veel eenheden erbij tellen of wegnemen ($42 + 7$ en $58 - 6$), over een tiental terugtellen ($72 - 8$) en over meer dan twee intervallen van de telrij springen. Problemen ontstaan bij splitsen als ze bij optellen meer dan tien eenheden moeten bewerken ($34 + 58 \rightarrow 4 + 8 = 12$) en als ze eenheden te kort komen bij aftrekken ($76 - 48 \rightarrow 6 - 8$ kan niet).
- Een structurele drempel in de ontwikkeling van het rijgen lijkt de overgang te zijn van springen met *herhaalde* sprongen van tien

naar optellen en aftrekken met *samengestelde* sprongen van 10, zoals dat het geval is bij aanvullend optellen in situaties als $48 + ? = 100$. Leerlingen die minder gevorderd zijn blijven afhankelijk van hun inzicht in de lineaire volgorde van de getallen in de telrij (van 48 naar 58, 68, 78, 88, 98), terwijl de meest gevorderde leerlingen juist afstand nemen van het lineaire rekenen. Ze vullen structurerend aan, gebruikmakend van specifieke netwerken van getalrelaties: $48 + 40 = 88$, omdat $40 + 40 = 80$ of $48 + 50 = 98$, omdat $50 + 40 = 90$.

- Sinds de eerste periodieke peiling vormen aftrekproblemen en kale bewerkingen van het type $72 - 58$ de moeilijkste gevallen van rekenen tot 100. Dit is nog steeds het geval, hoewel aanvullend optellen nu, in sommige contexten, een alternatief is voor aftrekken.

Optellen en aftrekken tot 1000

Volgens de aanpak van het Tal-team leren de kinderen in de tweede helft van jaargroep 5 optellingen en aftrekkingen tot 1000 rijgend oplossen met sprongen op een getallenlijn. Daarnaast leren ze ook de min of meer geautomatiseerde splitsprocedures en vormen van variarekenen passend te gebruiken. Wat in de gegevens het meest opvalt is de aanzienlijke afstand tussen de minst gevorderde en de meest gevorderde leerlingen. Leerlingen die achter lopen zijn slechts toe aan problemen met de meest elementaire berekeningen (voorbeeldopgave 1 tot en met 5), terwijl de leerlingen die vooruit lopen al complexe rekenhandelingen in het getalgebied tot boven de 1000 (vrijwel) correct

uitvoeren (voorbeeldopgave 11 tot en met 18). Uitgaande van de ordening van de opgaven, kunnen we stellen dat de gemiddelde leerling de verwachtingen van het Tal-team realiseert, in die zin dat de opgaven die in zijn vaardigheidsbereik liggen met elementaire vormen van rijgen, splitsen en varierekenen kunnen worden opgelost.

Standaarden

Zowel voor de standaard Voldoende als voor de standaard Gevorderd geldt dat er grote verschillen zijn in de oordelen van de beoordelaars. Sommigen zijn van oordeel dat het feitelijk bereikte niveau correspondeert met het door hen gewenste vaardigheidsniveau en hun oordelen liggen dan ook op of beneden percentiel 10 en 30. Anderen vinden daarentegen dat op het niveau van de bewerkingen optellen en aftrekken het bereikte niveau ernstig tegenvalt en leggen bijvoorbeeld voor de standaard Voldoende het gewenste niveau ver boven percentiel 50. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt op vaardigheidscore 240, een niveau dat door 58% van de leerlingen wordt bereikt. Op dit niveau beheersen de leerlingen de eerste veertien voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 100 goed, evenals de eerste vijf voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 1000.

De meerderheid van de leerlingen bereikt dit niveau.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidsscore 195 en daaraan voldoet 86% van de leerlingen en dat komt al vrijwel overeen met het voor deze standaard beoogde percentage van minimaal 90%. Afgaande op de mediane oordelen worden de standaarden voor dit onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* toch in belangrijke mate gerealiseerd. Over het niveau van de **standaard Gevorderd** zijn de beoordelaars het wel in grote mate met elkaar eens. Deze standaard impliceert een goede beheersing van alle (voorbeeld)-opgaven uit het getalbereik tot 100 en eveneens veruit de meeste voorbeeldopgaven uit het getalbereik tot 1000. Men is het met elkaar dus wel eens dat maar weinig opgaven uit de aan de leerlingen voorgelegde verzameling het curriculum voor medio jaargroep 5 overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Bij een vergelijking van de prestaties van leerlingen zien we dat 1.25- en 1.90-leerlingen onderling weinig in niveau verschillen maar beide groepen leerlingen hebben een duidelijke achterstand ten opzichte van de 1.00-leerlingen. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 64% van de 1.00-leerlingen dit niveau tegen ongeveer 40% van de andere leerlingen. Vergelijken we deze uitkomst met die in de peiling van 1997 (Noteboom e.a., 2000), dan is er een opmerkelijk verschil doordat 1.90-leerlingen toen zowel op het onderwerp *Bewerkingen: optellen* als op het onderwerp *Bewerkingen: aftrekken* nog een duidelijke achterstand hadden op de 1.25-leerlingen. We komen daar in hoofdstuk 6 nog op terug. De prestaties van jongens zijn aanmerkelijk beter dan die van meisjes met respectievelijk 66% en 50% dat de standaard Voldoende bereikt.

We zien de gebruikelijke progressie in vaardigheid over de diverse leermomenten en tekenen daar bij aan dat toch al 35% van de leerlingen einde jaargroep 4 de standaard Voldoende voor medio jaargroep 5 heeft bereikt.

Uit de vergelijking van de drie laatste peiling-jaren blijken de prestaties in 2003 zowel ten opzichte van 1992 als ten opzichte van 1997 te zijn toegenomen.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	257	48	90%	64%
1.25	226	49	74%	39%
1.90	230	49	76%	42%
Geslacht				
jongens	260	49	91%	66%
meisjes	240	49	82%	50%
Leermoment				
E4	220	50	69%	35%
M5	250	50	86%	58%
E5	265	50	92%	69%
Afnamejaar*				
1992	229	50	75%	42%
1997	227	50	74%	40%
2003	236	50	79%	46%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

4.5 Bewerkingen:

vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij dit onderwerp ligt het accent op de begripsvorming van vermenigvuldigen en delen, de ontwikkeling en automatisering van elementaire vormen van vermenigvuldigen en delen en de toepassing van deze rekenprocedures in gemakkelijk te herkennen reken-situaties. Er worden hoofdzakelijk toepassingsproblemen voorgelegd om de vorderingen van en verschillen tussen de leerlingen vast te stellen. Een zeer beperkt aantal kale vermenigvuldigingen wordt gebruikt om inzicht te krijgen in de mate waarin de leerling elementaire vormen van splitsend vermenigvuldigen heeft geautomatiseerd.

De vermenigvuldig- en deelproblemen kunnen op verschillende niveaus van inzicht en vaardigheid worden opgelost. Voor de minst gevorderde leerlingen zijn opgaven ontwikkeld die via herhaald optellen, dus springen in de telrij, kunnen worden opgelost. Op een tussenniveau kan de leerling tafelproducten al dan niet via omkeren toepassen. Aan de meer gevorderde leerlingen leggen we ten slotte opgaven met grotere getallen voor die zich goed lenen voor een meer formele bewerking, gebruikmakend van de eigenschappen van vermenigvuldigen, vooral verwisselen, verdelen en tien keer zo groot maken (nulregel).

De essentiële aspecten van vermenigvuldigen en delen komen tot uitdrukking in de typen problemen en in de afbeelding van de vermenigvuldigstructuur. Opgestapelde dozen, afgebeelde pakjes en dergelijke verwijzen naar herhaald optellen. Het verhoudingsaspect komt tot uitdrukking in contexten als het vullen van glazen met flessen, het stempelen van strippen en het inruilen van knikkers. Rijen stoelen, koekjes en dergelijke lokken ten slotte meer formele redeneringen uit die voortkomen uit de oppervlaktestructuur van vermenigvuldigen (8 rijen van 5 is evenveel als 5 rijen van 8 of 8 zakken van 5 is evenveel als 5 zakken van 8). De nadruk ligt op vermenigvuldigen. Er worden daarnaast vooral verhoudingsdelingen voorgelegd (delen als opdelen) die de leerling via herhaald optellen en/of met bekende tafelproducten kan oplossen. De enkele verdeelproblemen kunnen hetzij via herhaald halveren, hetzij via bekende producten worden opgelost (delen als het omgekeerde van vermenigvuldigen). We illustreren de meest voorkomende typen opgaven aan de hand van voorbeeldopgaven.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst, behoudens voorbeeldopgave 7, de eerste acht voorbeeldopgaven goed, en verder de voorbeeldopgaven 9 tot 14 of 15 matig. De overige voorbeeldopgaven worden door de percentiel-10 leerling onvoldoende beheerst. Leerlingen op dit vaardigheidsniveau herkennen elementaire vermenigvuldigproblemen in contexten die eenduidig sturen in de richting van herhaald optellen van hoeveelheden of bedragen. Zij kunnen deze problemen op verschillende niveaus oplossen: tellend met behulp van de afbeelding (voorbeeldopgaven 1 en 2), denkend aan betalen met munten van 10 cent of briefjes van 20 euro (voorbeeldopgaven 3 en 6) of gebruikmakend van een geleerd tafelproduct (voorbeeldopgave 5).

In de zone van naaste ontwikkeling liggen vergelijkbare problemen, zoals probleem-situaties met producten buiten de tafel van 2 tot en met 5 (voorbeeldopgave 11) die tel-fouten in de hand werken als de leerling het product niet omkeert (6×5 in plaats van 5×6 koekjes). Maar ook vermenigvuldigsituaties die het splitsen in tientallen en eenheden en het informele gebruik van de verdeel-eigenschap uitlokken (voorbeeldopgaven 7, 9 en 14) worden al matig beheerst.

Op dit begrips- en vaardigheidsniveau kan de leerling ook elementaire opdeelproblemen correct oplossen, misschien via een dubbele telling met behulp van de vingers (voorbeeldopgave 4) of wijzend naar afgebeelde objecten (voorbeeldopgave 8). In de zone van naaste ontwikkeling liggen taken als het samenstellen van bijvoorbeeld 28 lolly's met zakjes van 10 lolly's (voorbeeldopgave 10) en opdeel- en verdeelproblemen die rechtstreeks met een geleerd tafelproduct kunnen worden opgelost, zoals in voorbeeldopgaven 12 en 13.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste veertien à vijftien opgaven goed tot redelijk goed. In de zone van naaste ontwikkeling voor deze leerlingen ligt het formele gebruik van de verdeel-eigenschap van vermenigvuldigen voor de oplossing van producten als 4×12 , (voorbeeldopgave 17) en 5×15 .

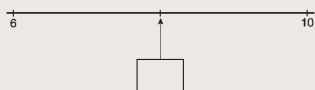
Het verworven inzicht in de omgekeerde relatie tussen vermenigvuldigen en delen en het aantal memoriseerde tafelproducten stelt deze leerling in staat een grote scala van elementaire opdeel- en/of verdeelproblemen correct op te lossen, herhaald halverend (voorbeeld 13), herhaald optellend (voorbeeld 16) of rechtstreeks via het passende product (respectievelijk 4, want $3 \times 4 = 12$ en 9, want $9 \times 5 = 45$).

Bewerkingen:
vermenigvuldigen en
delen
Voorbeeldopgaven 1–16

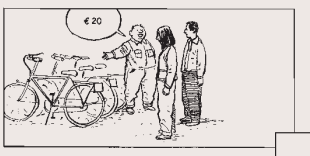
- 1] Mandy koopt 4 boekjes van Kwak de eend. Elk boekje kost 4 euro. Hoeveel euro moet zij dan betalen?



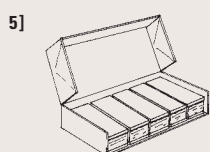
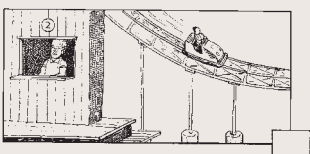
- 2] Je ziet hier een stukje van een getallenlijn. Welk getal ligt precies in het midden tussen 6 en 10.



- 3] De familie Trapper huurt fietsen. Per dag moeten ze € 20,00 betalen. Hoeveel euro betalen ze voor 3 dagen?



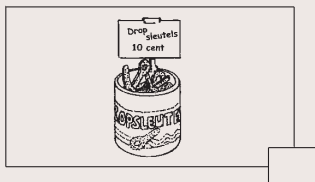
- 4] Edo heeft 8 euro. Een ritje in de achtbaan kost 2 euro. Edo maakt al zijn geld op aan de achtbaan. Hoe vaak kan hij in de achtbaan?



- In een doos zitten 5 tompoezen. Hoeveel tompoezen zitten in 3 dozen samen?

_____ tompoezen

- 6] Henri koopt 6 dropsleutels. Hoeveel cent moet hij betalen?



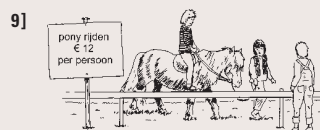
- 7] Moeder heeft 4 maanden lang 55 euro opzij gelegd.



- Hoeveel is dit samen?

_____ euro

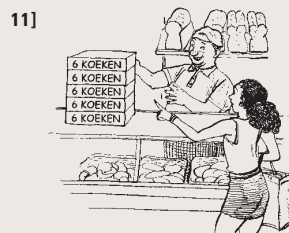
- 8] Elk huisje kost 2 euro. Hoeveel huisjes kan Samira kopen voor 10 euro?



- Vader laat de drie meisjes pony rijden. Hoeveel moet vader betalen?

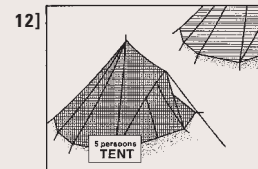
_____ euro

- 10] In groep 4 zitten 28 kinderen. Jan wil ieder kind 1 lolly geven. Hij kan alleen zakjes met 10 lolly's kopen. Hoeveel zakjes moet Jan kopen?



- Bakker Bas heeft nog 5 dozen met koeken. Hoeveel koeken zijn dat samen?

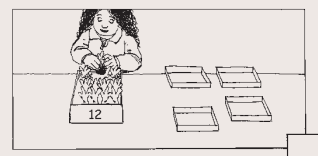
_____ koeken



- In één tent kunnen 5 kinderen. Hoeveel tenten zijn er nodig voor 30 kinderen?

_____ tenten

- 13] Lieke koopt 12 plantjes. Ze zet er in elk bakje evenveel. Hoeveel plantjes komen in elk bakje?



- Deze kleurpotloden staan nog in de voorraadkast. Hoeveel potloden zijn dit samen?



- 80 leerlingen maken een ritje in huifkarren. In elke huifkar gaan 20 kinderen. Hoeveel huifkarren zijn nodig?

_____ huifkarren



- Op een bakplaat liggen 45 krentenbollen. Luka doet de krentenbollen in zakjes van 5 krentenbollen. Hoeveel zakjes kan hij vol maken?

17]



Hoeveel rollen zitten er in totaal in het pak?

_____ rollen

18] $7 \times 40 =$ _____

19] $4 \times 105 =$ _____

20]



In één zakje zitten 4 plaatjes.

Amber heeft 13 zakjes gekregen op haar verjaardag.

Hoeveel plaatjes heeft ze dan in totaal?

_____ plaatjes

21]



Dit jaar gaan 48 kinderen op schoolkamp. Ze slapen in tenten.

Er kunnen 6 kinderen in 1 tent.

Hoeveel tenten zijn nodig voor de kinderen?

_____ tenten

22]



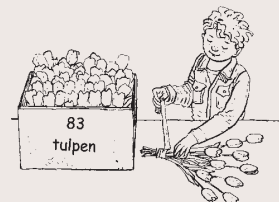
Meneer Groene heeft 3 dozen gekocht.

In elke doos zitten 16 plantjes.

Hoeveel plantjes zijn dat in totaal?

_____ plantjes

23]



Bart maakt bossen van 10 tulpen.

In de bak staan 83 tulpen.

Hoeveel bossen kan hij maken?

_____ bossen

De gemiddelde leerling heeft zoveel inzicht en vaardigheden in vermenigvuldigen en delen verworven dat alle probleemsituaties die sterk lijken op de voorbeeldopgaven 1 tot en met 17 correct kunnen worden opgelost. Het bereikte ontwikkelingsniveau stelt deze leerlingen intussen in staat om formeler over vermenigvuldigen en delen te denken en redeneringen en procedures te ontwikkelen die bij dit niveau passen. De opgaven die in zijn zone van naaste ontwikkeling liggen doen een beroep op.

- het gebruik van de tafelproducten voor bewerkingen als 6×20 , 7×40 (voorbeeldopgave 18) en 8×50 bij *rijgen met nullen*;
- het *splitsend vermenigvuldigen* bij bewerkingen als 3×16 (voorbeeldopgave 22) en 13×4 (voorbeeldopgave 20), vanuit het begrip van de relatie tussen deze producten en hun omkering en via basisautomatismen als $30 + 18$ en $40 + 12$;
- de toepassing van deze splitsprocedure bij bewerkingen met getallen groter dan 100, zoals 4×105 (voorbeeldopgave 19), 4×150 en 4×125 .

In dit vaardigheidsbereik ligt een groot aantal verdeel- en opdeelp Problemen waar de

percentiel-10 en 25 leerlingen nog (lang) niet aan toe zijn. Deze problemen komen niet altijd uit. Ze doen een beroep op het gebruik van lastigere tafelproducten (voorbeeldopgave 21) en op het redeneren en rekenen met groepen van 10 objecten zoals in voorbeeldopgave 23.

De percentiel-75 leerling beheerst, een enkele uitzondering daargelaten, de eerste 27 voorbeeldopgaven goed. Het verschil met de gemiddelde leerling komt tot uitdrukking in het correcte gebruik van de geleerde splitsmethode bij producten van het type 5×18 en hun omkering en in de ontwikkeling van passende rekenprocedures voor bewerkingen als 3×24 (voorbeeldopgave 24) en 10×12 (voorbeeldopgave 25). Opgaven die in de zone van naaste ontwikkeling liggen doen vooral een beroep op de flexibele toepassing van de geleerde vormen van splitsend vermenigvuldigen en de generalisering van deze rekenmethode of van het gebruik van de nulregel voor de bewerking van producten als 10×25 (voorbeeldopgave 27) en de omgekeerde bewerking 25×10 .

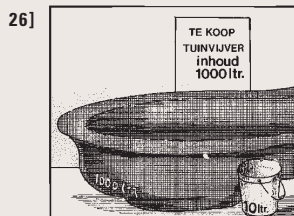
Bewerkingen:
vermenigvuldigen en
delen
Voorbeeldopgaven 24–35

24] $3 \times 24 =$ _____



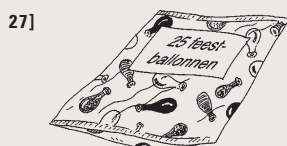
Elk boek van Daantje kost 12 euro.
 Lieke wil alle boeken van Daantje kopen.
 Hoeveel kost dat in totaal?

_____ euro



De inhoud van deze vijver is 1000 liter.
 Hoeveel emmers van 10 liter heb je nodig om de vijver te vullen?

_____ emmers



Bram koopt voor de feestzaal 10 zakjes met ballonnen.
 In elk zakje zitten 25 ballonnen.
 Hoeveel ballonnen zijn dat in totaal?

_____ ballonnen



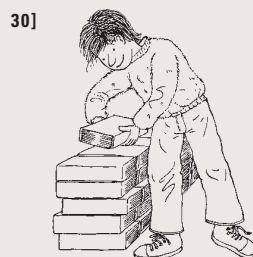
In groep 5 zitten 20 kinderen.
 De hele groep gaat met auto's naar het zwembad.
 In iedere auto mogen 3 kinderen.
 Hoeveel auto's zijn nodig?

_____ auto's



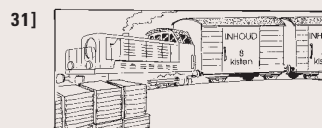
Valentijn koopt 7 kaarten.
 Hoeveel eurocent moet hij betalen?

_____ eurocent



In één pakje zitten 50 folders.
 Noël wil 1000 folders pakken.
 Hoeveel pakjes moet hij pakken?

_____ pakjes



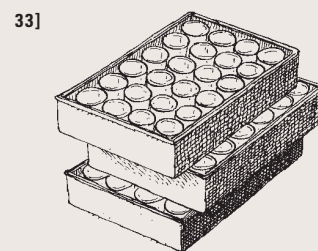
Er moeten 90 kisten met de trein mee.
 Op elke wagon kunnen 8 kisten.
 Hoeveel wagons zijn nodig?

_____ wagons



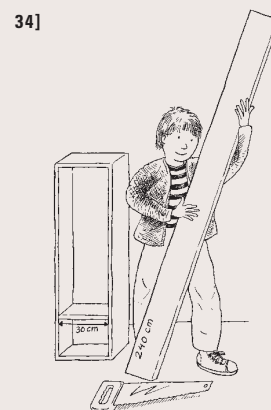
Alle 25 kinderen van groep 5 gaan een kerstversiering maken.
 Iedereen krijgt 3 kaarsen.
 Hoeveel kaarsen zijn nodig voor de hele groep?

_____ kaarsen



Meester Frank moet glazen huren voor het schoolfeest. Hij verwacht ongeveer 120 mensen.
 Hoeveel kratten van 24 glazen moet hij dan huren?

_____ kratten van 24



Michael wil planken maken voor in de kast. Hij heeft een plank die 240 centimeter lang is.
 Hoeveel planken van 30 centimeter kan hij zagen uit deze plank?

_____ planken

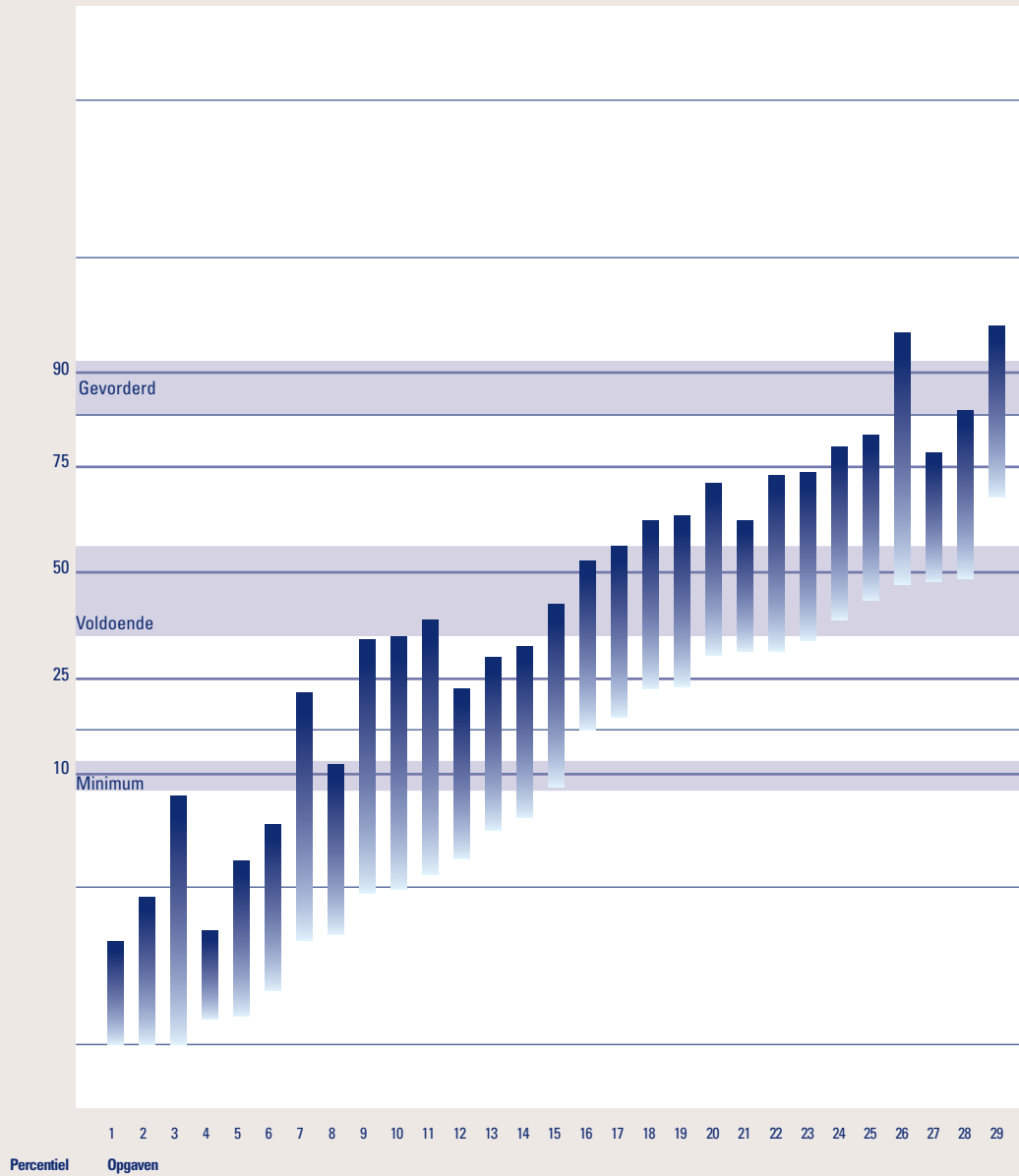


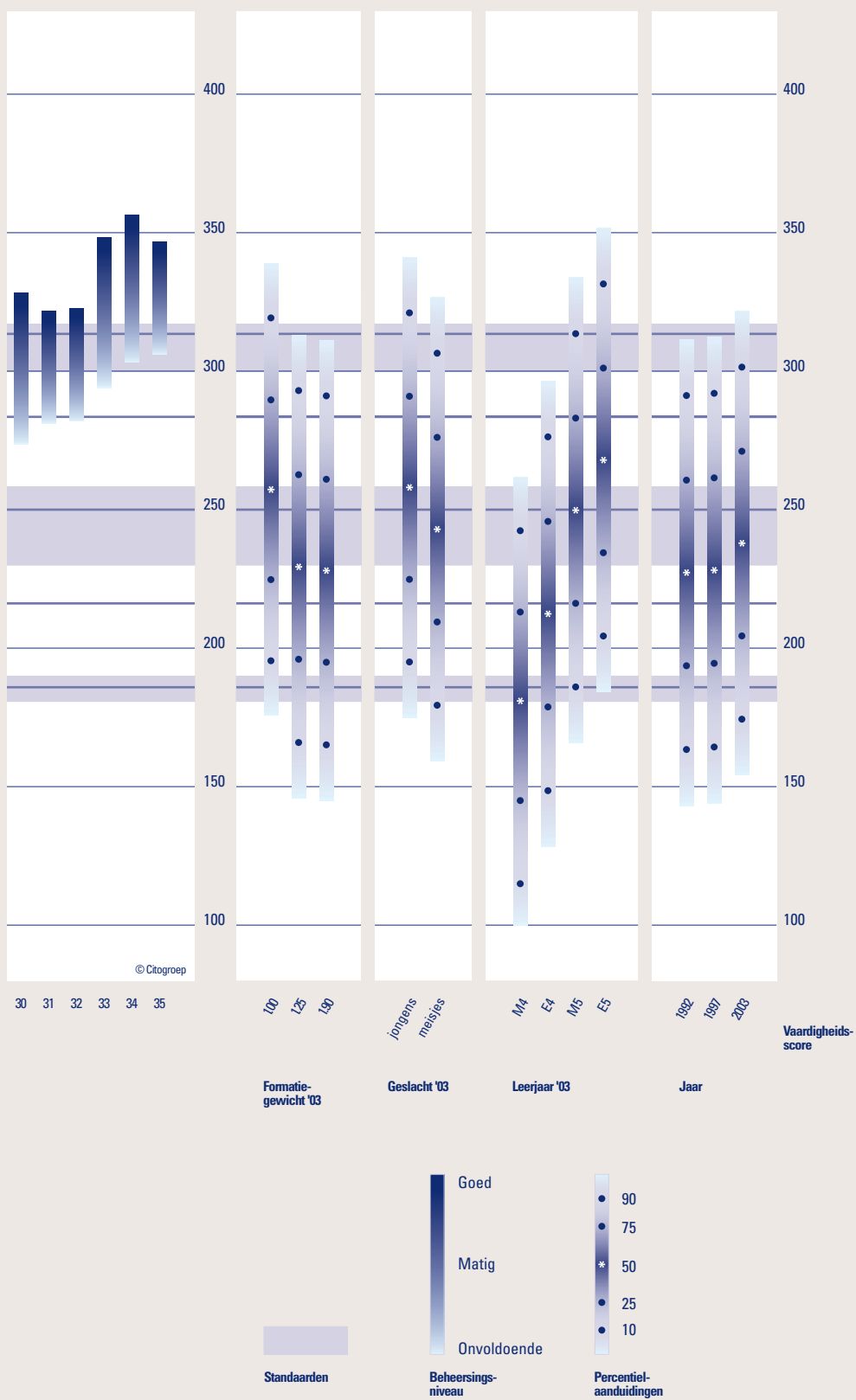
Anna heeft 40 dozen walnoten in het rek gezet.
 In elke doos zitten 12 netjes met walnoten.
 Hoeveel netjes met walnoten zitten in 40 dozen?

_____ netjes

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

- Vermenigvuldigproblemen met een bewerking van het type 20×15 en 40×12 (voorbeeld-opgave 35). - Opdeelproblemen die een beroep doen op het gebruik van tafelproducten of bekende vermenigvuldigstructuren buiten deze tafels in combinatie met de nulregel (voorbeeldopgaven 33 en 34).	
- Opdeelproblemen die niet uitkomen en die de leerling kan oplossen via 10 keer en zoveel keer erbij (voorbeeldopgave 31). - Opdeelproblemen waarbij de leerling de totale hoeveelheid kan samenstellen gebruikmakend van de veelvouden van 5, 10, 25 en 100 (voorbeeldopgave 30). - Vermenigvuldigproblemen met een bewerking van het type 52×2 en 25×3 (voorbeeld-	opgave 32), gemakkelijk op te lossen via omkeren in combinatie met splitsend vermenigvuldigen of gebruikmakend van bekende vermenigvuldigstructuren als 3×25 en 2×50. - Vermenigvuldigingen van het type 12×50 en 7×60 (voorbeeldopgave 29).
- Opdeelproblemen die de bewerking van de rest vereisen (voorbeeldopgave 28). - Opdeelproblemen die met veelvouden van 20, 25, 10 en 100 kunnen worden opgelost (voorbeeldopgave 26).	- Vermenigvuldigproblemen met producten als 10×25 (voorbeeldopgave 27) en 25×10 die door splitsend rekenen of via de nulregel kunnen worden uitgerekend.
- Problemen en kale bewerkingen met producten als 3×24 (voorbeeldopgave 24) en 10×12 (voorbeeldopgave 25).	
- Opdeelproblemen die een beroep doen op het gebruik van moeilijke tafelproducten als 6×8 (voorbeeldopgave 21) en het structureren van een hoeveelheid in groepen van 10 objecten (voorbeeldopgave 23). - (Kale) vermenigvuldigingen van het type 4×105 (voorbeeldopgave 19) en 4×150 die met herhaalde sprongen van 100 en bijvoorbeeld 5 kunnen worden opgelost.	- (Kale) vermenigvuldigingen van het type 3×16 (voorbeeldopgave 22) en 13×4 (voorbeeldopgave 20) die via de standaardvorm van splitsend vermenigvuldigen kunnen worden uitgerekend. - Vermenigvuldigingen van het type 7×40 die een beroep doen op het begrip van de nulregel (voorbeeldopgave 18).
- Toepassing van de meest elementaire vorm van splitsend vermenigvuldigen in situaties als voorbeeldopgave 17. - Opdeelproblemen die een beroep doen op het formele gebruik van tafelproducten (voorbeeldopgave 16) en op het herhaald afpassen van groepen van 20 (voorbeeldopgave 15).	
- Verdeelproblemen als voorbeeldopgave 13 die precies uitkomen en die de leerling via herhaald halveren kan oplossen. - Elementaire opdeelproblemen die precies uitkomen en die de leerling met een bekend product kan associëren (voorbeeldopgave 12). - Vermenigvuldigsituaties die herhaald optellend kunnen worden opgelost via de splitsing van de te herhalen hoeveelheid of bedrag in	(veelvouden van) 10 en tweetallen of vijftallen (voorbeeldopgaven 7, 9 en 14). - Elementaire vermenigvuldigproblemen als voorbeeldopgave 11 waarbij de leerling het omgekeerde product kan gebruiken in plaats van herhaald op te tellen volgens de handelingen in de betreffende context (6×5 in plaats van 6, 12, 18, 24, 30).
- Elementaire opdeelproblemen die de leerling herhaald optellend of met behulp van een product uit de tafel van 2 tot en met 5 kan oplossen, al dan niet met ondersteuning van de afbeelding (voorbeeldopgaven 4 en 8). - Vergelijkbare problemen waarbij de afbeelding geen steun biedt en die met behulp van een product uit de tafel van 2 tot en met 5 of rekenend met munten van 10 cent of briefjes	van 20 euro (voorbeeldopgaven 6, 5 en 3) kunnen worden opgelost. - Elementaire vermenigvuldigproblemen die de leerling herhaald optellend kan oplossen (sprongen van 2, 3, 4, 5, 10 en 20), daarbij gebruikmakend van de afbeelding ter ondersteuning van het tellend rekenen (voorbeeldopgaven 1 en 2).

© Citogroep

10

25

50

75

90

© Citogroep

10 25 50 75 90

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

De opdeelp Problemen in dit vaardigheidsbereik doen een beroep op het gebruik van een extra eenheid in situaties waarin de formele deling niet uitkomt (zie voorbeeldopgave 28) en het gebruik van vermenigvuldigstructuren met tientallen en honderdtallen zoals in voorbeeldopgave 26.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 32 voorbeeldopgaven goed tot redelijk goed. De voorsprong van deze leerlingen is vooral merkbaar bij de aanpak en oplossing van problemen die een beroep doen op:

- het gevarieerd uitrekenen van producten als 52×2 en 25×3 (voorbeeldopgave 32), hetzij via omkeren om de gemakkelijkste splitsprocedure te kunnen toepassen, hetzij redenerend vanuit bekende getalrelaties ($25 \times 3 = 3 \times 25 = 75$ en $52 \times 2 = 2 \times 52 = 100 + 4$);
- het, al dan niet via omkeren, correct toepassen van de nulregel bij producten als 7×60 (voorbeeldopgave 29) en 70×8 ;
- het toepassen van deze regel bij vermenigvuldigingen in het getalgebied tot 1000 als 12×50 , 20×15 , 40×12 (voorbeeldopgave 35);
- het inzichtelijk en flexibel toepassen van de nulregel, vermenigvuldigen met 10 en halveren in opdeelsituaties waar in de voorbeeldopgaven 31, 33 en 34 om gevraagd wordt. Denk bijvoorbeeld aan de oplossing van het probleem van de glazen ($120 : 4$) via 10 kratten van 24 glazen is 240 glazen, dus heb ik 5 kratten nodig voor de helft van 240.

Tussendoelen

Voor het onderwerp Vermenigvuldigen en delen heeft het Tal-team (1998) de volgende tussendoelen geformuleerd.

- De kinderen kunnen in elementaire toepassingssituaties en in notaties van herhaald optellen een vermenigvuldiging herkennen en deze met de korte keurnotatie beschrijven. Ook zijn ze in staat een formele keersom betekenis te geven. Voorts doorzien ze, mede aan de hand van het rechthoekmodel, de twee kern-eigenschappen van vermenigvuldigen te weten de verdeel-eigenschap ($6 \times 8 = 5 \times 8 + 8$) en de verwissel-eigenschap ($5 \times 8 = 8 \times 5$). Bij het oplossen van tafelproducten maken ze in groep 4 (en 5) daarvan handig gebruik, zowel bij kale opgaven als in contextsituaties.
- Eind groep 4 kennen de kinderen ten minste de tafels van 2, 5 en 10 en hun omkeringen uit het hoofd en kunnen daarmee de overige tafelproducten tot tien handig uitrekenen.
- Ze kunnen contextopgaven over (eerlijk) delen en opdelen oplossen via herhaald optellen, herhaald aftrekken of schattend vermenigvuldigen. De kinderen kunnen verbindingen leggen tussen deze rekenoperaties.
- In de loop van groep 5 oriënteren de kinderen zich op handige aanpakken van grotere vermenigvuldigingen als 12×6 , 5×24 , 7×80 en 6×48 .

Markeringspunten bij de voortgang in de loop van groep 4–6

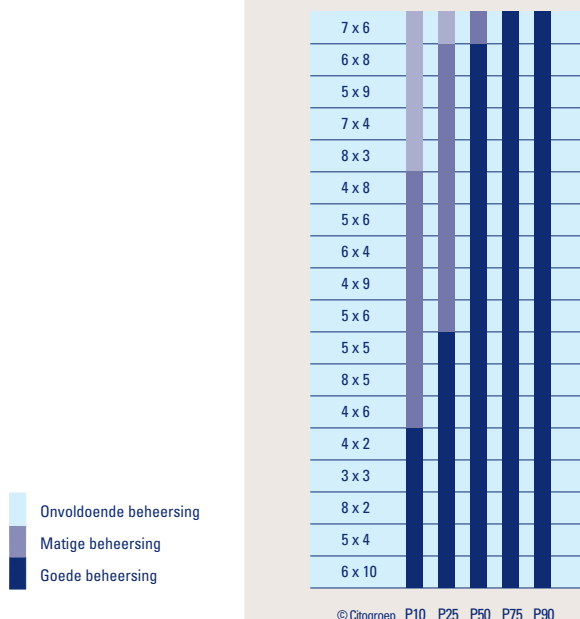
Voortgang	Rekenen tot 100	Rekenen tot 1000
Eind groep 4	Rekenen * Verdeel- en opdeelp Problemen oplossen via herhaald optellen, herhaald aftrekken of afschattend vermenigvuldigen * Oplossen van tafelproducten (kaal en in contexten) met behulp van de tafel van 2, 5 en 10 en de eigenschappen verwisselen en verdelen Begripsvorming * Deelproblemen opvatten als verdelen, opdelen of het omgekeerde van vermenigvuldigen * Begrip van de eigenschap <i>verwisselen</i> en <i>verdelen</i> * Betekenis geven aan een formele vermenigvuldiging * Een vermenigvuldiging in een probleem of een herhaalde optelling herkennen en in formele rekentaal noteren	<i>Alle tafelproducten</i>
In de loop van groep 5	Rekenen * Contextgebonden oriëntatie op grotere vermenigvuldigingen Begripsvorming * Begrip van het rijgen met nullen (nulregel)	<i>12×6 en 5×24</i> <i>7×80</i> <i>6×48</i>
Eind groep 6	Rekenen * Formele en contextgebonden toepassing van de splits- en varia-aanpak	<i>6×48 en 7×80</i> <i>4×251</i> <i>25×7</i>

- Eind groep 6 zijn de leerlingen in staat grotere vermenigvuldigingen van een ééncijferig met een meercijferig getal kaal en in toepassingssituaties op te lossen (6×48 , 7×80 , 4×251 en 25×7). Ze maken hiervoor gebruik van de splits- of varia-aanpak, al dan niet met passende tussennotaties op papier (TAL-team, 1999; Van de Heuvel-Panhuizen e.a., 2000, pp. 47–49).

Gebruik van tafelproducten voor de oplossing van vermenigvuldigproblemen

Uit de analyse van de resultaten bij het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* (paragraaf 4.2) bleek dat vrijwel alle leerlingen het tussendoel van eind jaargroep 4 realiseren. Ze kennen de producten van de tafel van 2, 5 en 10 én hun omkeringen of kunnen deze producten snel via verdelen en verwisselen reconstrueren. De percentiel-25 leerling kan daarnaast ook producten van de tafel van 3 en 4 correct reconstrueren. De bovenste helft van de leerlingen realiseert al het tussendoel dat voor eind jaargroep 5 is geformuleerd. Deze leerlingen kunnen praktisch alle tafelproducten reconstrueren. De figuur geeft een idee van de vorderingen met betrekking tot het gebruik van de tafelproducten in toepassingssituaties. Er is te zien welke tafelproducten de leerling kan gebruiken voor de oplossing van de elementaire vermenigvuldigproblemen van de vaardigheidsschaal. Deze problemen zijn geordend van gemakkelijk naar moeilijk.

Beheersing van elementaire tafelproducten



Het gemakkelijkste probleem (onderaan) doet een beroep op het gebruik van 6×10 , het moeilijkste (bovenaan) op het gebruik van 7×6 .

De opeenvolging van de problemen en bijbehorende producten suggereert de volgende hypothetische trend in de ontwikkeling van de leerling.

- Op het basale niveau vervangt de leerling herhaalde sprongen door het passende product uit de tafel van 2, 3, 4, 5 en 10, conform de handelingen van het verhaal, bijvoorbeeld $5 + 5 + 5$ door $3 \times 5 = 15$ (niveau van de percentiel-10 leerling).
- Op het daarop volgende niveau begrijpt de leerling dat elk product een hoeveelheid aanduidt die op twee manieren kan worden samengesteld, bijvoorbeeld 30 koeken met 5 dozen of rijen van 6 of 6 rijen of dozen van 5. Vanuit dit inzicht kan hij afstand nemen van de context en naast de producten van de tafel van 2, 3, 4, 5 en 10 ook hun omkering gebruiken, ook al strookt de 'som' niet met het verhaal (niveau van de percentiel-25 leerling, zie voorbeeld-opgave 11).
- Vanaf dat moment bepaalt vooral de hoeveelheid gememoriseerde producten en het slim gebruik van verwisselen en verdelen de kans dat de leerling elk willekeurig toepassingsprobleem met de tafels oplost. Dit maakt vooral het verschil tussen de percentiel-25 leerling en de gemiddelde leerling medio jaargroep 5.
- Op het niveau waarop de percentiel-75 en vooral de -90 leerling opereert doen de contexten er niet meer toe. De leerling herkent de formele structuur van vermenigvuldigen en past gewoon het daarbij passende product toe.

Bovenstaande trend komt sterk overeen met de trend bij de verwerving van de basisautomatismen. Dit betekent dat ruim de helft van de leerlingen het tussendoel realiseert dat voor eind jaargroep 4 is geformuleerd en dat de bovenste helft van de leerlingen het tussendoel van eind jaargroep 5 praktisch bereikt.

Gebruik van tafelproducten voor de oplossing van verdeel- en opdeelproblemen

Op een vergelijkbare manier kunnen we bij benadering aangeven in welke mate de leerlingen het tussendoel dat voor delen is geformuleerd realiseren. De onderste helft (gemakkelijke opgaven) van de problemen die met de tafelproducten kunnen worden opgelost, ligt in het vaardigheidsbereik van de 25% minst gevorderde leerlingen. Het verschil met vermenigvuldigen is dat de gemiddelde

leerling de bovenste helft (moeilijkste opgaven) van de deelproblemen nog maar matig beheerst. Drie kenmerken lijken de moeilijkheidsgraad van de deelproblemen sterk te bepalen:

- of het opdelen of verdelen precies uitkomt ($? \times 4 = 18$ versus $? \times 4 = 20$);
- of de deling een beroep doet op het inzicht in de 10-structuur van de getallen ($? \times 10 = 78$ versus $? \times 10 = 30$);
- en bij welke tafel het product hoort ($? \times 8 = 56$ versus $? \times 3 = 18$).

Hoe complex delen als het omgekeerde van vermenigvuldigen is en zeker in situaties waar de deling niet precies uitkomt blijkt uit een van de moeilijkste opdeelp Problemen. Het gaat om een skiklas van 18 kinderen die een lift neemt met bakjes voor 4 personen. Dat 5 bakken nodig zijn, omdat $4 \times 4 = 16$ is, blijkt minder vanzelfsprekend dan we denken, hoe gemakkelijk het product ook is. Zelfs de percentiel-90 leerling kan bij dit type probleem nog fouten maken.

Vermenigvuldigen in het getalgebied tot 1000

Volgens het Tal-team oriënteren leerlingen zich in de loop van jaargroep 5 op handige aanpakken van grotere vermenigvuldigingen als 12×6 , 5×24 , 7×80 en 6×48 . Volgens onze gegevens liggen de vermenigvuldigproblemen met dergelijke producten in het vaardigheidsbereik van de bovenste helft van de populatie. In die zin realiseert al 50% van de leerlingen dit tussendoel halverwege het schooljaar.

Vermoedelijk verloopt de voortgang als volgt:

- Vanuit herhaald optellen met groepen van 10 vindt de leerling de splitsprocedure uit en past vervolgens deze procedure toe bij producten als 12×4 , 13×6 en 15×5 en het omgekeerde 4×12 , 6×13 en 5×15 (niveau van de gemiddelde leerling medio 5).
- Via de getalverkenning in het gebied tot 1000 ontdekt de leerling tevens hoe producten als 4×20 , 6×50 en 8×60 kunnen worden uitgerekend (nulregel).
- Dan zoekt de leerling uit hoe hij deze procedures los van elkaar of in combinatie met elkaar kan gebruiken om complexere bewerkingen als 4×105 en 4×150 , 25×10 en 12×50 , 52×2 en 6×48 , 20×15 en 40×12 op te lossen (niveau van de percentiel-75 en -90 leerling).

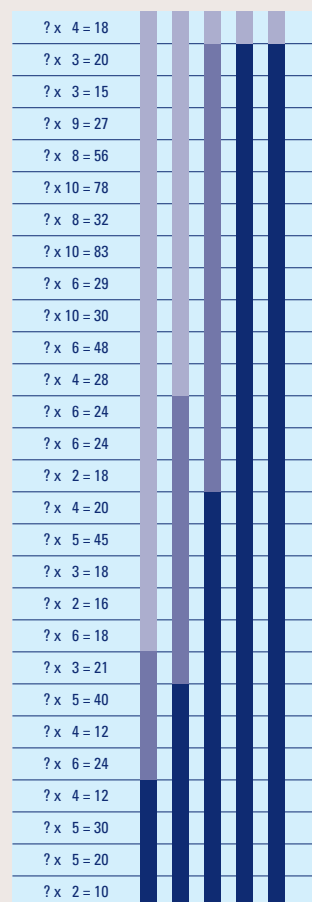
Concluderend moeten we vaststellen dat het verschil tussen de minst en de meest gevorderde leerlingen minstens twee schooljaren behelst. Terwijl de percentiel-10 leerling nog volop bezig is de tafelp producten te reconstrueren en te leren toepassen, opereert de percentiel-90 leerling al op het niveau dat pas eind jaargroep 6 wordt verwacht.

Standaarden

Weliswaar in iets mindere mate, maar ook nu geldt voor de **standaard Voldoende** dat consensus tussen beoordelaars relatief klein is. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 240 en dat niveau wordt door 58% van de leerlingen bereikt. Op dit niveau worden in ieder geval de eerste vijftien voorbeeldopgaven goed beheerst. Over de gewenste mate van beheersing van de andere opgaven lopen de meningen toch duidelijk uiteen.

Consensus is er wel ten aanzien van de **standaard Minimum**. De mediaan van de oordelen valt samen met de bovengrens van het interkwartielbereik van de oordelen en ligt op vaardigheidsscore 190, een niveau dat door 88% van de leerlingen wordt gerealiseerd. In feite komt dit gewenste vaardigheidsniveau voor de standaard

Beheersing van elementaire deelproblemen



© Citogroep

P10 P25 P50 P75 P90

Onvoldoende beheersing
Matige beheersing
Goede beheersing

Minimum overeen met het vaardigheidsniveau van de percentiel-10 leerling. Aan de andere kant van de verdeling ligt het interkwartielbereik van de oordelen voor de **standaard Gevorderd** rondom percentiel-score 90. Een goede beheersing van de voorbeeldopgaven 26 en 29 tot en met 35 ligt volgens de beoordelaars buiten het bereik van het reguliere onderwijsaanbod voor leerlingen medio jaargroep 5.

Verschillen tussen leerlingen

Bij de vergelijking van de resultaten van leerlingen met onderscheiden formatiegewicht zijn de prestaties van 1.25- en 1.90-leerlingen vrijwel gelijk, maar liggen duidelijk onder het niveau van de 1.00-leerlingen. Het verschil is toch aanzienlijk wanneer we, afgezet tegen de standaard Voldoende, zien dat 64% van de 1.00-leerlingen deze standaard bereikt tegen nauwelijks 40% van de andere leerlingen. Ook voor deze vergelijking geldt dat het verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen uit de peiling in 1997 (Noteboom et al., 2000) is weggevallen.

De prestaties van jongens zijn opnieuw beter dan die van meisjes met respectievelijk 58% en 42% dat het niveau van de standaard Voldoende bereikt.

Bij onderlinge vergelijking van de verschillende leermomenten zien we dat bijna

30% van de leerlingen eind jaargroep 4 al de standaard Voldoende bereikt. Kijken we meer specifiek naar de vaardigheidsverdelingen dan zien we bijvoorbeeld dat bijna 25% van de leerlingen medio jaargroep 5 onder het gemiddelde niveau einde jaargroep 4 presteert, terwijl anderzijds bijna 25% van de leerlingen eind jaargroep 4 boven het gemiddelde medio jaargroep 5 scoort. Ten slotte blijken de prestaties van leerlingen in 2003 duidelijk verbeterd ten opzichte van de prestaties in de voorgaande peilingsjaren 1992 en 1997. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt op het afnamemoment in oktober jaargroep 5 in 2003 48% van de leerlingen de standaard Voldoende tegen ongeveer 40% in voorgaande afnamejaren. Noteboom et al. (2000) rapporteren voor 1992 en 1997 een lichte verbetering ten opzichte van de eerste peiling in 1987. Die verbetering is nu dus verder toegenomen.

4.6 Bewerkingen: complexere toepassingen

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het passende gebruik van rekenprocedures in complexere probleemsituaties. De leerling moet meer getalsmatige gegevens met elkaar in verband brengen en zelf eerst een relevant gegeven uit het verhaal of de afbeelding afleiden of uitrekenen om de gestelde vraag te kunnen beantwoorden. De voorgelegde problemen doen een beroep op het gecombineerde gebruik van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of informeel delen in het getalgebied tot 100. Bij een beperkt aantal opgaven rekent de leerling in het getalgebied tot 1000. De voortgang van de leerling bij dit onderwerp is moeilijk te ontrafelen, omdat zoveel factoren in het geding zijn. Daarom schetsen we geen ontwikkelingslijn zoals bij de andere onderwerpen. In plaats daarvan duiden we types rekensituaties aan die in het vaardigheidsbereik van de onderscheiden groepen leerlingen liggen.

Wat leerlingen kunnen

In het vaardigheidsbereik van **de percentiel-10 leerling** liggen vooral problemen die een beroep doen op informeel vermenigvuldigen (herhaald optellen met verschillende eenheden), in combinatie met optellen om een totaal te bepalen of aanvullend optellend (of aftrekkend) om te bepalen hoeveel je terugkrijgt. Voorbeeldopgaven 1 tot en met 5 geven

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	257	48	92%	64%
1.25	229	49	79%	41%
1.90	227	49	78%	40%
Geslacht				
jongens	258	49	92%	64%
meisjes	242	49	85%	52%
Leermoment				
E4	212	50	67%	29%
M5	250	50	88%	58%
E5	268	50	94%	71%
Afnamejaar*				
1992	227	50	77%	40%
1997	228	50	78%	41%
2003	238	50	83%	48%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

een idee van de problemen die de leerling op dit vaardigheidsniveau correct kan oplossen en van de daarbij passende rekenhandelingen, zoals:

- $(2 \times 6) + (2 \times 3)$ of $6 + 6 + 3 + 3$
- $(3 \times 3) + (1 \times 4)$ of $3 + 3 + 3 + 4$
- $(2 \times 6) - 10$ of $6 + 6 - 10$
- $5 \times 2 = 10$ en $13 - 10 = 3$
- $2 + 1 = 3$ en $3 \times 3 = 9$ of $2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1$

Voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 liggen in de zone van naaste ontwikkeling. Alle overige opgaven liggen voorlopig buiten het bereik van deze leerling.

De percentiel-25 leerling begrijpt complexere problemen zoals neergelegd in de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en in de voorbeeldopgaven 8 tot en met 14 redelijk goed tot net voldoende. Het verschil in inzicht en vaardigheid vergeleken met de percentiel-10 leerling blijkt vooral uit de aanpak en oplossing van problemen als voorbeeldopgaven 6 tot en met 9. Dergelijke problemen doen een beroep op:

- structurerend (en flexibel) rekenen tot 20;
- rekenen met veelvouden van 5, gebruikmakend van de 5- en 10-structuur van de getallen tot 50;

De overige typen problemen die in dit vaardigheidsbereik het verschil tussen leerlingen zichtbaar maken doen een beroep op:

- het gebruik van kleine netwerken van relaties, zoals $2 \times 3 = 6$, $2 \times 6 = 12$ en $2 \times 12 = 24$;
- het gebruik van de 10- en dubbelstructuur van getallen bij samenstellen (optellen) en verdelen (structureren in delen).

De gemiddelde leerling zal de eerste vijftien opgaven zonder veel problemen op kunnen lossen, terwijl de voorbeeldopgaven 16 tot en met 19 redelijk goed tot matig worden beheerst. In dit vaardigheidsgebied liggen problemen die een beroep doen op bijvoorbeeld:

- het begrip van het gecombineerde effect van winst en verlies (18 gewonnen en 17 verloren);
- het aflezen en uitrekenen van data in een eenvoudig staafdiagram (verschil in temperatuur tussen 12 graden en 17 graden);
- eerlijk verdelen, handig gebruikmakend van de wijze waarop de objecten zijn ingepakt (2 zakken van 9 mandarijnen tussen 3 kinderen);
- bepalen wat je terugkrijgt, bijvoorbeeld, als je 16 euro met 4 briefjes van 5 euro betaalt of € 48 en € 20 samen met een briefje van 100;
- het totale bedrag van een rekening als $1 \times € 20$ en $2 \times € 4$ bepalen;

- het handige gebruik van de 10-structuur van getallen in combinatie met de verdeel-eigenschap van vermenigvuldigen (voorbeeldopgave 14: $32 \text{ kinderen} = 3 \times 10 \text{ potloden} + 2 \text{ potloden}$);
- het gebruik van relaties tussen veelvouden van 6, denkend aan herhaald verdubbelen (voorbeeldopgave 15: $2 \times 6 = 12$ en $2 \times 12 = 24$).

Voorbeeldopgaven 16 tot en met 19 worden door de gemiddelde leerling redelijk goed tot matig beheerst. Deze opgaven betreffen problemen die in principe een beroep doen op:

- het gebruik van de relaties tussen veelvouden van vijf zoals in voorbeeldopgave 16 ($1 \times 50 + 2 \times 25 + 1 \times 25 =$) en voorbeeldopgave 17 ($30 = 27 + 3$, dus $5 \times 6 - 27 = 3$);
- (herhaald) optellen (of vermenigvuldigen) en aftrekken met euro's en centen (voorbeeldopgave 18);
- herhaald optellen of vermenigvuldigen met twintig(tallen) (voorbeeldopgave 19) en/of veelvouden van 15.

De percentiel-75 leerling beheerst de problemen van de eerste negentien voorbeeldopgaven goed. In vergelijking met de gemiddelde leerling kan de percentiel-75 leerling complexere problemen oplossen die een beroep doen op uiteenlopende inzichten en vaardigheden met betrekking tot de (komma)-getallen en bewerkingen tot 100, bijvoorbeeld:

- het toepassen van elementaire vormen van splitsend vermenigvuldigen en/of het gebruik van de verdeel-eigenschap van vermenigvuldigen om de inhoud van samengestelde dozen te bepalen, bijvoorbeeld $3 \times (12 + 8)$: 3 dozen met 12 kleine en 8 grote kaarsjes in elke doos;
- het herstructureren van hoeveelheden, gebruikmakend van de verwissel-eigenschap van vermenigvuldigen, bijvoorbeeld 4 zakjes van 5 dropjes in 5 zakjes van 4 dropjes.

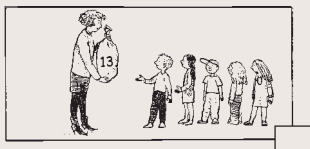
Complexere toepassingen van bewerkingen zoals die worden gevraagd in de voorbeeldopgaven 20 tot en met 23 worden redelijk goed tot matig beheerst. Dit betreft dan problemen als:

- het toepassen van complexere vormen van rijgend en/of splitsend optellen en/of aftrekken (voorbeeldopgave 20);
- het verwerken van de rest bij het ordenen van hoeveelheden in groepjes van 10 (voorbeeldopgave 21) en bij het oplossen van opdeelp Problemen via herhaald optellen of vermenigvuldigen;
- splitsend vermenigvuldigen in combinatie met optellen in het getalgebied tot 1000 (voorbeeldopgave 23).

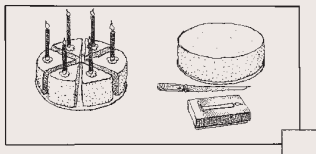
1] Een stuk taart kost 2 euro en een glas limonade 1 euro. Kas heeft besteld en betaalt alles. Hij betaalt ook voor Johan en Elvira. Hoeveel euro moet hij betalen?



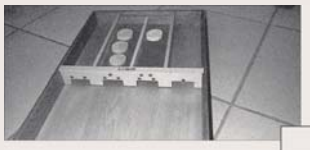
2] Moeder heeft 13 krentenbollen. Ze geeft ieder kind twee krentenbollen. Hoeveel krentenbollen houdt ze over?



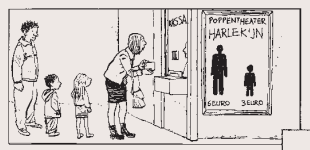
3] De tweede taart wordt ook in 6 stukken gesneden. 10 kinderen nemen elk één stuk taart. Hoeveel stukken taart zijn dan over?



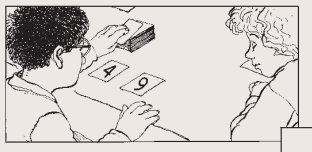
4] Johan heeft 4 stenen gegooid. Hoeveel punten heeft hij?



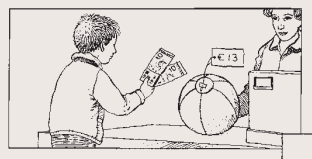
5] Vader en moeder gaan met Anke en Tim naar het poppentheater. Grote mensen betalen 6 euro. Kinderen betalen 3 euro. Hoeveel euro moet moeder aan de kassa betalen?



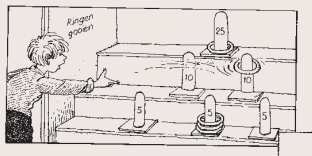
6] Peter mag nog één kaart van de stapel nemen. Om te winnen moet hij precies 20 punten hebben. Welk getal moet dan op dat kaartje staan?



7] Jeroen koopt een bal van 13 euro. Hij geeft 2 briefjes van 10 euro. Hoeveel euro krijgt hij terug?



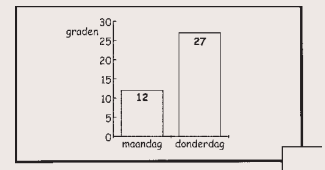
8] Hoeveel punten heeft Arjen nu in totaal?



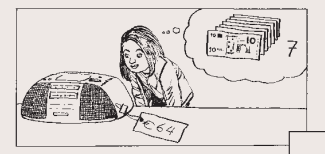
9] Opa is 52 jaar. Josien is acht jaar geworden. Hoe oud is opa als Josien 18 wordt?



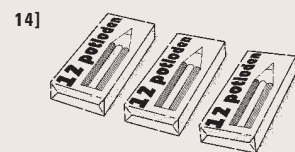
11] Wouter houdt bij hoe warm het is. Op maandag was het 12 graden, op donderdag 27 graden. Hoeveel graden was het op donderdag warmer?



12] Yasha koopt deze radio. Ze geeft 7 briefjes van 10 euro. Hoeveel krijgt ze terug?



13] Moeder heeft 2 zakken met dropsleutels. In elke zak zitten 10 dropsleutels. De dropsleutels worden eerlijk verdeeld over 5 kinderen. Hoeveel dropsleutels krijgt ieder?



In de klas zitten 32 kinderen. Ieder kind krijgt een potlood. Hoeveel potloden blijven er over?

_____ potloden

10] Wim en Frans hebben auto's gewassen. Wim krijgt 30 euro en Frans 50 euro. Ze delen het geld. Hoeveel heeft ieder dan?



_____ euro

De percentiel-90 leerling ten slotte beheerst de eerste 22 voorbeeldopgaven goed en met uitzondering van voorbeeldopgave 28 de overige voorbeeldopgaven matig.

Deze opgaven vragen van de leerling tot oplossingen te komen via bijvoorbeeld:

- splitsend vermenigvuldigen in combinatie met optellen in het getalgebied tot 1000 (voorbeeldopgaven 23 en 25);
- het handige gebruik van tafelproducten (voorbeeldopgaven 24 en 27) en van de tienstructuur van getallen (voorbeeldopgave 26) in complexere probleemsituaties.

Voorbeeldopgave 28 geeft een idee van de problemen die een leerling op dit niveau uitdagen. Nu al lost een leerling die op dit niveau opereert vijf van de tien problemen van dit type goed op. Aan het einde van jaargroep 5 zal hij (hoogst waarschijnlijk), op dit probleem na, alle voorbeeldproblemen van dit onderwerp correct oplossen met passende berekeningen.

Er zijn geen tussendoelen voor deze complexere toepassingen geformuleerd. Dat kan ook moeilijk omdat het een zeer brede schakering van problemen betreft, waarin allerlei combinaties van optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deeloperaties kunnen voorkomen. Om dezelfde reden is het niet mogelijk voor het onderwerp *Bewerkingen*:

complexere toepassingen een ontwikkelingslijn te schetsen die het niveau van de individuele opgaven zoals zojuist beschreven, te boven gaat.

Standaarden

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt op vaardigheidscore 240. Medio jaargroep 5 heeft 58% van de leerlingen deze of een hogere score, minder dus dan het voor deze standaard beoogde percentage van 70% tot 75%. De standaard Voldoende impliceert een goede beheersing van de eerste twaalf voorbeeldopgaven.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidscore 180 en valt samen met de ondergrens van het interkwartielbereik van de oordelen voor deze standaard. 92% van de leerlingen bereikt dit niveau. Het niveau van deze standaard impliceert een goede beheersing van de eerste vier voorbeeldopgaven. Beoordelaars geven aan dat het beheersen van deze complexere toepassingen van de bewerkingen voor de standaard Minimum nog geen prioriteit heeft en dat op dit niveau de aandacht vooral gericht moet zijn op het leren van de afzonderlijke bewerkingen. Het interkwartielbereik van de oordelen voor de **standaard Gevorderd** ligt rondom percentiel 90. Daarmee valt een goede beheersing van de laatste zes voorbeeldopgaven buiten het reguliere onderwijsaanbod voor leerlingen medio jaargroep 5.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	95%	65%
1.25	228	48	84%	40%
1.90	223	49	81%	36%
Geslacht				
jongens	257	50	94%	64%
meisjes	243	49	90%	52%
Leermoment				
E4	226	50	82%	39%
M5	250	50	92%	58%
E5	267	50	96%	70%
Afnamejaar*				
1992	236	50	87%	47%
1997	234	50	86%	45%
2003	239	50	88%	49%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

Verschillen tussen leerlingen

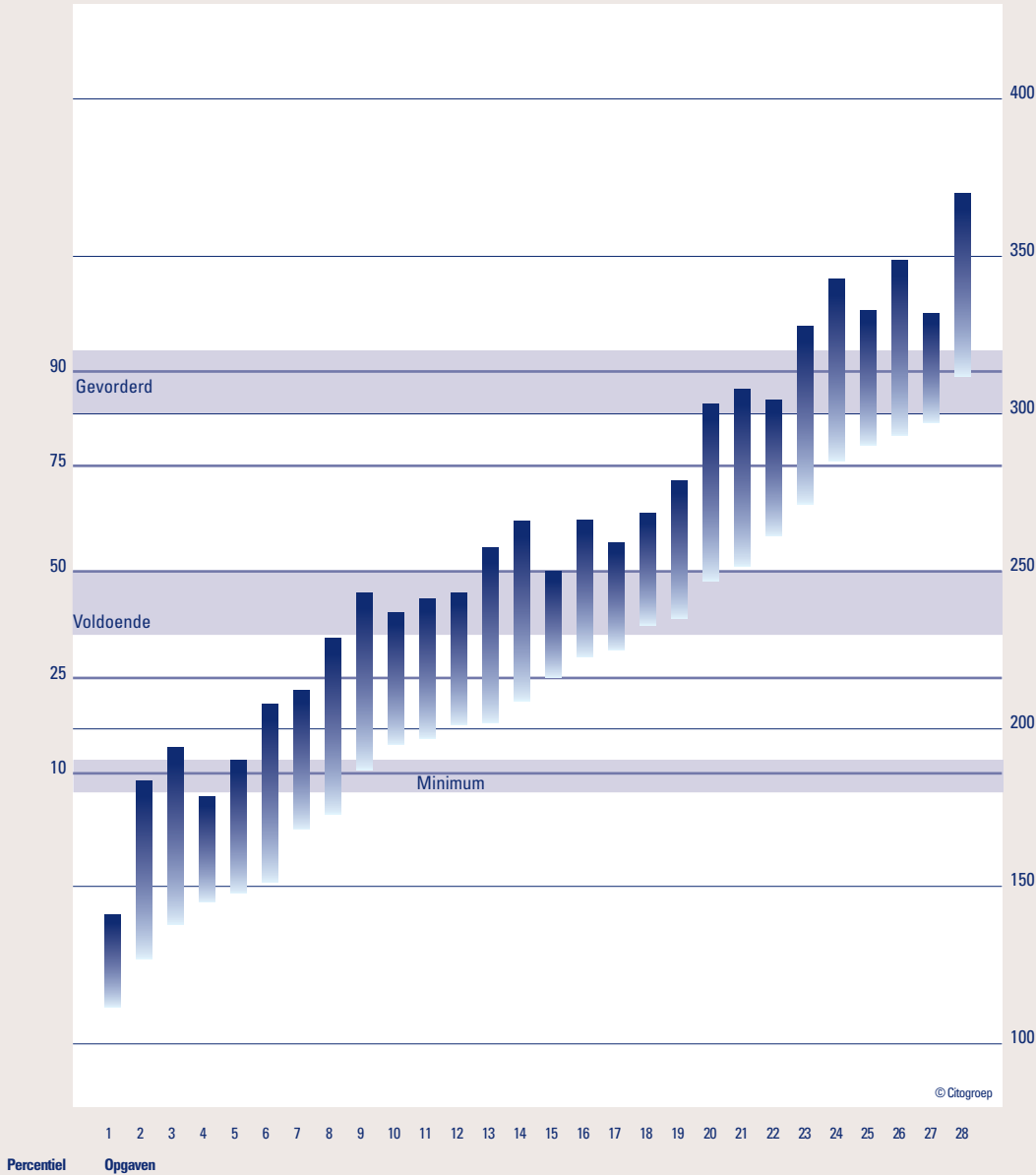
Op het niveau van de formatiegewichten zien we opnieuw een tweedeling in de prestaties van de leerlingen. De prestaties van 1.25- en 1.90-leerlingen ontlopen elkaar nauwelijks maar beide groepen hebben een achterstand ten opzichte van 1.00-leerlingen.

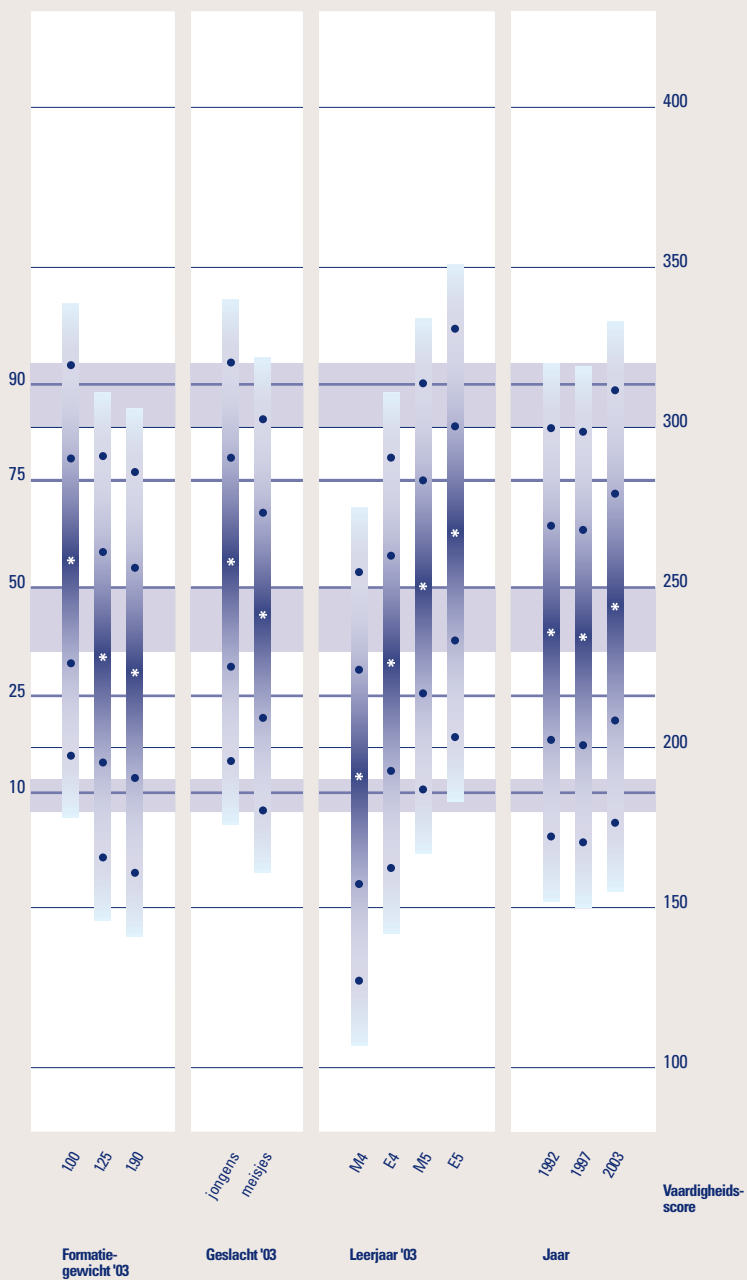
Ook dit is duidelijk anders dan bij het peilingsonderzoek in 1997 waar 1.90-leerlingen nog een duidelijke achterstand hadden ten opzichte van 1.25-leerlingen (Noteboom et al., 2000). We zien dat de standaard Voldoende met 65% 1.00-leerlingen duidelijk binnen het bereik van deze groep valt, maar dat de afstand voor de andere leerlingen met 40% en 36% dat deze standaard bereikt, nog groot is.

Jongens doen het ook nu weer beter dan meisjes. Het verschil is toch wel zodanig groot dat 64% van de jongens de standaard Voldoende bereikt tegen 52% van de meisjes.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Bewerkingen: complexere toepassingen

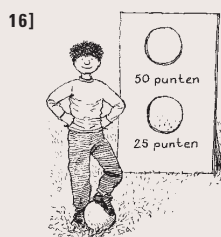






Volwassenen moeten 12 euro betalen.
Kinderen kunnen voor de helft van die prijs naar binnen. Vader gaat met zijn 2 kinderen naar het pretpark.
Hoeveel moet hij in totaal betalen?

_____ euro



	50	25
Jeroen	I	III

Jeroen heeft 3 ballen door het gat van 25 punten geschoten en 1 bal door het gat van 50 punten.
Hoeveel punten heeft hij in totaal?

_____ punten



Nikita heeft 27 ijsjes nodig. Zij koopt 5 pakken. In elk pak zitten 6 ijsjes.
Hoeveel ijsjes houdt zij over?

_____ ijsjes



In de pauze van de film koopt vader 6 blikjes cola en 6 koeken.
Hoeveel euro moet vader betalen?

_____ euro



Moeder koopt een ijsje met 2 bolletjes voor Eef en een ijsje met 2 bolletjes voor Lot.
Hoeveel cent moet moeder betalen?

_____ cent



Anton wil deze cd-speler kopen.
Hij heeft in januari 44 euro gespaard en in februari 28 euro.
Hoeveel euro komt hij nog tekort?

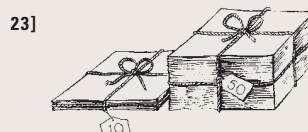
_____ euro



Margriet bewaart haar cd's in dit kastje.
In elke la passen precies 10 cd's.
Ze heeft nu 39 cd's.
Hoeveel cd's kunnen er nog bij?

22] Praveen tilt 4 gewichten van 15 kg en 2 gewichten van 5 kg.
Hoeveel is dat samen?

_____ kg



Agnes bezorgt kranten. Ze moet 6 grote en 3 kleine pakketten bezorgen.
Hoeveel kranten zijn dat samen?

_____ kranten

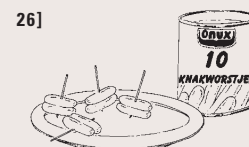


Een blik is genoeg om de katten twee dagen te voeren.
Jos koopt voer voor 2 weken.
Hoeveel blikken koopt Jos?

_____ blikken



Pelle heeft 7 waardebonnen van 20 punten en 1 waardebon van 50 punten.
Hoeveel punten heeft hij nog nodig voor de discman?



Kai maakt 20 stokjes. Op elk stokje wil hij 2 knakworstjes prikken.
In een blik zitten 10 knakworstjes.
Hoeveel blikken moet hij dan kopen?

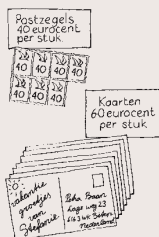
_____ blikken



Op één fotoblad kunnen twee kleine foto's of één grote foto geplakt worden.
Demi heeft 12 grote foto's en 18 kleine foto's.
Hoeveel fotobladen heeft ze nodig?

_____ fotobladen

28]



Stefanie is op vakantie.

Zij stuurt aan 7 vriendinnen een kaart.

Hoeveel kosten de kaarten en de postzegels samen?

_____ eurocent

Uiteraard klimt het vaardigheidsniveau van de leerlingen met het leermoment. Interessant is echter te zien dat einde jaargroep 4 al 39% van de leerlingen de standaard Voldoende bereikt. Tot slot zien we dat er weinig verschil is in het niveau van de vaardigheidsverdelingen van de leerlingen in de drie laatste drie peilingsjaren. Dat betekent dat de vooruitgang die we eerder constateerden bij diverse onderwerpen zich nog niet heeft vertaald naar betere prestaties bij de complexere toepassingen van deze bewerkingen.

4.7 Leerlandschappen

In de inleidende opmerkingen en bij de beschrijving van de getoetste leerinhouden is aangegeven hoe de onderwerpen *Getallen en getalrelaties*, *Basisautomatismen* en *Bewerkingen* didactisch gezien, met elkaar in verband staan. Om vast te kunnen stellen in welke mate de verworven feiten, inzichten en vaardigheden ook leer- of ontwikkelingspsychologisch met elkaar samenhangen zouden we zoveel mogelijke opgaven van de afzonderlijke onderwerpen in één algemene rekenschaal moeten proberen te integreren. We kunnen deze samenhang ook wel

illustreren met leerlandschappen van leerlingen op diverse niveaus van vaardigheid. Het begrip *leerlandschap* is voor het rekenen-wiskunde geïntroduceerd door Fosnot en Dolk (2001). Het verwijst naar de wiskundige ideeën, strategieën en modellen die de leerling in de loop van zijn ontwikkelingsproces construeert, onderzoekt en leert gebruiken. We nemen aan dat de voorbeeldopgaven die in de zone van naaste ontwikkeling van de leerlingen liggen naar dergelijke constructies verwijzen. In gesprek met bijvoorbeeld enkele leerlingen die op het niveau van de percentiel 10, 50 en 90 leerling de voorbeeldopgaven oplossen, zouden we op het spoor van de wiskundige ideeën, strategieën en modellen komen die het verschil in begrips- en vaardigheidsniveau tussen deze leerlingen verklaren. Onderstaande landschappen zijn voorlopige constructies. Ze zijn vooral opgesteld om te illustreren hoe groot de verschillen tussen leerlingen zijn en hoe breed de deskundigheid van een leraar in jaargroep 5 moet zijn om daar zinvol en effectief mee om te kunnen gaan.

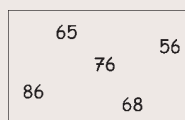
Achtereenvolgens beschrijven we de leerlandschappen van leerlingen op percentiële niveau 10, van de gemiddelde leerling op percentiële niveau 50 en van leerlingen op percentiële niveau 90 voor het getalbereik tot 100 en tot 1000.

Het leerlandschap van de percentiel-10 leerling in het getalgebied tot 100

Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied tot 100 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die percentiel-10 leerlingen matig beheersen.

Getallen en getalrelaties

5]



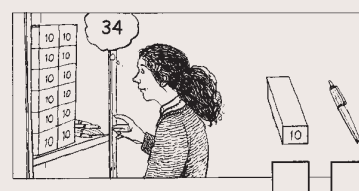
In het hok staan 5 getallen.

Welke van die getallen liggen op de getallenlijn tussen 60 en 70?

_____ en _____

6] Juf Leony haalt 34 balpennen uit de kast.

Hoeveel doosjes van 10 pakt ze en hoeveel losse pennen?



Basisautomatismen: optellen en aftrekken

7] $48 + 40 =$ _____

11] $15 - 8 =$ _____

8] $27 + 50 =$ _____

12] $79 - 5 =$ _____

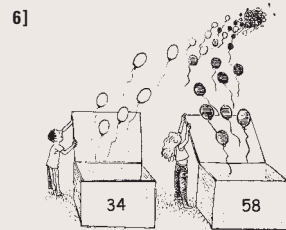
9] $70 - 7 =$ _____

13] $45 + 9 =$ _____

10] $56 - 50 =$ _____

Bewerkingen: optellen en aftrekken

5] $97 - 70 =$



58 rode en 34 gele ballonnen gaan de lucht in.
Hoeveel ballonnen zijn dat samen?

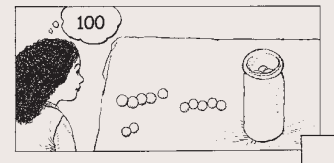
_____ ballonnen

7] Alles is nu 5 euro goedkoper.
Hoeveel euro betaal je dan voor de jas?



8] In de pot zaten 100 knikkers. Janine heeft er 12 knikkers uitgehaald.

Hoeveel knikkers zitten nu nog in de pot?



Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

4] $4 \times 50 =$ _____

8] $8 \times 9 =$ _____

5] $40 : 4 =$ _____

9] $11 \times 10 =$ _____

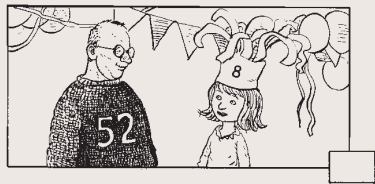
6] $2 \times 15 =$ _____

10] $45 : 9 =$ _____

7] $25 \times 2 =$ _____

11] $36 : 9 =$ _____

- 9] Opa is 52 jaar. Josien is acht jaar geworden.
Hoe oud is opa als Josien 18 wordt?



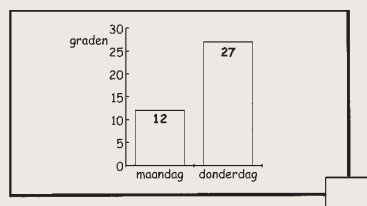
10]



Wim en Frans hebben auto's gewassen. Wim krijgt 30 euro en Frans 50 euro. Ze delen het geld.
Hoeveel heeft ieder dan?

_____ euro

- 11] Wouter houdt bij hoe warm het is. Op maandag was het 12 graden, op donderdag 27 graden.
Hoeveel graden was het op donderdag warmer?



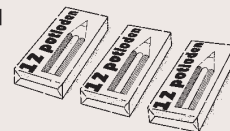
- 12] Yasha koopt deze radio. Ze geeft 7 briefjes van 10 euro.
Hoeveel krijgt ze terug?



- 13] Moeder heeft 2 zakken met dropsleutels. In elke zak zitten 10 dropsleutels.
De dropsleutels worden eerlijk verdeeld over 5 kinderen.
Hoeveel dropsleutels krijgt ieder?



14]



In de klas zitten 32 kinderen. Ieder kind krijgt een potlood.
Hoeveel potloden blijven er over?

_____ potloden

Het leerlandschap van de percentiel-10 leerlingen in het getalgebied tot 1000

Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied van 100 tot 1000 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die percentiel-10 leerlingen matig beheersen.

Getallen en getalrelaties

Er is voor dit onderwerp één voorbeeldopgave die de percentiel-10 leerling goed beheerst, alle andere voorbeeldopgaven worden onvoldoende beheerst.

Basisautomatismen: optellen en aftrekken

5] $200 - 50 =$ _____

8] $130 - 40 =$ _____

6] $70 + 70 =$ _____

9] $70 + 80 =$ _____

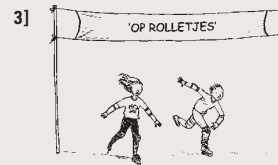
7] $720 + 50 =$ _____

10] $500 - 90 =$ _____

Bewerkingen: optellen en aftrekken

1] $675 - 40 =$ _____

2] $425 + 150 =$ _____



Er zijn 175 meisjes en 125 jongens lid van 'Op rolletjes'.
Hoeveel kinderen zijn dit in totaal?

_____ kinderen

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Er zijn voor dit onderwerp binnen het getalbereik van 100 tot 1000 geen voorbeeldopgaven die de percentiel-10 leerling matig beheerst.

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

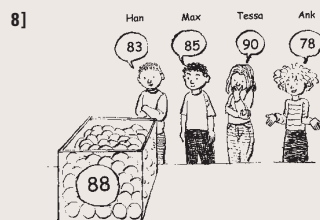
Er zijn voor dit onderwerp binnen het getalbereik van 100 tot 1000 geen voorbeeldopgaven die de percentiel-10 leerling matig beheerst.

Het leerlandschap van de gemiddelde leerling in het getalgebied tot 100

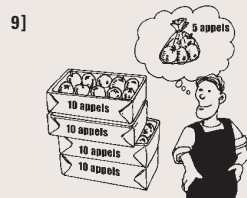
Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied tot 100 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die de gemiddelde leerling matig beheerst.

Getallen en getalrelaties

7] 75 euro is _____ briefjes van 10 en _____ euro's.

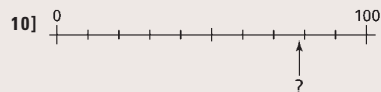


4 kinderen raden hoeveel ballen in de bak zitten.
In de bak zitten 88 ballen.
Wie raadt het best?



Deze 4 kisten zijn vol.
De groentenboer doet alle appels in zakken van 5.
Hoeveel volle zakken kan hij maken?

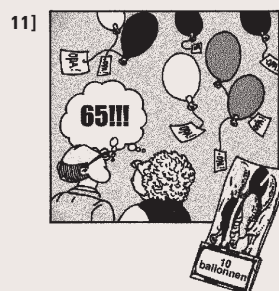
_____ zakken



De pijl wijst de plaats van een getal op de getallenlijn aan.
Welk getal is dat?

Kies uit:

- A 72
- B 78
- C 82
- D 87



Opa wordt 65.
Oma wil daarom 65 ballonnen loslaten.
Hoeveel zakken van 10 ballonnen moet ze dan kopen?

_____ zakken

Basisautomatismen: optellen en aftrekken

17] $75 - 25 =$ _____

19] $98 + 7 =$ _____

18] $80 - 34 =$ _____

20] $63 + 37 =$ _____

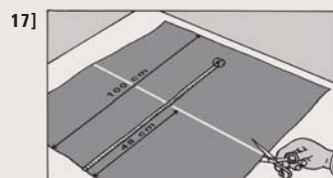
Bewerkingen: optellen en aftrekken



Hoeveel kilometer is het van Port naar Vos?

_____ kilometer

16] $76 - 48 =$ _____



De lap stof is 100 centimeter lang.
Moeder knipt een stuk stof af dat 48 centimeter lang is.
Hoe lang is het stuk dat ze overhoudt?

_____ centimeter

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

17] $60 : 2 =$ _____

19] $50 : 2 =$ _____

18] $48 : 6 =$ _____

21] $2 \times 99 =$ _____

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

16]



Op een bakplaat liggen 45 krentenbollen.
Luka doet de krentenbollen in zakjes van 5 krentenbollen.
Hoeveel zakjes kan hij vol maken?

17]



Hoeveel rollen zitten er in totaal in het pak?

_____ rollen

20]



In één zakje zitten 4 plaatjes.
Amber heeft 13 zakjes gekregen op haar verjaardag.
Hoeveel plaatjes heeft ze dan in totaal?

_____ plaatjes

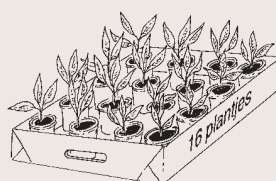
21]



Dit jaar gaan 48 kinderen op schoolkamp. Ze slapen in tenten.
Er kunnen 6 kinderen in 1 tent.
Hoeveel tenten zijn nodig voor de kinderen?

_____ tenten

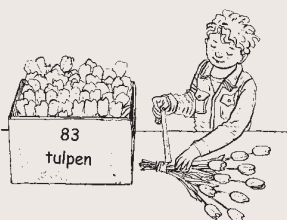
22]



Meneer Groene heeft 3 dozen gekocht.
In elke doos zitten 16 plantjes.
Hoeveel plantjes zijn dat in totaal?

_____ plantjes

23]



Bart maakt bossen van 10 tulpen.
In de bak staan 83 tulpen.
Hoeveel bossen kan hij maken?

_____ bossen

24] $3 \times 24 =$ _____

28]



In groep 5 zitten 20 kinderen.
De hele groep gaat met auto's naar het zwembad.
In iedere auto mogen 3 kinderen.
Hoeveel auto's zijn nodig?

_____ auto's

Het leerlandschap van de gemiddelde leerling in het getalgebied tot 1000

Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied tot 1000 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die de gemiddelde leerling matig beheerst.

Getallen en getalrelaties

- 4] In de filmzaal staan 13 rijen stoelen. In elke rij staan 10 stoelen.

Hoeveel stoelen staan er in totaal?

_____ stoelen

- 5]

820

630

260

530

470

Twee van deze getallen zijn samen evenveel als 1000.

Welke getallen zijn dat?

_____ en _____

- 6]



Je betaalt met briefjes van honderd.

Hoeveel briefjes heb je nodig?

_____ briefjes

- 7]



Meneer Koppels bestelt 160 liter aarde.

Hoeveel zakken van 20 liter zijn dat?

_____ zakken

Basisautomatismen: optellen en aftrekken

16] $80 + 580 =$ _____

18] $620 - 60 =$ _____

17] $825 + 75 =$ _____

19] $259 + 8 =$ _____

Bewerkingen: optellen en aftrekken

6]



Het vliegtuig maakt een duik van 360 meter naar 250 meter in de lucht.

Hoeveel meter is het gedaald?

_____ meter

7]

WE TELLEN IEDER JAAR DE ZEEHONDEN OP TEXEL. VORIG JAAR WAREN ER 325. DIT JAAR WAREN ER 175 MEER. FUN HE.

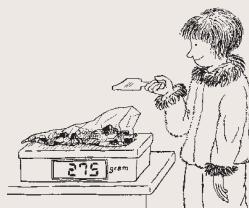


Hoeveel zeehonden telde men dit jaar?

_____ zeehonden

8] $620 - 370 =$ _____

9]



Minka mag 350 gram drop kopen.

Ze heeft al 275 gram in het zakje gedaan.

Hoeveel gram mag er nog bij?

_____ gram

10] $700 - 32 =$ _____

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

21] 2×99

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

18] $7 \times 40 =$ _____

19] $4 \times 105 =$ _____

25]



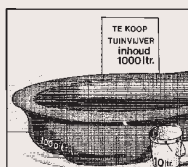
Elk boek van Daantje kost 12 euro.

Lieke wil alle boeken van Daantje kopen.

Hoeveel kost dat in totaal?

_____ euro

26]



De inhoud van deze vijver is 1000 liter.

Hoeveel emmers van 10 liter heb je nodig om de vijver te vullen?

_____ emmers

27]



Bram koopt voor de feestzaal 10 zakjes met ballonnen.

In elk zakje zitten 25 ballonnen.

Hoeveel ballonnen zijn dat in totaal?

_____ ballonnen

Het leerlandschap van de percentiel-90 leerling in het getalgebied tot 100

Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied tot 100 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die percentiel-90 leerlingen matig beheersen.

Getallen en getalrelaties



Vader heeft deze bonnen voor zijn verjaardag gekregen.
Voor hoeveel euro kan hij boeken kopen?

_____ euro

14] De getallenlijn van 0 tot 100 is verdeeld in 4 stukken.
Welk getal moet bij de pijl staan?



Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Alle voorbeeldopgaven van dit onderwerp worden goed beheerst.

Bewerkingen: optellen en aftrekken

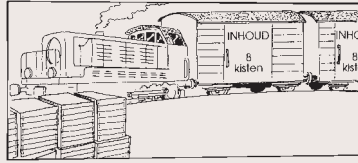
Alle voorbeeldopgaven van dit onderwerp worden goed beheerst.

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Alle voorbeeldopgaven van dit onderwerp worden goed beheerst.

Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

31]



Er moeten 90 kisten met de trein mee.

Op elke wagon kunnen 8 kisten.

Hoeveel wagons zijn nodig?

_____ wagons

32]



Tamara

Rian

Alle 25 kinderen van groep 5 gaan een kerstversiering maken.

Iedereen krijgt 3 kaarsen.

Hoeveel kaarsen zijn nodig voor de hele groep?

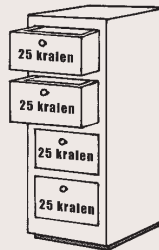
_____ kaarsen

Het leerlandschap van de percentiel-90 leerling in het getalgebied tot 1000

Dit leerlandschap geeft een overzicht van de voorbeeldopgaven binnen het getalgebied tot 1000 uit de verschillende onderwerpen in het deelgebied *Getallen en bewerkingen* die percentiel-90 leerlingen matig beheersen.

Getallen en getalrelaties

8]

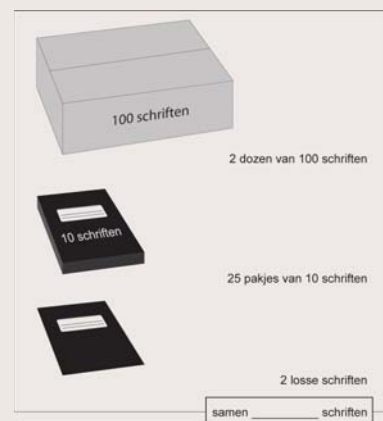


In elke la liggen nu 25 kralen. Sonia doet er in elke la 20 kralen bij.

Hoeveel kralen zitten daarna in de 4 laden samen?

_____ kralen

9] Hoeveel schriften zijn dit bij elkaar?



Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Opgave 21 wordt onvoldoende beheerst, alle andere voorbeeldopgaven van dit onderwerp worden goed beheerst.

Bewerkingen: optellen en aftrekken

15]



Hoeveel euro is de stereo-set goedkoper geworden?

€ _____

16]



620 kinderen hebben gestemd.

370 kinderen willen eerst een zwembad.

De andere willen eerst een speelplein.

Hoeveel kinderen willen eerst een speelplein?

17] In een frisdrankfabriek vulde de machine 1475 flessen per uur.

De machine is verbeterd en vult nu 1600 flessen per uur.

Hoeveel flessen zijn dat per uur meer?

_____ flessen

18]



Dit huis is in 2000 opgeknapt.

Hoeveel jaar was het huis toen oud?

_____ jaar

Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Alle voorbeeldopgaven van dit onderwerp worden goed beheerst.

29]



Valentijn koopt 7 kaarten.
Hoeveel eurocent moet hij betalen?

_____ eurocent

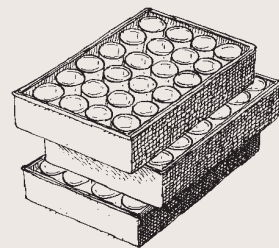
30]



In één pakje zitten 50 folders.
Noël wil 1000 folders pakken.
Hoeveel pakjes moet hij pakken?

_____ pakjes

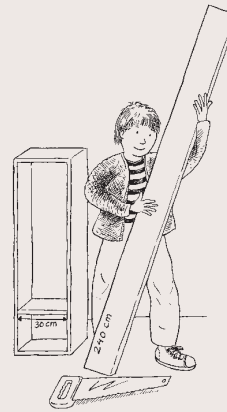
33]



Meester Frank moet glazen huren voor het schoolfeest.
Hij verwacht ongeveer 120 mensen.
Hoeveel kratten van 24 glazen moet hij dan huren?

_____ kratten van 24

34]



Michael wil planken maken voor in de kast. Hij heeft een plank die 240 centimeter lang is.
Hoeveel planken van 30 centimeter kan hij zagen uit deze plank?

_____ planken

35]



Anna heeft 40 dozen walnoten in het rek gezet.
In elke doos zitten 12 netjes met walnoten.
Hoeveel netjes met walnoten zitten in 40 dozen?

_____ netjes

[05] Meten en verhoudingen

In dit hoofdstuk beschrijven we de leerresultaten voor het deelgebied Meten met de onderwerpen Meten en meetkunde, Tijd en Geld en uit het deelgebied Verhoudingen, breuken en procenten het onderwerp Verhoudingen.

... Als gevolg van de invoering van de euro is het onderwerp Geld geheel herzien. Het onderwerp Verhouding is voor de mediopeiling rekenen-wiskunde een geheel nieuw onderwerp.



5.1 Meten en meetkunde

Wat leerlingen kunnen

Inhoud

In het onderwerp Meten en meetkunde beschrijven we de resultaten van leerlingen op opgaven die betrekking hebben op het aspect meten en op opgaven waarbij het aspect meetkunde op de voorgrond staat. Bij *meten* gaat het om elementaire begrippen die bij het meten van lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht van belang zijn. Daarnaast ligt de nadruk op het meten met en aflezen van ongestandaardiseerde en gestandaardiseerde maateenheden.

Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- Vergelijken op lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht op basis van ervaringskennis of op basis van het afpassen van het aantal maateenheden.
- Bepalen van de lengte, omtrek, oppervlakte of inhoud door het aantal maateenheden te tellen of de uitkomst van een meting af te lezen. Dit kan via het gebruik van natuurlijke maten (zoals bij het bepalen van het aantal pakjes dat in een doos zit) of gestandaardiseerde maten (het aflezen van het aantal centimeters of de inhoud van een maatbeker).
- Uitvoeren van eenvoudige herleidingen zoals van meters naar centimeters en omgekeerd.
- Oplossen van vraagstukken door onder andere gebruik te maken van het begrip van maateenheden van lengte, inhoud of gewicht. Voorbeelden zijn het kiezen van de juiste maat in een gegeven context (gewicht druk je uit in kilogram of gram en niet in liters) of globaal de orde van grootte van de maateenheid bepalen (bijvoorbeeld een lucifer is ongeveer 4 cm lang en geen 400 cm). Daarbij worden maateenheden als centimeter, meter, kilometer, liter, kilogram en gram gebruikt.

Bij meetkunde gaat het om aspecten als standpuntbepaling, lezen van een plattegrond en ruimtelijk redeneren. Voorbeelden daarvan zijn:

- Mentaal reconstrueren van een blokkenbouwsel op basis van een plattegrond.
- Bepalen wat men vanuit een bepaald standpunt ziet
- Aan de hand van foto's bepalen waar de fotograaf stond.
- Lezen van plattegronden en oriënteren op een kaart.
- Construeren van gespiegelde figuren.

Het onderwerp meten bevat een grote diversiteit aan opgaven. De verschillende methoden besteden weliswaar allemaal aandacht aan aspecten die op meten betrekking hebben, maar de methoden verschillen wel duidelijk in wat ze halverwege jaargroep 5 al aan de orde gesteld hebben. Dat betekent dat een aantal kinderen dat de opgaven gemaakt heeft, nog geen aanwijzingen gekregen heeft hoe bepaalde problemen aan te pakken. De kinderen zoeken dan naar oplossingen op basis van niet altijd succesvolle of efficiënte benaderingen. Het feit dat een onderwerp nog niet duidelijk een onderdeel vormt van het onderwijsaanbod in de verschillende methoden is er waarschijnlijk de oorzaak van dat de opgaven minder goed tussen leerlingen discrimineren. Hierdoor zijn de opgavenbalkjes van deze opgaven op de vaardigheidsschaal in vergelijking met andere onderwerpen relatief lang. De grote diversiteit in opgaven en de diversiteit in het onderwijsaanbod maken het moeilijker een adequate beschrijving van de ontwikkeling van de vaardigheid te geven. De beschrijving die we hier geven, is dan ook sterk gekoppeld aan de beschrijving of verwijzing naar individuele opgaven. Over wat leerlingen kunnen, kunnen we in grote lijnen het volgende zeggen.

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 11 matig. De voorbeeldopgaven 1, 6 en 8 betreffen het aspect meetkunde, de overige voorbeeldopgaven liggen op het gebied van het aspect meten. We beginnen met de beschrijving van de vaardigheid van de leerlingen op het aspect meten. Percentiel-10 leerlingen hebben al duidelijk enig begrip van de maten centimeter, meter en kilometer zoals gevraagd in voorbeeldopgave 2 en kunnen de inhoud van een emmer aflezen van de schaalverdeling (voorbeeldopgave 4). Verder kunnen zij een aantal eenheden in gedachten afpassen, bijvoorbeeld als bepaald moet worden hoeveel plaatjes er in totaal op een vel papier kunnen, zoals bij voorbeeldopgave 3. Ook met het bepalen van het aantal pakjes dat in een doos zit, zoals bij voorbeeldopgave 5, hebben zij geen moeite. De voorbeeldopgaven 7 tot en met 10 uit het aspect meten worden op net voldoende niveau beheerst. De percentiel-10 leerlingen zullen gemiddeld zes op de tien opgaven van dit type goed maken. Dat betreft bijvoorbeeld het in gedachten afpassen van een gegeven lengte om de lengte van iets anders te bepalen zoals in voorbeeldopgave 7

en het kunnen aflezen van een venster op de weegschaal zoals in voorbeeldopgave 9. Een toepassingsopgave zoals voorbeeldopgave 10 is ook nog vrij moeilijk evenals voorbeeldopgave 11 waarbij de leerling moet weten dat 135 cm hetzelfde is als 1 meter en 35 centimeter.

Wat het aspect meetkunde betreft kunnen percentiel-10 leerlingen in eenvoudige situaties zoals weergegeven in voorbeeldopgave 1 vaststellen wat ze vanuit een

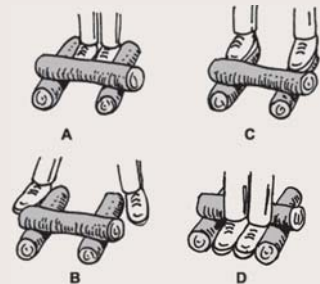
bepaald standpunt zien. Voorbeeldopgave 6 beheersen ze nog redelijk goed. Dat betekent dat zij zich verder toch ook al redelijk goed kunnen oriënteren op ingewikkelder plattegronden. Het blijkt voor deze leerlingen nog niet eenvoudig om op basis van een bouwtekening zij- en bovenaanzichten te identificeren zoals dat wordt gevraagd in voorbeeldopgave 8. Bij deze opgave moeten leerlingen aangeven welk blokkenbouwsel bij de bouwtekening hoort.

Metten en meetkunde
Voorbeeldopgaven 1–11

1]



Wat ziet Luca?



- 2] Kies uit:
- centimeter
 - meter
 - kilometer

Een luciferdoosje is

4 _____ lang

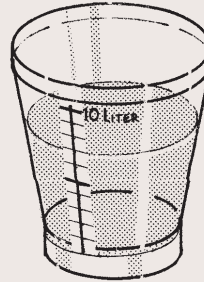
3]



Hoeveel plaatjes kunnen er in totaal op zo'n vel?

_____ plaatjes

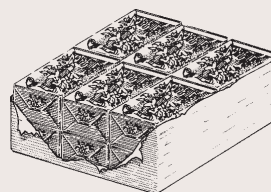
4]



Hoeveel liter water zit er in deze emmer?

_____ liter

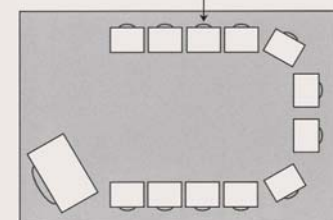
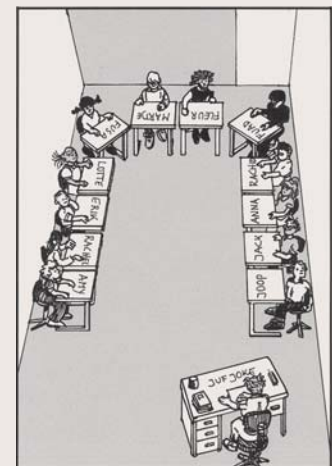
5]



Hoeveel pakjes boter liggen hier?

_____ pakjes boter

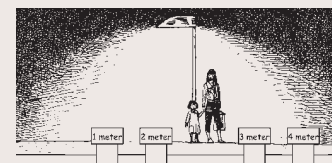
6] Foto van de klas van juf Joke



Plattegrond van de klas van juf Joke

Wie zit er op de plaats waar de pijl naar toe wijst?

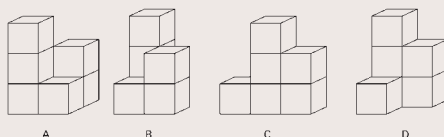
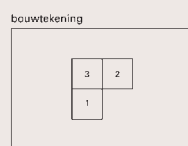
- 7] Moeder loopt met Esther naar huis. Esther is ongeveer 1 meter lang. Hoe lang is ongeveer de lantaarnpaal? Zet een kruisje.



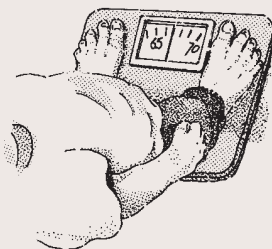
8] Hieronder zie je de bouwtekening van een blokkenhuis.

Aan de getallen in de hokjes zie je hoeveel blokken op die plaats op elkaar moeten staan.

Welk blokkenhuis hoort bij deze bouwtekening?



9]



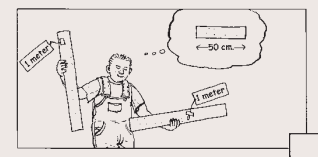
Hoeveel kg weegt Sander?

_____ kg

10] Joep heeft 2 planken van 1 meter.

Hij wil stukken zagen van 50 centimeter.

Hoeveel stukken kan hij uit die 2 planken zagen?



11] Jelle is 135 centimeter lang.

Dat is _____ meter en
_____ centimeter.

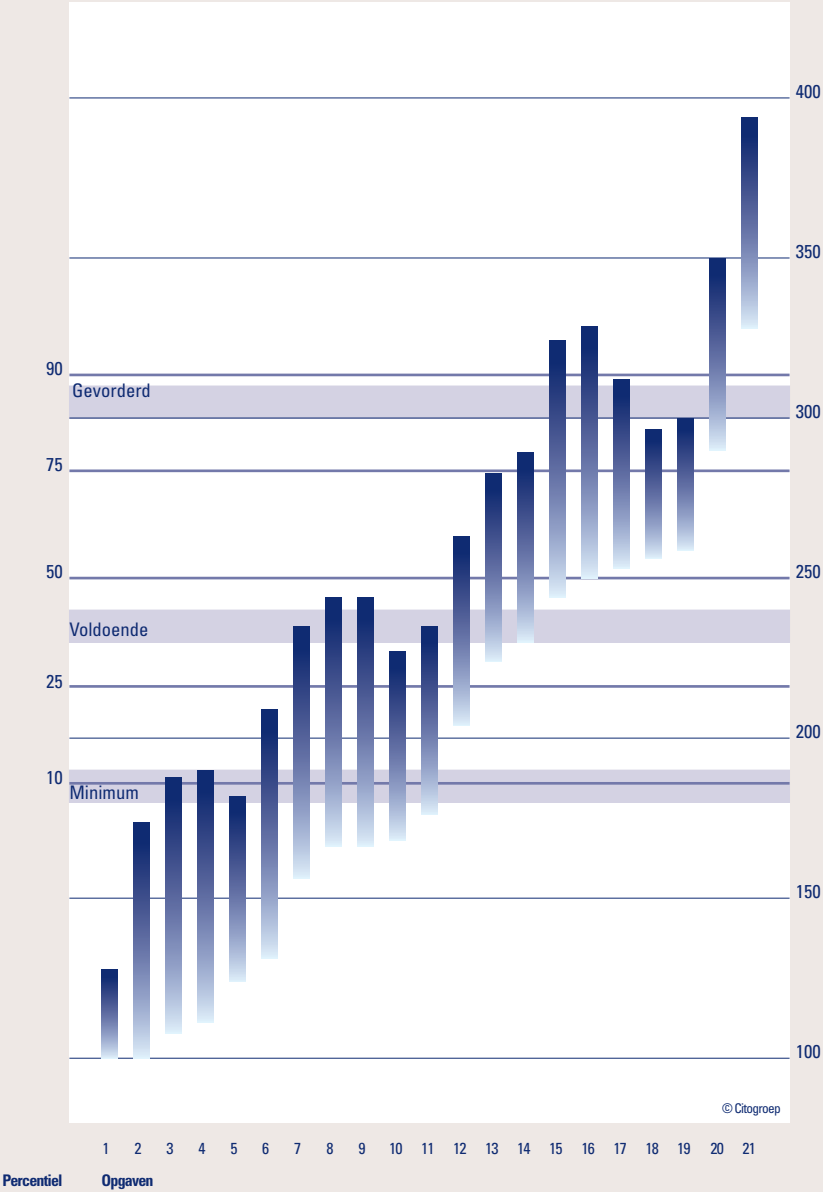
De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 11 goed en zal dus bij dit type opgaven nog maar weinig fouten maken. De voorbeeldopgaven 12 tot en met 15 worden matig tot net voldoende beheerst. De gemiddelde leerling zal redelijk goed overweg kunnen met opgaven waarbij met een liniaal een meting uitgevoerd moet worden en de gegevens van die meting moeten worden omgezet (met behulp van informatie in de legenda) naar de werkelijke afstand, zoals geïllustreerd met voorbeeldopgave 12. Leerlingen op dit vaardigheidsniveau kunnen ook al redelijk overweg met opgaven waarbij (in een ingewikkelder situatie als bij voorbeeldopgave 3) bepaald moet worden hoe vaak een gegeven eenheid past in een groter geheel (voorbeeldopgave 13). Dat geldt ook voor opgaven, zoals voorbeeldopgave 14, waarbij moet worden aangegeven hoeveel centimeter twee meter is. Anderzijds blijkt het voor de gemiddelde leerling toch nog vrij moeilijk om correct de uitkomst af te lezen van een meting met een rolmaat zoals bij voorbeeldopgave 15.

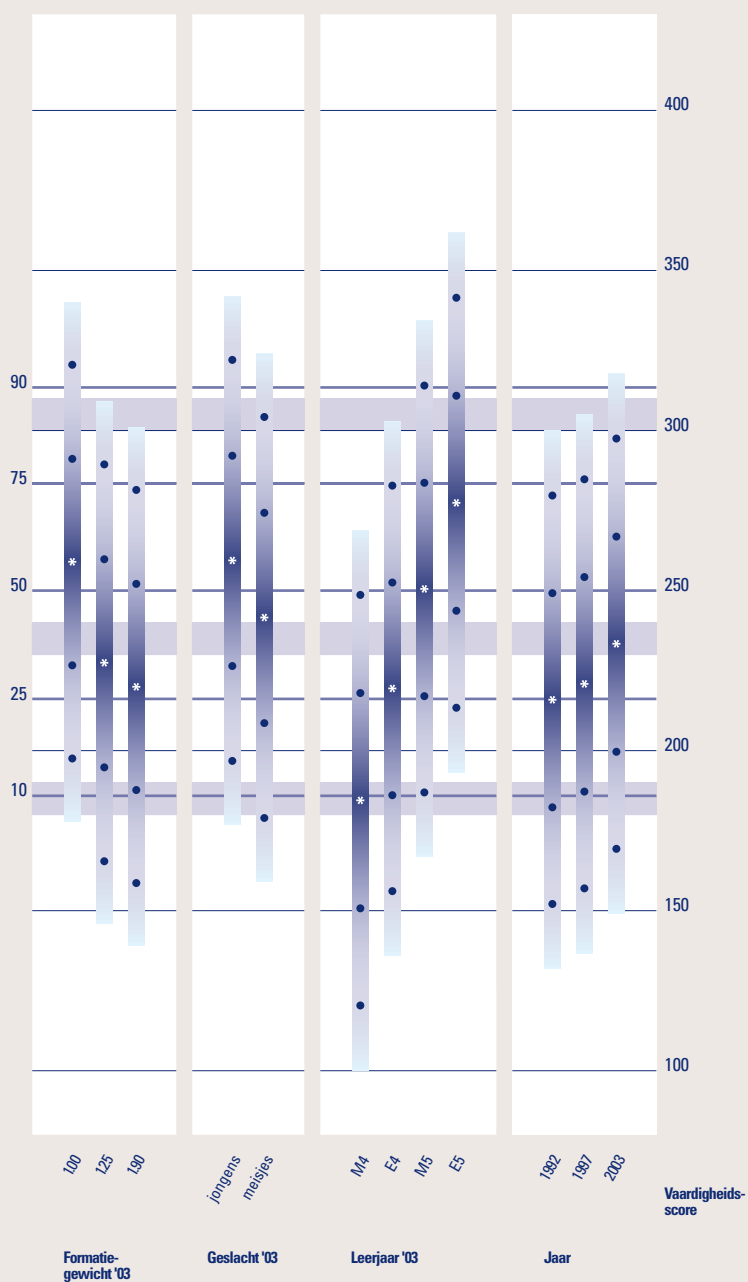
De percentiel-90 leerling beheerst met uitzondering van de voorbeeldopgaven 20 en 21 alle voorbeeldopgaven (vrijwel) goed. Deze leerlingen kunnen ook moeilijker toepassingsopgaven goed oplossen waarin herleidingen van meter naar centimeter een rol spelen (voorbeeldopgave 18 en 19). Ook kunnen zij opgaven waarbij een lijnspiegeling uitgevoerd moet worden (voorbeeldopgave 16) goed aan en zij kunnen in eenvoudige situaties de oppervlakte bepalen (voorbeeldopgave 17). De percentiel-90 leerling kan al redelijk overweg met opgaven waarbij met kg en grammen gewerkt wordt (voorbeeldopgave 20). Voorbeeldopgave 21 is ten slotte een opgave waar ook de percentiel-90 leerling nog veel moeite mee heeft.

Het schema op pagina 128 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp Meten en meetkunde. Voor een aantal percentiële niveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

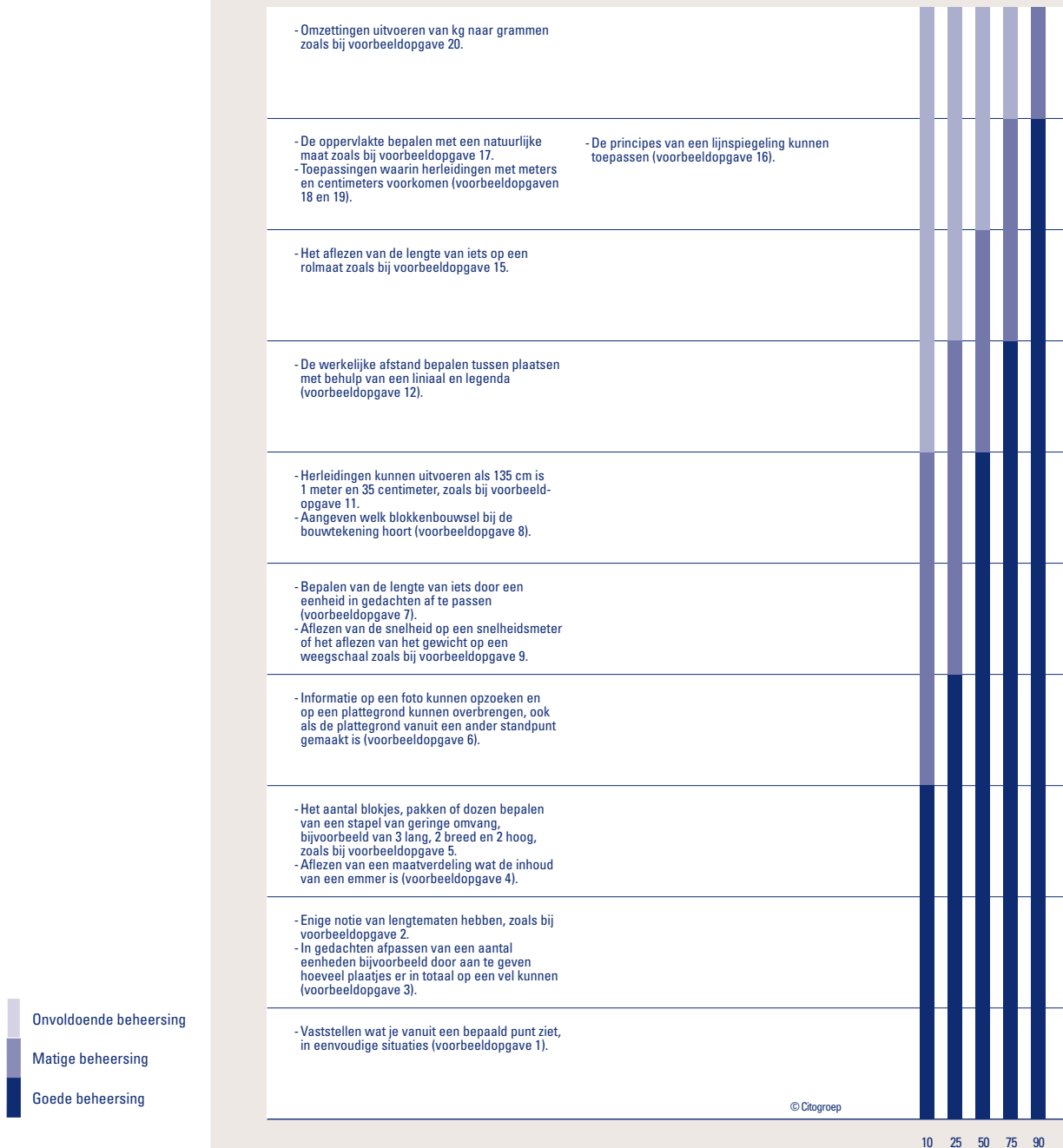
Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten en meetkunde





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten en meetkunde

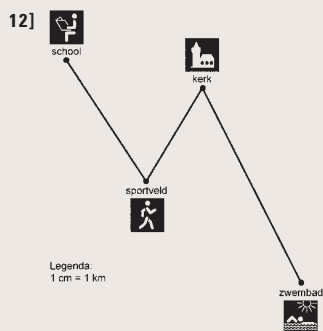


Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

Metten en meetkunde
Voorbeeldopgaven 12–21



Gebruik je liniaal.
 Hier zie je de busroute van lijn 11.
 Hoeveel kilometer is het van school
 naar het zwembad met de bus?

_____ kilometer

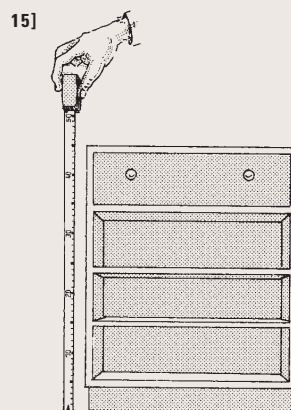


Hoeveel van deze legoblokjes heb je
 nodig om de grote plaat te bedekken?

_____ blokjes

14] De badmeester wil dat het water in
 het zwembad 2 meter hoog staat.
 Hoeveel cm is 2 meter?

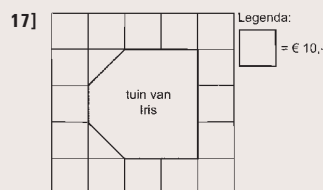
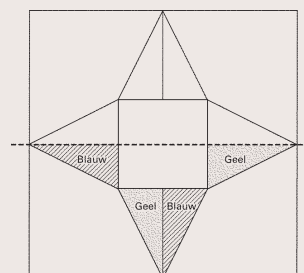
_____ cm



Vader meet hoe hoog dit kastje is.

Het is _____ cm hoog.

16] Annie heeft 4 stukjes van de ster
 geverfd. Als de verf nog nat is vouwt ze
 de ster langs de stippellijn. Als ze de
 ster weer openvouwt zijn de witte
 stukjes ook gekleurd.
 Schrijf in de ster welke witte stukjes
 blauw zijn en welke geel.

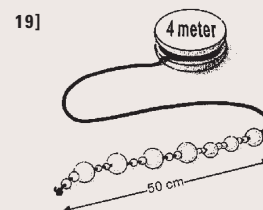


Hoeveel kost de tuin van Iris?

€ _____

18] Carin springt 304 cm ver.

Dat is iets meer dan _____ m.



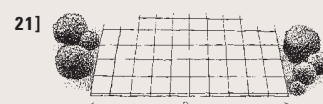
Voor een ketting heb je ongeveer
 50 centimeter draad nodig.
 Hoeveel kettingen kun je dan met
 4 meter draad maken?

_____ kettingen



Hoeveel gram bloem heeft moeder
 nodig?

_____ gram



Elke tegel is 30 cm lang en 30 cm breed.
 Hoeveel meter is deze stoep breed?

_____ meter

Standaarden

Het niveau van de **standaard Voldoende** impliceert een goede tot vrij goede beheersing van de eerste elf voorbeeldopgaven. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 240 en valt samen met de bovengrens van het interkwartielbereik. 58% van de leerlingen bereikt dit vaardigheidsniveau, minder dus dan de beoogde 70% tot 75% van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** valt eveneens samen met de bovengrens van het interkwartielbereik van de oordelen en ligt op vaardigheidsscore 190, een niveau dat 88% van de leerlingen bereikt. Deze standaard veronderstelt dat leerlingen de eerste vijf voorbeeldopgaven goed kunnen oplossen. Dat correspondeert min of meer met het door de percentiel-10 leerling bereikt niveau en daarmee dus ook met het voor deze standaard gewenste niveau.

De **standaard Gevorderd** ligt in de buurt van percentielscore 90. Daarmee is voorbeeld-opgave 21 een opgave die volgens de beoordelaars niet thuis hoort in het reguliere onderwijsaanbod voor leerlingen medio jaargroep 5.

Verschillen tussen leerlingen

Ook voor het onderwerp Meten en meetkunde geldt dat het formatiegewicht van de leerlingen sterk van invloed is op het vaardigheidsniveau: er is een minimaal verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen, maar beide groepen leerlingen scoren duidelijk onder het niveau van 1.00-leerlingen. Het gemiddelde niveau van de eerste twee categorieën leerlingen ligt op of beneden het niveau van percentiel 25 in de verdeling van de 1.00-leerlingen. Afgezet tegen het mediane oordeel op de standaard Voldoende betekent dit dat 65% van de 1.00-leerlingen deze standaard bereikt tegen slechts 40% en 33% van de 1.25- en 1.90-leerlingen. Voor de standaard Minimum geldt dat meer dan 90% van de 1.00-leerlingen deze bereikt tegen slechts ongeveer 75% van de 1.25- en 1.90-leerlingen.

De prestaties van de jongens zijn beter als die van de meisjes en wel in die mate dat 65% van de jongens het niveau van de standaard Voldoende bereikt tegen 50% van de meisjes.

Vergelijken we de verschillende leermomenten dan zien we dat de vaardigheid van ongeveer 10% van de leerlingen medio jaargroep 4 vergelijkbaar is met die van de gemiddelde leerling medio jaargroep 5. Verder is uit de figuur af te leiden dat zo'n 25% van de leerlingen medio jaargroep 5 een vaardigheids-score heeft hoger of gelijk aan die van de gemiddelde leerling einde jaargroep 5, een half jaar later dus. In termen van de standaarden betekent dit bijvoorbeeld dat 34% van de leerlingen einde jaargroep 4 al het niveau van de standaard Voldoende heeft bereikt en dat eind jaargroep 5 78% van de leerlingen het niveau van deze standaard bereikt. Ten slotte blijkt dat de gemiddelde score van de leerlingen in de periode 1992–2003 geleidelijk is toegenomen. Het betreft hier uiteraard in alle drie de gevallen op tijdstip vergelijkbare peilingen in de maanden oktober en november. Voor de standaard Minimum betekent deze verbetering dat het percentage leerlingen dat in oktober/november dit niveau bereikt, is gestegen van 70% naar 80% terwijl voor de standaard Voldoende dit percentage is gestegen van 32% naar 44%.

5.2 Tijd

Inhoud

Het onderwerp *Tijd* betreft kennis en begrip van klokkiijken en kloktijden en kennis en begrip van de kalender. Bij beide aspecten gaat het ook om het kunnen toepassen van die kennis in contextsituaties. Klokkiijken en kloktijden gaan zowel over analoge als digitale tijdsaanduidingen. Kinderen moeten kloktijden kunnen aflezen en tijdsduur kunnen berekenen in eenvoudige contextsituaties. Het gaat om opgaven als:

- aan de hand van analoge en digitale tijden bepalen hoe laat het is;
- analoge en digitale tijden koppelen;
- de tijdsduur bepalen tussen twee kloktijden (hoeveel loopt de klok achter) en rekenen met tijdsduur (het is half 3, hoe laat is het over een kwartier?).

Bij opgaven voor het onderdeel kalender worden vaardigheden gevraagd als:

- kennis hebben van de maanden van het jaar en de dagen van de week en beide in de juiste volgorde kunnen plaatsen;
- gegevens op de kalender kunnen aflezen en interpreteren (bijvoorbeeld op welke dag van de week valt een gegeven datum, hoeveel woensdagen heeft een bepaalde maand, hoeveel dagen duurt het nog voor ...?).

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	259	48	93%	65%
1.25	228	48	78%	40%
1.90	219	48	73%	33%
Geslacht				
jongens	260	49	92%	65%
meisjes	240	49	85%	50%
Leermoment				
E4	219	50	72%	34%
M5	250	50	88%	58%
E5	277	50	96%	78%
Afnamejaar*				
1992	216	50	70%	32%
1997	221	50	73%	35%
2003	233	50	80%	44%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

Wat leerlingen kunnen

De vaardigheid van de **percentiel-10 leerling** illustreren we aan de hand van de eerste vijf voorbeeldopgaven die leerlingen op dit niveau goed beheersen. De overige voorbeeldopgaven zijn voor leerlingen op dit vaardigheidsniveau eigenlijk nog te moeilijk. Percentiel-10 leerlingen kunnen aangeven welke dag na een gegeven dag komt (voorbeeldopgave 1) en zijn uitstekend bekend met tijdsaanduidingen als gisteren en overmorgen. Zij kennen de dagen van de week (voorbeeldopgave 4) en kunnen ook aangeven hoe laat het is als de klok hele uren, halve uren of kwartieren aangeeft (voorbeeldopgave 5). De percentiel-10 leerling kan verder wel al redelijk goed aangeven welke maand ná een gegeven maand komt, maar heeft meer moeite met het aangeven van de voorafgaande maand.

De gemiddelde leerling beheerst de zojuist genoemde aspecten goed, maar daarnaast ook de voorbeeldopgaven 6 tot en met 11. De voorbeeldopgaven 12 tot en met 15 worden matig beheerst. De gemiddelde leerling heeft dus weinig problemen met het berekenen van tijdsduur zoals gevraagd in de voorbeeldopgaven 6 en 9 en kan ook al

goed overweg met digitale tijdsaanduidingen zoals bij voorbeeldopgave 7. Zij kunnen ook goed tijden als 10 voor ... en 5 over half ... aflezen van klokken en vanuit een gegeven tijd bepalen hoe laat het over een kwartier, half uur of een uur is (voorbeeldopgave 11). Er is sprake van matige beheersing wanneer het gaat om op klokken de tijd af te lezen tot op de minuut nauwkeurig (voorbeeldopgave 14). Moeilijker opgaven met digitale tijdsaanduidingen (zoals in voorbeeldopgave 13), evenals eenvoudige herleidingen uitvoeren met weken en dagen, uren, kwartieren en minuten (voorbeeldopgave 15) zetten de gemiddelde leerling nog regelmatig voor problemen.

De percentiel-90 leerling beheerst – overigens net als de percentiel 75-leerling – de eerste zeventien voorbeeldopgaven goed. Zij geven daarmee blijk ook ingewikkelder toepassingsopgaven, zoals voorbeeldopgaven 16 en 17, op te kunnen lossen, terwijl de percentiel-90 leerling in het bijzonder ook al redelijk goed overweg kan met kalenderopgaven, zoals voorbeeldopgave 18, en opgaven met herleidingen zoals in voorbeeldopgave 19, waarbij moet worden aangegeven hoeveel uur 240 minuten is.

Tijd

Voorbeeldopgaven 1–5

1]



Vandaag is het maandag 9 januari. Vul in.

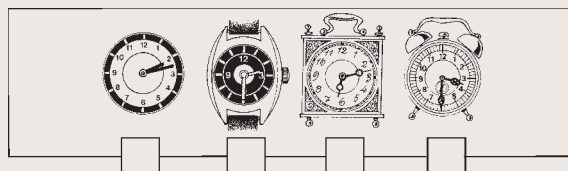
Morgen is het _____

2] Onno is op 12 januari jarig.

Op welke dag is dat?

	JANUARI				
MA		7	14	21	28
DI	1	8	15	22	29
WO	2	9	16	23	30
DO	3	10	17	24	31
VRIJ	4	11	18	25	
ZA	5	12	19	26	
ZO	6	13	20	27	

3] Op welke klok is het half drie?

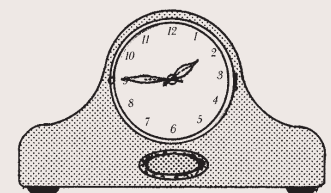


4] Kies uit: maandag, dinsdag, woensdag, donderdag, vrijdag, zaterdag, zondag.

Vandaag is het _____

Overmorgen is het _____

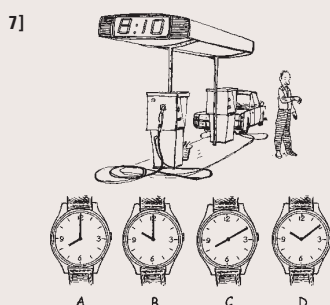
5] Hoe laat is het op deze klok?





De trein vertrekt om 8 uur.
Hoe lang duurt dat nog?

_____ minuten



Het horloge van de man loopt gelijk met de klok van de benzinepomp.
Welk horloge is dat?

horloge _____

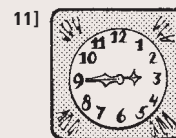
8] Jolien is in januari jarig. Francis is in de maand vóór januari jarig.
Welke maand is dat?

9] Moeder zegt tegen Sandra: Het is al 7 uur! Als de grote wijzer op de 4 staat, moet je naar bed.
Over hoeveel minuten moet Sandra naar bed?

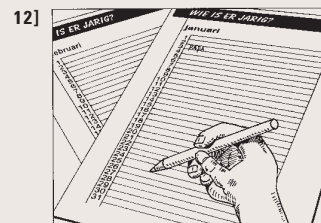


Els is 16 mei jarig.
Bea is 1 week eerder jarig.
Wanneer is Bea jarig?

_____ mei



Over een half uur gaan we zwemmen.
Hoe laat is het dan?



Remco vult de nieuwe verjaardagskalender in. Zijn vader is op 3 januari jarig. Susan is precies 2 weken later jarig.
Wanneer is Susan jarig?

_____ januari

13] **Programma's van TV 50**

18.30	Nieuws
18.50	Overal dieren
19.30	Sport in het kort
19.50	Pieter Piraat
20.30	Muziektips
20.50	Atlantis, speelfilm

Welk programma begint om half negen?

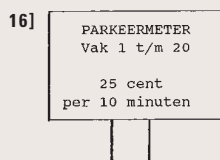
14] Hoe laat is het op deze klok?





Een kwartier waterfietsen kost 1 euro.
Bea en haar moeder gaan twee uur waterfietsen.
Hoeveel euro moeten ze betalen?

_____ euro



Dit bord staat in het centrum van een grote stad.

Hoeveel kost een half uur parkeren?

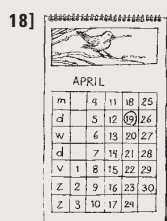
_____ cent



Het is nu tien voor zes.

Over hoeveel minuten begint het jeugd-journaal?

Over _____ minuten



Het is vandaag 19 april.

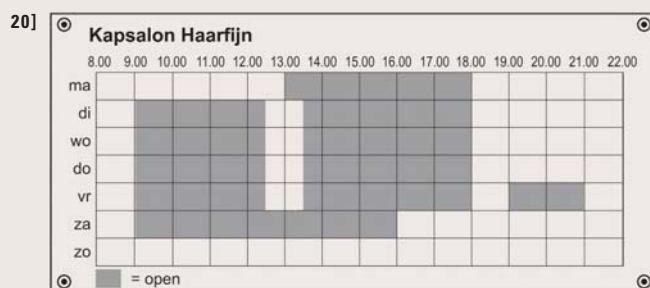
Over precies 2 weken is Josje jarig.

Wanneer is Josje jarig?

Op _____ mei

19] Elk deel van "De lokroep van de papegaai" duurt bijna 1 uur.
Hoeveel delen kun je op een videoband van 240 minuten opnemen?

_____ delen



Op deze kaart zie je wanneer de kapper open is, en wanneer de kapper gesloten is.
Hoeveel minuten is de pauze van "Kapsalon Haarlijn" op donderdag?

_____ minuten

Voorbeeldopgave 20 is ook voor leerlingen op dit vaardigheidsniveau nog te hoog gegrepen. Het schema op pagina 136 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Tijd*. Voor een aantal percentiële niveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

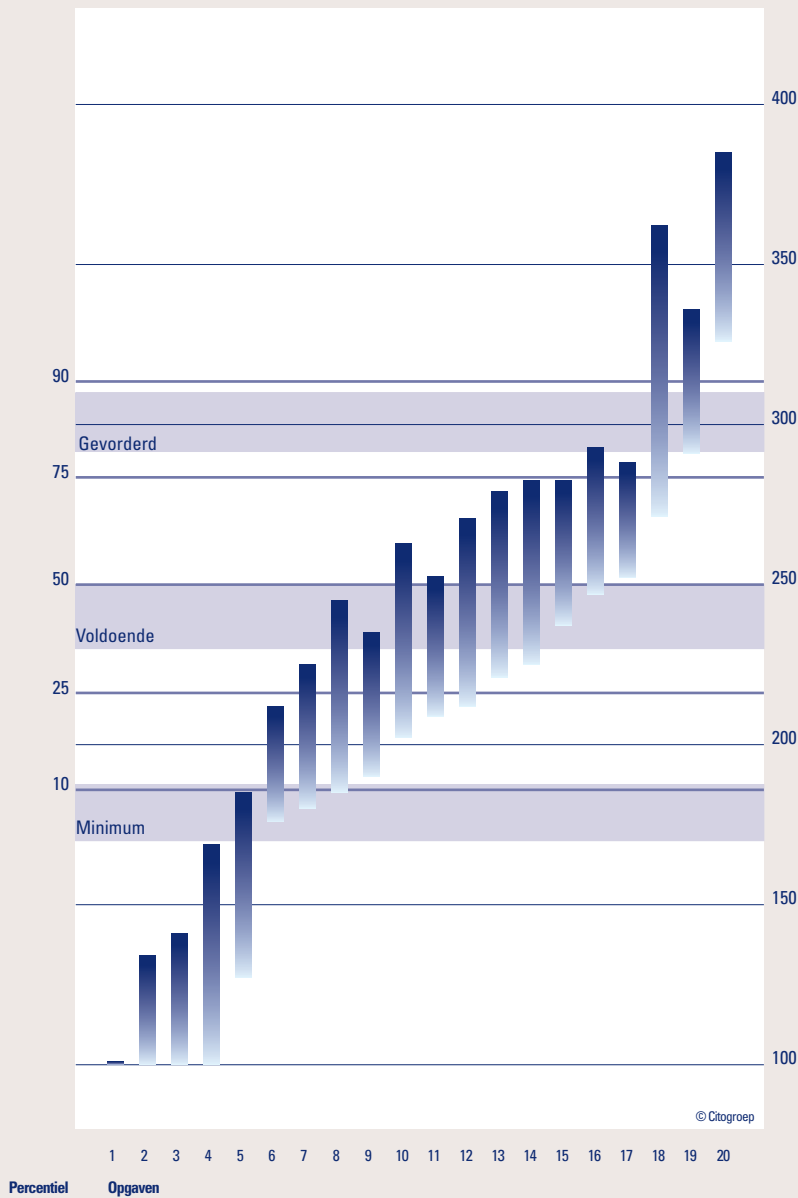
Standaarden

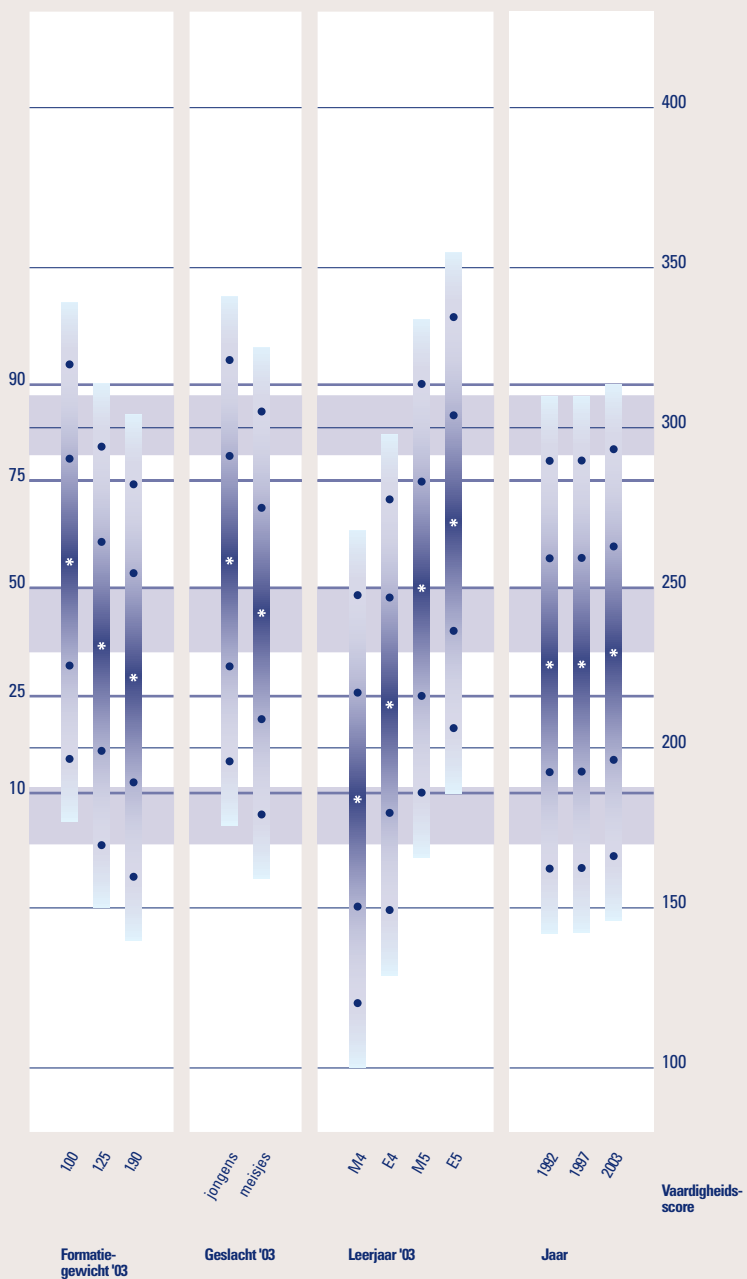
De mediaan van de oordelen voor de standaard Voldoende valt samen met de bovengrens van het interkwartielbereik voor deze standaard. Er zijn dus relatief veel beoordelaars die van oordeel zijn dat de prestaties van leerlingen op dit onderwerp enigszins tegenvallen en dat toch 70% tot 75%

van de leerlingen het niveau bereikt zou moeten hebben dat de gemiddelde leerling nu bereikt. De **standaard Voldoende** impliceert een goede beheersing van de eerste elf opgaven en een redelijke tot matige beheersing van de opgaven 12 tot en met 15. Het interkwartielbereik van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt vrijwel onder het niveau van percentiel 10-leerlingen. Het minimum gewenste niveau wordt dus wel door het beoogde percentage leerlingen bereikt. Van deze leerlingen wordt verwacht dat zij problemen als opgenomen in de eerste vijf voorbeeldopgaven zonder problemen kunnen oplossen. Uit de positie van de **standaard Gevorderd** blijkt dat volgens de beoordelaars leereinhouden op het niveau van de voorbeeldopgaven 18 en hoger buiten het bereik van de leerlingen medio jaargroep 5 liggen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Tijd





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Tijd



Verschillen tussen leerlingen

Ook voor het onderwerp Tijd geldt dat leerlingen met formatiegewichten 1.25 en 1.90 een achterstand hebben in vaardigheid ten opzichte van de 1.00-leerlingen. Het verschil is opnieuw 25 percentielpunten en uitgedrukt in percentage leerlingen dat de standaard Voldoende bereikt is dat 56% van de 1.00-leerlingen en 35% en 28% van de 1.25- en 1.90-leerlingen.

De vaardigheid van jongens op de opgaven bij het onderwerp Tijd is iets beter dan die van meisjes.

Vergelijken we de leermomenten dan zien we dat ongeveer 10% van de leerlingen medio jaargroep 4 en 25% van de leerlingen aan het einde van jaargroep 4 een vaardigheidsniveau hebben dat vergelijkbaar is aan of hoger dan dat van de gemiddelde leerling medio jaar-groep 5.

De verschillen tussen de drie afnamejaren zijn voor het onderwerp Tijd gering.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	95%	56%
1.25	232	49	86%	35%
1.90	221	49	80%	28%
Geslacht				
jongens	258	49	94%	56%
meisjes	242	49	90%	43%
Leermoment				
E4	213	50	74%	23%
M5	250	50	92%	50%
E5	270	50	96%	66%
Afnamejaar*				
1992	226	50	82%	31%
1997	226	50	82%	32%
2003	230	50	84%	34%
* deze percentages betreffen de vergelijking voor het oude afnamemoment in de maanden oktober en november				

5.3 Geld

Inhoud

Bij dit onderdeel wordt gewerkt met de euromunten van 1, 2, 5, 10, 20 en 50 cent, de munten van 1 en 2 euro en met biljetten van 5, 10, 20, 50, 100, 200 en 500 euro. De bedragen worden vaak nog in de centnotatie (45 cent of 45 eurocent) gepresenteerd of in hele euro's. De echte €-notatie (bijvoorbeeld € 3,75) komt zo nu en dan ook voor.

In de opgaven staan elementaire geld-handelingen centraal die in alledaagse situaties voorkomen, zoals inwisselen, samenstellen van bedragen en bepalen wat men terugkrijgt.

De volgende typen opgaven kunnen voorkomen:

- het totaalbedrag van verschillende munten en bankbiljetten bepalen;
- inwisselen (van de ene munteenheid in een andere munteenheid);
- samenstellen van bedragen met munten en bankbiljetten bijvoorbeeld om gepast te betalen;
- bepalen hoeveel je terugkrijgt, overhoudt, tekort komt;
- bepalen wat je voor een bedrag kunt kopen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst van dit onderwerp slechts één voorbeeldopgave goed en twee matig. Dat betekent dat leerlingen op dit vaardigheidsniveau het totaalbedrag kunnen bepalen van een aantal gegeven munten van 2 en 1 euro, zoals bij voorbeeld-opgave 1. Zij kunnen ook al redelijk goed overweg met opgaven waarbij bijvoorbeeld een munt van 20 of 50 cent ingewisseld moet worden tegen munten van 5 of 10 eurocent. Ook opgaven waarbij een bedrag van bijvoorbeeld 3 euro omgezet moet worden in munten van 50 cent kan de percentiel-10 leerling al redelijk goed aan (voorbeeld-opgave 2). Dat geldt ook voor opgaven waarbij moet worden aangegeven hoeveel euro 4 x 50 cent in totaal is, zoals bij voorbeeld-opgave 3.

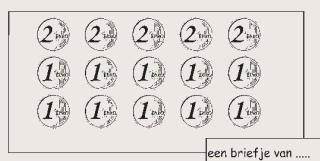
De gemiddelde leerling beheerst de eerste zeven opgaven goed en de voorbeeldopgaven acht tot en met twaalf redelijk goed tot matig. Dat betekent dat leerlingen op dit niveau ook ingewikkelder inwisselingen al goed kunnen oplossen zoals in voorbeeldopgave 4 waarbij 1 euro gewisseld moet worden voor 2 munten van 20 eurocent en verder munten van 10 eurocent.

Geld

Voorbeeldopgaven 1–12

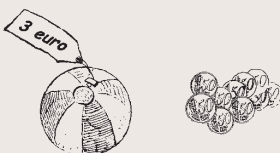
- 1] Max wisselt deze munten voor één briefje.

Welk briefje is dat?



een briefje van

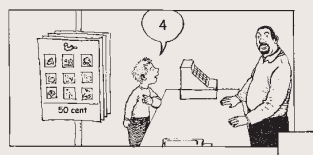
- 2]



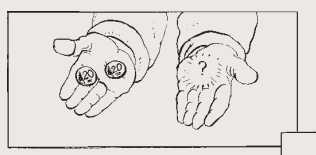
Joris betaalt met munten van 50 cent.
Hoeveel munten moet hij geven?

..... munten

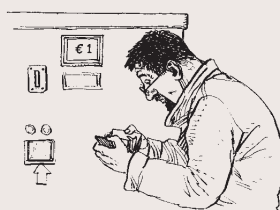
- 3] Eén stickervel kost 50 cent.
Marco koopt 4 vellen.
Hoeveel euro moet hij betalen?



- 4] Arjan wisselt een munt van 1 euro in. Hij krijgt 2 munten van 20 cent en verder munten van 10 cent.
Hoeveel munten van 10 cent zijn dat?



- 5]



Vader heeft alleen munten van 20 eurocent.
Hoeveel van deze munten heeft hij nodig?

..... munten

- 6]



Hakim wisselt dit briefje voor munten van 50 cent.

Hoeveel munten zijn dat?

..... munten

- 7]



Het stripboek kost 3 euro. Miranda betaalt met een briefje van 5 euro. Zij krijgt allemaal munten van 50 eurocent terug.
Hoeveel munten van 50 eurocent krijgt ze terug?

.....

- 8] Jacob heeft 10 briefjes van 20 euro. Hij wil deze wisselen voor briefjes van 100 euro.
Hoeveel briefjes van 100 euro krijgt hij?

..... briefjes van 100 euro

- 9]



Janna koopt deze broek en deze blouse. Ze betaalt met een briefje van 100 euro. Ze krijgt 2 briefjes terug.
Welke briefjes?

1 briefje van euro en

1 briefje van euro

- 10] Jasper betaalt € 12,61. Hij geeft een briefje van 10 euro, een munt van 2 euro, een muntje van 1 cent. Verder geeft hij alleen munten van 20 eurocent.

Hoeveel munten van 20 eurocent geeft hij?

..... munten

- 11]



Hoeveel cent is dit samen waard?

..... cent

- 12]



Moeder koopt 500 gram pruimen. Zij betaalt met een munt van 2 euro. Zij krijgt 3 munten terug.
Welke? Zet kruisjes.



Ook hebben zij geen moeite meer met opgaven waarbij moet worden aangegeven hoeveel munten van 20 eurocent nodig zijn om 1 euro te betalen of hoeveel munten van 50 cent je krijgt voor een briefje van 5 euro (voorbeeldopgave 5 en 6).

De gemiddelde leerling kan al redelijk overweg met opgaven waarbij inwisselingen met grotere bedragen moeten worden uitgevoerd, bijvoorbeeld bij voorbeeldopgave 8 waarbij 10 briefjes van 20 euro ingewisseld moeten worden voor briefjes van 100. Redelijk overweg kan hij ook met de voorbeeldopgaven 9 tot en met 12. In deze opgaven komen praktische situaties voor, zoals het totaalbedrag bepalen van een aantal biljetten en munten, een bedrag gepast betalen en bepalen wat men terugkrijgt. Bij deze praktische situaties wordt de echte euronotatie (€ 12,61) gebruikt.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste dertien voorbeeldopgaven goed en de

voorbeeldopgaven 14, 15 en 16 redelijk goed en voorbeeldopgaven 17 en 18 matig of onvoldoende. Leerlingen op dit niveau geven er blijk van ook de ingewikkelder toepassingsopgaven 13 tot en met 17, die door de gemiddelde leerling nog onvoldoende beheerst worden, al goed of redelijk goed aan te kunnen. In die opgaven komen dezelfde aspecten voor als bij de voorbeeldopgaven 9 tot en met 12. Voorbeeldopgave 18 is echter ook voor de percentiel-90 leerling te moeilijk. Bij deze opgave moet de leerling aangeven hoeveel euro 60 munten van 20 eurocent in totaal is.

Het schema op pagina 142 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Geld*. Voor een aantal percentiële niveaus geven we daarbij aan welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Geld

Voorbeeldopgaven 13–18

13] Anwar koopt een boek van € 27,50.

Hij betaalt met 30 euro.

Hij krijgt 2 munten terug.

Welke munten zijn dat?

Zet een kruisje.



14]

Spanje

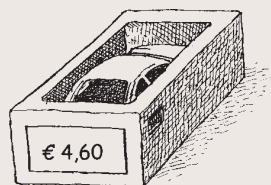


Daniël heeft van alle Spaanse munten één munt.

Hoeveel cent is dat samen?

_____ cent

15]



Karel spaart munten van 20 cent om deze auto te kopen.

Hoeveel munten van 20 cent moet hij sparen?

_____ munten van 20 cent.

16]



Natasja koopt 10 postzegels van 80 eurocent en 10 postzegels van 10 eurocent.

Hoeveel euro moet zij betalen?

_____ euro

17] Halil wisselt 20 munten van 2 euro in voor briefjes van 10 euro.

Hoeveel briefjes van 10 euro krijgt ze voor de munten?

_____ briefjes van 10 euro

18] Meneer Igas haalt het geld uit de snoepautomaat.

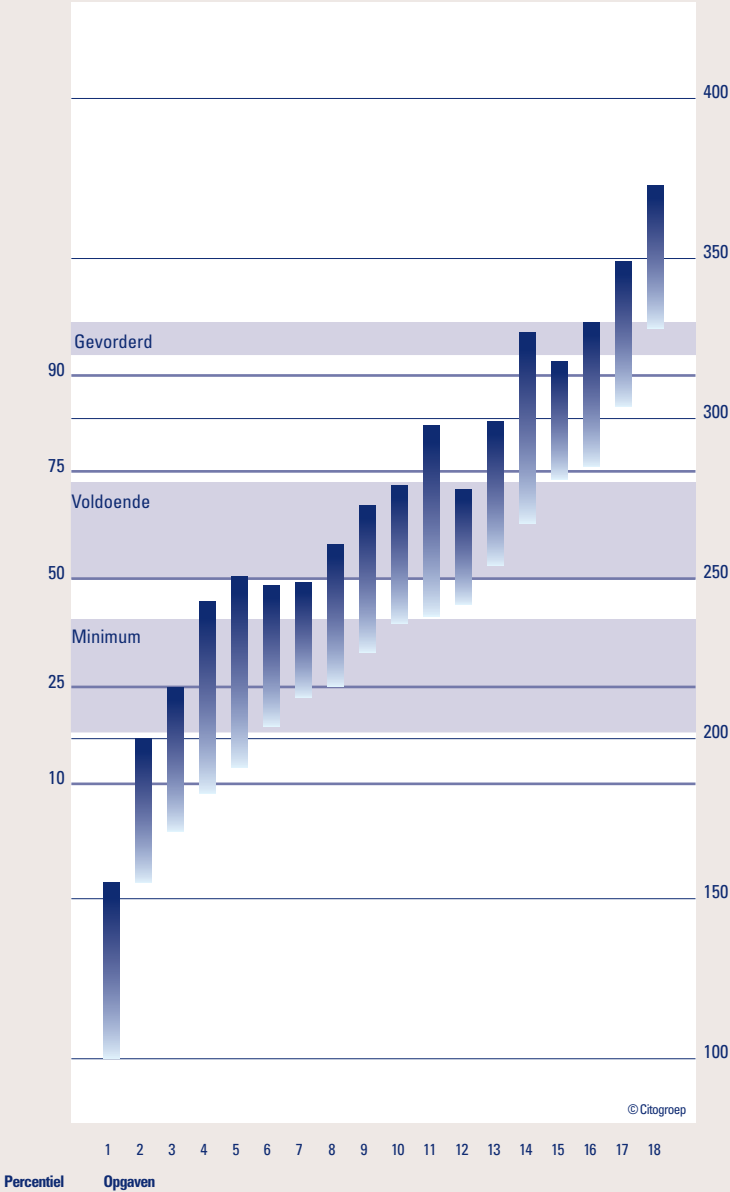
Er zitten precies 60 munten van 20 eurocent in.

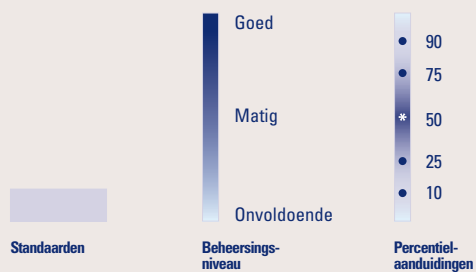
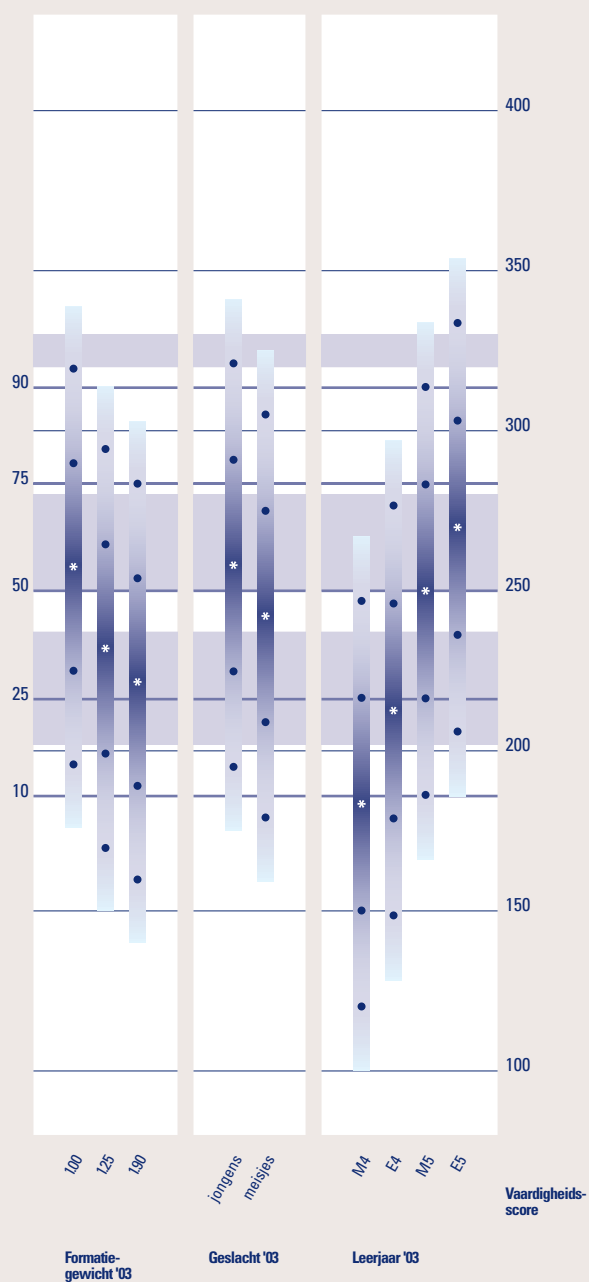
Hoeveel euro is dat in totaal?

_____ euro

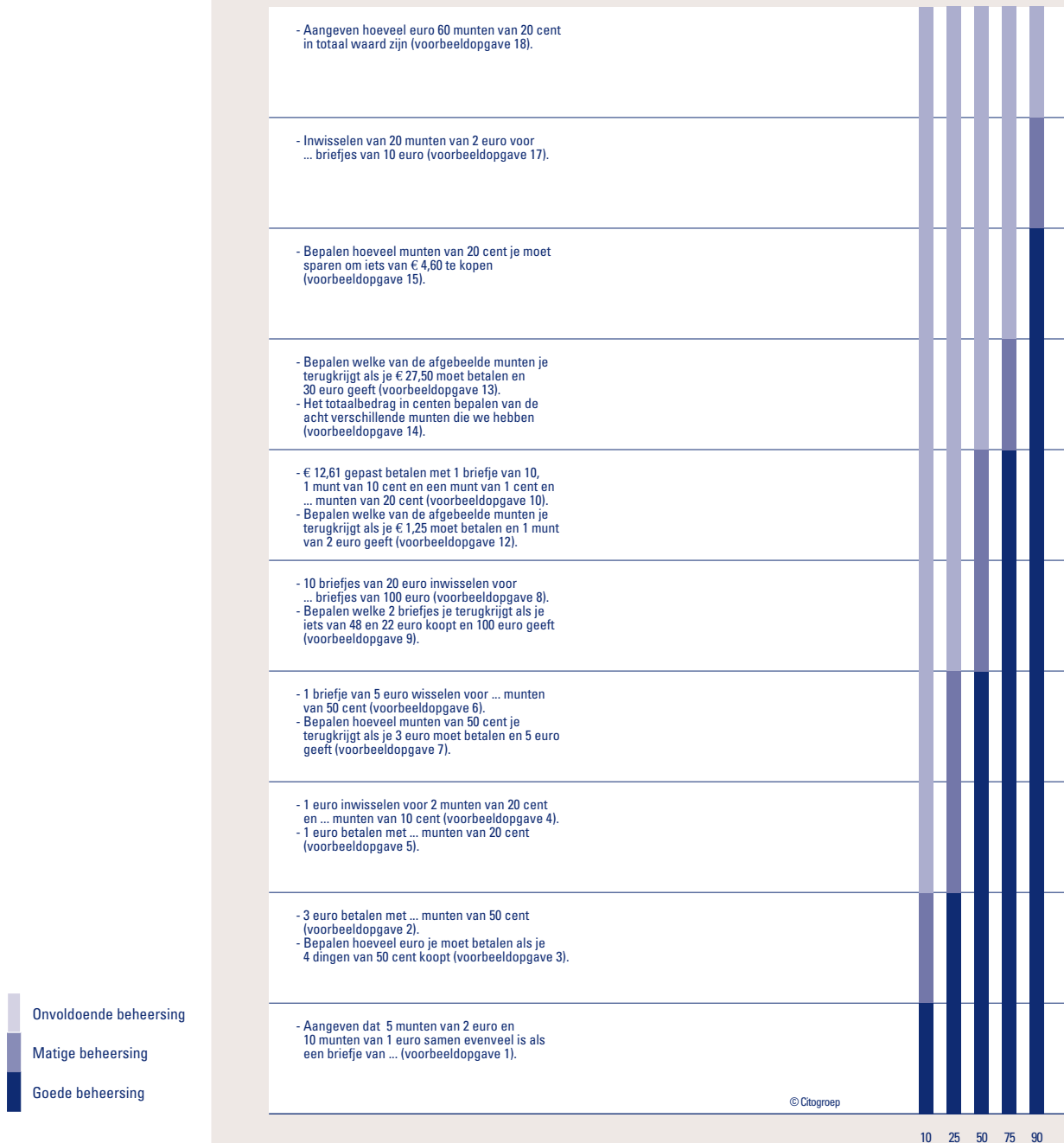
Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Geld





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld



Standaarden

Bij het bepalen van standaarden voor het onderwerp Geld hadden beoordelaars het probleem dat het hier ook voor de leerlingen een vrij nieuw onderwerp betreft.

De invoering van de euro heeft plaatsgehad in januari 2002 en de peiling in begin 2003 en de veronderstelling is dat leerlingen minder bekend zullen zijn met het nieuwe valuta-systeem dan leerlingen in eerdere jaren met het oude valutastelsel. Deze problematiek heeft enerzijds geleid tot relatief hoge standaarden maar ook tot minder overeenstemming tussen beoordelaars zoals de interkwartielranges laten zien.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt op vaardigheidsscore 275, een niveau waaraan slechts 31% van de leerlingen zal kunnen voldoen, in plaats van de beoogde 70% tot 75% van de leerlingen.

Voor de **standaard Minimum** ligt het gewenste niveau bij vaardigheidsscore 220 en daaraan voldoet 73% van de leerlingen.

De beoordelaars hebben hun oordelen vastgesteld nadat het verschil met de feitelijke resultaten bekend was. Voor een aantal beoordelaars heeft dat geleid tot een bijstelling naar beneden, maar over het algemeen had men de verwachting dat eenmaal goed ingeburgerd, leerlingen met het nieuwe valuta-systeem betere prestaties zouden bereiken, en dus eigenlijk zouden moeten bereiken.

Verschillen tussen leerlingen

Ook bij dit onderwerp zien we op het niveau van het formatiegewicht weer een tweedeling tussen enerzijds de 1.00-leerlingen en anderzijds de 1.25- en 1.90-leerlingen.

Het verschil in vaardigheidsniveau tussen deze categorieën leerlingen vertaalt zich natuurlijk ook naar het percentage leerlingen dat het mediane oordeel van de standaarden bereikt. Dat varieert van 36% voor 1.00-leerlingen tot slechts 13% voor 1.90-leerlingen.

De vaardigheid van jongens is ook op dit onderwerp hoger dan die van meisjes met respectievelijk 37% en 25% leerlingen dat het niveau van de standaard Voldoende bereikt.

5.4 Verhoudingen

Inhoud

Bij dit onderwerp komen opgaven voor waarbij het begrip van verhoudingen van belang is. In de eerdere peilingen medio basisonderwijs is dit onderwerp niet opgenomen. Toch speelt begrip van verhoudingen ook in jaargroep 5 bij alle rekenonderwerpen een rol. Bij deze vierde peiling medio basisonderwijs hebben we daarom een onderwerp gemaakt van opgaven waarbij het begrip van verhoudingen expliciet aan de orde is.

De verhoudingentaal wordt in de opgaven gepresenteerd door middel van beschrijvingen van situaties, schema's, tabellen en grafieken. In de opgaven komen de verhoudingen voor zoals we die in het leven van alledag gebruiken om bijvoorbeeld de hoeveelheden aan te passen aan het aantal personen. Ook komen opgaven voor waarbij gegevens verhoudingsgewijs met elkaar moeten worden vergeleken. Bij die opgaven is het vaak nodig berekeningen te maken waarbij getallen of hoeveelheden gehalveerd of verdubbeld moeten worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft met dit onderwerp de nodige problemen. Er zijn geen voorbeeldopgaven die deze leerlingen goed beheersen en slechts drie die zij redelijk tot matig beheersen. Dat betreft dan voorbeeldopgave 1 waarbij in een toepassingssituatie de helft van een aantal bepaald moet worden, voorbeeldopgave 2 waarbij vanuit het gegeven dat voor twee kopjes koffie één schep koffie nodig is, bepaald moet worden hoeveel scheppen je nodig hebt voor acht kopjes en voorbeeldopgave 3 waarbij aantallen aangepast moeten worden aan grotere hoeveelheden. Een vergelijkbare opgave als voorbeeldopgave 4 wordt echter al onvoldoende beheerst.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	78%	36%
1.25	232	49	60%	19%
1.90	221	49	51%	13%
Geslacht				
jongens	258	49	78%	37%
meisjes	242	49	67%	25%
Leermoment				
E4	213	50	44%	11%
M5	250	50	73%	31%
E5	270	50	84%	46%

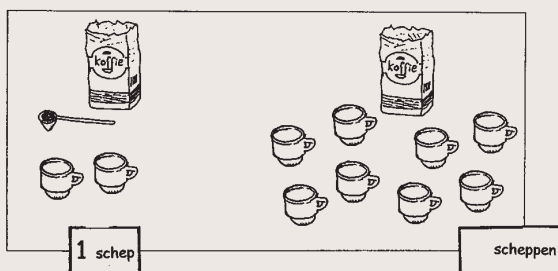
1]



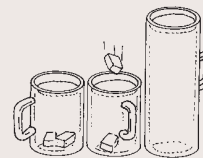
Maurice moet 80 kranten bezorgen. Om 8 uur heeft hij precies de helft bezorgd.
Hoeveel kranten moet Maurice dan nog bezorgen?

_____ kranten

2] Voor 2 kopjes heb je één schep koffie nodig.
Hoeveel scheppen heb je nodig voor 8 kopjes?



3]



Jeffrey doet 2 klontjes suiker in elke kleine beker melk.

De melk in het grote glas moet even zoet worden als de melk in de bekertjes.
Hoeveel klontjes suiker moeten erin?

_____ klontjes

4]



René wil 8 bekertjes chocolademelk maken.
Hoeveel scheepjes chocoladepoeder moet hij dan nemen?

_____ scheepjes

De gemiddelde leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten goed. Voorbeeldopgave 5, waarbij twee liter moet worden samengesteld uit halve liters, vormt ook geen probleem meer voor de gemiddelde leerling. Ook moeilijker verhoudingsopgaven, zoals voorbeeldopgaven 6 en 7 worden al redelijk goed beheerst. Bij voorbeeldopgave 6 moet de leerling vanuit de relatie 'bij 3 pakken koffie 2 poppetjes cadeau' bepalen hoeveel poppetjes je bij 9 pakken koffie krijgt. Ook voorbeeldopgave 8 kan de gemiddelde leerling al redelijk goed aan. Bij die opgave wordt van de leerling gevraagd twee kolommen van een staafgrafiek verhoudingsgewijs te vergelijken en op basis van het aantal dat bij een bepaalde kolom hoort het aantal dat bij de andere kolom hoort, te bepalen. Voorbeeldopgave 9 wordt net op voldoende niveau beheerst. De vraag is nu hoeveel een half uur parkeren kost als 2 uur parkeren 4 euro kost, een opgave die kan worden opgelost door herhaald te halveren.

De percentiel-90 leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten goed. Ook de voorbeeldopgaven 10 tot en met 14 worden goed beheerst en opgave 15 wordt redelijk goed beheerst. Voorbeeldopgave 16 is ook voor

deze leerlingen moeilijk. Terwijl de gemiddelde leerling dus met de voorbeeldopgaven 9 tot en met 14 nog veel problemen heeft, beheerst de percentiel-90 leerling deze opgaven goed tot zeer goed.

Bij een aantal opgaven moet vanuit een gegeven aantal/prijs-verhouding de prijs bepaald worden die bij andere aantallen of hoeveelheden hoort. Zo moet bij voorbeeldopgave 11 bepaald worden hoeveel 3 kilo vis kost op basis van het gegeven dat 2 kilo vis 12 euro kost. Voorbeeldopgave 15, waarbij van 10 bossen van 6 bloemen 5 bossen van 12 bloemen gemaakt worden, kan de percentiel-90 leerling al redelijk goed aan. Bij de laatste voorbeeldopgave moet de leerling de lengte van planken met elkaar vergelijken om tot de goede oplossing te komen. De percentiel-90 leerling beheerst dit zeer matig.

Het schema op pagina 147 beschrijft op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van opgaven de ontwikkelingslijn voor de vaardigheid van het onderwerp *Verhoudingen*. Voor een aantal percentiëlniveaus is daarbij aangegeven welke aspecten leerlingen goed, matig of onvoldoende beheersen.

Verhoudingen
Voorbeeldopgaven 5–9



Dit is een halve liter melk. Moeder heeft 2 liter melk nodig.

In de winkel staan alleen pakjes van een halve liter.

Hoeveel pakjes moet moeder kopen?

_____ pakjes

6] Bij 3 pakken koffie krijg je

2 poppetjes cadeau.

Moeder koopt 9 pakken koffie.

Hoeveel poppetjes krijgt ze cadeau?



7]

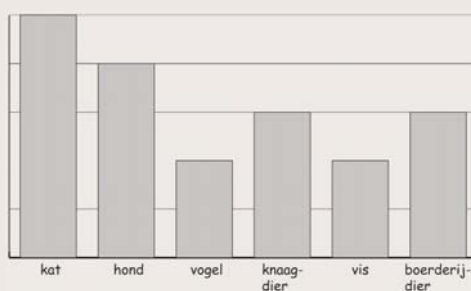


In de emmer zit 10 liter water.

Hoeveel doppen schoonmaakmiddel moeten in 10 liter water?

_____ doppen

8]



Op de markt wordt aan 95 mensen gevraagd wat hun lievelingsdier is.

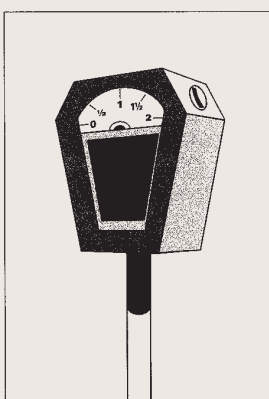
Hier is een grafiek van gemaakt.

25 mensen zeggen dat hun lievelingsdier een kat is.

Hoeveel mensen hebben gezegd dat de hond hun lievelingsdier is?

_____ mensen

9]



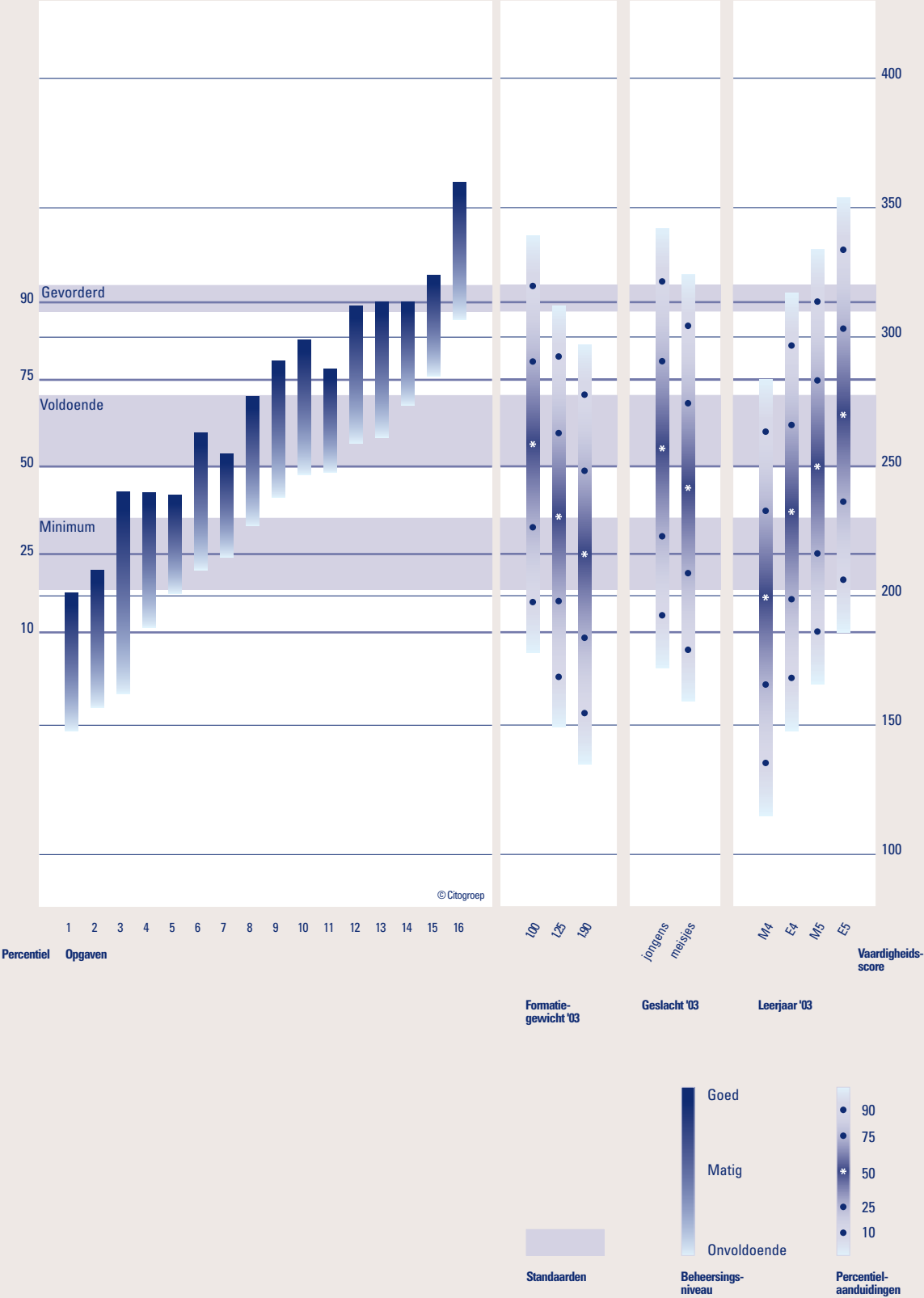
Moeder heeft 2 uur geparkeerd voor 4 euro.

Hoeveel kost een half uur parkeren?

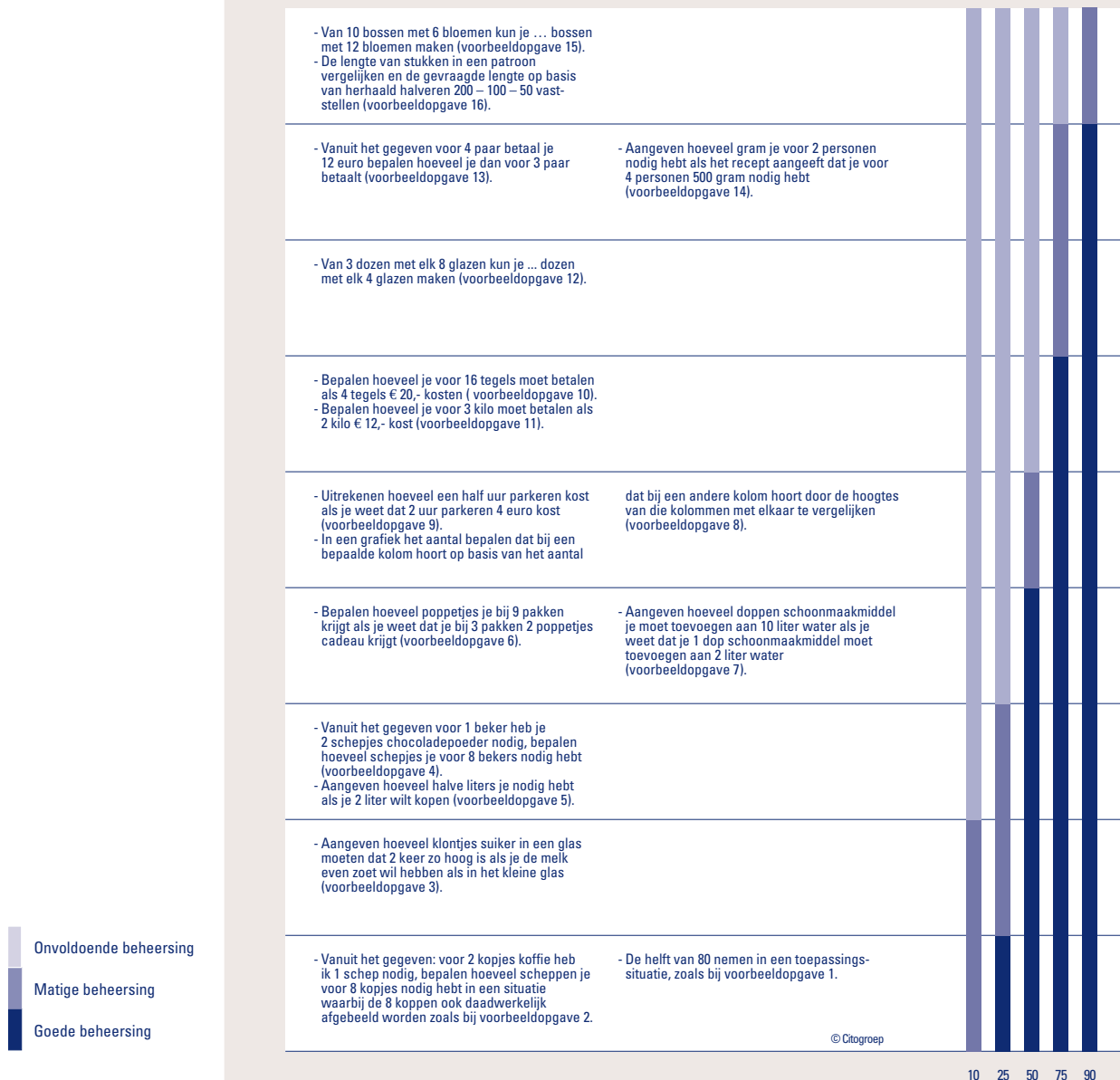
_____ euro

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Verhoudingen



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen



Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing



Moeder heeft 16 tegels voor de keuken nodig.

Hoeveel kost het?

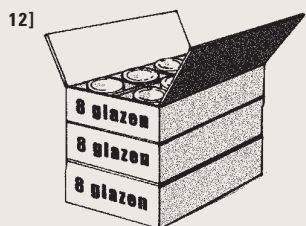
Het kost _____ euro.



2 kilo vis kost 12 euro.

Hoeveel moet moeder betalen voor 3 kilo vis?

_____ euro



De winkelier zet de glazen in doosjes van 4 glazen.

Hoeveel dozen van 4 kan hij vol maken?

_____ dozen



Eva koopt 4 paar sokken.

Ze betaalt 12 euro.

Sofie koopt 3 paar sokken.

Hoeveel moet zij betalen?

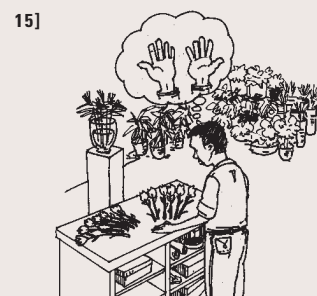
_____ euro



Moeder maakt macaroni voor 2 personen.

Hoeveel gram macaroni heeft ze nodig?

_____ gram

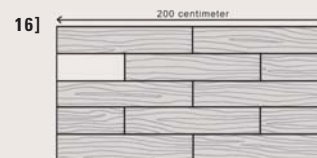


De bloemist heeft 10 bossen van 6 bloemen.

Met 2 bossen van 6 bloemen maakt hij een bos van 12 bloemen.

Hoeveel bossen van 12 bloemen kan hij maken?

_____ bossen



Het vloertje is 200 centimeter lang.

Je moet nog een plankje leggen om het af te maken.

Hoe lang moet deze plank zijn?

_____ centimeter

Standaarden

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen met betrekking tot de opgaven van het onderwerp *Verhoudingen* is de beoordelaars sterk tegen gevallen. Zo heeft 75% van de beoordelaars een gewenst niveau gelijk aan of hoger dan 250 aangegeven. De **standaard Voldoende** zo hebben zij aangegeven, impliceert toch een goede beheersing van opgaven zoals de eerste vijf voorbeeldopgaven en een redelijk goede beheersing van de voorbeeldopgaven 6, 7 en 8. Slechts 42% van de leerlingen bereikt het mediane oordeel dat bij vaardigheidsscore 260 ligt.

Het goed beheersen van de eerste twee voorbeeldopgaven en een matige beheersing van de voorbeeldopgaven 3, 4 en 5 behoort tot de competentie die volgens de

beoordelaars behoort bij de **standaard Minimum**. Het mediane oordeel voor deze standaard ligt bij vaardigheidsscore 220 en daaraan voldoet 72% van de leerlingen in plaats van de beoogde 90% tot 95%. Vergelijkbaar aan het onderwerp *Geld* hebben de beoordelaars in de laatste beoordelingsfase hun oordelen fors naar beneden bijgesteld. Niet alle beoordelaars hebben dat in vergelijkbare mate gedaan, waardoor vrij brede interkwartielranges zijn ontstaan. Misschien geven de relatief hoge standaarden ook wel aan dat beoordelaars dit onderwerp minder goed weten te plaatsen in het curriculum tot medio jaargroep 5.

Verschillen tussen leerlingen

Ook bij het onderwerp *Verhoudingen* treffen we weer de bekende verschillen in vaardigheidsniveau aan tussen leerlingen van verschillend formatiegewicht. Afgezet tegen het mediane oordeel voor de standaard Voldoende bereikt 49% van de 1.00-leerlingen dit niveau, tegen 27% van de 1.25-leerlingen en 18% van de 1.90-leerlingen.

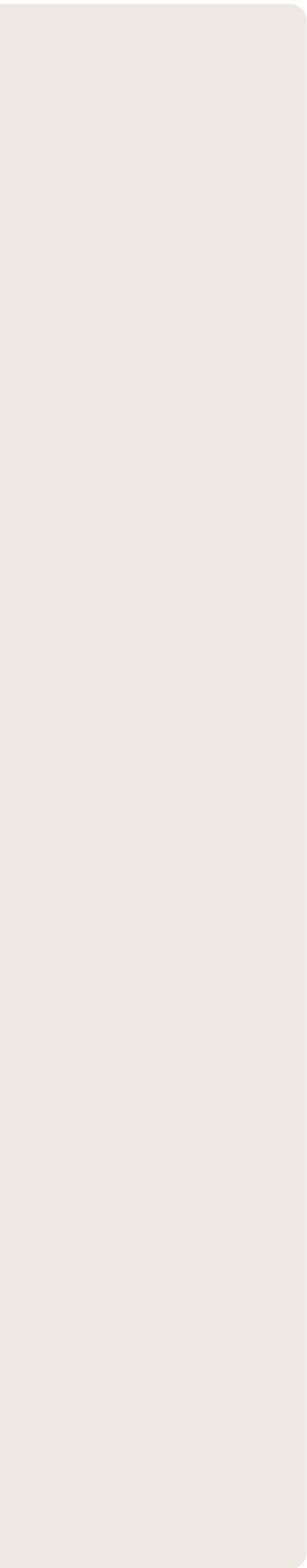
Jongens zijn opnieuw met deze opgaven beter bekend dan meisjes.

Verder zien we dat ondanks het feit dat de standaard relatief hoog op de schaal ligt, toch 29% van de leerlingen aan het einde van jaargroep 4 dit niveau al heeft bereikt.

Dit onderwerp maakt voor het eerst deel uit van een peilingsonderzoek, waardoor vergelijkingen met eerdere jaren niet mogelijk zijn.

Percentage leerlingen dat de standaarden Minimum en Voldoende bereikt voor verschillende categorieën leerlingen

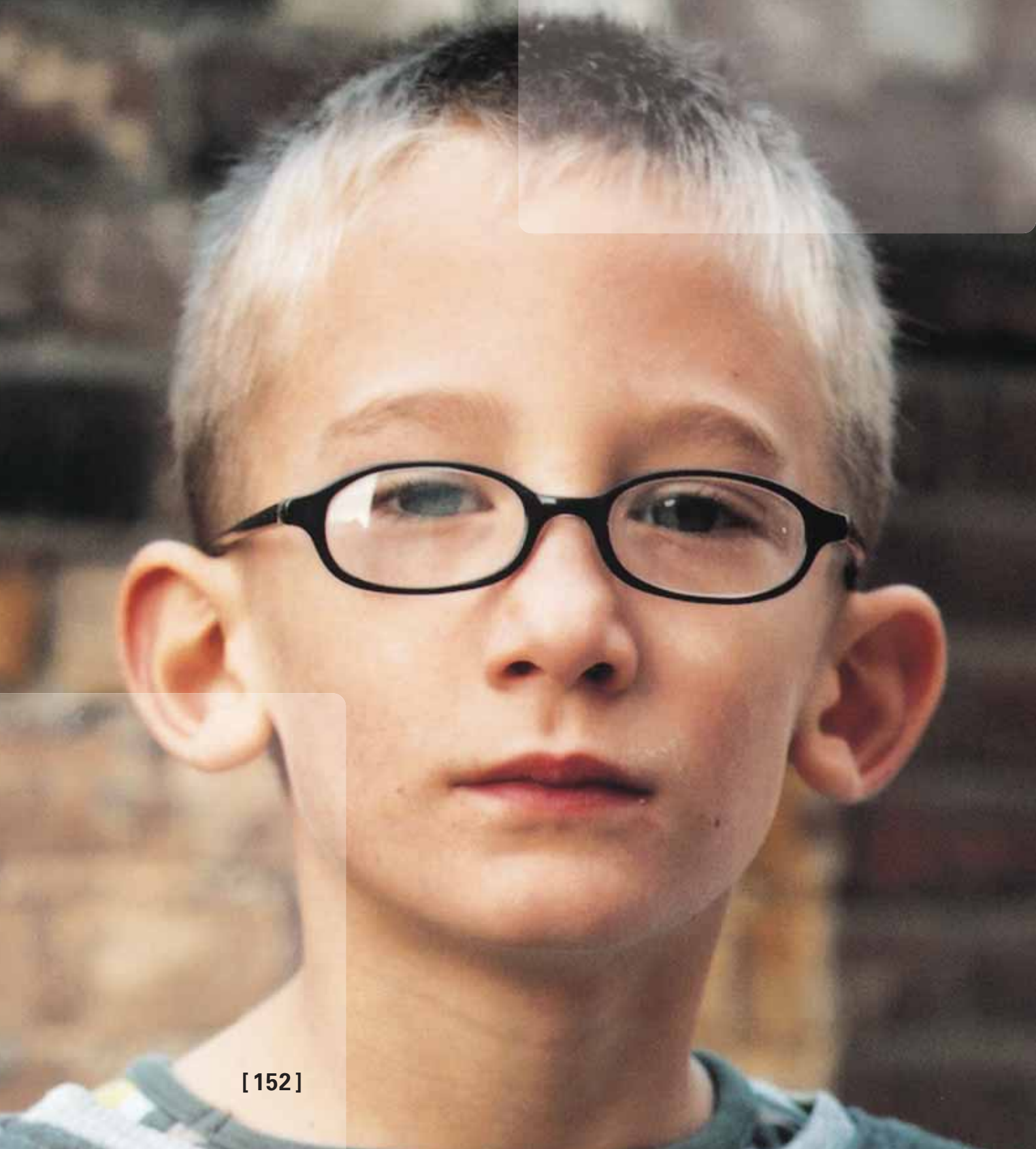
	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	259	47	80%	49%
1.25	230	48	58%	27%
1.90	215	48	46%	18%
Geslacht				
jongens	259	49	78%	49%
meisjes	241	49	67%	35%
Leermoment				
E4	232	50	60%	29%
M5	250	50	73%	42%
E5	270	50	84%	58%



[06] Verschillen tussen leerlingen

In de hoofdstukken 4 en 5 zijn verschillen in prestaties tussen groepen leerlingen gerapporteerd op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van deze groepen. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. Het betreft de leerlingkenmerken formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd. Vervolgens vergelijken we voor een aantal reken-wiskundemethoden de rekenprestaties van de leerlingen. We sluiten het hoofdstuk af met een vergelijking van de rekenprestaties over de periode 1992–2003.

... Relatief nieuwe methoden voor rekenen-
wiskunde hebben vaak een positief effect op de
rekenvaardigheid van de leerlingen.



6.1 Inleiding

In de voorgaande hoofdstukken hebben we aandacht besteed aan verschillen tussen groepen leerlingen op basis van de vaardigheidsverdelingen van de onderscheiden groepen leerlingen. We gebruikten daarvoor telkens enkele markante punten uit de verdelingen zoals de percentielen 10, 25, 50, 75 en 90. Deze verdelingen laten de verschillen tussen groepen zien zonder dat we ons afvragen of de groepen naar samenstelling wel vergelijkbaar zijn. Het verschil in de leerling-prestaties tussen twee peilingsjaren zou bijvoorbeeld mede veroorzaakt kunnen worden door veranderingen in de samenstelling van de leerlingpopulatie. Het zou bijvoorbeeld kunnen dat de proportie 1.90-leerlingen in de leerlingpopulatie is gedaald en gezien de achterstand van deze groep leerlingen zou dat een positief effect hebben op het gemiddelde rekenvaardigheids-niveau. We kunnen dus niet zonder meer concluderen dat een hoger gemiddelde ook betekent dat leerlingen beter kunnen rekenen.

In dit hoofdstuk onderzoeken we de bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen, waarbij we corrigeren voor de overige variabelen die in de analyse zijn meegenomen. We spreken van *gezuiverde effecten* omdat de andere kenmerken van de leerlingen die ons bekend zijn, constant worden gehouden. Het verschil in vaardigheid tussen de groepen wordt statistisch getoetst en bij een overschrijdingskans $p < .05$ spreken we van een significant effect. Deze toetsing geeft echter geen informatie over de grootte van het verschil. En zeker bij grote aantallen subjecten, zoals in peilingsonderzoek vaak het geval is, kunnen relatief kleine verschillen al gauw een significant effect genereren. We rapporteren de verschillen daarom in termen van effect-grootten.

Kwalificatie van effectgrootten

Effectgrootte	Kwalificatie
-0.8	groot negatief effect
-0.5	matig negatief effect
-0.2	klein negatief effect
0.0	geen effect
0.2	klein positief effect
0.5	matig positief effect
0.8	groot positief effect

De effectgrootte is het quotiënt van het verschil tussen de gemiddelden en de standaardafwijking van de twee groepen die onderling worden vergeleken. Voor de interpretatie van de effectgrootten volgen we de in de literatuur gebruikelijke kwalificaties.

Er zijn voor de volgende zes variabelen (zie paragraaf 2.1) effectschattingen uitgevoerd:

- formatiegewicht, met de niveaus 1.00, 1.25 en 1.90;
- stratum, met de niveaus 1, 2 en 3;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd;
- methode, waarbij de bijdrage van een aantal reken-wiskundemethoden wordt vergeleken;
- afnamejaar, met drie niveaus: 1992, 1997 en 2003.

De resultaten zijn afkomstig uit twee reeksen analyses. De eerste reeks betreft uitsluitend de gegevens uit het peilingsjaar januari/februari 2003 en daaraan ontlelen we de effectgrootten voor formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd. De tweede reeks analyses is gebaseerd op de gezamenlijke gegevens van de peilings-jaren 1992, 1997 en 2003 en daaraan ontlelen we de effectgrootten voor methode en afnamejaar.

6.2 Het effect van enkele leerlingkenmerken

Het effect van formatie-gewicht en stratum

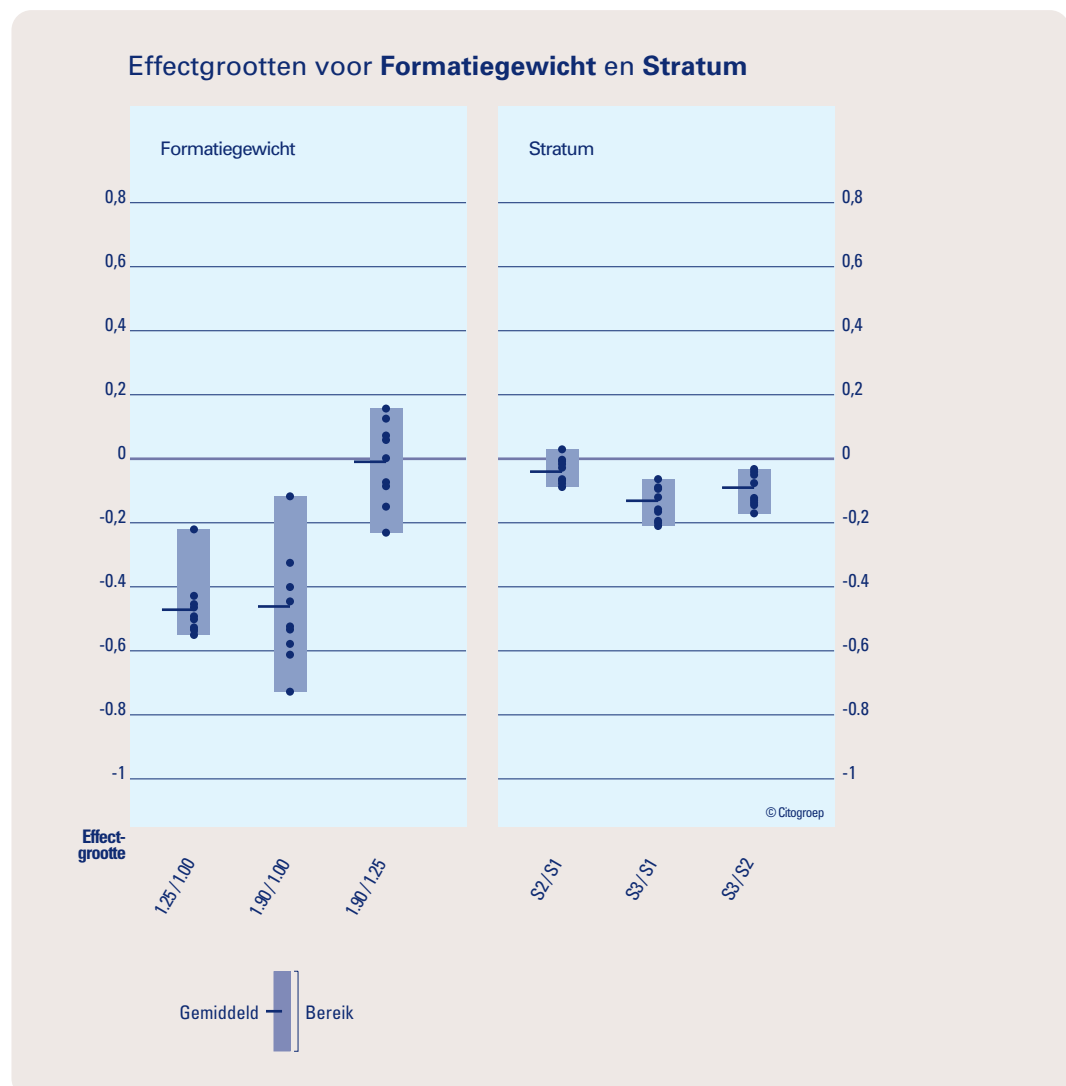
Diverse factoren bepalen de omvang van de lerarenformatie op een school. Een van deze factoren – van oudsher aangeduid als het formatiegewicht – is gerelateerd aan de sociaal-economische achtergrond van de leerlingen. Voor het peilingsonderzoek zijn de scholen op basis van deze formatiegewichten ingedeeld in drie strata met toenemend gemiddeld formatiegewicht (zie paragraaf 2.1).

In de afbeelding *Effectgrootten voor formatie-gewicht en stratum* zijn de effectgrootten voor deze twee variabelen op de diverse onderwerpen afgebeeld. 1.25-leerlingen hebben op alle onderwerpen een achterstand op 1.00-leerlingen. De effectgrootten variëren van -0,22 tot -0,55 met een gemiddelde effectgrootte van -0,47. Het effect is in alle gevallen significant en dat betekent dat er

sprake is van een klein tot matig negatief effect voor de prestaties van 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen. Bij de verschillende onderwerpen hebben we beschreven wat dat concreet betekent voor de mate van beheersing van de aangeboden leerstof. Voor 1.90-leerlingen vinden we vergelijkbare verschillen met gemiddelde effectgrootte van $-0,46$, zij het dat het bereik van de effectgrootten variërend van $-0,13$ tot $-0,73$ nu groter is en het verschil tussen 1.90- en 1.00-leerlingen voor het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* niet significant is. In grote lijn hebben 1.25- en 1.90-leerlingen dus vergelijkbare achterstand in vaardigheden ten opzichte van 1.00-leerlingen.

Het onderlinge verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen is bij de meeste onderwerpen verwaarloosbaar klein. Alleen voor het onderwerp *Verhoudingen* is het verschil significant in het nadeel van de 1.90-leerlingen, maar met effectgrootte $-0,23$ is het verschil klein.

Dit resultaat is op zijn minst opmerkelijk. In de vorige peiling (Noteboom et al., 2000) hadden 1.25- en 1.90-leerlingen ook op alle onderwerpen een achterstand op 1.00-leerlingen, maar de achterstand van 1.90-leerlingen was aanmerkelijk groter. 1.90-leerlingen hadden dan ook op alle onderwerpen een significante achterstand ten opzichte van 1.25-leerlingen. Zijn 1.25-leerlingen er nu op achteruitgegaan of zijn 1.90-leerlingen vooruitgegaan? Vermoedelijk is er sprake van een gecombineerd effect. In 1997 was de gemiddelde effectgrootte voor de vergelijkingen tussen 1.25- en 1.00-leerlingen $-0,31$, terwijl de gemiddelde effectgrootte nu $-0,47$ is. Zoals we in paragraaf 2.1 al aangaven is echter de definitie van 1.25-leerlingen voor de formatieregeling ingeperkt. Werd voorheen het gewicht 1.25 toegekend indien één van beide ouders slechts een lage vooropleiding had genoten, vanaf 1997 geldt deze voorwaarde voor beide ouders. Het is niet onwaarschijnlijk dat door deze aangescherpte definitie het verschil tussen 1.25-leerlingen en 1.00-leerlingen is vergroot.



De gemiddelde effectgrootte voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen was in 1997 $-0,71$ terwijl de gemiddelde effectgrootte nu $-0,46$ is. Aangezien de definitie voor gewicht 1.90 niet is veranderd wijst dit in de richting van een verkleining van de achterstand van 1.90-leerlingen. De kanttekening die we daarbij moeten maken is dat de definitie van 1.00-leerlingen nu anders is dan in 1997. Een deel van de leerlingen die in 1997 werden aangemerkt als 1.25-leerlingen wordt nu geteld als 1.00-leerlingen. Mogelijk dat de prestaties van 1.00-leerlingen daardoor negatief zijn beïnvloed. Gelet echter op het relatief kleine percentage leerlingen waarvoor dit geldt, achten wij dit effect minimaal. In paragraaf 3.2 zagen we echter dat scholen met relatief veel 1.90-leerlingen met name in de jaargroepen 4 en 5 beduidend meer tijd aan rekenwiskunde besteden dan andere scholen. Dat was in 1997 nog niet het geval. Het ligt voor de hand te veronderstellen dat deze extra tijd zijn uitwerking niet gemist heeft.

Op basis van de formatiegewichten zijn school-scores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking reflecteren (zie paragraaf 2.1). Indien we in de analyse controleren voor het verschil in formatiegewicht tussen de scholen dan zijn de verschillen op schoolniveau vrijwel allemaal verwaarloosbaar klein. Het stratumniveau van de school als zodanig voegt dus weinig of niets toe aan de verschillen tussen de leerlingen.

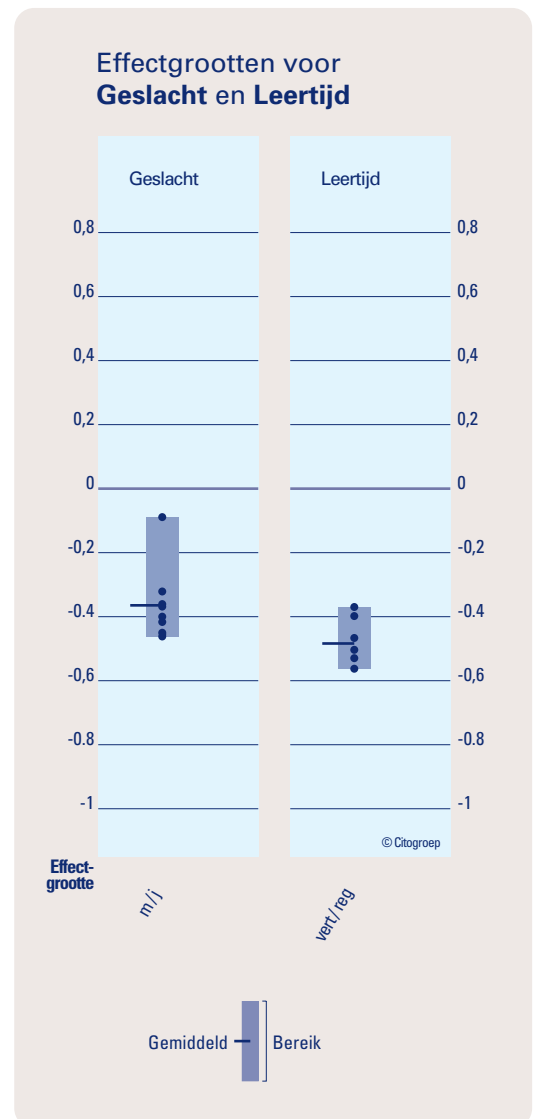
Het effect van geslacht

Met uitzondering van het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* zijn de prestaties van meisjes op alle onderwerpen significant lager dan van jongens. De effectgrootte voor de vergelijking van meisjes ten opzichte van jongens varieert van $-0,09$ tot $-0,46$ met gemiddelde effectgrootte $-0,36$. In 1997 was het verschil tussen jongens en meisjes van vergelijkbare grootte.

Het effect van leertijd

Op grond van hun leeftijd zijn de leerlingen in jaargroep 5 verdeeld in reguliere en vertraagde leerlingen. De reguliere leerlingen zijn vooral de leerlingen die gelet op hun leeftijd thuishoren in jaargroep 5, maar ook leerlingen die jonger zijn worden tot deze groep gerekend. De andere leerlingen hebben om welke reden dan ook in hun schoolloopbaan al enige vertraging opgelopen. Er is onveranderlijk sprake van een significant en

matig negatief effect voor de vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. De spreiding van de effectgrootten over de verschillende onderwerpen is klein en varieert van $-0,37$ tot $-0,56$ met een gemiddelde effectgrootte van $-0,48$.



6.3 Het effect van de rekenwiskundemethode

Net als bij de vorige peiling in 1997 (Noteboom et al., 2000) hebben we ook nu onderzoek gedaan naar verschillen in leerlingprestaties in relatie tot de methode die de school gebruikt. Voor deze analyse zijn de gezamenlijke gegevens gebruikt uit de laatste drie peilingen in 1992, 1997 en 2003, dezelfde als waarop ook de effecten voor afnamejaar zijn gebaseerd (zie paragraaf 6.4). Mede als gevolg van de invoering van de euro in januari 2002 is het methodelandschap in korte tijd in belangrijke mate gewijzigd. Veel scholen hebben dat moment

aangegrepen om, soms daarop vooruitlopend en al of niet met een overbruggingsperiode, over te gaan tot de aanschaf van een nieuwe methode voor rekenen-wiskunde. Soms is dat een geheel nieuwe methode geweest, vaak echter hebben de scholen gekozen voor de vernieuwde aan de euro-invoering aangepaste versie van de methode die zij al gebruikten.

Overzicht van reken-wiskundemethoden*

	Methode	Jaar van uitgave	Uitgeverij
PLP1	Pluspunt	1991–1995	Malmberg BV
PLP2	Pluspunt	2000–2003	Malmberg BV
RR	Rekenrijk	2000–2001	Wolters-Noordhoff Basisonderwijs
R&W	Rekenen & Wiskunde	1983–1989	Bekadidact
TR	Talrijk	1996–2002	Zwijsen Educatief BV
WIG 1	Wereld in getallen	1981–1985	Malmberg BV
WIG 2	Wereld in getallen	1991–1995	Malmberg BV
WIG 3	Wereld in getallen	2001	Malmberg BV

* gegevens ontleend aan NICL-Overzichten 2003 (Enschede, SLO)

Leraren in jaargroep 5 is gevraagd in hoeverre de leerlingen ook in voorgaande jaren met dezelfde methode rekenles hebben gehad. 76% van de leraren geeft aan dat in alle voorgaande jaren dezelfde methode is gebruikt. Eén leraar geeft aan dat in alle voorgaande jaargroepen een andere methode is gebruikt, 23% van de leraren geeft aan dat in jaargroep 3 nog een andere methode is gebruikt, maar dat hun leerlingen in jaargroep 4 met dezelfde methode rekenles hebben gehad als in jaargroep 5. Scholen zijn daarom ingedeeld naar methode volgens de opgave van de leraar in jaargroep 5.

De tabel geeft een overzicht van de reken-wiskundemethoden die op individueel niveau in de analyses zijn betrokken. Over de methoden *Alles Telt* en *Wis&Reken* rapporteren we niet afzonderlijk omdat deze methoden met slechts enkele scholen in de steekproef waren vertegenwoordigd. Andere methoden zijn op jaarniveau samengenomen tot een restcategorie.

In eerste instantie zijn analyses uitgevoerd waarbij rekening is gehouden met de afzonderlijke versies van de methoden *Pluspunt* en *Wereld in getallen*. Het verschil in effectgrootte van de versies PLP 1 en PLP 2 is echter zo klein dat de twee versies in de definitieve analyse zijn samengenomen (PLP). Hetzelfde geldt voor WIG 2 en WIG 3 (samengenomen tot WIG 2+). Ook het feit dat deze versies inhoudelijk niet wezenlijk verschillen en scholen vaak min of meer geruisloos op de nieuwe versies zijn

overgeschakeld, rechtvaardigt het combineren van de genoemde versies bij de analyse.

De volgende tabel geeft een overzicht van het minimum, maximum en gemiddeld aantal waarnemingen voor de verschillende methoden. De verschillen in het aantal waarnemingen per methode zijn uiteraard een gevolg van de verspreiding van methoden in de verschillende peilingsjaren.

Minimum, maximum en gemiddeld aantal waarnemingen voor zes reken-wiskundemethoden over acht onderwerpen

	Minimum	Maximum	Gemiddeld
PLP	2271	2574	2388
WIG 2+	1316	1548	1413
WIG 1	283	1408	779
R&W	251	1513	747
RR	429	482	470
TR	168	202	193

Bij de analyses van de methode-effecten is statistisch gecorrigeerd voor geslacht, leeftijd, herkomst en afnamejaar. Vanwege de verschillende definities voor formatiegewicht 1.25 in de verschillende peilingsjaren (zie ook paragraaf 6.2) is de variabele 'herkomst' gedefinieerd. Deze variabele kent twee niveaus: de groep vooral autochtone leerlingen met formatiegewichten 1.00 en 1.25 en de groep allochtone 1.90-leerlingen.

In de afbeelding op pagina 157 zijn per onderwerp de effectgrootten van zes methoden afgebeeld ten opzichte van *Pluspunt* = 0. Het onderlinge verschil tussen elk ander paar methoden is daaruit afleidbaar. Daarnaast is in de afbeelding met een blauw kader aangegeven welke methoden niet significant afwijken van de beste methode en met een lichtblauw kader welke methoden niet significant afwijken van de zwakste methode. We spreken in dit geval van een significant effect indien de overschrijdingskans voor de nulhypothese van gelijke gemiddelden $< .05$ en de effectgrootte voor het verschil > 0.30 , zodat het verschil ook enige betekenis heeft. Bij het onderwerp *Tijd* komt het voor dat enkele methoden dan zowel tot de beste als tot de zwakste categorie behoren. Deze overlap tussen de categorieën wordt met een grijsblauw kader aangegeven.

Gezien het feit dat de gemiddelde effectgrootte van andere methoden in 1997 $-0,13$ is en in 1992 $-0,33$ kan de belangrijkste conclusie zijn dat het gebruik van een aantal meer recente methoden een positieve bijdrage levert aan de rekenvaardigheid van leerlingen.

De vergelijking van enkele methoden

Onderwerpen

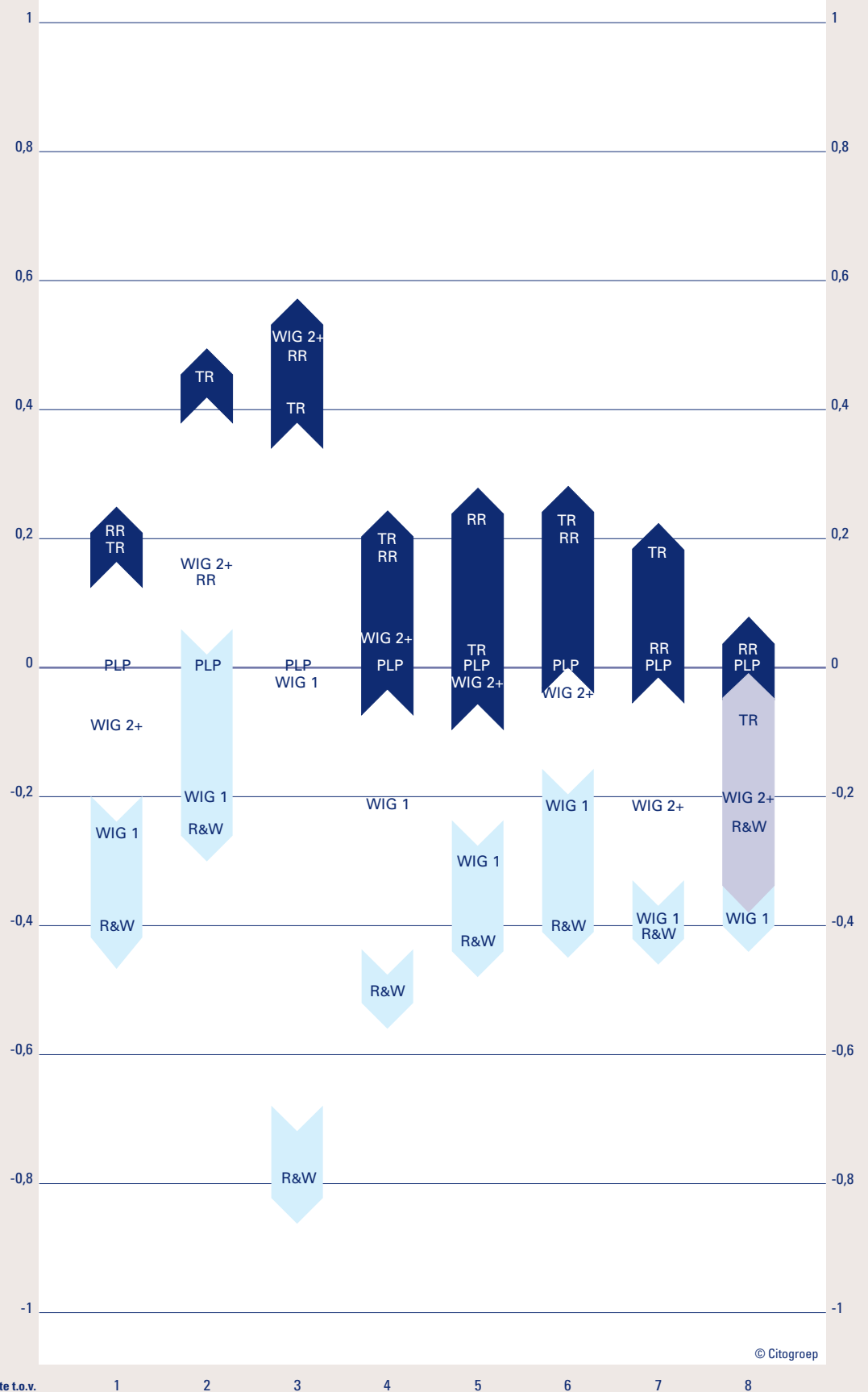
- 1 Getallen en getalsrelatie
- 2 Basisautomatismen:
optellen en aftrekken
- 3 Basisautomatismen:
vermenigvuldigen en delen
- 4 Bewerkingen:
optellen en aftrekken
- 5 Bewerkingen:
vermenigvuldigen en delen
- 6 Bewerkingen:
complexere toepassingen
- 7 Meten en meetkunde
- 8 Tijd

Verklaring afkortingen

- PLP Pluspunt 1 en 2
 RR Rekenrijk
 R&W Rekenen en wiskunde
 TR Talrijk
 WIG 1 Wereld in getallen
 (versie 1)
 WIG2+ Wereld in getallen
 (versie 2 en 3)

-  Onderscheiden zich niet van de beste methode
 Onderscheiden zich niet van de beste en zwakste methode
 Onderscheiden zich niet van de zwakste methode

Effectgrootte t.o.v.
Natuurlijk! (= 0)



Bij de vorige peiling constateerden we dat al voor de methoden *Pluspunt* en *Wereld in Getallen 2*, de methoden *Talrijk* en *Rekenrijk* kunnen we nu aan dit rijtje toevoegen.

Gemiddelde effectgrootte van reken-wiskundemethoden en frequentie waarin methoden behoren tot de beste en zwakste groep

Methode	Gemiddelde effectgrootte	Behoort tot de beste groep	Behoort tot de zwakste groep
TR	0,20	8	1
RR	0,19	7	0
WIG 2+	0,02	4	2
PLP	0	5	1
WIG 1	-0,24	0	6
R&W	-0,26	1	8

6.4 Het effect van afnamejaar

In de voorgaande hoofdstukken 4 en 5 hebben we op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen gerapporteerd over verschillen in vaardigheid van de leerlingpopulaties in de drie peilingsjaren 1992, 1997 en 2003. In deze paragraaf onderzoeken we het effect van afnamejaar aan de hand van de effectgrootten voor de vergelijkingen 1997–1992, 2003–1992 en 2003–1997.

De effectschattingen voor 1997–1992 zijn nu dus opnieuw uitgevoerd (zie Noteboom et al., 2000). In het algemeen heeft dit tot gevolg dat de effectgrootten enigszins zullen afwijken van die welke in de vorige balans zijn gerapporteerd. Daarvoor zijn verschillende oorzaken aan te wijzen. In de eerste plaats is de opgavenverzameling waarop de effectschattingen zijn uitgevoerd, gewijzigd door toevoeging van nieuwe opgaven en het afvallen van een deel van de oude opgaven uit met name de peiling in 1987. Vervolgens zijn in een aantal gevallen onderwerpen uit de vorige peilingen nu samengevoegd tot één onderwerp. Belangrijker is echter het probleem van de herdefinitie van formatiegewicht 1.25. Bij eerdere effectschattingen kon de variabele formatiegewicht op de drie niveaus (1.00, 1.25 en 1.90) in het model gehandhaafd worden. De variabele formatiegewicht is nu voor de vergelijking over jaren geherdefinieerd in de variabele herkomst met twee niveaus: autochtone leerlingen (met de formatiegewichten 1.00 en 1.25) en allochtone leerlingen (leerlingen met formatiegewicht 1.90).

Het effect voor afnamejaar kon worden onderzocht voor acht onderwerpen. Het onderwerp *Verhoudingen* ontbreekt omdat dit in 2003 voor het eerst afzonderlijk is gepeild. Het onderwerp *Geld* ontbreekt omdat, vanwege de invoering van de euro, voor dit onderwerp een geheel nieuwe verzameling opgaven is ontwikkeld. Het onderwerp *Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen* was niet opgenomen in de peiling in 1992, zodat daarvoor alleen de vergelijking 2003–1997 kan worden gemaakt. De effectschattingen zijn voor alle drie de peilingsjaren gebaseerd op de afnames in oktober/november.

We presenteren de resultaten van de jaar-effecten uit twee reeksen van analyses:

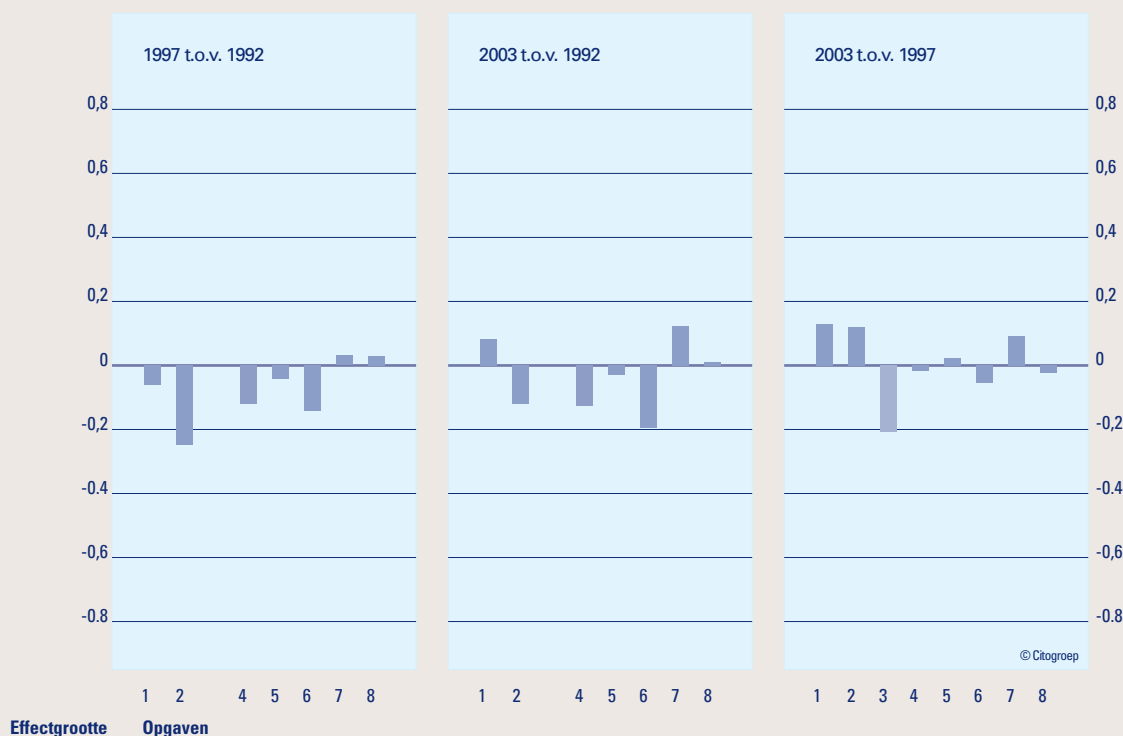
- analyses waarbij *wel* gecorrigeerd wordt voor de variabele methode en
- analyses waarbij *niet* gecorrigeerd wordt voor de variabele methode.

De eerste reeks analyses laat zien wat het effect van afnamejaar is wanneer we controleren voor herkomst, geslacht, leertijd en methode. Deze analyses geven antwoord op de vraag in hoeverre er – afgezien van de genoemde vier variabelen – verschil in leerlingprestaties tussen de drie jaren worden gevonden. In de tweede reeks analyses wordt alleen gecontroleerd voor de eerste drie variabelen, niet voor de variabele methode. Door de resultaten van beide analyses te vergelijken kan de bijdrage van de variabele methode aan jaareffecten worden geschatst.

Onderzoek naar jaareffecten mét correctie voor methode

In de eerste analyse corrigeren we statistisch voor de beschikbare variabelen herkomst, geslacht, leertijd en methode. Het moet duidelijk zijn dat we voor eventuele verschillen tussen de jaren geen verklaring voorhanden hebben. Eigenlijk kunnen we alleen aangeven waar een eventueel verschil niet aan ligt: niet aan veranderingen over de jaren in de samenstelling van de leerlingpopulatie voorzover dat herkomst, geslacht of verhouding reguliere en vertraagde leerlingen betreft en niet aan verschuivingen in het marktaandeel van reken-wiskundemethoden. Voor deze variabelen is bij het schatten van de jaareffecten immers gecontroleerd. Men moet zich echter realiseren dat tal van andere ontwikkelingen zowel binnen als buiten de school van invloed kunnen zijn op de leerprestaties van de leerling, zowel in positieve als in negatieve zin. Het effect voor afnamejaar vormt als het ware de resultante van het

Effectgrootten voor **Afnamejaar met methodecorrectie**



Legenda

- | | |
|--|--|
| 1 Getallen en getalrelaties | 5 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen |
| 2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken | 6 Bewerkingen: complexere toepassingen |
| 3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen | 7 Meten en meetkunde |
| 4 Bewerkingen: optellen en aftrekken | 8 Tijd |

effect van al deze ontwikkelingen. Dat neemt niet weg dat effecten voor afnamejaar ook specifiek een of meerdere onderwerpen kunnen betreffen. Ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs kunnen er toe leiden dat er in het algemeen aan bepaalde onderwerpen minder of juist meer aandacht wordt besteed. Dan kan dat resulteren in een negatief of positief effect voor afnamejaar.

Over de periode 1997–1992 vinden we met een gemiddelde effectgrootte van $-0,04$ een licht negatieve tendens. Deze tendens is overigens iets minder geprononceerd dan gerapporteerd in Noteboom (2000, p. 102) toen de gemiddelde effectgrootte over dezelfde periode $-0,16$ bedroeg. Wat daarbij opvalt is dat de sterkere negatieve effecten uit de vorige vergelijking wat zijn afgezwakt. Zo zijn nu in het onderwerp *Getallen en getalrelaties* de onderwerpen *Tellen en ordenen* en *Structureren* uit vorige peilingen samengenomen. Voor de vergelijking 1997–1992 vinden we nu bij de heranalyse een licht negatief effect. Dat is in overeenstemming met de bevinding in 1997 voor het onderdeel *Tellen en ordenen* maar

minder met het onderdeel *Structureren* waar in 1997 een sterker negatief effect is gevonden.

Voor het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* vinden we een vergelijkbare ontwikkeling. In vorige peilingen waren de bewerkingen optellen en aftrekken ondergebracht in afzonderlijke onderwerpen. In de vergelijking 1997-1992 werd eerder voor het onderwerp *Bewerkingen: optellen* een klein negatief effect gevonden en voor het onderwerp *Bewerkingen: aftrekken* een klein tot matig negatief effect. Nu vinden we op de gecombineerde schaal een klein negatief effect. Ook voor de onderwerpen *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (eerder alleen vermenigvuldigen), *Bewerkingen: complexere toepassingen*, *Meten* en *Tijd* vallen de effectgrootten voor 1997–1992 iets positiever uit.

In de effectgrootten over de perioden 2003–1992 en 2003–1997 vinden we over het algemeen een nul-tendens. De gemiddelde effectgrootte voor afnamejaren 2003–1992 is $-0,02$ en voor de meer recente periode 2003–1997 is de gemiddelde effectgrootte $0,00$.

Effectgrootten voor **Afnamejaar zonder methodecorrectie**



Afzonderlijke effectgrootten voor de onderscheiden onderwerpen zijn meestal verwaarloosbaar klein. De conclusie is dat er aldus gecorrigeerd voor herkomst, geslacht, leertijd en methode nauwelijks verschillen in leerlingprestaties in de verschillende afnamejaren worden gevonden. Dat betekent echter niet zonder meer dat leerlingen niet beter of slechter zijn gaan rekenen. Immers, in deze analyse hebben we verschillen die het gevolg kunnen zijn van de invoering van nieuwere methoden als het ware weggecijferd. Wat gebeurt er als we niet corrigeren voor het verschil in methodegebruik?

Onderzoek naar jaareffecten z nder methodecorrectie

In een tweede reeks analyses van het jaareffect wordt nog steeds gecorrigeerd voor herkomst, geslacht en leertijd maar niet meer voor methode. Blijven de effectgrootten dezelfde als in de vorige analyse dan voegen eventuele verschuivingen in het marktaandeel

van methoden weinig toe aan het jaareffect. Wanneer nieuwere methoden minder effectief zijn dan oudere methoden dan zullen de effectgrootten afnemen ten opzichte van de vorige analyse.

Maar wanneer de invoering van nieuwere methoden tot betere leerlingprestaties hebben geleid dan mogen we verwachten dat de effectgrootten positiever zullen uitvallen, immers het effect van de methode wordt nu verdisconteerd in het jaareffect. En het is precies dit laatste wat er gebeurt en wat we ook zouden verwachten gezien de methodevergelijkingen in de vorige paragraaf. Nieuwere methoden bleken in de vergelijking met oudere methoden veelal effectiever en we zien in de figuur op pagina 161 dat de effectgrootten duidelijk positiever uitvallen: dat is al enigszins het geval in de vergelijking 1997–1992, maar sterker in de vergelijking van 1992 en 1997 met 2003. De gemiddelde effectgrootte over de zeven onderwerpen voor de periode 2003–1992 is 0,24, voor de periode 2003–1997 is dat 0,18.

Onze overigens voorzichtige conclusie is dat de invoering van nieuwe methoden een

positieve bijdrage levert aan de opbrengsten van het reken-wiskundeonderwijs. Op de een of andere manier worden leerlingen er beter van. Op welke manier dat dan is, is op basis van deze resultaten niet aan te geven. Het zou kunnen zijn dat alleen al het invoeren van een nieuwe methode een positief effect heeft op de onderwijsattitude van de leraar wat dan vervolgens zijn doorwerking heeft naar de leerlingresultaten. Daar staat dan weer tegenover dat leraren minder bekend zijn met de nieuwe methode en zeker aanvankelijk niet altijd conform de nieuwe didactische aanwijzingen zullen handelen. Anderzijds geldt het aspect 'nieuw' natuurlijk in principe voor álle methoden. Ook voor de oudere methoden geldt dat zij in het verleden als een nieuwe methode zijn ingevoerd en nu het voordeel hebben dat leraren de nodige ervaring met de methode hebben opgedaan.

Bokhove, J., F. van der Schoot & Th. Eggen (1996). *Balans van het rekenonderwijs halverwege de basisschool 2. Uitkomsten van de tweede peiling rekenen/wiskunde medio basisonderwijs*. PPON-reeks 8b. Arnhem, Cito.

Fosnot, C. & M.L.A.M. Dolk (2002). Het leerlandschap (1). Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 21 (2), pp. 29–37.

Netelenbos, T. (1995). *De school als lerende organisatie*. Den Haag, Sdu.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1993). *Besluit wijziging Formatiebesluit WBO 1992*. Staatsblad van het koninkrijk der Nederlanden, 608.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998*. Den Haag, Sdu.

Noteboom, A., F. van der Schoot, J. Janssen & N. Veldhuijzen (2000). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. PPON-reeks 15. Arnhem, Cito.

TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele Getallen. Onderbouw Basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (red.) (2000). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen. Bovenbouw basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff:

Heuvel-Panhuizen, M. van den & K. Buys (red.) (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde. Tussendoelen annex leerlijnen onderbouw basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff.

Verhelst, N.D., Glas, C.A.W., & Verstralen, H.H.F.M. (1993). *OPLM: One Parameter Logistic Model*. Computer program and manual. Arnhem, Cito.

Wijnstra, J.M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem, Cito (PPON-reeks nr. 1).

Colofon

- Opdrachtgever: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen
- Productgroepmanager PPON: Frank van der Schoot
- Ontwerp peiling: Jan Janssen en Norman Verhelst
- Opgaven- en toetsconstructie: Jean-Marie Kraemer, Floor Scheltens en Jan Janssen in samenwerking met een commissie van rekendeskundigen en leraren basisonderwijs
- Coördinatie gegevensverzameling: Frank van der Schoot
- Secretariaat: Joke van Daal en Frances Liu
- Auteurs: Jean-Marie Kraemer, Jan Janssen en Frank van der Schoot
- Psychometrische analyses: Bas Hemker
- Analyse vragenlijsten: Frank van der Schoot
- Bureauredactie: Truus Peters
- Grafische vormgeving: Marianne Brouwer
- Ontwerp grafieken en advies: leesTekens, Jan Kamies
- DTP opmaak: Ron Egbers
- Foto omslag: Paul Breuker

Artikelnummer 58912

© Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, Arnhem (2005)

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit dit werk mag zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling worden openbaar gemaakt en/of verveelvoudigd door middel van druk, fotokopie, scanning, computersoftware of andere elektronische verveelvoudiging of openbaarmaking, microfilm, geluidskopie, film- of videokopie of op welke wijze dan ook.