

Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4

Uitkomsten van de vierde peiling in 2004

PPON

Jan Janssen

Frank van der Schoot

Bas Hemker

Met een bijdrage van: Cornelis M. van Putten, Universiteit Leiden

PPON-reeks nummer 32

Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau

Samenvatting

In mei/juni 2004 is het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde einde basisonderwijs uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte een inventarisatie van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de jaargroepen 6, 7 en 8 en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in jaargroep 8. De belangrijkste conclusies van dit peilingsonderzoek zijn hier bij elkaar gezet.

[41]

Gebruik van reken-wiskundemethoden Tweeëneenhalf jaar na de invoering van de euro in januari 2002 had bijna 80 procent van de scholen tot en met jaargroep 8 een nieuwe reken-wiskundemethode aangeschaft. Met bijna 40 procent van de scholen is de (herziene) methode *Pluspunt* het sterkst vertegenwoordigd in de onderzoeks-steekproef, gevolgd door de herziene versie van *Wereld in getallen* (bijna 20 procent) en *Rekenrijk* (ongeveer 15 procent). Andere methoden worden door minder dan vijf procent van de leraren genoemd.

paragraaf 3.1 | pagina 41

[41]

Andere leermiddelen Ongeveer twee van de drie leraren geven aan naast de methode ook andere leermiddelen te gebruiken. De verscheidenheid aan leermiddelen is echter erg groot. Het meest frequent noemen leraren nog *Remelka*, met name voor leerlingen met achterstand in rekenvaardigheid.

paragraaf 3.1 | pagina 41

[41]

Tijd voor reken-wiskundeonderwijs De gemiddelde lestijd voor rekenen-wiskunde in de bovenbouw van het basisonderwijs is 5 uur per week. Wel is het zo dat scholen met relatief veel allochtone leerlingen in de bovenbouwgroepen gemiddeld een half uur per week extra aan rekenen-wiskunde besteden.

paragraaf 3.2 | pagina 41

[42]

Differentiatie Sinds 1992 is er een duidelijke toename van het percentage leraren dat aangeeft differentiatie toe te passen in de eigen onderwijssituatie. De meeste leraren kiezen voor een vorm waarbij differentiatie vooral wordt gezocht bij de verwerking van de oefenstof na een klassikale instructie.

paragraaf 3.2 | pagina 42

[42]

Remedial teaching/rekenspecialist Ongeveer een kwart van de scholen beschikt over een interne begeleider/rekenspecialist die belast is met de uitvoering van de zorgverbreding voor rekenen-wiskunde. Daarnaast heeft iets meer dan de helft van de scholen een remedial teacher. De inzet van een remedial teacher voor rekenen-wiskunde neemt in de bovenbouw af met het jaargroepniveau, maar vergeleken met 1997 vinden we voor elk van de jaargroepen 6, 7 en 8 een toename van 10 procent.

paragraaf 3.2 | pagina 42

[43]

Gebruik van de zakrekenmachine De stijgende lijn in het gebruik van de zakrekenmachine in het reken-wiskundeonderwijs is in de periode 1997–2004 doorgezet en komt nu in vrijwel alle jaargroepen 7 en 8 voor. Het gebruik blijft overigens meestal wel beperkt tot specifieke lessen volgens aanwijzingen in de methode.

paragraaf 3.3 | pagina 43

[43]

Kolomsgewijs rekenen of traditioneel cijferen? De algemene trend is dat leerlingen voor de vier hoofdbewerkingen meestal eerst een realistische of kolomsgewijze aanpak wordt aangeleerd, maar dat in een later stadium overgeschakeld wordt naar traditionele cijferalgoritmes. Voor optellen en aftrekken vindt deze overschakeling al plaats in jaargroep 6, voor vermenigvuldigen in jaargroep 7 en voor delen eigenlijk pas tegen het eind van het basisonderwijs. Voor de hoofdbewerking 'delen' geldt dat de meeste leraren (bijna 60 procent) alleen nog de kolomsgewijze strategie aanleren.

paragraaf 3.4 | pagina 43

[44]

Aandacht voor hoofdrekenen Opnieuw kunnen we constateren dat de aandacht voor diverse aspecten van het hoofdrekenen is toegenomen. Dat geldt voor het schattend rekenen, het leren hanteren van handige oplossingsstrategieën, maar vooral voor het passend leren omgaan met benaderingen, afrondingen en schattingen.

paragraaf 3.5 | pagina 44

[49]

Getallen en getalrelaties Dit onderwerp betreft het doorzien van de structuur van de telrij, de structuur van getallen en de relaties tussen getallen. We constateerden dat de vaardigheid van de leerlingen op het onderwerp de laatste vijf jaar opnieuw is verbeterd en eigenlijk sinds 1987 alleen maar is toegenomen.

paragraaf 4.1 | pagina 49

[57]

[63]

Basisautomatismen Basisautomatismen zijn afgenomen met een rekendictee met korte antwoordtijden. Voor zowel optellen en aftrekken als vermenigvuldigen en delen is er sprake van een lichte verbetering sinds 1997. De verschillen zijn echter – gerekend over de periode 1992–2004 – klein en we kunnen ook niet spreken van een bepaalde trend.

paragraaf 4.2 & 4.3 | pagina 57 & 63

[69]

[77]

Hoofdrekenen Hoofdrekenen is het zonder uitrekenpapier maar zonder tijdlimiet uitrekenen van opgaven die leerlingen vlot, handig en inzichtelijk moeten kunnen maken. Voor zowel optellen en aftrekken als voor vermenigvuldigen en delen is er ten opzichte van 1997 weinig veranderd in het vaardigheidsniveau van de leerlingen. Van enkele opgaven zijn in mondelinge individuele afnames oplossingsstrategieën van leerlingen verzameld. Bij drie opgaven is een vergelijking met het strategiegebruik in 1987 mogelijk en dan zien we slechts op beperkte schaal verschillen. In 2004 blijken leerlingen wat minder vaak ‘te cijferen uit het hoofd’ en vaker een hoofdrekenstrategie toe te passen.

paragraaf 4.4 & 4.5 | pagina 69 & 77

[85]

Schattend rekenen Tussen 1987 en 1997 hebben we de vaardigheid van leerlingen in het schattend kunnen rekenen sterk zien toenemen. Deze ontwikkeling heeft zich daarna slechts op beperkte schaal voortgezet. Van twee opgaven zijn oplossingsprocedures verzameld en vergeleken met 1987. Leerlingen kiezen in 2004 vaker een meer adequate strategie en het succespercentage op deze opgaven is dan ook sterk toegenomen.

paragraaf 4.6 | pagina 85

[93]

[101]

[110]

Bewerkingen De vaardigheid van leerlingen op het gebied van de bewerkingen is er sinds 1987 over de gehele linie sterk op achteruitgegaan. Dat geldt zowel voor optellen en aftrekken, als voor vermenigvuldigen en delen en de samengestelde bewerkingen. De belangrijkste oorzaak lijkt te liggen in het feit dat leerlingen ten onrechte deze opgaven niet op papier uitrekenen, dat wil zeggen de opgaven ‘uit het hoofd’ proberen op te lossen. Daarnaast blijkt ook het gebruik van zowel het kolomsgewijze als traditionele algoritme minder succesvol.

paragraaf 4.7, 4.8 & 4.9 | pagina 93, 101 & 110

[116]

Rekenen met de zakrekenmachine Sinds 1992 onderzoeken we ook het rekenen met een zakrekenmachine. Er is nauwelijks enige vooruitgang in het succes op de opgaven die leerlingen met de rekenmachine mogen oplossen. Opvallend is vooral ook dat we in 2004 zien dat leerlingen vaak aangeven een zakrekenmachine niet te hebben gebruikt, ondanks het feit dat zij daartoe expliciet zijn uitgenodigd.

paragraaf 4.10 | pagina 116

[135]

[145]

[154]

Verhoudingen, breuken en procenten Ook voor deze drie onderwerpen zijn voor enkele opgaven met mondelinge individuele afnames oplossingsstrategieën van leerlingen verzameld. Bij enkele opgaven is een vergelijking met 1987 mogelijk. Leerlingen kiezen in 2004 vaker een meer adequate oplossingsstrategie en de succespercentages op deze opgaven zijn dan ook beduidend hoger. Toch geldt alleen voor het onderwerp *Procenten* dat er over de periode 1987–2004 sprake is van een constante toename in vaardigheid. Voor de onderwerpen *Verhoudingen* en *Breuken* vinden we een toename in vaardigheid over de periode 1987–1997 en een lichte terugval voor de periode 1997–2004.

paragraaf 5.1, 5.2 & 5.3 | pagina 135, 145 & 154

[171 –
209]

Metten, meetkunde en tijd Op het gebied van de diverse meetvaardigheden blijkt er nauwelijks sprake van een systematische ontwikkeling. Het vaardigheidsniveau voor het meten van lengte, oppervlakte en inhoud is sinds 1987 nauwelijks veranderd, voor het meten van gewicht is er sprake van een positieve tendens, terwijl voor het oplossen van toepassingsopgaven op het gebied van meten zich een negatieve tendens aftekent. Ook het vaardigheidsniveau op het gebied van meetkunde en tijd is in de loop van de tijd nauwelijks veranderd.

paragraaf 6.1 – 6.7 | pagina 171 – 209

[47]
[133]
[169]

Standaarden Geïnformeerde beoordelaars hebben voor alle onderwerpen niveaus gedefinieerd voor de standaarden Minimum en Voldoende. Het niveau van de standaard Minimum wordt beoogd voor 90 tot 95 procent van de leerlingen. Bij 14 van de 22 onderwerpen wordt dit niveau door meer dan 80 procent van de leerlingen bereikt. Uitgezonderd zijn de drie onderwerpen over de bewerkingen en de onderwerpen over het meten van lengte, oppervlakte en inhoud. Het niveau van de standaard Voldoende zou bereikt moeten worden door 70 tot 75 procent van de leerlingen. Dat blijkt alleen te gelden voor het eerste onderwerp *Getallen en getalrelaties*. Voor de meeste onderwerpen – 13 van de 22 – geldt echter dat het gewenste niveau voor de standaard Voldoende door slechts 50 procent of minder leerlingen wordt bereikt. Voor de bewerkingsopgaven geldt dat minder dan 30 procent van de leerlingen dit niveau bereikt. Beoordelaars zijn dus kritisch over het bereikte rekenvaardigheidsniveau van leerlingen aan het einde van het basisonderwijs.

zie de standaarden in de hoofdstukken 4, 5 en 6 (komt bij hfdst. 4 – 5 – 6 voor)

[225]

Effect van formatiegewicht Vergelijken we de prestaties van leerlingen naar formatie dan blijken zowel 1.25-leerlingen als 1.90-leerlingen op vrijwel alle onderwerpen een achterstand te hebben ten opzichte van 1.00-leerlingen. In 1997 hadden 1.90-leerlingen ook nog een achterstand ten opzichte van 1.25-leerlingen, die nu voor de domeinen *Getallen en bewerkingen* en *Verhoudingen, breuken en procenten* is verdwenen en voor het domein Meten en meetkunde is gereduceerd.

paragraaf 7.2 | pagina 225

[228]

Effect van geslacht Voor de meeste onderwerpen geldt dat er een klein tot matig negatief effect is gevonden voor de rekenvaardigheid van meisjes in vergelijking met die van de jongens. Alleen voor de drie bewerkingsonderwerpen geldt dat de prestaties van meisjes zelfs iets beter zijn dan die van jongens. Dit resultaat komt vrijwel overeen met het resultaat in de vorige peiling in 1997.

paragraaf 7.4 | pagina 228

[229]

Effect van leertijd Leerlingen die vertraging hebben opgelopen in hun schoolloopbaan hebben gemiddeld een duidelijke achterstand ten opzichte van hun jongere klasgenoten. Er is onveranderlijk sprake van een matig negatief effect.

paragraaf 7.5 | pagina 229

[05]

[47]

[133]

[169]

Effect van de leermomenten Door de samenwerking met het proefonderzoek voor het nieuwe LOVS (Leer- en onderwijsvolgsysteem) kunnen de leerresultaten vergeleken worden met eerdere leermomenten. We hebben de vaardigheid vergeleken van de leermomenten medio en eind jaargroep 7 en medio en eind jaargroep 8. Over de periode medio jaargroep 7 tot medio jaargroep 8 zien we bij alle onderwerpen een constante toename in de vaardigheid van de leerlingen. Daarna is er echter over het algemeen sprake van een terugval in het vaardigheidsniveau, vaak tot het niveau eind jaargroep 7.

zie de onderwerpen in de hoofdstukken 4, 5 en 6 | pagina 47, 133, 169

[47]

[133]

[169]

Effect van doorstroomkenmerk We hebben gevraagd naar welk type onderwijs de leerlingen zullen doorstromen. Voor elk onderwerp wordt van vier doorstroomniveaus het leerlandschap van de leerling geschetst aan de hand van de diverse voorbeeldopgaven. In grote lijnen tekent zich daarbij de volgende trend af: het gemiddelde niveau van leerlingen die de basisberoepsgerichte leerweg gaan volgen correspondeert met percentiële niveau 10, van de kaderberoepsgerichte leerweg met percentiële niveau 25, voor de gemengd theoretische leerweg met percentiële niveau 40 tot 50 en voor de toekomstige havo/vwo-leerlingen met percentiële niveau 75.

zie de onderwerpen in de hoofdstukken 4, 5 en 6 | pagina 47, 133, 169

Inhoud

[H.1]

[H.2]

[H.3]

[H.4]

[H.5]

[H.6]

	Samenvatting	2
	Inleiding	11
	1 De domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde einde basisonderwijs	13
	2 Het peilingsonderzoek	21
	2.1 De peilingsinstrumenten	23
	2.2 De steekproef van scholen en leerlingen	25
	2.3 De uitvoering van het onderzoek	27
	2.4 De analyse van de resultaten	27
	2.5 Het standaardenonderzoek	29
	2.6 Leerlandschappen	32
	2.7 De rapportage van de resultaten	33
	3 Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde	39
	3.1 Het gebruik van reken-wiskundemethoden	41
	3.2 Enkele aspecten van de onderwijsorganisatie	41
	3.3 Het gebruik van een zakrekenmachine	43
	3.4 Strategiegebruik bij bewerkingen	43
	3.5 Aspecten van het hoofdrekenen en het schattend rekenen	44
	4 Getallen en bewerkingen	47
	4.1 Getallen en getalrelaties	49
	4.2 Basisoperaties: optellen en aftrekken	57
	4.3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen	63
	4.4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken	69
	4.5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen	77
	4.6 Schattend rekenen	85
	4.7 Bewerkingen: optellen en aftrekken	93
	4.8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	101
	4.9 Samengestelde bewerkingen	110
	4.10 Rekenen met een zakrekenmachine	116
	Strategiegebruik bij het oplossen van deelsommen	125
	5 Verhoudingen, breuken en procenten	133
	5.1 Verhoudingen	135
	5.2 Breuken	145
	5.3 Procenten	154
	5.4 Tabellen en grafieken	163
	6 Meten en meetkunde	169
	6.1 Meten: lengte	171
	6.2 Meten: oppervlakte	178
	6.3 Meten: inhoud	185
	6.4 Meten: gewicht	191
	6.4 Meten: toepassingen	198
	6.6 Meetkunde	204
	6.7 Tijd	209
	6.8 Geld	215

7	Verschillen tussen leerlingen	223
7.1	Inleiding	225
7.2	Het effect van formatiegewicht	225
7.3	Het effect van stratum	227
7.4	Het effect van geslacht	228
7.5	Het effect van leertijd	229
7.6	Het effect van afnamejaar	229
7.7	Het summatieve effect van methoden	236
	Literatuur	238



... Peilingsonderzoek is een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs.

Inleiding

In 1986 is in opdracht van de Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen het project Periodieke Peiling van het Onderwijs-niveau (PPON) gestart. Het belangrijkste doel van het project is periodiek gegevens verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en het speciaal basisonderwijs om daarmee een empirische basis te bieden voor de algemene maatschappelijke discussie over de inhoud en het niveau van het onderwijs. Het onderzoek richt zich in hoofdzaak op een drietal vragen:

- Waaruit bestaat het onderwijsaanbod in een bepaald leer- en vormingsgebied?
- Welke resultaten in termen van kennis, inzicht en vaardigheden, welke competenties zo men wil, zijn er in de betreffende onderwijsfase in een leerstofdomein gerealiseerd?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen in aanbod en opbrengst zijn er in de loop van de tijd te traceren?

Een van de uitgangspunten van peilingsonderzoek is dat zoveel mogelijk getracht wordt een nauwkeurig en gedetailleerd beeld van de vaardigheden van leerlingen te schetsen. In dit geval betreft het de rekenvaardigheid van leerlingen aan het einde van het basisonderwijs. Daarmee is peilingsonderzoek een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs (Netelenbos, 1995). Maar daarnaast zijn de resultaten van peilingsonderzoek van belang voor allen – onderwijsorganisaties, onderzoekers en ontwikkelaars van methoden, onderwijsbegeleiders en lerarenopleiders, inspectie, leraren basisonderwijs en ouders – die betrokken zijn bij de discussie over en de vormgeving en kwaliteit van het onderwijs in de basisschool.

In mei-juni 2004 is in jaargroep 8 van het basisonderwijs het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde aan het einde van de basisschool uitgevoerd. Eerder zijn peilingen uitgevoerd in 1987 (Wijnstra, 1988), in 1992 (Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996) en in 1997 (Janssen, Van der Schoot, Hemker en Verhelst, 1999). De opzet van de vierde rekenpeiling is inhoudelijk in belangrijke mate vergelijkbaar met die van eerdere rekenpeilingen.

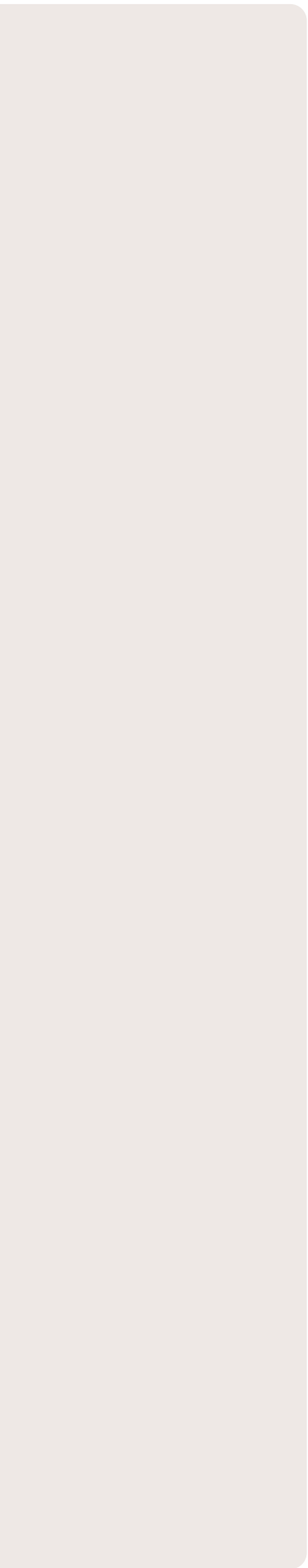
Het vierde peilingsonderzoek waarover in deze balans wordt gerapporteerd vond plaats tegelijk met het proefonderzoek voor een vernieuwd leerlingvolgsysteem voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. De resultaten van dit proefonderzoek konden daardoor ook gebruikt worden bij het peilingsonderzoek,

zodat het nu mogelijk is de resultaten einde basisonderwijs te relateren aan de resultaten van leerlingen op eerdere leermomenten. Naast deze vergelijking van leermomenten is nu ook het doorstroomkenmerk van leerlingen aan het einde van het basisonderwijs in de analyses betrokken. Voor elk onderwerp kunnen we nu aan de hand van de voorbeeldopgaven ‘het leerlandschap’ schetsen voor vier doorstroomniveaus, te weten basisberoepsgericht, kaderberoepsgericht, gemengd theoretisch en havo-vwo-niveau.

Vergeleken met de vorige balans is in de opzet van de balans weinig veranderd. In hoofdstuk 1 beschrijven we het leerstofdomein voor rekenen-wiskunde zoals dat voor dit vierde peilingsonderzoek is uitgewerkt. Ook schenken we daarbij aandacht aan de relatie met de kerndoelen basisonderwijs. De vormgeving en uitvoering van het onderzoek beschrijven we in hoofdstuk 2. Daarbij schenken we met name aandacht aan de toelichting op de vaardigheidsschaal in de hoop deze afbeeldingen voor de lezer meer toegankelijk te maken. De resultaten van de inventarisatie van het onderwijsaanbod rapporteren we in hoofdstuk 3. De resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen beschrijven we per deelgebied in de hoofdstukken 4, 5 en 6. We illustreren de resultaten van de leerlingen telkens met behulp van diverse opgaven en laten aan de hand daarvan zien wat leerlingen op verschillende niveaus van vaardigheid wel of niet kunnen. We geven daarvan een samenvattend overzicht in de vorm van ontwikkelingslijnen, relateren de resultaten aan standaarden vastgesteld op basis van oordelen van geïnformeerde experts en we beschrijven per onderwerp verschillen tussen groepen leerlingen op basis van formatiegewicht, geslacht, leermoment, peilingsjaar en doorstroomkenmerk. In hoofdstuk 7 doen we, meer in samenvattende zin, verslag van de effectschattingen voor verschillende achtergrondkenmerken van leerlingen.

Ten slotte is het ons een groot genoegen in deze balans een bijdrage te kunnen opnemen van Kees van Putten die met zijn studenten onderzoek heeft gedaan naar de oplossingsstrategieën van leerlingen op het gebied van de deelbewerkingen en daarmee duidelijke oorzaken heeft kunnen aanwijzen voor het teruglopende resultaat op dit onderdeel van het peilingsonderzoek.

Frank van der Schoot
projectleider PPON



[01] Domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde einde basisonderwijs

De domeinbeschrijving van het leerstofgebied rekenen-wiskunde vormt de inhoudelijke basis voor het peilingsonderzoek, met name voor de ontwikkeling van de instrumenten om vaardigheden bij leerlingen te meten. Zij bestaat uit een structurele beschrijving van het leerstofgebied in de vorm van een geordende lijst van leer- en vormingsdoelen. De domeinbeschrijving voor rekenen-wiskunde dekt de kerndoelen basisonderwijs voor rekenen-wiskunde.

... Uitgangspunt voor peilingsonderzoek is de beschrijving van competenties van leerlingen op nauwkeurig omschreven, didactisch betekenisvolle eenheden van beperkte omvang.



[01] De domeinbeschrijving voor de peiling rekenen-wiskunde einde basisonderwijs

Deze balans beschrijft de resultaten van het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde aan het einde van de basisschool dat in de maanden mei en juni 2004 in jaargroep 8 heeft plaatsgevonden. Daarnaast zijn voor deze balans ook gegevens gebruikt die in 2003 en 2004 halfjaarlijks in de jaargroepen 6, 7 en 8 zijn verzameld voor de vernieuwing van het onderdeel rekenen-wiskunde van het Cito Leerling- en onderwijsvolgsysteem.

Eerdere peilingsonderzoeken zijn uitgevoerd in de jaren 1987, 1992 en 1997

(zie respectievelijk Wijnstra, 1988; Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996; Janssen, Van der Schoot, Hemker en Verhelst, 1999).

Na de vaststelling van de eerste domeinbeschrijving voor de peiling van 1987 zijn de domeinbeschrijvingen voor volgende peilingen telkens opnieuw doorgelicht en op onderdelen gewijzigd om zoveel mogelijk aan te sluiten bij de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.

Daarbij is onder andere gebruikgemaakt van de nieuwe reken-wiskundemethoden voor het basisonderwijs, de verschillende edities van de kerndoelen (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 1993a, 1998, 2004) en de beschrijvingen van leerlijnen en tussen-doelen voor de bovenbouw van met name de onderwerpen Getallen en bewerkingen (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys en Treffers, 2000).

Ook voor deze vierde peiling is de domeinbeschrijving op onderdelen opnieuw aangepast. Het onderwerp *Hoofdrekenen*:

basisoperaties uit de peiling van 1997 is voor de peiling van 2004 gesplitst in twee afzonderlijke onderwerpen, namelijk *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*.

Daarmee sluiten we aan bij de indeling die ook bij de onderdelen hoofdrekenen en bewerkingen wordt gebruikt.

Binnen het domein *Breuken, procenten en verhoudingen* maakten we in vorige peilingen voor elk van de drie onderdelen onderscheid tussen 'basiskennis en begrip' en 'toepassingen' en daarnaast onderscheidden we binnen het onderdeel 'breuken' nog de hoofdbewerkingen 'optellen en aftrekken' en 'vermenigvuldigen en delen'. Voor de peiling in 2004 hebben we deze onderverdelingen samengevoegd tot de drie onderwerpen

Verhoudingen, Breuken en Procenten.

Door deze samenvoegingen kunnen de opgaven van deze onderwerpen beter in hun onderlinge relatie bekeken worden en sluit de indeling geheel aan bij wat in het onderwijs als een didactische eenheid wordt gezien. Omdat het verhoudingsdenken voorafgaat aan het aanleren van breuken en procenten is ook de volgorde van de onderwerpen aangepast. Aan het domein – nu dus aangeduid als *Verhoudingen, breuken en procenten* – is het onderwerp *Tabellen en grafieken* toegevoegd. Bij het domein *Meten* is het onderwerp *Geld* vanwege de invoering van de euro in 2002 inhoudelijk geheel vernieuwd.

Door deze wijzigingen is het aantal onderwerpen waarover gerapporteerd wordt, uitgekomen op 22. De onderwerpen zijn verdeeld over drie domeinen:

- *Getallen en bewerkingen* met tien onderwerpen;
- *Verhoudingen, breuken en procenten* met vier onderwerpen;
- *Meten, meetkunde, tijd en geld* met acht onderwerpen.

We geven hieronder een korte karakteristiek van de verschillende onderwerpen. In de hoofdstukken 4, 5 en 6 is voor elk onderwerp een meer uitvoerige beschrijving van de inhoud opgenomen.

Het domein Getallen en bewerkingen

Het domein *Getallen en bewerkingen* vormt een samenhangend gebied dat belangrijke aspecten van gecijferdheid van leerlingen omvat. Gecijferdheid verwijst naar verschillende aspecten van getalbegrip en rekenvaardigheid waarbij getallen, operaties en toepassingen aan elkaar gerelateerd zijn. Het domein omvat de volgende tien onderwerpen.

1 Getallen en getalrelaties

Bij dit onderwerp staan centraal het doorzien van de structuur van de telrij, de structuur van getallen en de relaties tussen getallen.

2 Basisoperaties: optellen en aftrekken

Bij dit onderwerp richten we ons op elementaire optellingen en aftrekkingen, die

snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van parate kennis, memoriseerde en geautomatiseerde kennis, begrip van getallen, relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen en bewerkingen. De opgaven van dit onderwerp worden onder condities met een tijdslimiet afgenomen.

3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

Hierbij gaat het om elementaire vermenigvuldigingen en delingen, die snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van parate kennis, memoriseerde en geautomatiseerde kennis, begrip van getallen, relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen en bewerkingen. De opgaven van dit onderwerp worden onder condities met een tijdslimiet afgenomen.

4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

De opgaven bij dit onderwerp betreffen de vaardigheid van de leerlingen om de bewerkingen optellen en aftrekken vlot, handig en inzichtelijk te kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. De opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten 'uit het hoofd' – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp betreft het de vaardigheid de bewerkingen vermenigvuldigen en delen vlot, handig en inzichtelijk uit te voeren. Daarbij gebruikt de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten. De opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten 'uit het hoofd' – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

6 Schattend rekenen

Ook bij schattend rekenen spelen eigenschappen van bewerkingen, het kunnen uitvoeren van basisoperaties en het inzicht in getallen (onder andere in de orde van grootte van getallen, de ligging van getallen in de getallenrij en de structuur van getallen) een belangrijke rol. Vooral het kunnen afronden en weten wat de orde van grootte van een getal is, zijn bij dit onderdeel erg belangrijk. Bij schattend rekenen wordt van leerlingen verwacht dat zij bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven. Ook deze opgaven worden zonder tijdslimiet aan de leerlingen voorgelegd en moeten 'uit het hoofd' – dat is zonder uitrekenpapier – worden opgelost.

7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Dit onderwerp betreft de bewerkingen optellen en aftrekken waarbij de leerlingen wel uitrekenpapier mogen gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven is meestal ook zodanig dat het nodig of wenselijk is tussenuitkomsten te noteren of een standaardcijferprocedure toe te passen.

8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderwerp betreft het de bewerkingen vermenigvuldigen en delen waarbij de leerlingen wel uitrekenpapier mogen gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven is ook weer zodanig dat het nodig of wenselijk is tussenuitkomsten te noteren of een standaardcijferprocedure uit te voeren.

9 Samengestelde bewerkingen

Bij de opgaven van dit onderwerp moeten meerdere operaties (bijvoorbeeld zowel een optelling als een deling) uitgevoerd worden. Daarbij mogen de leerlingen uitrekenpapier gebruiken om tussenuitkomsten te noteren of kunnen de leerlingen op papier een of meer standaardcijferprocedures uitvoeren.

10 Rekenen met een zakrekenmachine

Het onderwerp *Rekenen met een zakrekenmachine* is in dit domein opgenomen omdat het naar type opgaven hier het best bij past. De belangrijkste functie van de

Domeinen en onderwerpen voor de peiling rekenen-wiskunde in 2004

Domeinen	Onderwerpen
1 Getallen en bewerkingen	1 Getallen en getalrelaties 2 Basisoperaties: optellen en aftrekken 3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen 4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen 6 Schattend rekenen 7 Bewerkingen: optellen en aftrekken 8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 9 Samengestelde bewerkingen 10 Rekenen met een zakrekenmachine
2 Verhoudingen, breuken en procenten	11 Verhoudingen 12 Breuken 13 Procenten 14 Tabellen en grafieken
3 Meten, meetkunde, tijd en geld	15 Meten: lengte en omtrek 16 Meten: oppervlakte 17 Meten: inhoud 18 Meten: gewicht 19 Meten: toepassingen 20 Meetkunde 21 Tijd 22 Geld

zakrekenmachine is immers om snel en vaardig meer ingewikkelde bewerkingen uit te kunnen voeren.

Bij alle onderwerpen van dit domein zijn opgaven met gehele getallen en komma-getallen opgenomen. Bij de onderwerpen *Schattend rekenen* en *Rekenen met een zakrekenmachine* komen daarnaast opgaven voor met breuken, gemengde getallen en procenten.

Bij elk onderwerp bevat de opgavenverzameling opgaven zonder context en opgaven met context, waarbij de leerlingen in diverse situaties met numerieke gegevens moeten opereren.

Bij de onderwerpen over basisoperaties (onderwerpen 2 en 3), hoofdrekenen (onderwerpen 4 en 5) en schattend rekenen (onderwerp 6) mogen de leerlingen geen gebruikmaken van uitrekenpapier. De getallenkeuze is bij deze onderwerpen zodanig dat bij het uitvoeren van de bewerking zo weinig mogelijk een beroep op het geheugen wordt gedaan. Bij deze onderwerpen is er door de toetsleiders bij de instructie aan de leerlingen expliciet op gewezen dat de opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden.

Bij de bewerkingen zijn de leerlingen er expliciet op gewezen gebruik te maken van de beschikbare ruimte in het toetsboekje voor het noteren van tussenoplossingen of voor het uitrekenen met een standaardcijferprocedure.

Het domein Verhoudingen, breuken en procenten

Verhoudingen kunnen beschreven worden in verhoudingentaal (één op de tien kinderen), in breukentaal (een kwart van de bevolking) of met procenten (20 procent van de aanwezigen). Begrip van verhoudingen houdt in dat de relatie kan worden gelegd tussen die verschillende beschrijvingen van verhoudingen. Daarnaast kan van tabellen en grafieken gezegd worden dat hun belangrijkste functie is de verhouding tussen absolute of relatieve grootheden overzichtelijk in beeld te brengen. Binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* onderscheiden we de volgende onderwerpen.

11 Verhoudingen

Bij dit onderwerp moeten kinderen elementaire verhoudingsproblemen oplossen, waarbij ook berekeningen uitgevoerd moeten worden. Er zijn ook enkele opgaven opgenomen die betrekking hebben op het werken met schaallijnen en schaal en op verhoudingsgewijs vergelijken.

12 Breuken

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken en rekenen. Concreet betekent dat onder andere: breuken op een getallenlijn plaatsen, breuken omzetten in kommagetallen, breuken vereenvoudigen en breuken als gemengd getal schrijven. Daarnaast moeten leerlingen elementaire operaties (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met breuken kunnen uitvoeren en die vaardigheid in contexten kunnen toepassen. De breuken en gemengde getallen die daarbij voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde.

13 Procenten

Bij dit onderwerp staat allereerst het begrijpen van wat procenten zijn centraal. Dat betekent onder andere inzien dat het geheel 100 procent is en dat we de grootte van een deel van een geheel met procenten kunnen aanduiden. Ook moet de relatie tussen procenten enerzijds en breuken en verhoudingen anderzijds voorzien worden. Percentages worden gebruikt in allerlei contexten. Daarbij staat niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Naast het toepassen van de procedure waarbij eerst één procent uitgerekend wordt, is het soms efficiënter het percentage om te zetten naar een breuk of gebruik te maken van verhoudingen.

14 Tabellen en grafieken

Tabellen en grafieken worden gebruikt om kwantitatieve gegevens op een compacte en overzichtelijke manier weer te geven. Tabellen en grafieken worden ook wel bij opgaven van andere rekenonderwerpen gebruikt, om gegevens geordend te presenteren. Met de opgaven van dit onderwerp kunnen we expliciet rapporteren over de vaardigheid van leerlingen in het lezen van tabellen en grafieken en over het kunnen opereren op basis van gegevens uit tabellen en grafieken.

Het domein Meten, meetkunde, tijd en geld

Voor het domein *Meten* is gekozen voor een indeling die hoofdzakelijk gebaseerd is op inhoudelijke aspecten. Het domein *Meten, meetkunde, tijd en geld* bevat nu de volgende acht onderwerpen.

15 Meten: lengte

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van de meetaspecten lengte en omtrek, zoals het aflezen van meetinstrumenten en het onderling herleiden van lengtematen.

Het meetaspect omtrek ligt in het verlengde van het meetaspect lengte en wordt daarom tot dit onderwerp gerekend.

16 Meten: oppervlakte

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip met betrekking tot het meetaspect oppervlakte, zoals het afpassen met natuurlijke oppervlaktematen en het onderling herleiden van enkele veel voorkomende oppervlaktematen.

17 Meten: inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van het meetaspect inhoud, afpassen met natuurlijke maten en het onderling herleiden van enkele veel voorkomende inhoudsmaten.

18 Meten: gewicht

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van het meetaspect gewicht, zoals het aflezen van meetinstrumenten en het onderling herleiden van gewichtsmaten.

19 Meten: toepassingen

Bij dit onderwerp overschrijden we de afzonderlijke meetgebieden. Dat is bijvoorbeeld het geval als de leerling een relatie moet leggen tussen tijd en afstand of tussen omtrek en oppervlakte of oppervlakte en prijs.

20 Meetkunde

Hierbij gaat het om eenvoudige begrippen waarmee de ruimte meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. Centraal bij dit onderwerp staat de vaardigheid 'ruimtelijk redeneren'.

21 Tijd

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in toepassingssituaties.

22 Geld

Hierbij gaat het om toepassingsgericht rekenen met geld waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden.

De relatie tussen de kerndoelen basisonderwijs en de domeinbeschrijving

In 1993 zijn kerndoelen voor het basisonderwijs vastgesteld en gepubliceerd (OCW, 1993a). De kerndoelen beschrijven de leerstof die in het basisonderwijs moet worden onderwezen. In een meer recente publicatie (OCW, 1998) zijn de kerndoelen voor een aantal leerstofdomeinen herzien, echter niet voor het leerstofgebied rekenen-wiskunde. Bij de wijzigingen binnen de domeinbeschrijving voor deze vierde rekenpeiling is ervoor gezorgd dat de volledige dekking van de kerndoelen, zoals ook voor eerdere peilingen het geval was, gehandhaafd blijft. De relatie tussen de kerndoelen en de domeinbeschrijving voor de vierde rekenpeiling is in onderstaand schema in kaart gebracht.

In 2004 heeft OCW het *Voorstel herziene kerndoelen basisonderwijs* (OCW, 2004) gepubliceerd. De vraag is dan in hoeverre het peilingsonderzoek in 2004 aansluit bij dit voorstel tot herziening van de kerndoelen voor rekenen-wiskunde.

Het voorstel betekent in vergelijking met eerdere kerndoelpublicaties een belangrijke versoepeling of comprimering zo men wil van het aantal kerndoelen uit eerdere edities. In het laatste kerndoelenoverzicht uit 1998 onderscheidde men nog 23 kerndoelen voor rekenen-wiskunde, terwijl dat nu in het voorstel tot herziening is teruggebracht tot elf kerndoelen. In feite is het zelfs zo dat het aantal van 23 kerndoelen is teruggebracht tot acht kerndoelen omdat de eerste drie kerndoelen niet eerder in het overzicht voorkwamen. Overigens is deze herziening voor het peilingsonderzoek van ondergeschikt belang. Het peilingsonderzoek beoogt immers de opbrengsten van het basisonderwijs in beeld te brengen. Daarbij moet het onderzoek zo mogelijk wel dekkend zijn voor de kerndoelen maar het behoeft zich niet te beperken tot de kerndoelen. Kerndoelen bedoelen toch een soort minimumgrens aan te geven en men mag van het onderwijs verwachten dat het zich daartoe niet beperkt.

Domeinen/kerndoelen	Onderwerpen peiling rekenen-wiskunde
A Vaardigheden	
1 De leerlingen kunnen met wisselende eenheden tellen en terugtellen.	Vormt een onderdeel van de rekenpeiling medio basisonderwijs.
2 De leerlingen kennen uit het hoofd optel- en vermenigvuldigtafels tot tien.	Vormt een onderdeel van de rekenpeiling medio basisonderwijs.
3 De leerlingen kunnen eenvoudige hoofdrekenopgaven vlot uitrekenen, waarbij ze verschillende bewerkingen inzichtelijk toepassen.	2 Basisoperaties: optellen en aftrekken 3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen 4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen 6 Schattend rekenen
4 De leerlingen kunnen schattend rekenen, ook met breuken en decimale breuken, door de uitkomst globaal te bepalen.	
5 De leerlingen hebben inzicht in de structuur van de gehele getallen en inzicht in het positiesysteem van de decimale getallen.	1 Getallen en getalrelaties
6 De leerlingen kunnen de rekenmachine met inzicht gebruiken.	10 Rekenen met een zakrekenmachine
7 De leerlingen kunnen een eenvoudige, niet in wiskundige taal aangeboden probleemstelling zelf in wiskundige termen omzetten.	Contextopgaven zijn feitelijk bij alle onderwerpen opgenomen.
B Cijferen	
8 De leerlingen kunnen de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens standaardprocedures of varianten daarvan uitvoeren en deze in eenvoudige situaties toepassen.	7 Bewerkingen: optellen en aftrekken 8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 9 Samengestelde bewerkingen
C Verhoudingen en procenten	
9 De leerlingen kunnen verhoudingen vergelijken.	11 Verhoudingen
10 De leerlingen kunnen eenvoudige verhoudingsproblemen oplossen.	11 Verhoudingen
11 De leerlingen kennen het begrip 'procent' en kunnen in eenvoudige situaties praktische procentberekeningen uitvoeren.	13 Procenten
12 De leerlingen begrijpen het verband tussen verhoudingen, breuken en decimale breuken.	11 Verhoudingen 12 Breuken 13 Procenten
D Breuken en decimale breuken	
13 De leerlingen weten dat aan een breuk en een decimale breuk op verschillende manieren betekenis kan worden gegeven.	1 Getallen en getalrelaties 12 Breuken
14 De leerlingen kunnen breuken en decimale breuken op een getallenlijn plaatsen en breuken in decimale breuken omzetten, ook met een rekenmachine.	1 Getallen en getalrelaties 10 Rekenen met een zakrekenmachine 12 Breuken
15 De leerlingen kunnen in eenvoudige toepassingssituaties, met gebruikmaking van modellen eenvoudige breuken en decimale breuken vergelijken, optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen.	12 Breuken
E Meten	
16 De leerlingen kunnen klok kijken en tijdsintervallen berekenen, ook met behulp van de kalender.	21 Tijd
17 De leerlingen kunnen in alledaagse situaties met geld rekenen.	22 Geld
18 De leerlingen hebben inzicht in de relatie tussen de belangrijkste grootheden en de bijbehorende maateenheden.	15 Meten: lengte 16 Meten: oppervlakte 17 Meten: inhoud 18 Meten: gewicht 19 Meten: toepassingen
19 De leerlingen kennen de gangbare maten van lengte, oppervlakte, inhoud, tijd, snelheid, gewicht en temperatuur en kunnen deze in eenvoudige toepassingssituaties hanteren.	eveneens de onderwerpen 15–19, eventueel ook 21
20 De leerlingen kunnen eenvoudige tabellen en grafieken lezen en deze in eenvoudige situaties op grond van eigen metingen zelf samenstellen.	14 Tabellen en grafieken

Domeinen	Onderwerpen
F Meetkunde	
21 De leerlingen beschikken over eenvoudige noties en begrippen waarmee zij ruimte meetkundig kunnen ordenen en beschrijven.	22 Meetkunde
22 De leerlingen kunnen ruimtelijk redeneren. Zij bedienen zich daarbij van bouwsels, plattegronden, kaarten, en foto's en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal.	11 Verhoudingen (met name voor het schaalbegrip) 15 Meten: lengte
23 De leerlingen kunnen schaduwbeelden verklaren, figuren samenstellen en bouwplaten van regelmatige objecten ontwerpen en herkennen.	22 Meetkunde
* Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). Kerndoelen basisonderwijs 1998. Den Haag, Sdu.	

De nieuw verwoorde kerndoelen betreffen drie kerndoelen op het gebied van het wiskundig inzicht en handelen en luiden:

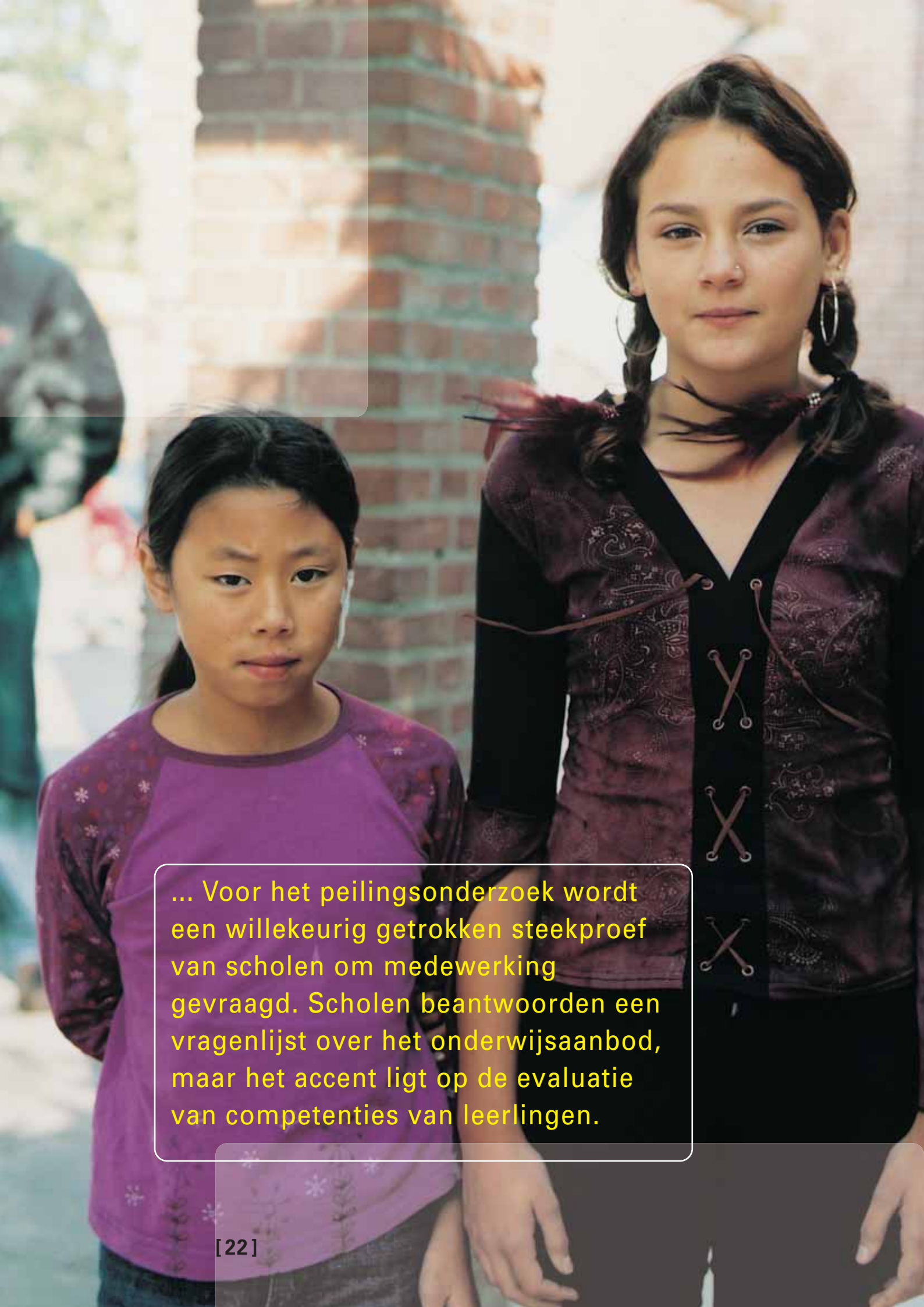
- De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.
- De leerlingen leren praktische en formele reken-wiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.
- De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van reken-wiskundeproblemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.

Deze kerndoelen zijn niet eerder als zodanig geformuleerd, maar ze zijn natuurlijk wel in reken-wiskundemethoden veelal impliciet aanwezig. Het zijn dan niet zozeer doelen op zichzelf, maar het hele didactische proces is gebaseerd op de communicatie over de problemen en over de oplossing van die

problemen. Men kan zich dan ook de vraag stellen in hoeverre hier sprake is van leerdoelen dan wel van de verwoording van een gewenste didactische aanpak. In het peilingsonderzoek is aan deze aspecten aandacht besteed, voorzover immers in individuele afnames onderzoek wordt gedaan naar oplossingsstrategieën van leerlingen. Te verwachten is overigens wel dat naarmate leerlingen opgaven beter beheersen zij ook beter in staat zullen zijn hun wiskundig inzicht en handelen adequaat te verwoorden. Voor het overige bevat het voorstel tot herziening voor het leerstofgebied rekenen-wiskunde kerndoelen op de aspecten *Getallen en bewerkingen* en *Meten en meetkunde* die niet moeilijk zijn terug te vinden in de onderwerpen van deze balans.

[02] Het peilingsonderzoek

De belangrijkste aspecten van het peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde zijn de verschillende peilingsinstrumenten zoals vragenlijst en toetsen, de steekproef van scholen en leerlingen, de wijze waarop het onderzoek wordt uitgevoerd en de procedure die is gevolgd voor het vaststellen van de standaarden. Een nieuw element in de rapportage zijn de leerlandschappen en daarop geven we een korte inleiding. We besluiten het hoofdstuk met een beschrijving van de kwalitatieve eigenschappen van de vaardigheidsschalen en met een toelichting op de in de rapportage gebruikte afbeeldingen.



... Voor het peilingsonderzoek wordt een willekeurig getrokken steekproef van scholen om medewerking gevraagd. Scholen beantwoorden een vragenlijst over het onderwijsaanbod, maar het accent ligt op de evaluatie van competenties van leerlingen.

Het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde in jaargroep 8 vond plaats in de periode mei/juni 2004. Het peilingsonderzoek is uitgevoerd tegelijk en in samenhang met het onderzoek in de jaargroepen 6 en 7 voor een nieuw te ontwikkelen leerlingvolgsysteem. Dat hield in dat een deel van de opgaven uit het leerlingvolgsysteem ook in het peilingsonderzoek zijn afgenomen en omgekeerd opgaven voor het peilingsonderzoek zijn ook afgenomen in het LVS-onderzoek. Het voordeel van deze constructie is dat voor de beschrijving van de leerresultaten van een veel uitgebreidere opgavenverzameling gebruikgemaakt kan worden. Bij de beschrijving van de leerlingresultaten zullen we nu ook de resultaten van leerlingen op drie aanvullende leermomenten beschrijven, namelijk halverwege en eind jaargroep 7 en halverwege jaargroep 8.

2.1 De peilingsinstrumenten

Met de peilingsinstrumenten verzamelen we informatie over het onderwijsaanbod, de rekenvaardigheid van de leerlingen en over enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen. Het onderwijsaanbod inventariseren we – op overigens bescheiden schaal – met een aanbodvragenlijst. De rekenvaardigheid van de leerlingen onderzoeken we met schriftelijke toetsen. Met de leerlingenlijst verzamelen we achtergrondgegevens van de leerlingen. Deze gegevens gebruiken we voor het schatten van de effecten van leerlingkenmerken op de rekenprestaties van de leerlingen.

De aanbodvragenlijst

Gegevens over het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde inventariseren we met behulp van een schriftelijke aanbodvragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8, zodat we in grote lijnen een beeld kunnen schetsen van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de bovenbouw van het basisonderwijs. De lijst bevat vragen over:

- de lestijd, de methode en aanvullend lesmateriaal;
- differentiatievormen, zorgverbreding en remediëring binnen het reken-wiskunde-onderwijs;
- het gebruik van de zakrekenmachine in het onderwijs;
- de algoritmen die voor het cijferend rekenen worden aangeleerd;

- de aandacht voor hoofdrekenen en schattend rekenen.

In hoofdstuk 3 beschrijven we de resultaten van deze inventarisatie van het onderwijsaanbod.

De toetsen

In voorgaande peilingsonderzoeken is steeds voor elk onderwerp uit de domeinbeschrijving een afzonderlijke toets samengesteld. Iedere leerling kreeg in het onderzoek een set met drie toetsen voorgelegd en maakte dus opgaven van drie verschillende onderwerpen. Het onderzoeksdesign voor het vierde peilingsonderzoek is ingrijpend gewijzigd. Er is nu gekozen voor een design waarbij alleen voor de basisautomatismen, het hoofdrekenen, het schattend rekenen en voor het rekenen met de zakrekenmachine afzonderlijke toetsen zijn samengesteld. De opgaven voor de overige onderwerpen zijn systematisch over de toetsboekjes verdeeld zodanig dat elk toetsboekje opgaven over meerdere onderwerpen bevatte. Daardoor corresponderen deze toetsboekjes met de gebruikelijke opzet van rekentoetsen waarbij leerlingen immers ook opgaven uit diverse onderwerpen krijgen voorgelegd.

Zoals eerder aangegeven vond het peilingsonderzoek plaats in een 'zwaluwstaartconstructie' met onderzoek voor het leerlingvolgsysteem. Dat wil zeggen dat een deel van de opgaven – ongeveer een zesde deel – ontleend is aan opgaven ontwikkeld ten behoeve van LVS-toetsen voor medio jaargroep 8. In totaal omvatte het peilingsonderzoek 542 opgaven. Voor de meeste onderwerpen kunnen we nu op grond van deze constructie de ontwikkeling in vaardigheid schetsen vanaf medio jaargroep 7. Er zijn in totaal 18 sets met drie toetsboekjes samengesteld met per toetsboekje gemiddeld ongeveer 30 opgaven. Elke opgave komt – in wisselende samenstellingen – voor in drie sets. De sets zijn vooraf zodanig geassembleerd dat leerlingen per groep zoveel mogelijk verschillende sets kregen toegewezen. Daarnaast maakten de leerlingen, meestal aan het eind van de ochtend, nog een rekendictee.

De eerste toets in iedere set was een *hoofdreken*toets soms in combinatie met een toets 'rekenen met de zakrekenmachine'. Hoofdrekenen betreft het 'zonder uitrekenpapier' kunnen uitrekenen van relatief eenvoudige opgaven. Om voor zowel toetsleiders als leerlingen duidelijk te maken dat deze opgaven 'uit het hoofd en dus zonder

uitrekenpapier' opgelost moesten worden zijn de opgaven afgedrukt op lichtgeel papier. De opgaven voor het *rekenen met de zak-rekenmachine* waren op blauw papier afgedrukt zodat de toetsleider kon controleren welke leerlingen op welk moment een zak-rekenmachine nodig hadden.

De opgaven van de overige onderwerpen zijn op wit papier afgedrukt. Iedere set bevatte twee witte toetsboekjes. De toetsleiders hebben de opdracht gekregen de leerlingen er expliciet op te wijzen dat zij de beschikbare ruimte in deze boekjes als uitrekenpapier mochten gebruiken.

De *basisoperaties* zijn afgenomen in de vorm van rekendictees. De rekendictees zijn deels afgenomen volgens de LVS-procedure waarbij de toetsleider de opgaven klassikaal op kaarten presenteert en opleest en deels volgens de PPON-procedure waarbij gebruik wordt gemaakt van auditieve aanbieding via cassette of cd. Voor deze rapportage is alleen gebruikgemaakt van de resultaten uit de afnames met behulp van een geluidscassette of cd. Daarvoor zijn zes rekendictees samengesteld, elk bestaande uit 20 tot 24 opgaven. De leerlingen kregen een afzonderlijk klein rekendicteeboekje (A6-formaat) met op elke pagina één opgave, dit om te verhinderen dat leerlingen later tijdens de afname terug zouden gaan naar openstaande of vermoedelijk fout beantwoorde opgaven. Na de instructie aan de leerlingen startte de toetsleider de cassette of cd. Elke opgave werd een keer voorgelezen en na zeven seconden antwoordtijd volgde een signaal en werd de volgende opgave gepresenteerd.

De leerlingkenmerken

Met de leerlingenlijst vragen we achtergrondkenmerken van de leerlingen. Deze gegevens gebruiken we voor de analyses van verschillen tussen leerlingen. Het betreft dan gegevens over geslacht, leeftijd en het formatiegewicht van de leerling en in dit geval hebben we de leraren ook gevraagd aan te geven naar welk type voortgezet onderwijs de leerling komend jaar zal gaan. Deze variabele duiden we aan als het doorstroomkenmerk van de leerling.

De variabele leeftijd vervangen we door de variabele *leertijd* met de volgende twee categorieën:

- regulier, de leerlingen in jaargroep 8 die in dat schooljaar 12 jaar worden of jonger zijn;
- vertraagd, de oudere leerlingen.

De variabele *formatiegewicht* behoeft misschien enige toelichting. Het formatiegewicht wordt gebruikt voor de bepaling van de formatieomvang op een school. Voor de

bepaling van het formatiegewicht worden leerlingen gecategoriseerd naar een combinatie van opleidingsniveau, sociaal-economische status en etnische herkomst van de ouders. Er worden vijf formatiegewichten onderscheiden:

- 1.25 (nu factor 0.25) voor Nederlandse arbeiderskinderen (in termen van opleidings- en/of beroepsniveau van de ouders);
- 1.40 (nu factor 0.40) voor schipperskinderen in internaat of pleeggezin;
- 1.70 (nu factor 0.70) voor kinderen uit de reizende en trekkende bevolking;
- 1.90 (nu factor 0.90) voor kinderen uit gezinnen waarvan ten minste een van de ouders van niet-Nederlandse herkomst is (en beperkingen kent in opleidings- en beroepsniveau);
- 1.00 (nu factor 0.00) voor alle andere kinderen.

De formatiegewichten 1.40 en 1.70 komen nauwelijks of niet in de steekproef voor. Voor zover deze formatiegewichten voorkomen, worden zij gerekend tot de categorie 1.25. Veel scholen inventariseren deze gegevens overigens niet omdat te weinig leerlingen een gewicht hoger dan 1.00 hebben en er dus geen effect van uitgaat op de formatiebepaling van de school. In dat geval krijgen alle leerlingen het gewicht 1.00.

Overigens is per 1 december 1993 de definitie van formatiegewicht 1.25 aangepast (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 1993b). Voorheen werd dit formatiegewicht toegekend aan die leerlingen van wie één van beide ouders een lage opleiding genoten heeft. Vanaf december 1993 geldt de lage opleidings-eis voor beide ouders. Tot het schooljaar 1997–1998 heeft een overgangsregeling bestaan, maar vanaf 1 augustus 1997 is het aangescherpte criterium van kracht.

Concreet betekent dit dat een aantal leerlingen die voorheen formatiegewicht 1.25 zouden krijgen, nu onder formatiegewicht 1.00 valt. Het zal duidelijk zijn dat de aangescherpte definitie van formatiegewicht 1.25 ook gevolgen heeft voor het formatiegewicht 1.00. Het aantal leerlingen in de populatie met formatiegewicht 1.25 is afgenomen, terwijl het aantal leerlingen in de populatie met formatiegewicht 1.00 navenant is toegenomen.

De consequentie is verder dat de definitie van de formatiegewichten 1.00 en 1.25 in deze rekenpeiling niet meer gelijk zijn aan die van de formatiegewichten 1.00 en 1.25 in de eerdere rekenpeilingen. Bij de analyses van de verschillen tussen leerlingen moeten we rekening houden met de gewijzigde definitie wanneer we de resultaten van deze peiling vergelijken met die van de eerdere peilingen (zie ook paragraaf 2.4 en paragraaf 7.6).

Bij de analyse van de resultaten in relatie tot het *doorstroomkenmerk* van de leerling onderscheiden we de volgende vier categorieën:

- BB: basisberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met kaderberoepsgerichte leerweg);
- KB: kaderberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met gemengde of theoretische leerweg);
- GL: gemengde of theoretische leerweg (eventueel in combinatie met havo);
- HV: leerlingen met doorstroomkenmerk havo of vwo.

2.2 De steekproef van scholen en leerlingen

De stratumindeling voor de steekproeftrekking op basis van schoolscores

Peilingsonderzoek vindt altijd plaats bij een steekproef van basisscholen. Uitgaande van een gemiddelde jaargroepgrootte van

25 leerlingen per school was de gewenste steekproefomvang bepaald op 130 basisscholen, ongeveer 3200 leerlingen. Voor de steekproeftrekking zijn de scholen verdeeld in drie groepen of strata op basis van de schoolscore. De schoolscore is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen (zie paragraaf 2.1) en bestaat uit de ratio van het gewogen aantal leerlingen en het nominale aantal leerlingen, met aftrek van een correctieterm van het gewogen aantal leerlingen. Deze correctieterm bedraagt 9% van het nominale aantal leerlingen, waardoor de schoolscore (uitgaande van de voorheen geldende formatiegetallen) een bereik heeft van 0.91 tot 1.81. Deze stratumindeling weerspiegelt in globale termen een indeling van de schoolpopulatie op basis van de sociaal-economische achtergrond van de schoolbevolking.

De herdefinitie van het formatiegewicht 1.25 (zie paragraaf 2.1) heeft ook consequenties voor de variabele stratum. Immers, de variabele stratum is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen. De aangescherpte definitie van formatiegewicht 1.25 resulteert in minder leerlingen met formatiegewicht 1.25 en meer leerlingen met formatiegewicht 1.00. Dit heeft weer tot gevolg dat er in de populatie minder scholen zijn met een relatief hogere schoolscore. Bij een in vergelijking met vorige peilingen gelijkblijvende stratumindeling zouden er dan nog maar weinig scholen in stratum 2 en 3 voorkomen. Daarom is de stratumindeling aangepast. De stratumgrenzen zijn nu gelegd bij de schoolscores 1.00 en 1.20. In eerdere peilingen lagen deze grenzen bij de schoolscores 1.05 en 1.15. Net als bij de variabele formatiegewicht is met de wijziging van de stratumdefinitie rekening gehouden in de analyses van de verschillen tussen leerlingen (zie paragraaf 2.4 en paragraaf 7.3).

De stratumindeling van de basisscholen in 2004 (N = 7150)

Stratum	Schoolscore	Omschrijving	Omvang* in de populatie
Stratum 1	≤ 1.00	Overwegend kinderen van ouders met afgeronde voortgezette opleidingen, weinig allochtone kinderen.	61,2%
Stratum 2	1.01 – 1.20	Relatief meer Nederlandse arbeiders-kinderen, weinig allochtone kinderen.	25,5%
Stratum 3	> 1.20	Vooraf Nederlandse arbeiderskinderen en allochtone kinderen.	13,3%

* teldatumbestand oktober 2004

De respons binnen de steekproef naar stratum

	Stratum 1			Stratum 2			Stratum 3		
	omvang	respons	%	omvang	respons	%	omvang	respons	%
Basissteekproef	79	32	41	36	12	33	15	6	40
Reservesteekproef	153	43	28	74	20	27	47	9	19
Totaal / % beoogd		75	95		32	89		15	100
Uit LVS-steekproef		37			15			7	

De respons van scholen

Naar rato van de omvang van ieder stratum binnen de populatie basisscholen is een basissteekproef van 130 scholen getrokken. Voor elke school in de basissteekproef worden reservescholen getrokken met dezelfde of meest naastgelegen schoolscore. Gegeven de respons uit de basissteekproef zijn in tweede instantie voor elke niet-deelnemende school in stratum 1 en 2 drie reservescholen en in stratum 3 vier reservescholen aangeschreven. In totaal zijn er 404 scholen benaderd, waarvan er 122 (dat is 30,2%) aan het peilingsonderzoek hebben meegedaan. De redenen waarom scholen niet meedoen zijn verschillend. Vaak noemen zij de werkdruk als reden om

De verdeling van de formatiegewichten in de drie steekproefstrata

Stratum	Aantal leerlingen	Formatiegewicht		
		1.00	1.25	1.90
Stratum 1	1773	84%	11%	2%
Stratum 2	903	66%	22%	11%
Stratum 3	402	18%	14%	68%
Totaal	3078	70%	15%	13%

Percentage reguliere en vertraagde leerlingen naar formatiegewicht

Formatiegewicht	Regulier	Vertraagd
1.00	83%	17%
1.25–1.70	73%	27%
1.90	61%	38%

De samenstelling van de PPON-steekproef van leerlingen (en combinatie PPON + LVS)

	PPON (PPON + LVS) % scholen	% leerlingen jaargroep 8*
Stratum		
* 1	62 (62)	58
* 2	26 (26)	29
* 3	12 (12)	13
Geslacht		
* jongens		50
* meisjes		49
Leertijd		
* regulier		77
* vertraagd		21
Formatiegewicht		
* 1.00		70
* 1.25–1.70		15
* 1.90		13
Herkomst 1.90 leerlingen		
* Turkije		3,5
* Marokko, Tunesië		3,0
* Griekenland, Joegoslavië		0,6
* Spanje, Italië, Portugal		0,3
* Suriname, Nederlandse Antillen, Aruba		2,9
* overig/onbekend		2,9
Totaal aantal	122 (181)	3078
* wegens ontbrekende gegevens sommeren percentages niet altijd tot 100		

niet aan het onderzoek deel te nemen, of het feit dat het niet is in te passen in de geplande eindejaarsactiviteiten of soms dat men ook al meedoet aan ander onderzoek.

De definitieve steekproefomvang was 94% van de beoogde omvang van 130 scholen. Er hebben in totaal 3078 leerlingen aan het peilingsonderzoek meegedaan en daarmee is de beoogde steekproefomvang vrijwel gerealiseerd. De toetsen zijn door voldoende leerlingen gemaakt om een betrouwbaar beeld te kunnen schetsen van de rekenvaardigheid in de populatie leerlingen.

Wat de leerlingkenmerken betreft is het opvallend dat er onder jongens meer vertraagde leerlingen zijn dan onder meisjes (respectievelijk 23% en 20%). Het percentage vertraagde leerlingen neemt ook duidelijk toe met het formatiegewicht. Onder 1.00-leerlingen is het percentage vertraagde leerlingen 17%, onder 1.25-1.70-leerlingen is dat 27% en onder 1.90-leerlingen zelfs 38%.

Ongeveer 60 procent van de leerlingen in jaargroep 8 (2004) stroomt door naar het vmbo-onderwijs waarvan ongeveer de helft naar de gemengd theoretische leerweg en 40 procent naar havo-vwo. Wanneer we doorstroomkenmerk relateren aan formatiegewicht dan zien we een duidelijk verband tussen beide variabelen. In de tabel *Keuze voor voortgezet onderwijs* is per formatiegewicht de verdeling over de vier onderscheiden schooltypen aangegeven. Dan blijkt dat bijna 50 procent van de 1.00-leerlingen naar havo-vwo gaat, terwijl slechts 20 procent van de 1.25- en 1.90-leerlingen naar dit onderwijstype gaat.

Keuze voor type voortgezet onderwijs (% leerlingen)

Type voortgezet onderwijs	Formatiegewicht			
	1.00	1.25	1.90	Totaal
basisberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met kaderberoepsgerichte leerweg)	8,5	22,1	31,7	13,5
kaderberoepsgerichte leerweg (eventueel in combinatie met gemengde of theoretische leerweg)	10,3	23	16,6	12,9
gemengde of theoretische leerweg (eventueel in combinatie met havo)	31,5	32,6	28,9	30,9
havo en vwo	48,0	21,8	22,0	39,9
overig (onbekend/doubleren)	1,7	0,4	1,0	2,9

Anderzijds gaat slechts 8,5 procent van de 1.00-leerlingen naar de basisberoepsgerichte leerweg tegen 22 procent van de 1.25-leerlingen en 32 procent van de 1.90-leerlingen.

Binnen elk stratum is de verdeling van de steekproef van scholen over de schoolscores representatief voor de verdeling in de populatie. Ook wat de regionale spreiding betreft, zijn er binnen de steekproef geen significante afwijkingen ten opzichte van de schoolpopulatie gevonden.

2.3 De uitvoering van het onderzoek

Het onderzoek is uitgevoerd door vooraf geïnstrueerde toetsleiders. De toetsleiders bezochten meestal gedurende een ochtend een groep voor de afname van de toetsen. Nadat de toetsleider zichzelf en het onderzoek kort had geïntroduceerd, kreeg elke leerling een mapje met daarin de drie rekentoetsen. De toetsleider gaf vervolgens een klassikale instructie aan de hand van een drietal voorbeeldopgaven. Het eerste gele boekje in ieder mapje bevatte hoofdrekenopgaven die de kinderen uit het hoofd moesten uitrekenen en waarbij zij dus geen uitrekenpapier mochten gebruiken. In een deel van de mapjes zat naast een gele pagina ook een blauwe pagina met opgaven die de leerlingen met de zakrekenmachine moesten uitrekenen. De toetsleider was geïnstrueerd de leerlingen er expliciet op te wijzen dat zij in de andere twee boekjes de ruimte naast de opgaven wél als uitrekenpapier mochten gebruiken. Vóór de ochtendpauze maakten de leerlingen met een korte onderbreking twee rekentoetsen, na de ochtendpauze maakten zij de derde rekentoets. In principe was er voor de afname van de schriftelijke rekentoetsen 40 tot 45 minuten gereserveerd, maar meestal duurde de afname van een toets niet veel langer dan 30 minuten. De ochtend werd afgesloten met de klassikale afname van een rekendictee. Zie voor de gevolgde procedure paragraaf 2.1.

Op ongeveer de helft van de scholen vonden er in de namiddag bij enkele leerlingen (ongeveer zes per groep) individuele afnames van vijf of zes rekenopgaven plaats. De leerlingen werden op evenredige afstand uit een alfabetisch gerangschikte leerlingenlijst geselecteerd. Deze individuele afnames waren erop gericht enig inzicht te krijgen in en te kunnen rapporteren over de oplossingsprocedures die leerlingen bij het maken van

de opgaven gebruiken. Het betrof dan:

- hoofdrekenopgaven optellen en aftrekken,
- cijferend vermenigvuldigen en delen al of niet met een zakrekenmachine,
- opgaven uit het deelgebied verhoudingen, breuken en procenten.

Voor deze individuele afnames beschikten de toetsleiders over een afzonderlijke handleiding.

2.4 De analyse van de resultaten

Het vierde peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde is uitgevoerd in een zwaluwstaartconstructie met de onderzoeken die plaatsvonden voor de ontwikkeling van een nieuw leerlingvolgsysteem. In januari/februari en mei/juni 2004 zijn voor dit leerlingvolgsysteem onderzoeken gehouden in de bovenbouw van het basisonderwijs. De zwaluwstaartconstructie houdt in dat opgaven voor het PPON-onderzoek ook vertegenwoordigd waren in het LVS-onderzoek en omgekeerd. Dat biedt de mogelijkheid voor beide onderzoeken om van elkaars gegevens gebruik te kunnen maken. Met name ontstaat hierdoor voor de beide onderzoeken een veel bredere opgavenverzameling voor de resultaatanalyses.

Deze opzet betekent dat voor de analyse van de resultaten gebruik is gemaakt van drie gegevensbestanden:

- het gegevensbestand van het PPON-peilingsonderzoek in mei/juni 2004 in jaargroep 8,
- het gegevensbestand van de halfjaarlijkse onderzoeken in de jaargroepen 6, 7 en 8 voor het nieuwe leerlingvolgsysteem in 2003 en 2004,
- de gegevensbestanden van eerdere peilingsonderzoeken in 1987, 1992 en 1997 voor het onderzoek naar de vergelijking over de tijd (zie de afzonderlijke vaardigheidsschalen en paragraaf 7.6).

In eerste instantie zijn op basis van de gegevensbestanden uit het PPON- en LVS-onderzoek van mei/juni 2004 psychometrische analyses uitgevoerd met behulp van OPLM (Verhelst, Glas en Verstralen, 1993). Deze analyses hebben geresulteerd in 22 vaardigheidsschalen, een voor elk onderwerp. De tabel op pagina 28 geeft een overzicht van de psychometrische eigenschappen van deze vaardigheidsschalen.

Het kalibreren van een opgavenverzameling is vaak een omvangrijk werk. Het is hier niet de plaats om daar uitvoerig op in te gaan.

schaal	Discriminatie-indices			.05 VI	Verdeling van de p-waarden op S _i -toetsen													R1c-toets			Aantal leerlingen per opgave	
	aantal	geom.	range		-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-1,0	?	R1c	df	p	gem.	range		
	opgaven	gem.																				
Getallen en bewerkingen																						
Getallen en getalrelaties	128	1-6	3.0	4	6	15	15	14	13	12	13	12	11	10	3	1908,88	1363	.00	704	74-1835		
Basisoperaties:																						
optellen en aftrekken	37	2-6	3.0	5	3	2	3	2	1	3	5	4	3	4	1	207,08	137	.00	784	416-1669		
Basisoperaties:																						
vermenigvuldigen en delen	38	2-6	2.9	2	3	4	5	4	4	3	2	2	2	6	5	279,23	197	.00	827	400-2131		
Hoofdrekenen:																						
optellen en aftrekken	108	2-5	3.0	2	3	11	9	15	11	11	10	11	11	14		1564,34	1110	.00	687	150-1360		
Hoofdrekenen:																						
vermenigvuldigen en delen	107	1-5	3.0	1	9	11	14	16	9	13	7	8	12	7		1601,43	1137	.00	672	150-1349		
Schattend rekenen	133	1-5	3.0	5	6	11	20	18	7	12	21	12	10	11		1682,59	1325	.00	576	150-1200		
Cijferen:																						
optellen en aftrekken	61	2-5	2.9	0	1	7	6	5	8	4	6	12	8	4	1	746,34	683	.05	622	159-1693		
Cijferen:																						
vermenigvuldigen en delen	69	1-5	3.0	1	3	8	7	6	5	9	6	11	6	7		960,32	765	.00	594	155-1524		
Cijferen: toepassingen	39	2-5	2.9	3	1	6	4	2	6	2	6	1	6	2		679,93	470	.00	677	288-1583		
Zakrekenmachine	37	2-5	3.0	2	4	5	4	5	2	3	4	2	5	1		512,80	375	.00	549	346-1246		
Verhoudingen, breuken en procenten																						
Verhoudingen	124	1-6	3.0	9	7	15	13	13	14	15	9	12	7	10		2150,43	1546	.00	717	150-1860		
Breuken	130	1-5	3.0	4	5	21	11	17	14	14	12	5	13	14		2319,33	1734	.00	699	150-1712		
Procenten	108	1-6	3.0	12	8	13	13	12	4	12	4	8	16	6		2297,55	1536	.00	710	345-1791		
Tabellen en grafieken	24	1-6	3.1	1	1	2	5	1	3	3	2	2	2	1	1	276,46	164	.00	855	344-1262		
Meten en meetkunde																						
Meten: lengte	61	2-5	3.0	2	2	7	6	8	4	5	7	6	5	4	5	805,10	599	.00	619	75-1464		
Meten: oppervlakte	48	1-7	2.9	2	3	4	4	4	10	2	5	5	6	3		656,32	459	.00	609	155-1211		
Meten: inhoud	47	1-6	2.8	1	1	3	2	6	3	5	7	5	7	6	1	513,83	441	.01	610	159-1232		
Meten: gewicht	40	1-5	2.9	0	1	4	4	4	5	4	4	6	3	5		560,24	429	.00	696	155-1720		
Meten: toepassingen	49	1-6	2.8	5	2	5	6	6	5	5	3	5	4	3		645,89	503	.00	536	155-1781		
Meetkunde	47	1-6	3.0	4	4	4	4	3	6	2	4	5	4	7		545,12	440	.00	623	325-1306		
Tijd	59	1-5	3.1	0	6	7	4	5	10	9	2	4	4	5		869,08	685	.00	632	155-1311		
Geld	42	1-4	2.9	2	3	4	4	5	1	6	7	6	2	2		488,34	337	.00	492	155- 858		

Voor iedere vaardigheids-schaal is de omvang van de opgavenverzameling gegeven.

Range en geometrisch gemiddelde (geom.gem.) van de discriminatie-indices van deze opgaven. Deze indices bepalen de lengte van de op de vaardigheidsschalen afgebeelde IRT-segmenten: relatief hogere indices leiden tot kortere segmenten.

Overzicht van de overschrijdingskansen voor de S_i-toetsen (Verhelst, 1993). S_i-toetsen zijn bedoeld om tijdens de kalibratie van de opgavenverzameling model-schendingen op opgavenniveau te ontdekken. De tabel toont het eindresultaat van de kalibratie. In principe wordt een rechte verdeling verwacht over de onderscheiden intervallen, waarbij de eerste twee intervallen dan samengenomen moeten worden.

De R1c-toets is een globale toets die beschouwd kan worden als een combinatie van S_i-toetsen (Verhelst, 1993). De tabel bevat de toetsingsgrootheid R1c, de vrijheidsgraden (df) en de overschrijdingskans (p).

Ten slotte vermeldt de tabel hoeveel leerlingen de opgaven hebben gemaakt. Omdat het hier geen standaard toetsen betreft maar opgaven-verzamelingen, varieert meestal het aantal leerlingen per opgave in een verzameling. Per schaal wordt daarom het gemiddeld aantal leerlingen per opgave vermeld naast het minimum en maximum aantal (range).

In het intern projectmemo 'Kwaliteitscontrole van PPON-schalen' heeft Verhelst een aantal procedures bijeengezet die een rol kunnen spelen bij de kalibratie van de opgaven voor een vaardigheidsschaal. Zeker wanneer er onvoldoende passing wordt verkregen tussen opgaven en schaal, vinden er controles plaats op multidimensionaliteit van de opgavenverzameling en van homogeniteit van de leerlingpopulatie met betrekking tot de opgaven. Uiteindelijk wordt een opgavenverzameling verkregen waarvoor in principe geldt dat a) individuele opgaven binnen het model passen, b) opgaven in verschillende groepen op dezelfde wijze functioneren, dus onafhankelijk van de groep (vrijwel) dezelfde itemparameters hebben, c) er zoveel mogelijk een homogene verdeling is van de p-waarden op de Si-toetsen over het interval (0,1) met zo weinig mogelijk significante waarden en waarbij d) de R1c-toets niet significant is. Geconstateerd moet worden dat het laatste criterium bij geen van de schalen gerealiseerd is. Dit kan toegeschreven worden aan het grote aantal waarnemingen op de opgaven (vaak meer dan duizend per opgave) waardoor relatief kleine verschillen toch significant worden. Additionele analyses hebben dan inmiddels uitgewezen dat verdergaande itemselecties geen bijdrage meer leveren aan een verbetering van de R1c-toets, waarop de schaal dus niettemin wordt geaccepteerd. Significante afwijkingen worden geacht weinig betekenis te hebben zolang de waarde van de R1c niet veel afwijkt (niet meer dan een factor 1.5) van het aantal vrijheidsgraden van de toetsingsgrootte. Met factor 1.68 is dit alleen het geval bij de vaardigheidsschaal voor het onderwerp *Tabellen en grafieken*.

Vervolgens zijn er per onderwerp diverse additionele analyses uitgevoerd waarvan we de belangrijkste hieronder vermelden.

De eerste analyse betrof uitsluitend de gegevens van het PPON-onderzoek in jaargroep 8. Op basis van deze gegevens worden in de hoofdstukken 4, 5 en 6 de vaardigheden van leerlingen beschreven evenals de verschillen tussen leerlingen in relatie tot formatiegewicht, geslacht en doorstroomkenmerk. Voor een tweede analyse werden naast deze PPON-gegevens ook de gegevens uit het LVS-onderzoek op andere leermomenten betrokken waardoor een vergelijking gemaakt kan worden tussen de vaardigheden van leerlingen op verschillende momenten in de bovenbouw van het basisonderwijs. We rapporteren en vergelijken deze gegevens voor vier leermomenten: medio jaargroep 7 (M7), eind jaargroep 7 (E7), medio jaargroep 8 (M8) en eind jaargroep 8 (E8).

Ten slotte zijn er drie analyses uitgevoerd voor de vergelijking over de tijd. De eerste betrof de vergelijking over de laatste drie peilingen in 1992, 1997 en 2004 met correctie voor herkomst, geslacht en leertijd. Deze analyse is herhaald met methode als toegevoegde variabele. Tot slot is de analyse over de eerste drie peilingen in 1987–1992–1997 opnieuw uitgevoerd om zo een beeld te kunnen schetsen van de ontwikkeling van de rekenvaardigheid over de totale peilingsperiode 1987–2004 (zie paragraaf 7.6).

2.5 Het standaarden-onderzoek

De beschrijving van de resultaten van de leerlingen gaat steeds vergezeld van standaarden. Deze standaarden zijn bedoeld als referentiekader voor een evaluatieve interpretatie van de onderzoeksresultaten. De standaarden zijn vastgesteld tijdens het standaardenonderzoek dat in mei 2005 is uitgevoerd volgens de binnen het project PPON ontwikkelde methode (Van der Schoot, 2001). De belangrijkste elementen van het standaardenonderzoek lichten we hier toe.

Kerdoelen voor het basisonderwijs

De kerndoelen voor het basisonderwijs zijn een belangrijk referentiekader om de kwaliteit van het onderwijs te beoordelen. Het is dan ook van belang na te gaan in hoeverre deze kerndoelen worden gerealiseerd. Nu zijn kerndoelen vrij globale beschrijvingen van kennis en vaardigheden in een leerstofgebied, waaruit niet rechtstreeks het gewenste niveau van beheersing is af te leiden. Het standaardenonderzoek heeft tot doel om voor de verschillende onderwerpen drie vaardigheidsniveaus of standaarden vast te stellen, waarbij achtereenvolgens sprake is van een minimum niveau, een voldoende niveau en een gevorderd niveau van beheersing. De standaarden hebben geen voorschrijvend karakter maar zijn bedoeld als evaluatief referentiekader voor de discussie over de kwaliteit van de opbrengsten van het onderwijs in het licht van de kerndoelen basisonderwijs.

Drie standaarden

Er zijn voorafgaande aan het onderzoek drie standaarden gedefinieerd: de standaard Minimum, de standaard Voldoende en de

standaard Gevorderd. De standaard Voldoende is de belangrijkste standaard. Deze standaard geeft het niveau aan waarop – volgens de beoordelaars – de kerndoelen van het basis-onderwijs in voldoende mate beheerst worden. Het is niet reëel te veronderstellen dat alle leerlingen de kerndoelen in voldoende mate kunnen bereiken. Gezien de spreiding in vaardigheid van leerlingen aan het einde van het basisonderwijs, zouden de kerndoelen dan op een wel zeer elementair niveau geformuleerd moeten worden. Anderzijds moet een voldoende niveau van beheersing uiteraard wel door de meerderheid van de leerlingen bereikt (kunnen) worden. In de beschrijving van de standaard is gekozen voor 70% tot 75% van de leerlingen. Met de standaard Voldoende wordt dus beoogd een niveau vast te stellen waarbij sprake is van voldoende beheersing van de gerelateerde kerndoelen en dat door 70% tot 75% van de leerlingen aan het einde van het basis-onderwijs bereikt zou moeten worden. Voor zover leerlingen de standaard Voldoende niet bereiken dient het onderwijs te streven naar een minimaal vaardigheidsniveau. Dit niveau wordt geformuleerd met de standaard Minimum, dat door vrijwel alle leerlingen (90% tot 95%) bereikt zou moeten worden. Leerlingen op het niveau van de standaard Minimum behoren echter al tot de leerlingen met een duidelijke achterstand.

Het zou het onderwijs er alles aan gelegen moeten liggen om te voorkomen dat leerlingen beneden het niveau van de standaard Minimum presteren.

De standaard Gevorderd is van een andere orde. Deze standaard bedoelt vooral aan te geven welke opgaven en daaraan gerelateerde onderwijshouden nog niet thuishoren in het curriculum voor het reken-wiskundeonderwijs van het basisonderwijs en dus inhoudelijk de kerndoelen van het basisonderwijs overstijgen. Ongetwijfeld zullen er leerlingen zijn die deze opgaven kunnen maken, maar deze aspecten van de leerstof behoeven niet aan alle leerlingen voorgelegd te worden.

Het beoordelaarspanel

Over het antwoord op de vraag wat leerlingen moeten kunnen om de verschillende standaarden te bereiken, zullen de meningen verdeeld zijn. Voor het vaststellen van de standaarden is daarom een zorgvuldige procedure opgezet waarmee de oordelen van geïnformeerde deskundigen worden verzameld. Voor het onderzoek zijn op basis van steekproeftrekking leraren basisonderwijs uitgenodigd met minimaal drie jaar onderwijs-ervaring in jaargroep 8. Daarnaast zijn school-begeleiders en Pabo-docenten uitgenodigd met specifieke deskundigheid op het gebied van rekenen en de rekendidactiek. Gelet op het grote aantal onderwerpen zijn voor dit onderzoek twee panels van 25 beoordelaars uitgenodigd die elk voor de helft van de onderwerpen standaarden hebben vastgesteld. Panel 1 bestond uit 24 beoordelaars, waarvan 16 leraren uit jaargroep 8, zes Pabo-docenten, een schoolbegeleider en een onderzoeker. Panel 2 bestond uit 25 beoordelaars waarvan 19 leraren basisonderwijs, vier Pabo-docenten en twee schoolbegeleiders.

Het vaststellen van de standaarden

Het vaststellen van de standaarden verloopt voor ieder onderwerp in drie beoordelings-fasen.

Fase 1

In de eerste fase krijgen de beoordelaars een boekje met twintig tot dertig opgaven, gerangschikt naar moeilijkheidsgraad van gemakkelijk tot moeilijk. Zij maken de opgaven, controleren hun antwoorden en geven vervolgens voor iedere standaard een

Definities van standaarden

Standaarden	Omschrijving
Minimum	De standaard Minimum geeft het niveau aan waarop de onderwerpen respectievelijk de kerndoelen voor rekenen-wiskunde minstens beheerst zouden moeten worden. Dit niveau zou vrijwel door alle leerlingen aan het einde van het basis-onderwijs bereikt moeten worden. Verwacht mag worden dat dit niveau bij 90-95% van de leerlingen wordt gerealiseerd.
Voldoende	De standaard Voldoende geeft het niveau aan waarbij we voor een onderwerp spreken van voldoende rekenvaardigheid voor leerlingen aan het einde van het basisonderwijs. Leerlingen op of boven dit niveau beheersen de onderwerpen, respectievelijk de kerndoelen in voldoende mate. Bij een score beneden dit niveau is er sprake van onvoldoende kennis en inzicht, waardoor de leerling in zijn verdere ontwikkeling belemmerd kan worden. Verwacht mag worden dat de meeste leerlingen halverwege het basis-onderwijs dit niveau bereiken en dat het basisonderwijs dit niveau bij 70-75% van de leerlingen realiseert.
Gevorderd	Deze standaard geeft een niveau aan dat de inhoud van het curriculum voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs overstijgt. Het betreft vragen of opdrachten waarvan we oordelen dat deze te moeilijk zijn, gelet op de inhoud van dat curriculum. Het betreft aspecten van de leerstof die daarom niet aan (alle) leerlingen voorgelegd worden of behoeven te worden.

eerste oordeel. Deze oordelen worden gegeven op vaardigheidsschalen zoals die in deze publicatie bij ieder onderwerp zijn afgebeeld. De vaardigheidsschaal laat voor elk scorepunt zien welke opgaven de leerlingen goed, redelijk of onvoldoende beheersen. De beoordelaars kiezen, ieder voor zich, voor elke standaard het scorepunt op de vaardigheidsschaal dat het beste past bij hun oordeel over het gewenste beheersingsniveau. De vaardigheidsschaal op de beoordelingsformulieren is echter zodanig aangepast, dat de beoordelaars niet geïnformeerd worden over de werkelijke vaardigheidsverdeling in de populatie. Er wordt dan ook telkens een andere transformatie op de vaardigheidsschaal toegepast en uiteraard zijn ook de percentielaanduidingen op de vaardigheidsschaal verwijderd. De eerste oordelen zijn daardoor persoonlijke oordelen en alleen gebaseerd op inhoudelijke afwegingen, waarbij de beoordelaars wel zijn geïnformeerd over de relatieve moeilijkheid van de opgaven.

Fase 2

Vervolgens discussiëren de beoordelaars in kleine groepen van gemengde samenstelling over hun eerste oordelen. Deze discussies geven de beoordelaars de gelegenheid over en weer hun argumenten uit te wisselen voor de gemaakte keuzen en het eigen oordeel ook inhoudelijk aan dat van anderen te toetsen. Na afloop van de discussies geeft iedere beoordelaar een tweede oordeel voor iedere standaard en ook dit oordeel wordt op de getransformeerde vaardigheidsschaal gegeven, zoals in de vorige fase. De beoordelaars worden erop gewezen dat de discussies niet primair gericht zijn op consensus, maar dat anderzijds de mate van consensus de validiteit van de standaarden wel versterkt. Het tweede oordeel wordt in de computer ingevoerd en voor iedere standaard worden de mediaan (dat is het middelste oordeel), het interkwartielbereik (dat is het bereik van de middelste 50% van de oordelen) en het totale bereik van de oordelen berekend. Na elke drie onderwerpen veranderen de discussiegroepen van samenstelling.

Gemiddelde (gem.) en standaardafwijking (s.a.) van de oordelen in de drie beoordelingsfasen van het standaardenonderzoek voor de onderwerpen van het domein Getallen en bewerkingen

Standaard Beoordelingsfase		Minimum			Voldoende			Gevorderd		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
Basisoperaties: optellen en aftrekken	gem.	166	168	174	215	207	214	261	274	283
	s.a.	14,3	9,9	10,0	26,5	14,4	11,7	26,8	21,8	14,9
Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen	gem.	191	187	187	242	233	234	291	296	307
	s.a.	17,7	12,3	14,7	21,9	10,4	19,3	36,6	39,0	35,5
Getallen en getalrelaties	gem.	169	168	173	269	269	261	330	326	326
	s.a.	32,5	27,3	24,9	30,2	27,9	29,3	31,1	24,6	24,1
Hoofdrekenen: optellen en aftrekken	gem.	180	183	184	251	249	248	297	299	303
	s.a.	19,0	12,6	19,0	26,7	23,0	23,7	18,2	17,8	13,7
Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen	gem.	176	178	179	232	230	226	296	293	292
	s.a.	22,9	13,1	12,2	17,6	11,7	15,1	18,2	12,1	17,4
Schattend rekenen	gem.	207	205	199	267	264	257	317	320	317
	s.a.	18,7	17,6	18,8	23,4	21,3	23,8	14,9	12,7	16,0
Bewerkingen: optellen en aftrekken	gem.	241	245	235	286	285	275	342	340	335
	s.a.	20,6	15,9	22,1	21,7	13,2	19,6	24,2	20,2	24,9
Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	gem.	259	260	248	322	320	305	363	362	353
	s.a.	22,7	16,9	20,8	17,2	12,1	24,2	20,2	17,1	21,8
Samengestelde bewerkingen	gem.	247	244	236	309	310	294	338	352	339
	s.a.	37,1	33,2	24,3	27,1	20,1	24,6	35,5	34,7	22,9
Rekenen met een zakrekenmachine	gem.	247	246	223	295	289	274	346	348	341
	s.a.	26,8	23,6	32,8	26,0	20,2	19,5	16,4	12,7	18,2

Fase 3

In de derde en laatste beoordelingsfase krijgen de beoordelaars de vaardigheidsschaal uitgereikt met de juiste vaardigheidsverdeling en waarop ook de percentiëlandeling is afgebeeld. De beoordelaars worden dus nu geïnformeerd over de feitelijke vaardigheidsverdeling in de populatie. Deze vaardigheidsschaal wordt op een projectiescherm aan de groep gepresenteerd. Bovendien zijn daarop nu ook de resultaten van de oordelen afgebeeld. Iedere beoordelaar kan nu nagaan hoe de eigen oordelen zich verhouden tot de werkelijke vaardigheidsverdeling en welke posities deze oordelen innemen in het totaal van de oordelen. De onderzoeksleider bespreekt met de groep de verhouding tussen de feitelijke vaardigheidsverdeling en de gewenste beheersingsniveaus volgens de gegeven standaarden binnen de groep. Na kennis te hebben genomen van deze aanvullende informatie geeft iedere beoordelaar voor elke standaard een derde, nu definitief oordeel op de werkelijke vaardigheidsschaal. Het interkwartielbereik van deze oordelen zijn in de figuren afgebeeld.

Resultaten

Op de vaardigheidsschalen in de hoofdstukken 4, 5 en 6 is voor iedere standaard het interkwartielbereik van de oordelen uit de

derde fase afgebeeld. Hoe groter de overeenstemming tussen de beoordelaars, hoe kleiner dit bereik zal zijn. In de tabellen geven we een globaal overzicht van het verloop van de beoordelingen over de drie beoordelingsfasen.

De verschuivingen in de gemiddelde oordelen tussen de eerste twee beoordelingsfasen zijn gering en meestal niet groter dan vijf schaalpunten. Slechts in vier gevallen is de

verschuiving van het gemiddelde oordeel op basis van de groepsdiscussies groter geweest dan tien schaalpunten: voor de standaarden Minimum en Voldoende bij het onderwerp *Meten: inhoud*, en voor de standaard *Gevorderd* bij de onderwerpen *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Meten: oppervlakte*. De discussies in de groepen zijn dus nauwelijks van invloed geweest op het gemiddelde van de oordelen binnen de twee beoordelaarpanels. Er zijn daarentegen wel een aantal duidelijke verschuivingen in het gemiddelde oordeel tussen de tweede en derde beoordelingsfase.

Gemiddelde (gem.) en standaardafwijking (s.a.) van de oordelen in de drie beoordelingsfasen van het standaardenonderzoek voor de onderwerpen van het domein Meten

Standaard Beoordelingsfase		Minimum			Voldoende			Gevorderd		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
Meten: lengte	gem.	218	214	210	283	279	265	348	343	335
	s.a.	18,7	9,7	12,3	22,4	9,5	19,8	20,6	11,7	23,6
Meten: oppervlakte	gem.	250	243	229	298	294	287	356	350	342
	s.a.	19,0	16,7	19,5	19,8	15,2	20,5	27,2	13,4	20,1
Meten: inhoud	gem.	216	206	203	283	268	263	340	341	329
	s.a.	22,3	13,5	14,7	21,9	16,4	18,3	18,1	17,9	19,5
Meten: gewicht	gem.	187	184	186	249	244	246	302	295	299
	s.a.	33,3	28,8	28,4	23,7	18,5	22,6	21,1	15,1	28,2
Meten: toepassingen	gem.	174	167	176	251	245	244	324	318	319
	s.a.	25,8	18,3	16,2	27,8	17,9	16,2	22,8	11,3	10,6
Meetkunde	gem.	168	165	172	244	236	239	304	300	306
	s.a.	35,0	26,2	28,5	35,2	21,4	24,9	30,8	23,0	20,5
Tijd	gem.	187	183	184	259	259	256	331	325	325
	s.a.	10,3	5,6	6,5	17,0	17,4	16,9	22,4	13,2	13,3
Geld	gem.	210	208	206	265	263	260	325	323	321
	s.a.	19,2	13,2	15,3	19,2	12,9	16,6	30,1	17,3	16,1

Gemiddelde (gem.) en standaardafwijking (s.a.) van de oordelen in de drie beoordelingsfasen van het standaardenonderzoek voor het domein Verhoudingen, Meten en Procenten

Standaard Beoordelingsfase		Minimum			Voldoende			Gevorderd		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
Verhoudingen	gem.	173	167	176	237	226	228	291	288	295
	s.a.	14,1	9,1	11,2	14,9	10,6	9,2	16,9	12,7	13,8
Breuken	gem.	154	149	170	238	230	235	294	291	298
	s.a.	26,5	19,1	25,2	23,7	20,5	25,5	18,1	9,2	14,7
Procenten	gem.	194	198	194	246	243	242	302	305	310
	s.a.	16,4	15,3	12,5	17,0	12,4	11,0	14,4	13,8	20,6
Tabellen en grafieken	gem.	204	208	204	275	268	256	335	339	329
	s.a.	12,3	9,0	9,2	25,2	20,8	22,2	29,8	21,7	20,3

Zoals te verwachten is, gebeurt dat met name wanneer het oordeel voor een standaard in de tweede beoordelingsfase aanzienlijk afwijkt ten opzichte van het gerealiseerde niveau. Voorbeelden daarvan zijn de oordelen voor de standaard Voldoende bij de onderwerpen over de bewerkingen in het domein Getallen en bewerkingen. Deze bijstellingen op basis van de kennis over de werkelijke vaardigheidsverdeling in de populatie is echter nooit zo groot dat daarmee de afstand tussen feitelijk en gewenst vaardigheidsniveau wordt overbrugd. Voor de meeste onderwerpen geldt dat de procedure heeft geleid tot grotere overeenstemming tussen beoordelaars over het gewenste niveau voor een standaard. Deze toename in consensus wordt vooral bereikt in de discussiefase. De spreiding van oordelen na de groepsdiscussies is meestal kleiner dan de spreiding van het eerste oordeel. We leiden daaruit af dat het overleg in de groepen een positieve bijdrage heeft geleverd aan de consensus tussen beoordelaars. Voor de meeste onderwerpen geldt dat de consensus tussen beoordelaars in de derde beoordelingsfase nauwelijks toeneemt. Bij een aantal onderwerpen is het omgekeerde het geval. Met name wanneer de afstand tussen het tweede oordeel en de feitelijke situatie groot is, blijken beoordelaars daar verschillend op te reageren. Sommigen stellen hun oordeel dan aanzienlijk bij, anderen echter willen maar weinig toegeven met als gevolg dat de spreiding in oordelen aanzienlijk toe kan nemen.

2.6 Leerlandschappen

Het begrip *leerlandschap* is voor het reken-wiskundeonderwijs geïntroduceerd door Fosnot en Dolk (2001). Het begrip verwijst naar de wiskundige ideeën, strategieën en modellen die de leerling in de loop van zijn leer- en ontwikkelingsproces construeert, onderzoekt en leert gebruiken. Het leerlandschap van een leerling verwijst naar het geheel aan inzichten,

kennis en vaardigheden die leerlingen zich in een bepaald stadium van hun ontwikkeling eigen kunnen maken. Het begrip leerlandschap is wat ons betreft nauw gerelateerd aan het begrip 'zone van naaste ontwikkeling'. Het verwijst naar het leer- en ontwikkelingspsychologische stadium van leren waarvoor de leerling voldoende is toegerust omdat hij of zij over de gewenste voorkennis of competenties beschikt.

In de hoofdstukken 4, 5 en 6 zullen we bij ieder onderwerp het leerlandschap van de leerlingen naar doorstroomkenmerk beschrijven. We sluiten ieder onderwerp af met een beschrijving van de verschillen tussen leerlingen. Daarin is een overzicht opgenomen waarin wordt aangegeven welke opgaven de gemiddelde leerling per onderscheiden categorie van doorstroom goed beheerst, matig beheerst en onvoldoende beheerst. Beschouwen we de leerling als een reiziger door het leerlandschap van het rekenen-wiskunde dan liggen de opgaven die goed worden beheerst achter hem, de opgaven die matig worden beheerst in zijn directe omgeving en de opgaven die onvoldoende worden beheerst liggen nog in het verdere verschiet. Het overzicht laat aan de hand van de voorbeeldopgaven zien waar leerlingen zich bevinden en dat er vaak grote afstanden bestaan tussen de posities die leerlingen in het leerlandschap innemen.

Voor leraren in het voortgezet onderwijs illustreren de leerlandschappen mogelijke aangrijpingspunten voor het onderwijs voor zover dat het vakgebied rekenen-wiskunde betreft.

2.7 De rapportage van de resultaten

In de hoofdstukken 4, 5 en 6 beschrijven we per onderwerp de resultaten van de leerlingen. Aan de hand van een reeks voorbeeldopgaven illustreren we voor ieder onderwerp over welke kennis en inzichten leerlingen op verschillend niveau van vaardigheid beschikken. We maken verschillen tussen groepen leerlingen zichtbaar en geven aan in hoeverre de standaarden worden gerealiseerd en welke opgaven leerlingen voor deze standaarden moeten kunnen oplossen. Deze onderzoeksresultaten worden in een figuur afgebeeld. Enerzijds wordt de figuur daardoor complex, anderzijds illustreert zo'n afbeelding de samenhang tussen de verschillende resultaten. Op de volgende pagina's geven we een toelichting op de gebruikte figuren.

De afbeelding bestaat uit een brede kolom aan de linkerzijde en vier smallere kolommen aan de linkerzijde. In het linkerdeel staan afgebeeld:

- de vaardigheidsschaal met de verdeling in de leerlingpopulatie;
- de moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven;
- het niveau van de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd.

In het rechterdeel van de afbeelding staan de vaardigheidsverdelingen van een aantal groepen leerlingen. Weergegeven zijn de vaardigheidsverdelingen voor de verschillende niveaus van drie variabelen, te weten formatiegewicht, geslacht, jaargroepniveau en jaar van afname.

De vaardigheidsschaal en de verdeling in de leerlingpopulatie

De vaardigheidsschalen zijn geconstrueerd met behulp van een zogenaamd itemrepsons-model. De aanname is dat de vaardigheid zoals die met de schaal gemeten wordt, bij benadering normaal verdeeld is in de populatie. De maatverdeling op de schaal is ter vrije keuze. In PPO is ervoor gekozen om het landelijk gemiddelde van de leerlingpopulatie in de onderzoeksgroep – eind jaargroep 8 in 2004 – op schaalwaarde 250 te stellen en de standaardafwijking op 50. De vaardigheidsschaal wordt steeds afgebeeld tussen de vaardigheidsscores 100 en 400, een bereik dus van drie standaardafwijkingen boven en drie onder het gemiddelde van 250. Geheel rechts in de figuur staan de vaardigheidsscores vermeld, oplopend met een waarde van 50.

Links op de schaal zijn enkele percentielen weergegeven, en wel percentiel 10, 25, 50, 75 en 90. Een percentiel geeft aan hoeveel procent van de leerlingen in de populatie de betreffende of een lagere vaardigheidsscore heeft. Ter illustratie: percentiel 25 ligt op vaardigheidsscore 216. Dit betekent dat 25 procent van de leerlingen een score van 216 of lager heeft en 75 procent van de leerlingen heeft dus een hogere vaardigheidsscore. Percentiel 50 ligt uiteraard op vaardigheidsscore 250, zijnde de score van de gemiddelde leerling.

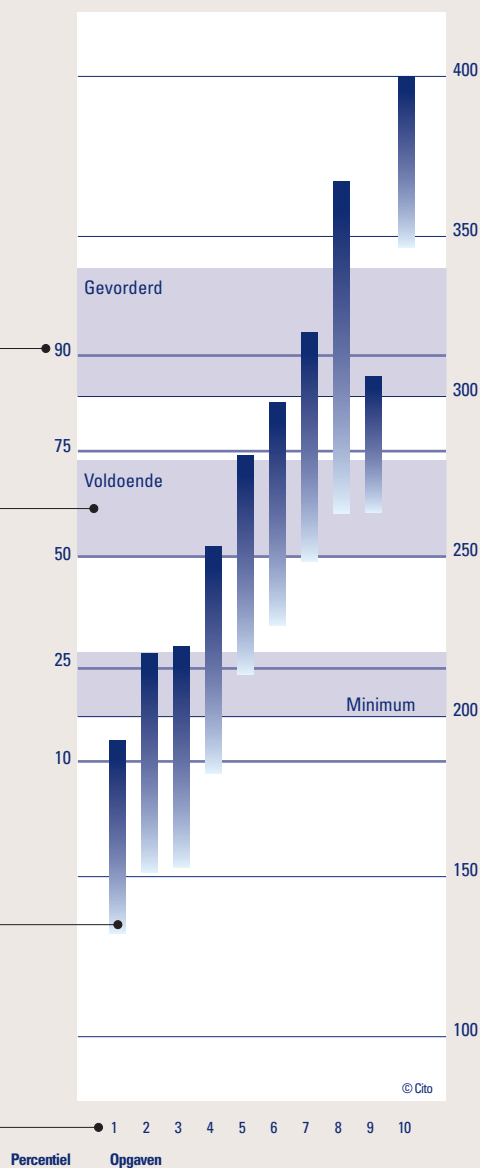
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Een voorbeeld

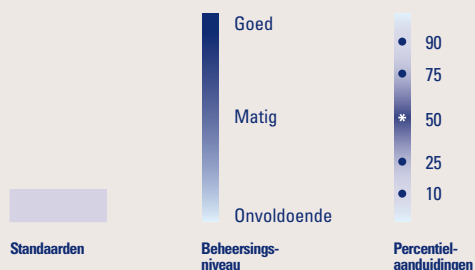
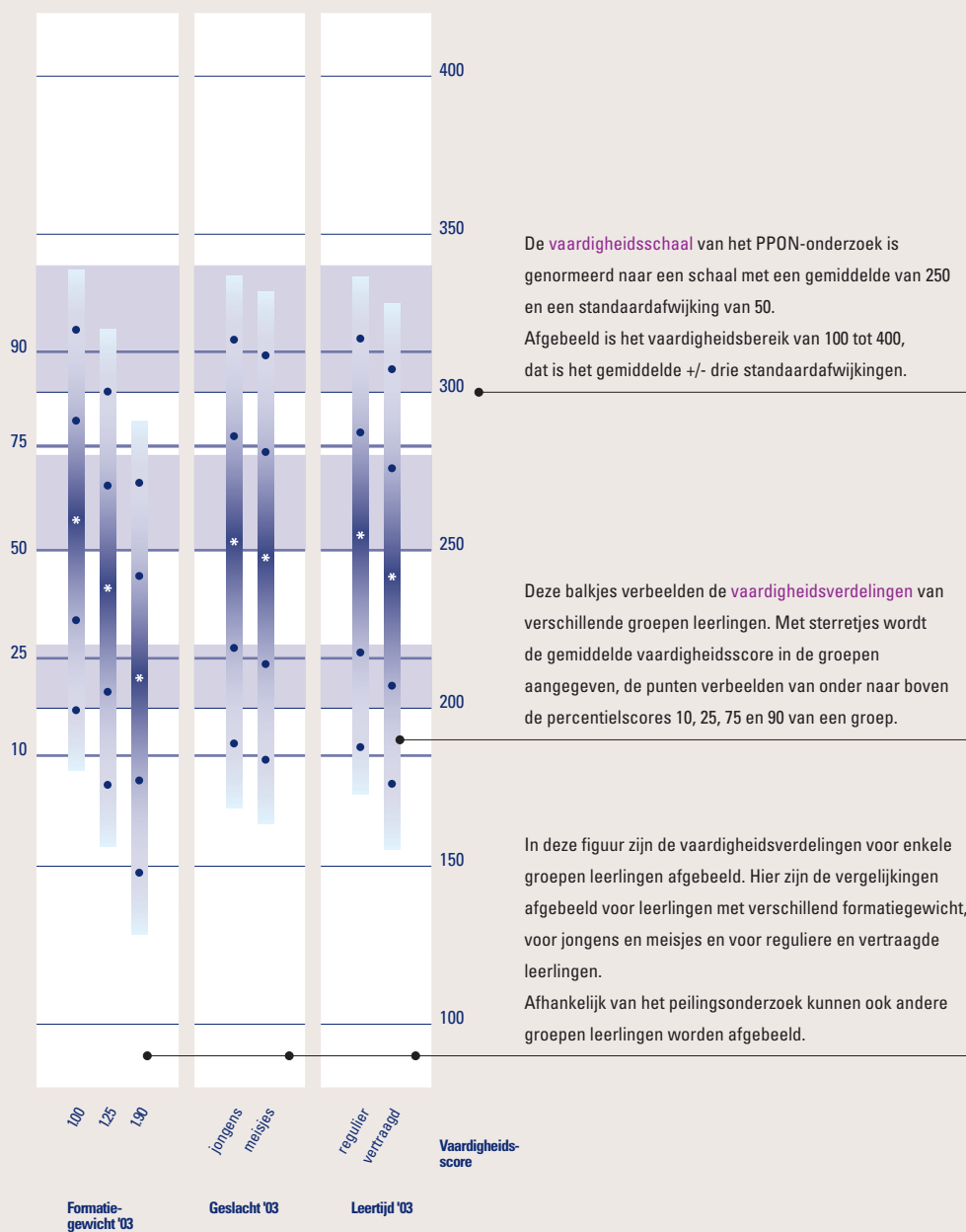
Met de **percentielscores** 90, 75, 50, 25 en 10 wordt de vaardigheidsverdeling in de leerlingpopulatie aangegeven. Percentiel 25 betekent dat 25% van de leerlingen een lagere score heeft en dus 75% van de leerlingen daarboven scoort.

Experts hebben standaarden vastgesteld voor gewenste vaardigheidsniveaus. Voor elke **standaard** wordt in de figuur het interkwartielbereik van hun oordelen afgebeeld.

Balkjes illustreren de **moeilijkheidsgraad** van de opgaven. De bovengrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 80% goed maken. Leerlingen met deze of een hogere score beheersen deze opgave goed. Leerlingen met vaardigheidsscores binnen het bereik van het balkje beheersen de opgave matig, uiteenlopend van redelijk goed in het donkere gebied tot net voldoende in het meest lichte gebied. De ondergrens van het balkje geeft het niveau aan waarop leerlingen de opgave voor 50% goed maken. Leerlingen met deze of een lagere score beheersen deze opgave onvoldoende.

Op deze vaardigheidsschaal is de moeilijkheidsgraad van 10 **opgaven** afgebeeld. Deze opgaven zijn als voorbeeldopgaven in de balans opgenomen en worden meestal in volgorde van moeilijkheidsgraad afgebeeld.





De moeilijkheidsgraad van de opgaven

Een bekende manier om de moeilijkheidsgraad van een opgave aan te geven, is de zogenoemde p-waarde. Een p-waarde van 0.80 betekent dat 80 procent van de leerlingen die opgave correct heeft beantwoord. Een opgave met een p-waarde van 0.50 is moeilijker, omdat nu slechts de helft van de leerlingen de opgave juist heeft gemaakt.

Een opgave is echter niet voor alle leerlingen even moeilijk te maken. Over het algemeen zal gelden dat naarmate een leerling een onderwerp beter beheerst, hij of zij een grotere kans heeft om een opgave over dat onderwerp goed te beantwoorden. Die relatie wordt voor een aantal opgaven afgebeeld in de linkerkolom van de figuur met verticale balkjes. Het verticale balkje begint op het punt dat de kans om die opgave goed te maken 0,5 is. Naarmate een opgave moeilijker is, zal dat beginpunt steeds hoger op de schaal komen te liggen. De opgaven zijn dus gerangschikt naar moeilijkheidsgraad. Het balkje eindigt op het punt dat de kans op het correcte antwoord 0,8 bedraagt. Het kleurverloop in het balkje, van lichter naar donkerder, symboliseert de toename in de kans om de opgave goed te maken.

Aan de hand van het balkje onderscheiden we drie niveaus in de beheersing van een opgave, zoals ook de legenda laat zien:

- We spreken van *goede beheersing* wanneer de kans op een goed antwoord groter is dan 0,8. De leerling heeft dan een vaardigheidsscore die hoger ligt dan het balkje aangeeft.
- Wanneer de kans op een goed antwoord tussen 0,5 en 0,8 ligt, spreken we van een *matige beheersing*. Dit gebied op de vaardigheidsschaal komt dus overeen met wat het balkje weergeeft.
- We spreken van *onvoldoende beheersing* van een opgave wanneer de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0,5.
De vaardigheidsscore van de leerling ligt dan onder het beginpunt van het balkje.

Laten we ter verdere illustratie opgave 7 nemen. Leerlingen met vaardigheidsscore 250 hebben een kans van 0,5 om die opgave goed te maken. Leerlingen met een lagere vaardigheidsscore beheersen opgave 7 dus onvoldoende. Als we nu naar de percentiellijnen kijken, dan zien we dat 50 procent van de leerlingen een vaardigheidsscore heeft die lager is dan 250. Daaruit kunnen we concluderen dat 50 procent van de leerlingen deze opgave onvoldoende beheerst. Dit betekent overigens niet dat alle leerlingen

met een score lager dan 250 deze opgave altijd fout zullen maken. Het betekent wel dat als deze leerlingen tien van deze opgaven zouden maken, ze er gemiddeld minder dan de helft van goed maken.

Dezelfde leerlingen met vaardigheidsscore 250 (eigenlijk 252) hebben een kans van 0,8 om opgave 4 goed te maken. Leerlingen met deze of een hogere vaardigheidsscore beheersen deze opgave dus goed. Zij zullen gemiddeld minder dan twee op de tien soortgelijke opgaven fout maken. Uit de percentiellijnen kunnen we weer afleiden dat ongeveer 50 procent van de leerlingen een hogere vaardigheidsscore heeft en opgave 4 dus goed beheerst. De ondergrens van het balkje voor opgave 4 ligt ongeveer bij vaardigheidsscore 185. Leerlingen met een vaardigheidsscore tussen 182 en 252 beheersen opgave 4 matig.

De afgebeelde opgaven vormen een selectie van alle opgaven op de schaal en zijn met zorg gekozen. Zij vormen enerzijds een goede afspiegeling van de inhoudelijke aspecten die met de opgaven worden gemeten.

Anderzijds bestrijken zij een groot bereik van de vaardigheidsschaal, dat wil zeggen dat zij een goed beeld geven van de spreiding van de moeilijkheidsgraad van de opgaven over de gehele schaal.

Het niveau van de standaarden

Wat vinden de geraadpleegde deskundigen dat leerlingen van een onderwerp zouden moeten weten of kunnen? Welke opgaven moeten leerlingen wel of niet kunnen maken en welk vaardigheidsniveau zouden zij dus moeten hebben? Ter beantwoording van deze vragen is een standaardenonderzoek uitgevoerd (zie paragraaf 2.4).

Deskundige beoordelaars hebben standaarden vastgesteld voor drie niveaus van beheersing: Minimum, Voldoende en Gevorderd. Deze drie standaarden staan in de figuur afgebeeld met donkere horizontale balken.

Om een indicatie te geven van de variatie in oordelen van beoordelaars beelden we met een balk de spreiding aan van de oordelen van de middelste 50 procent van de beoordelaars, het zogenoemde interkwartielbereik.

Uit de figuur is nu vrij eenvoudig af te leiden dat de leerlingen op het niveau van de standaard Minimum de eerste opgave goed moeten beheersen en ook de opgaven 2 en 3 zouden volgens de meeste beoordelaars redelijk goed beheerst moeten worden, terwijl opgaven van het type zoals opgave 4 matig beheerst zouden moeten worden. De overige opgaven behoeven volgens de beoordelaars

op het niveau van de standaard Minimum niet beheerst te worden.

Op het niveau van de standaard Voldoende moeten de leerlingen de eerste vier à vijf opgaven goed of redelijk goed beheersen. Bij deze standaard is sprake van redelijke beheersing van de opgaven 5, 6 en 7 en zeer matige beheersing van de opgaven 8 en 9. Opgave 10 en volgende worden op het niveau van de standaard Voldoende dus niet meer beheerst.

De verschillen tussen de beoordelaars zijn in dit geval klein voor de standaard Minimum, hetgeen blijkt uit de relatief smalle band voor het interkwartielbereik van oordelen voor deze standaard. Het interkwartielbereik voor de standaard Voldoende is breder en de overeenstemming tussen beoordelaars voor deze standaard was dus minder groot. Met uitzondering van opgave 8 worden op het niveau van de standaard Gevorderd de eerste negen opgaven goed beheerst. Dat betekent dat naar het oordeel van de beoordelaars beheersing van de opgaven 8 en 10 het curriculum voor de onderzoeksgroep overstijgen. In het geval van een peiling aan het einde van het basisonderwijs (jaargroep 8) betekent dit dat bijna alle opgaven binnen de termen van de kerndoelen voor het basis-onderwijs vallen.

De figuur laat ook zien in hoeverre de leerlingen deze standaarden bereiken. Op deze schaal bereikt ongeveer 75 procent tot 80 procent van de leerlingen de standaard Minimum en minder dan 50 procent van de leerlingen de standaard Voldoende. Zoals in paragraaf 2.5 is uiteengezet, zou de standaard Minimum door 90 procent tot 95 procent van de leerlingen bereikt moeten worden en de standaard Voldoende door 70 procent tot 75 procent van de leerlingen. Voor dit onderwerp betekent dat dus dat zowel voor de standaard Minimum als voor de standaard Voldoende geldt dat te weinig leerlingen het niveau van de standaarden haalt. Aan de hand van de voorbeeldopgaven kan de lezer zelf nagaan in hoeverre hij of zij deze conclusie onderschrijft.

In deze figuur betreft het de vergelijking tussen leerlingen naar formatiegewicht, geslacht en leertijd.

Voor iedere onderscheiden groep leerlingen wordt de geschatte vaardigheidsverdeling afgebeeld. Bij deze vaardigheidsverdelingen is niet gecorrigeerd voor andere factoren die mogelijk van invloed zijn op de resultaten. De wijze van afbeelding laat een vergelijking toe tussen de prestaties van de leerlingen wat betreft de variabelen:

- formatiegewicht, met de niveaus 1.00, 1.25 en 1.90;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd.

We onderscheiden voor iedere groep leerlingen vijf percentielpunten op de vaardigheidsschaal. De gemiddelde vaardigheidsscore van een groep (percentiel 50) is met een wit sterretje aangeduid. In dit geval leert de figuur ons bijvoorbeeld dat de gemiddelde vaardigheidsscore van 1.00-leerlingen 259 bedraagt, van 1.25-leerlingen 238 en van 1.90-leerlingen 209. De verschillen in vaardigheidsniveaus tussen de onderscheiden groepen leerlingen kunnen vervolgens inhoudelijk betekenis krijgen aan de hand van de voorbeeldopgaven.

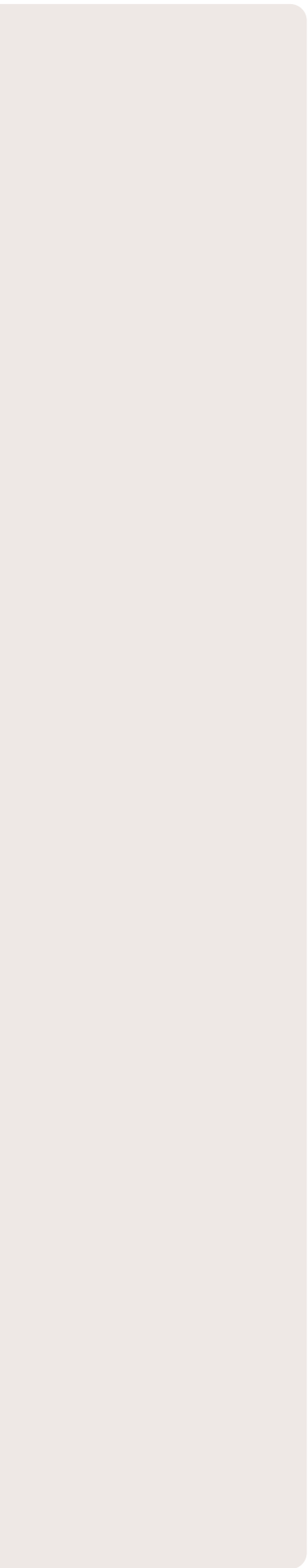
Zo beheerst de gemiddelde 1.00-leerling in dit geval de eerste vier opgaven goed en de opgaven 5, 6 en 7 redelijk goed tot matig, terwijl de gemiddelde 1.90-leerling alleen de eerste opgave goed beheerst en de opgaven 2, 3 en 4 matig.

Verder is uit de figuur ook af te leiden dat ongeveer 50 procent van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. Deze standaard ligt bij de 1.90-leerlingen echter rond percentiel 90 en dat betekent dat slechts ongeveer 10 procent van de 1.90-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. De standaard Minimum wordt door ongeveer 50 procent van de 1.90-leerlingen gehaald terwijl meer dan 90 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van deze standaard bereikt.

Op vergelijkbare manier illustreert de afbeelding ook de verschillen tussen jongens en meisjes en tussen de leertijdniveaus regulier en vertraagd.

De vaardigheidsverdelingen van groepen leerlingen

In het rechterdeel van de figuur zijn de vaardigheidsverdelingen van verschillende groepen leerlingen afgebeeld.



[03] Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

Het onderwijsaanbod is geïnventariseerd met behulp van een schriftelijke vragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan de leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8 van de scholen die aan het onderzoek hebben deelgenomen en is beantwoord door respectievelijk 95 procent, 94 procent en 97 procent van de leraren. De aanbodinventarisatie betreft het gebruik van reken-wiskundemethoden, aspecten van de onderwijsorganisatie en de aandacht voor onderwijsinhouden als hoofdrekenen, bewerkingen en het gebruik van de zakrekenmachine.

A young boy with dark hair and a serious expression is holding a large, white, vintage CRT computer monitor. He is wearing a dark grey zip-up hoodie. The background is a brick wall and a playground with other children and a stroller. The monitor's screen is dark and shows some faint, blurry reflections. A semi-transparent white box with a thin border is overlaid on the bottom right of the monitor, containing yellow text.

... Scholen met relatief veel allochtone leerlingen besteden meer tijd aan het reken-wiskundeonderwijs dan andere scholen.

[03] Het onderwijsaanbod voor rekenen-wiskunde

3.1 Het gebruik van reken-wiskundemethoden

De invoering van de euro per 1 januari 2002 heeft ertoe geleid dat de meeste scholen op korte termijn voor het reken-wiskunde-onderwijs een nieuwe methode hebben aangeschaft. Tweeëneenhalf jaar later heeft meer dan 80 procent van de scholen al een euroversie ingevoerd tot en met jaargroep 7 en bijna 80 procent van de scholen ook in jaargroep 8. Met zo'n 40 procent van de scholen is de methode *Pluspunt* marktleider, op afstand gevolgd door de methoden *Wereld in getallen* en *Rekenrijk*. Andere nieuwe methoden, verschenen rond de invoering van de euro, zijn – op het moment van de peiling in mei/juni 2004 – steeds door minder dan 5 procent van de scholen aangeschaft. Er is echter nog een redelijk aantal scholen dat in de hogere jaargroepen een verouderde versie van de methoden *Pluspunt* of *Wereld in getallen* gebruikte.

Van de leraren in jaargroep 8 die een 'euroversie' gebruiken, gaf 47 procent aan dat hun leerlingen ook al in jaargroep 6 (schooljaar 2001–2002) en 86 procent dat hun leerlingen ook in jaargroep 7 (schooljaar 2002–2003) met een 'euroversie' hebben gewerkt. Zelf werkt 47 procent van deze leraren al vanaf het schooljaar 2001–2002 met een euroversie en gebruikte 83 procent in het schooljaar 2002–2003 een euroversie.

Behalve naar de reken-wiskundemethode is de leraren ook gevraagd naar aanvullend materiaal dat zij gebruiken voor instructie, oefening of remediëring, voor zover zij dat als 'belangrijk' zouden willen aanmerken. Ongeacht de jaargroep zegt ongeveer twee op de drie leraren dat zij naast de methode nog ander materiaal gebruiken. Gemiddeld noemen deze leraren dan twee andere uitgaven. De diversiteit aan aanvullend leer- en oefenmateriaal is aanzienlijk: in totaal worden ongeveer 70 verschillende uitgaven genoemd. De meeste aanvullende leer-middelen worden echter door hooguit vijf leraren genoemd. Het enige aanvullend oefenmateriaal dat wat vaker door leraren wordt genoemd is *Remelka*. Dit remediërings-programma wordt door ongeveer een op de drie leraren genoemd, en dan in jaargroep 6 iets vaker (37 procent) dan in de jaargroepen 7 en 8 (30 procent). Ongeveer 10 tot 15 procent van de leraren noemt een of meer uitgaven

van uitgeverij Ajodakt en in jaargroep 6 wordt *Elftal* (uitgeverij Zwijsen) nog door ongeveer 10 procent van de leraren genoemd.

Het gebruik van reken-wiskundemethoden in de jaargroepen 6, 7 en 8 in 2004 en in jaargroep 8 in 1997 (% leraren)

Methode	Jaargroep			
	6	7	8	8 ('97)
<i>Niet-euroversies</i>				
Rekenen en Wiskunde	1	1	5	22
Wereld in getallen (1)			1	21
Naar Zelfstandig Rekenen			1	6
Pluspunt (1)	10	10	10	12
Wereld in getallen (2)	6	5	7	11
Totaal	17%	16%	24%	
<i>Euroversies</i>				
Rekenrijk	15	16	14	
Talrijk	2	2	2	
Wis & Reken	3	3	2	
Pluspunt (2)	40	38	36	
Wereld in getallen (3)	18	19	19	
Alles Telt	5	5	4	
Totaal	83%	83%	77%	
N =	116	115	118	

3.2 Enkele aspecten van de onderwijsorganisatie

De onderwijstijd

De onderwijstijd voor rekenen-wiskunde wordt – net als 1997 en 1992 – door de leraren in de jaargroepen 6, 7 en 8 opnieuw geschat op gemiddeld vijf uur per week. De standaard-afwijking bedraagt ongeveer 35 tot 45 minuten en laat zien dat de variatie in opgegeven lestijd toch vrij groot is. We vonden een variatie van 3 uur tot 7,5 uur per week. Er is geen verschil in onderwijstijd tussen de drie jaargroepen en ook niet tussen de verschillende methoden. Er is echter nu wel een opmerkelijk stratum-effect gevonden. Scholen uit stratum 3, dat wil zeggen scholen met relatief veel allochtone leerlingen, besteden in de bovenbouwgroepen van het basisonderwijs gemiddeld ongeveer een half uur per week meer aan het reken-wiskunde-onderwijs.

De vraag of voor de zwakste leerlingen in de groep meer lestijd voor rekenen-wiskunde

wordt gereserveerd, beantwoordt ongeveer de helft van de leraren positief. Gemiddeld is dat in alle drie de jaargroepen ongeveer een half uur per week, variërend van een kwartier tot een uur per week.

Lestijd voor rekenen-wiskunde per week in de bovenbouw van het basisonderwijs (minuten)

	jrg. 6	jrg. 7	jrg. 8
Gemiddelde lestijd per week (standaardafwijking)	300 (46,3)	301 (44,4)	300 (36,7)
Stratumeffect			
Stratum 1	292	294	296
Stratum 2	306	306	299
Stratum 3	328	325	327
Extra lestijd voor zwakke leerlingen (% leraren)	55%	50%	44%

De toepassing van enkele differentiatievormen in drie opeenvolgende peilingsonderzoeken

Differentiatievormen	jaar- groep	% leraren in		
		1992	1997	2004
Over het algemeen krijgen alle leerlingen dezelfde instructie en oefenstof.	6	36	33	11
	7	39	28	10
	8	29	25	8
De instructie is voor alle leerlingen gelijk; bij de verwerking van de oefenstof wordt gedifferentieerd naar niveau en tempo.	6	50	59	69
	7	44	60	68
	8	50	60	64
De instructie wordt per niveau- of tempogroep gegeven, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof.	6	12	11	20
	7	13	12	19
	8	15	14	25
De instructie wordt individueel gegeven en de oefenstof wordt per leerling bepaald.	6	2	3	0
	7	5	4	4
	8	6	7	3

- De instructie wordt per niveau- of tempogroep gegeven, eventueel met verdere differentiatie bij de verwerking van de oefenstof.
- De instructie wordt individueel gegeven en ook de oefenstof wordt per leerling bepaald.

Vergelijken we de resultaten op deze vraag over de laatste drie peilingen dan zien we een duidelijke toename van het percentage leraren dat de eigen onderwijsorganisatie herkent in de differentiatievormen 2 en 3. Bijna 70 procent van de leraren kiest nu voor organisatievorm 2, waarbij de differentiatie vooral wordt toegepast bij de verwerking van de aangeboden leerstof; in 1992 was dat nog ongeveer 50 procent en in 1997 ongeveer 60 procent. Maar ook organisatievorm 3 wordt nu door meer leraren gekozen dan in het verleden. Deze resultaten laten een duidelijke trend zien in de richting van meer differentiatie binnen het reken-wiskundeonderwijs.

Ongeveer 25 procent van de scholen kent een interne begeleider/rekenspecialist die – anders dan een remedial teacher – is belast met de uitvoering van de zorgverbreding voor rekenen-wiskunde. Ongeveer 55 procent van de scholen heeft daarnaast een remedial teacher. Deze resultaten zijn vergelijkbaar met die uit 1997.

De inzet van de remedial teacher in de bovenbouw van het basisonderwijs neemt af met het jaargroepniveau: in jaargroep 6 maakt 53 procent van de leraren gebruik van een remedial teacher voor de eigen groep, in jaargroep 7 is dat 45 procent en in jaargroep 8 32 procent. Vergeleken met de peiling in 1997 betekent dat voor alle drie de jaargroepen een toename met ongeveer 10 procent. Wanneer er gebruik wordt gemaakt van de inzet van een remedial teacher dan geldt dat voor gemiddeld zo'n drie leerlingen, ongeacht het jaargroepniveau. Voor 80 procent van deze leerlingen betreft dit een contact van één keer per week. Op het vlak van differentiatie en remediëring vinden we geen verschillen op grond van het stratumniveau van de school of van de methode.

Differentiatie en remediëring

Opnieuw hebben we de leraren net als bij voorgaande peilingen gevraagd in hoeverre zij in de organisatie van hun rekenonderwijs differentiatie toepassen. Zij konden daarbij uit vier globale omschrijvingen kiezen:

- In het algemeen krijgen de leerlingen tegelijk dezelfde instructie en maken zij ook dezelfde oefenstof.
- De instructie is in het algemeen voor alle leerlingen gelijk; bij de verwerking van de oefenstof wordt gedifferentieerd naar niveau en/of tempo.

Inzet van remedial teaching in de bovenbouw van het basisonderwijs

Remediale teaching	jrg. 6	jrg. 7	jrg. 8
Interne begeleider/rekenspecialist	23%	25%	25%
Remedial teacher op school	56%	55%	53%
Combinatie van interne begeleider/remedial teacher	16%	18%	16%
Remedial teacher in eigen klas	53%	45%	32%
Gemiddeld aantal leerlingen per remedial teaching-groep	3,1	2,8	3,2
waarvan dagelijks	0,3	0,3	0,4
1 keer per week	2,4	2,2	2,3
1-2 keer per maand	0,4	0,3	0,4

3.3 Het gebruik van een zakrekenmachine

Het gebruik van en het leren omgaan met de zakrekenmachine in de bovenbouw van het basisonderwijs is in vergelijking met eerdere peilingen opnieuw gestegen. In de jaargroepen 7 en 8 leren nu vrijwel alle leerlingen de zakrekenmachine gebruiken, terwijl dat bij de vorige peiling nog respectievelijk 65 en 80 procent van de leerlingen betrof. In jaargroep 6 komt het gebruik van de zakrekenmachine minder vaak voor (40 procent), maar ook dat betekent een toename, omdat in 1997 de zakrekenmachine slechts bij 15 procent van de groepen voorkwam. De belangrijkste reden waarom in jaargroep 6 relatief weinig gebruik wordt gemaakt van een zakrekenmachine is het feit dat dit niet voorkomt in de rekenmethode die men gebruikt. Leraren zeggen nu ook vaker dat een zakrekenmachine vanuit de school wordt verstrekt: 53 procent in 1997, nu in 2004 bijna 70 procent. Leerlingen zijn echter niet vrij in het gebruik van de zakrekenmachine. Als de zakrekenmachine wordt gebruikt dan is dat tijdens specifieke lessen of onderwerpen zoals voor het maken van grote opgaven, moeilijke bewerkingen, voor het nakijken en corrigeren of voor het controleren van gemaakte schattingen, meestal volgens aanwijzingen in de methode. De meeste leraren geven aan dat zij hun leerlingen instrueren in het leren omgaan met de zakrekenmachine. Voor zover dat niet gebeurt, gaan leraren ervan uit dat de zakrekenmachine voldoende bij de leerlingen bekend is. De instructie heeft vooral betrekking op de vier hoofdbewerkingsfuncties: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. In de jaargroepen 7 en 8 komt daar dan de procent-functie bij.

Het gebruik van de zakrekenmachine in het reken-wiskunde-onderwijs

Zakrekenmachine	jrg. 6	jrg. 7	jrg. 8
Gebruiken de leerlingen een zakrekenmachine?	40%	94%	97%
Zo ja:			
Verstrekt de school een zakrekenmachine?	65%	66%	69%
Zelf meegebracht?	11%	21%	19%
Alleen tijdens specifieke zakrekenmachinelessen?	76%	68%	58%
Leerlingen zijn vrij in het gebruik.	0%	1%	2%
Alleen bij specifieke onderwerpen.	37%	42%	49%
Zo nee:			
Komt niet in de methode voor.	71%	14%	0%
Hoort niet thuis in het basisonderwijs.	4%	14%	33%
Heeft voor mij lage prioriteit.	10%	42%	33%
Kennen leerlingen van huis uit, hoeft niet in school.	3%	0%	0%
Geen motivatie gegeven.	20%	14%	0%
Krijgen de leerlingen instructie in functies?	83%	82%	70%
Zo ja:			
+	89%	91%	88%
-	89%	91%	88%
x	89%	93%	88%
:	87%	93%	88%
%	18%	46%	63%
√	0%	1%	3%
+/-	3%	12%	16%
geheugenfuncties M+/M-/MRC	3%	12%	16%

3.4 Strategiegebruik bij bewerkingen

In de kerndoelen staat vermeld dat leerlingen aan het einde van de basisschool de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met behulp van standaardprocedures of varianten daarvan kunnen uitvoeren en in eenvoudige situaties kunnen toepassen. We hebben de leraren gevraagd welke oplossingsprocedure voor de verschillende bewerkingen het beste aansluit bij de praktijk in de eigen groep. Voor elk van de vier hoofdbewerkingen konden zij kiezen uit de kolomsgewijze benadering en het meer traditionele cijferalgoritme.

De algemene tendens is dat leraren in de bovenbouw van het basisonderwijs geleidelijk omschakelen van de kolomsgewijze benadering naar het cijferalgoritme, maar voor sommige bewerkingen vindt de omschakeling later plaats dan voor andere. Voor de

bewerkingen optellen en aftrekken komt de optie ‘alleen kolomsgewijze benadering’ weinig (jaargroep 6) of vrijwel niet meer (jaargroep 7 en 8) voor. Over de drie jaargroepen zien we een daling van het percentage leraren dat kiest voor ‘beide benaderingen’ onder gelijktijdige toename van het percentage leraren dat nog alleen voor het cijferalgoritme kiest en wel in die mate dat ongeveer 70 procent van de leraren in jaargroep 8 alleen het cijferalgoritme laat toepassen. Bij de bewerkingen vermenigvuldigen en delen komt de kolomsgewijze benadering duidelijk vaker voor. Maar ook hier zien we een geleidelijke omschakeling naar het cijferalgoritme. Bijna 60 procent van de leraren in jaargroep 8 maakt dan uitsluitend gebruik van het cijferalgoritme voor vermenigvuldigen. Voor de bewerking delen past de meerderheid van de leraren ook in jaargroep 8 het kolomsgewijs algoritme toe, maar ook hier bestaat de tendens over te schakelen naar het cijferalgoritme.

De toepassing van het kolomsgewijs algoritme of cijferalgoritme voor de vier hoofdbewerkingen in de bovenbouw van het basisonderwijs (% leraren)

Bewerkingen	Jaargroep	Alleen kolomsgewijs	Alleen cijferalgoritme	Beide	Geen van beide
Optellen	6	20	34	45	1
	7	5	53	42	0
	8	6	69	25	0
Aftrekken	6	22	40	36	2
	7	7	59	34	0
	8	5	72	23	0
Vermenigvuldigen	6	42	22	31	5
	7	23	34	42	1
	8	13	57	31	0
Delen	6	75	4	9	12
	7	73	9	17	1
	8	58	17	24	2

3.5 Aspecten van het hoofdrekenen en het schattend rekenen

Vergelijkbaar met de peilingsonderzoeken in 1992 en 1997 is in 2004 de leraren opnieuw gevraagd naar de aandacht die binnen het reken-wiskundeonderwijs wordt besteed aan het hoofdrekenen en het schattend rekenen. Hoofdrekenen is daarbij gedefinieerd als handig en flexibel rekenen, waarbij gebruik-

gemaakt wordt van basisvaardigheden, inzicht in getalrelaties en eigenschappen van bewerkingen. Hoofdrekenen legt de basis voor het schattend rekenen waarbij globaal gerekend wordt op basis van afgeronde getallen. Een additioneel kenmerk is dat de bewerkingen uit het hoofd worden uitgevoerd, zonder de ondersteuning van uitrekenpapier.

Vrijwel alle leraren besteden aandacht aan het hoofdrekenen op basis van oefenstof uit de reken-wiskundemethode. Daarnaast maakt 30 procent (jaargroep 8) tot 40 procent (jaargroep 6 en 7) van de leraren ook nog gebruik van computerprogramma's voor het hoofdrekenen.

Ook geldt dat vrijwel alle leraren minstens een keer per week aandacht besteden aan het hoofdrekenen en 60 procent twee keer per week of vaker. Wat deze frequentie betreft is er ook nauwelijks verschil tussen de jaargroepen 6, 7 en 8. Wel lijkt er een lichte terugval in frequentie te zijn ten opzichte van 1997 toen 70 tot 80 procent van de leraren aangaf minstens twee keer per week aandacht aan het hoofdrekenen te besteden.

Aandacht voor hoofdrekenen in de bovenbouw van het basisonderwijs (% leraren)

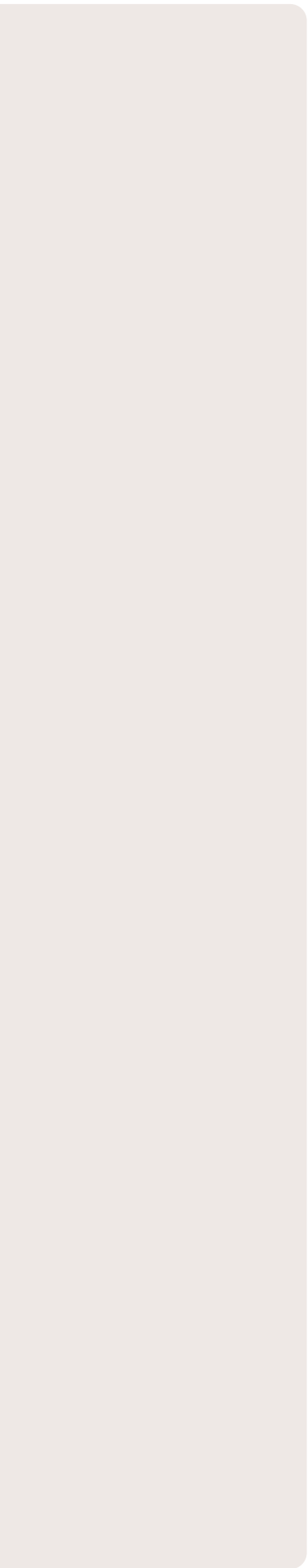
	jrg. 6	jrg. 7	jrg. 8
Waaraan ontleent men oefenmateriaal?			
Aan de eigen rekenmethode.	92%	94%	95%
Aan speciaal hoofdrekenmateriaal.	13%	12%	12%
Aan computerprogramma.	38%	41%	31%
Frequentie hoofdrekenen:			
< 1 keer per week	3%	6%	9%
1 keer per week	31%	30%	31%
2 keer per week	33%	39%	35%
Vaker	28%	24%	25%

De leraren is ook gevraagd in hoeverre zij aan een zevental aspecten van het hoofdrekenen aandacht besteden. Onderstaande tabel geeft voor de drie achtereenvolgende peilingsjaren het percentage leraren dat zegt regelmatig of vaak – dat is minstens eens per twee weken – aan een aspect aandacht te besteden. Enigszins afhankelijk van het jaargroepniveau zegt 70 procent tot 90 procent van de leraren regelmatig of vaak aandacht te besteden aan de basisvaardigheden voor de vier hoofdbewerkingen, waarbij het beeld in 2004 vrijwel overeenstemt met dat uit 1992, terwijl de percentages in 1997 wat hoger lagen. De aandacht voor basisvaardigheden bij het rekenen met breuken, procenten en komma-getallen is in jaargroep 6 duidelijk minder dan in de jaargroepen 7 en 8.

Percentage leraren dat regelmatig tot vaak aandacht besteedt aan aspecten van het hoofdrekenen (% leraren)

Hoofdrekenaspecten	Jrg.	1992	1997	2004
1 Basisvaardigheden bij het optellen en aftrekken (voorbeeld $74 - 28$ is ... $54 - 8$; $78 + 34$ is 78 en 30 ... is 108 en 4).	6	84	93	84
	7	75	80	74
	8	70	79	70
2 Basisvaardigheden bij het vermenigvuldigen en delen (voorbeeld 7×42 is 7×40 en 14 ; $1200 : 40$ is ... $120 : 4$).	6	88	93	88
	7	83	91	86
	8	78	85	81
3 Basisvaardigheden bij het rekenen met breuken, procenten en kommagetallen (voorbeeld 20% van 400 is $1/5$ deel van 400; $6/4 = 1,5$; relaties $0,25 \rightarrow 1/4 \rightarrow 25\%$).	6	29	30	36
	7	72	75	80
	8	80	79	91
4 Het zoeken en hanteren van handige oplossingsstrategieën, afhankelijk van de getallen (voorbeeld $69 + 28$ is 70 en 28 min 1 ; 7×39 is 7×40 min 7 ; 21×25 is 5×100 en 25).	6	70	82	83
	7	77	76	82
	8	78	82	85
5 Het door de leerlingen laten hanteren van meerdere oplossingsstrategieën voor eenzelfde (type) opgave.	6	60	76	81
	7	61	68	79
	8	63	75	80
6 Het via schatting komen tot het betrekkelijk ruwweg bepalen van de uitkomst van een berekening (voorbeeld 28×82 is ongeveer 30×80).	6	36	52	72
	7	54	66	79
	8	52	76	79
7 Het passend omgaan met benaderingen, afrondingen en schattingen in allerlei min of meer alledaagse toepassingssituaties (voorbeeld $6 \times \text{€ } 8,95$ is ongeveer 6×9 euro; $\text{€ } 4,95 + \text{€ } 7,90 + \text{€ } 12,50$ is iets meer dan $\text{€ } 25$).	6	33	51	66
	7	49	63	81
	8	53	72	82

Wel zien we in alle drie de jaargroepen een lichte toename in aandacht voor dit aspect in 2004 ten opzichte van eerdere peilingsjaren. Ook de aandacht voor oplossingsstrategieën neemt sinds 1992 geleidelijk aan toe in alle drie de jaargroepen. Dat geldt zowel voor het zoeken en hanteren van handige oplossingsstrategieën als voor het laten hanteren van meerdere oplossingsstrategieën voor eenzelfde type opgave. De aandacht voor deze drie onderwerpen onderscheidt zich nauwelijks naar jaargroepniveau. In 2004 zegt gemiddeld ongeveer 80 procent van de leraren regelmatig aan deze onderwerpen aandacht te besteden. De stijgende lijn in de aandacht voor het schattend rekenen die we in 1997 al constateerden ten opzichte van 1992 heeft zich verder doorgezet in alle drie de jaargroepniveaus. In 1992 besteedde zo'n 35 procent van de leraren in jaargroep 6 regelmatig aandacht aan schattend rekenen en dat percentage is in 2004 verdubbeld tot ongeveer 70 procent van de leraren. In de jaargroepen 7 en 8 is dit percentage gestegen van ongeveer 50 procent in 1992 naar 80 procent in 2004.



[04] Getallen en bewerkingen

In dit hoofdstuk beschrijven we de resultaten van het peilingsonderzoek voor het domein *Getallen en bewerkingen*. Dit domein omvat tien onderwerpen met als centrale thema de gecijferdheid van de leerlingen aan het einde van de basisschool.



... Het domein *Getallen en bewerkingen* omvat tien onderwerpen. We beschrijven de inhoud en wat leerlingen op verschillende vaardigheidsniveaus kunnen. Nieuw is dat we ook prestaties op verschillende leermomenten en naar doorstroomkenmerk vergelijken.

4.1 Getallen en getalrelaties

Inhoud

Bij dit onderwerp moeten de leerlingen betekenis kunnen geven aan getallen, zowel in allerlei gebruikssituaties als in het geheel van de getallenrij. Er komen formele aspecten van gehele getallen en kommagetallen aan de orde, die ook in toepassingsgerichte contexten zijn aangeboden. Het betreft o.a.:

- uitspraak en schrijfwijze van gehele en kommagetallen;
- verdertellen en terugtellen met eenheden en sprongen van bijvoorbeeld 0,1 en 0,01 en sprongen van 100 en 250;
- vergelijken en ordenen van getallen en meetuitkomsten;
- analyseren en samenstellen van getallen;
- aanvullen tot ronde getallen;
- afronden van getallen;
- het aangeven van de plaats van getallen op de getallenlijn, zowel precies als globaal schattend;
- het omzetten van breuken en aanduidingen in gewone spreektaal, bijvoorbeeld een kwart miljoen en 0,2 miljoen naar getallen met cijfers.

De opgaven van dit onderwerp waren in de peilingsonderzoeken van 1987 en 1992 verdeeld over de onderwerpen *Basiskennis en begrip van gehele getallen* en *Basiskennis en begrip van kommagetallen*. Aangezien het inhoudelijk dezelfde aspecten van gecijferdheid betreft zijn de opgaven in 1997 samengevoegd tot één vaardigheidsschaal: *Basiskennis en begrip van getallen*. Voor de vierde rekenpeiling in 2004 wordt net als in 1997 uitgegaan van één vaardigheidsschaal, die we nu *Getallen en getalrelaties* genoemd hebben.

Wat leerlingen kunnen

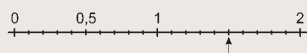
De percentiel-10 leerling beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 13 matig. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau kunnen goed verdertellen met gehele getallen waarbij een duizendtal gepasseerd wordt, zoals bij $7998 - 7999 = ? - ?$. Ook kunnen ze goed verdertellen met sprongen van 250 vanaf bijvoorbeeld 2250 (voorbeeldopgave 5) en terugtellen met sprongen van 100 zoals bij voorbeeldopgave 6 ($20\,225 - 20\,125 = 20\,025 - ?$). Ook zijn deze leerlingen goed in staat na te gaan welk van vier gegeven getallen het dichtst bij 600 ligt (voorbeeldopgave 2) en kunnen ze interpolaties uitvoeren zoals bij opgave 3

waarbij de leerlingen moeten aangeven welk jaar bij een bepaald punt op de tijdbalk hoort. De percentiel-10 leerling heeft ook al een aantal elementaire noties ontwikkeld over de opbouw en samenstelling van getallen. Zo weet deze leerling dat je een bedrag van € 3900,- met 39 briefjes van 100 euro kunt betalen (voorbeeldopgave 4) en kunnen ze aangeven dat het getal 980 bestaat uit 90 tientallen en 80 (voorbeeldopgave 7). Maar een soortgelijke opgave als opgave 7, waarbij 7840 moet worden geanalyseerd (voorbeeldopgave 12: $7840 = 78 \times \dots + 4 \times 10$) wordt nog maar matig beheerst door percentiel-10 leerlingen. Dat geldt ook voor het afronden van getallen op het dichtstbijzijnde duizendtal of honderdtal zoals bij voorbeeldopgave 13 waarbij 14 653 op het dichtstbijzijnde honderdtal moet worden afgerond. Het begrip van kommagetallen is bij percentiel-10 leerlingen minder ver ontwikkeld dan het begrip van gehele getallen. Deze leerlingen kunnen aangeven welk kommagetal bij een bepaald punt op de getallenlijn hoort in een goed gestructureerde situatie zoals bij voorbeeldopgave 1. Aangeven welke kommagetallen op een getallenlijn tussen twee punten liggen, zoals bij voorbeeldopgave 8, wordt door percentiel-10 leerlingen nog redelijk goed beheerst. Dat geldt ook voor het aangeven van de grootte van het verschil tussen twee getallen die slechts eenduizendste van elkaar verschillen (voorbeeldopgave 9). Het kunnen bepalen welk kommagetal op de getallenlijn halverwege tussen 3,1 en 3,2 ligt (voorbeeldopgave 10) wordt matig beheerst. Dat geldt ook voor het aangeven welk kommagetal hoort bij een punt van een in vijven verdeelde getallenlijn tussen 0 en 1 (voorbeeldopgave 11).

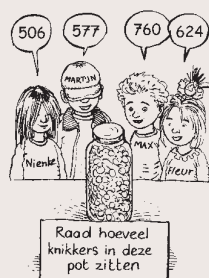
De percentiel-25 leerling beheerst de eerste tien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 11 tot en met 19 matig. De voorbeeldopgaven 1 tot en met 13 zijn hiervoor al besproken. De voorbeeldopgaven 14 tot en met 19 zijn met uitzondering van voorbeeldopgave 18 ($50\,055 = 55 \times 1 + ? \times 100$) allemaal opgaven met kommagetallen. Bij voorbeeldopgave 14 moeten de leerlingen tweetiende miljoen met cijfers schrijven. Een percentiel-25 leerling zal gemiddeld genomen zo'n zes à zeven opgaven van tien soortgelijke opgaven goed maken. De voorbeeldopgaven 15, 16 en 17 zijn ook voorbeelden van opgaven die matig beheerst worden door de percentiel-25 leerling. Bij voorbeeldopgave 15 moet worden aangegeven welk kommagetal midden tussen 2,06 en 2,07 ligt, bij voorbeeldopgave 16 hoe vaak eenduizendste in 1 past en bij voorbeeldopgave 17 hoeveel het verschil is tussen 999,9 en 1000.

Getallen en getalrelaties
Voorbeeldopgaven 1–13

1] Welk kommagetal hoort bij de pijl



2]

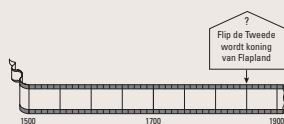


4 kinderen raden hoeveel knikkers in de pot zitten.

Er zitten 600 knikkers in de pot.

Wie heeft het best geraden?

3]



In welk jaar werd Flip de Tweede koning van Flapland?

In het jaar _____

4]



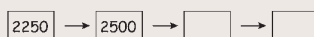
De motoren kosten € 3900,— per stuk.

Met hoeveel briefjes van 100 euro kun je zo'n motor kopen?

_____ briefjes

5] Tel zo verder.

Welke getallen moeten in de lege hokken staan?



6] Telkens 100 eraf.

Schrijf het volgende getal op.

20 225 20 125 20 025 _____

7] Maak de som af.

980 = _____ x 10 + 80

8]

2,4	2,6	2,15
2,71	2,35	2,06

Kijk in het vak hierboven. Er zijn twee getallen die op de getallenlijn liggen tussen 2,5 en 2,75.

Welke 2 getallen zijn dat?

_____ en _____

9] Wereldkampioenschappen schaatsen 1991

Klassement beste Nederlanders

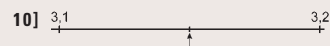
3e Bart Veldkamp	160,391 punten
4e Leo Visser	160,392 punten

Hoe groot was het verschil in punten?

A 0,1 punt

B 0,01 punt

C 0,001 punt



Welk getal hoort bij de pijl?



Welk kommagetal moet bij de pijl staan?

12] Vul in.

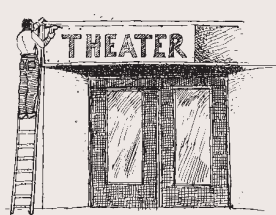
7840 = 78 x _____ + 4 x 10

13] Rond af op het dichtstbijzijnde honderdtal.

14 653 → _____

Getallen en getalrelaties
Voorbeeldopgaven 14–19

14]



De bouw van dit theater kostte 6 miljoen euro.

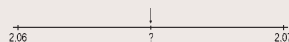
Er was gerekend op 6,2 miljoen euro.

Hoeveel euro heeft de bouw minder gekost?

(Schrijf het getal helemaal met cijfers!)

€ _____

15]



Welk getal hoort op de getallenlijn op de plaats die de pijl aanwijst?

16] Hoe vaak past 0,001 in 1?

_____ keer

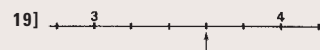
17] De kilometerteller van de auto draait net door naar 999,9 km.

Hoeveel km moet de auto nog rijden voordat de teller naar 1000,0 draait?

_____ km

18] Vul in.

50 055 = 55 x 1 + _____ x 100



Welk getal hoort op de plaats die de pijl aanwijst?

Bij voorbeeldopgave 19 is de getallenlijn tussen 3 en 4 in vijf stukken verdeeld en moet de leerling aangeven welk kommagetal hoort bij een bepaald punt. Deze opgave wordt door de percentiel-25 leerling matig beheerst. De overige voorbeeldopgaven worden door de percentiel-25 leerling onvoldoende beheerst.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste 19 voorbeeldopgaven goed of nagenoeg goed en de voorbeeldopgaven 20 tot en met 27 matig. Het betreft opgaven waarbij leerlingen:

- moeten aangeven welk cijfer in het gegeven getal op de plaats van de honderdsten staat (voorbeeldopgave 20);
- kommagetallen in volgorde van klein naar groot moeten zetten (voorbeeldopgave 21);
- moeten aangeven waar 1,609 ligt op een getallenlijn, waarbij 0–2 km in 10 stukken is verdeeld (voorbeeldopgave 22);
- 0,85 miljoen met cijfers moeten schrijven (voorbeeldopgave 23);
- de tijd moeten noteren die $\frac{3}{100}$ seconde sneller is dan 10,89 seconde (voorbeeldopgave 27);
- getallen moeten afronden, zoals bij de voorbeeldopgaven 24 tot en met 26. Bij voorbeeldopgave 24 moet 19,38496 afgerond worden op 2 cijfers achter de komma en bij voorbeeldopgave 26 moet 51 324 afgerond worden op een honderdtal. Bij voorbeeldopgave 25 gaat het om het afronden van 3437,48 op het dichtstbijzijnde gehele getal. Ongeveer 47 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, heeft het goede antwoord 3437 gegeven. Ruim 9 procent van de leerlingen past de afrondingsregel niet goed toe en geeft als antwoord 3438. Uit de gegeven antwoorden van de leerlingen blijkt dat

velen niet weten wat met ‘het dichtstbijzijnde gehele getal’ wordt bedoeld. Zo rondt zeven procent van de leerlingen af op 3437,50, zes procent van de leerlingen op 3000, vijf procent op 3400 en ten slotte gaf vier procent van de leerlingen 3500 als antwoord.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 25 goed of bijna goed. De voorbeeldopgaven 26 en 27 beheerst deze leerling matig en de laatste drie voorbeeldopgaven onvoldoende.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 27 goed, de voorbeeldopgaven 28 en 29 matig en opgave 30 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 28 moeten de leerlingen aangeven hoeveel euro 460 miljoen munten van één eurocent samen waard zijn. Ongeveer eenderde deel van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, kwam tot het goede antwoord: 4,6 miljoen (euro) of € 4 600 000,–. Bij voorbeeldopgave 29 moeten de leerlingen het gedeelte achter de komma interpretern $18,80 = 18 \times 1 + 80 \times ?$. Voorbeeldopgave 30, de moeilijkste opgave van deze schaal is zelfs voor de percentiel-90 leerlingen nog erg lastig. Bij deze opgave moeten de leerlingen eerst uitrekenen voor welk bedrag er prijzen van 100 euro zijn en vervolgens bepalen hoeveel prijzen dat dan zijn.

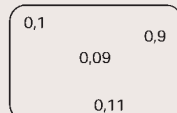
Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties* (pag. 56) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Getallen en getalrelaties Voorbeeldopgaven 20–30

20] 439,781

Welk cijfer staat in dit getal op de plaats van de honderdsten?

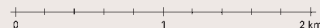
21]



Zet deze getallen in volgorde van klein naar groot.

22] 1 Engelse mijl = 1,609 km

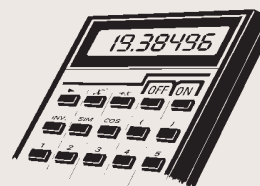
Geef met een pijl zo precies mogelijk aan waar 1,609 op onderstaande getallenlijn ligt.



23] Het bedrijf waar de vader van Tobias werkt, heeft het afgelopen jaar een verlies van 0,85 miljoen euro geleden.

Schrijf 0,85 miljoen in cijfers.

24]



Michelle rekt iets uit op de rekenmachine. Je ziet de uitkomst. Ze rondt dit af op 2 cijfers achter de komma. Welke uitkomst krijgt ze dan?

25] Rond af op het dichtstbijzijnde gehele getal.

3437,48 → _____

26]

Voetbalstadions	Capaciteit
Arena (Ajax)	51 324
Alkmaarderhout (AZ)	11 130
De Vijverberg (De Graafschap)	10 900
Gelredome (Vitesse)	26 675

In de Arena is plaats voor 51 324 mensen.

Rond dit aantal af op een honderdtal.

_____ mensen

27] Het oude record van Wadoebi op de 100 meter was 10.89 seconden.

Hij verbeterd zijn record met

$\frac{3}{100}$ seconde.

Wat is zijn nieuwe record?

_____ seconde

28] In Nederland zijn 460 miljoen

munten van één eurocent.

Hoeveel euro zijn die samen waard?

_____ euro

29] Maak de som af.

$18,80 = 18 \times 1 + 80 \times$ _____

30]

Prijzengeld loterij
€ 100 000 aan prijzen:
1 prijs van € 25 000,-
5 prijzen van € 10 000,-
5 prijzen van € 1 000,-
en voor de rest prijzen van € 100,-

Hoeveel prijzen van 100 euro zijn dat?

_____ prijzen

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheids-schaal (pag. 54). Voor de standaarden Minimum en Voldoende is dit interkwartiel-bereik relatief groot. Dat wijst erop dat beoordelaars onderling duidelijk van mening verschilden over het gewenste niveau.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheids-score 260, een niveau dat 42 procent van de leerlingen haalt. Naar het oordeel van de meeste beoordelaars bereiken daarmee te weinig leerlingen het voor deze standaard gewenste niveau, immers de standaard Voldoende wordt beoogd bij 70 tot 75 procent van de leerlingen. Op het niveau van de standaard Voldoende wordt van de leerlingen verwacht dat zij de eerste 20 voorbeeld-opgaven goed of vrijwel goed beheersen, terwijl er sprake zou moeten zijn van matige beheersing van de voorbeeldopgaven 21 tot en met 27.

Voor de **standaard Minimum** ligt de mediaan van de oordelen bij vaardigheidsscore 160 en dat niveau wordt bereikt door 96 procent van de leerlingen. De leerlingen beheersen dan slechts de eerste zes voorbeeldopgaven goed, vrijwel alle andere voorbeeldopgaven worden onvoldoende beheerst. Men zou zich hierbij de vraag kunnen stellen of dit wel een reëel uitgangspunt is voor de standaard Minimum voor deze toch vrij basale vaardigheid.

Het niveau van de oordelen voor de **standaard Gevorderd** geeft aan dat een goede beheersing van vrijwel alle voorbeeldopgaven zou passen binnen de termen van het curriculum voor de kerndoelen basis-onderwijs. De laatste drie voorbeeldopgaven worden daarvan min of meer uitgezonderd.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties* (pag. 56) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheids-niveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

De posities van de vaardigheidsverdelingen van 1.25- en 1.90-leerlingen vertonen nog slechts een zeer klein verschil. Het in het vorige peilingsonderzoek (1997) nog geconstateerde verschil is vrijwel vervallen. Dat zou een tweeledige oorzaak kunnen hebben. Enerzijds is de definitie van 1.25-leerlingen in vergelijking met eerdere peilingen aangescherpt en wel zodanig dat een verlaging van het gemiddelde vaardigheids-niveau verwacht zou mogen worden. Anderzijds kunnen de prestaties van 1.90-leerlingen natuurlijk ook zijn toegenomen. Het feit dat de afstand tussen 1.00-leerlingen en 1.90-leerlingen ten opzichte van eerdere peilingen iets is verkleind, maakt in ieder geval ook deze laatste optie plausibel. Voor alle drie de groepen geldt dat meer dan 90 procent van de leerlingen het mediaanniveau van de standaard Minimum bereikt. Wat de standaard Voldoende betreft, deze wordt bereikt door bijna 50 procent van de 1.00-leerlingen en door slechts iets meer dan een kwart van de leerlingen uit de beide andere categorieën. We constateren een vrij groot verschil in vaardigheid tussen jongens en meisjes. Weliswaar bereikt meer dan 90 procent van beide groepen de standaard Minimum, maar de standaard Voldoende wordt door 52 procent van de jongens en door slechts 32 procent van de meisjes bereikt.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Getallen en getalrelaties

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	98%	48%
1.25	232	49	93%	28%
1.90	228	49	92%	26%
Geslacht				
jongens	262	49	98%	52%
meisjes	237	48	95%	32%
Leermoment				
M7	175	51	61%	5%
E7	209	51	83%	16%
M8	254	50	97%	45%
E8	250	50	96%	42%
Afnamejaar				
1992	222	50	90%	22%
1997	229	50	92%	27%
2004	250	50	96%	42%
Doorstroom				
BB	186	36	77%	2%
KB	218	35	95%	12%
GL	242	35	99%	30%
HV	287	35	100%	78%

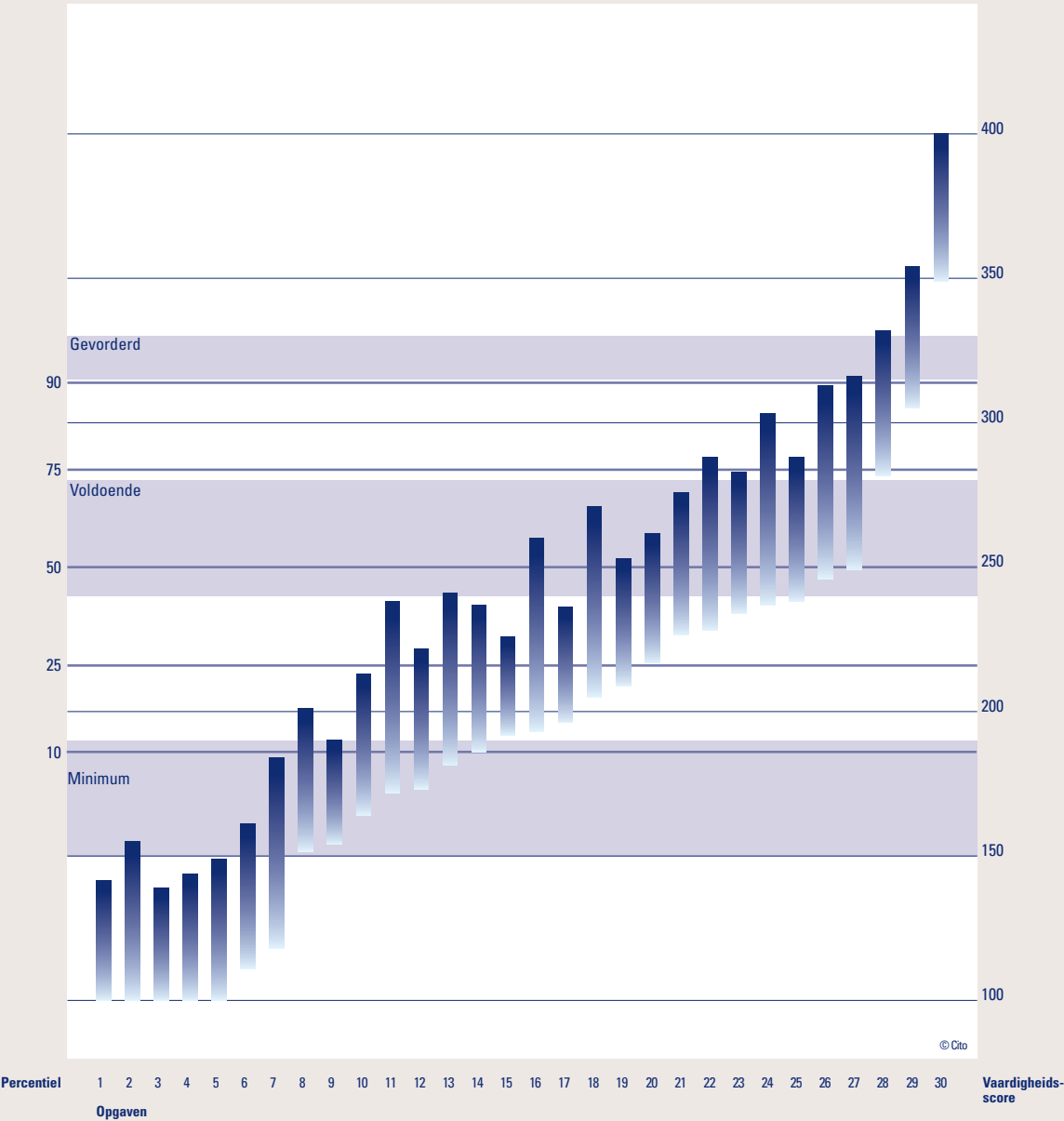
Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Getallen en getalrelaties

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 9	10 – 13	14 – 30
KB	1 – 10 en 12	11 en 13 – 19	20 – 30
GL	1 – 15 en 17	16 en 18 – 25	26 – 30
HV	1 – 23 en 25	24, 26 – 28	29 en 30

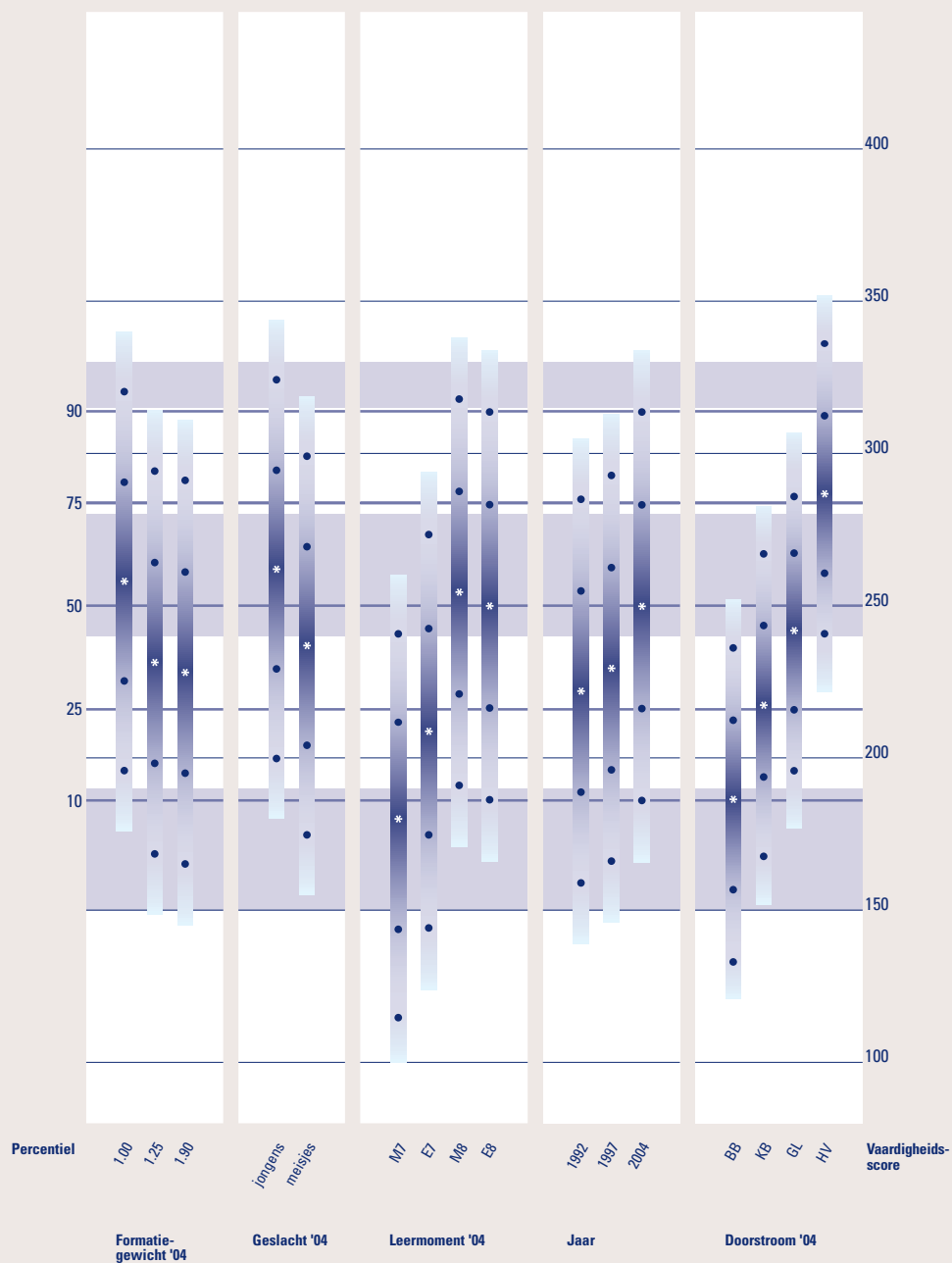
Opgaven die tot dit onderwerp behoren zijn ook in het LVS-onderzoek afgenomen zodat een vergelijking tussen leermomenten gemaakt kan worden. We vergelijken de resultaten over de laatste vier meetmomenten van medio jaargroep 7 tot eind jaargroep 8. Er is sprake van een forse groei in vaardigheid tussen de leermomenten M7 en M8, maar daarna is er sprake van stilstand, zelfs van een lichte terugval. De vaardigheid van de beste leerlingen medio jaargroep 7 is vergelijkbaar met die van de gemiddelde leerling halverwege of einde jaargroep 8. Anderzijds is het niveau van de percentiel-10 leerling eind jaargroep 8 vergelijkbaar met dat van de gemiddelde leerling medio jaargroep 7. Wanneer we de prestaties van de leerlingen over de laatste drie peilingen vergelijken, dan constateren we over deze periode toch een duidelijke groei van de gemiddelde vaardigheid. Het niveau van de standaard Voldoende in 2005 vastgesteld, zou in 1992 en 1997 door slechts een kwart van de leerlingen bereikt zijn terwijl in 2005 42 procent van de leerlingen dit niveau bereikt. Overigens hebben de beoordelaars in 2005 het criterium voor de standaard Voldoende duidelijk hoger gelegd dan de beoordelaars in 1995. Vergelijken we tot slot de vier doorstroom-niveaus. Van de BB-leerlingen bereikt twee procent het mediaanniveau van de standaard Voldoende en 77 procent dat van de standaard Minimum. De gemiddelde vaardigheidsscore van deze groep leerlingen correspondeert met dat van de percentiel-10 leerling in de totale populatie en is, afgezet tegen de onderscheiden leermomenten, vergelijkbaar met dat van M7-leerlingen. In de andere drie groepen bereikt meer dan 90 procent van de leerlingen het niveau van de standaard Minimum. De standaard Voldoende echter wordt slechts door 12 procent van de KB-leerlingen en door 30 procent van de GL-leerlingen bereikt. De positie van de vaardigheidsverdeling van de KB-leerlingen correspondeert het beste met die van E7-leerlingen. Ten slotte bereikt 78 procent van de havo-vwo-leerlingen het niveau van de standaard Voldoende. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeld-opgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Getallen en getalrelaties



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

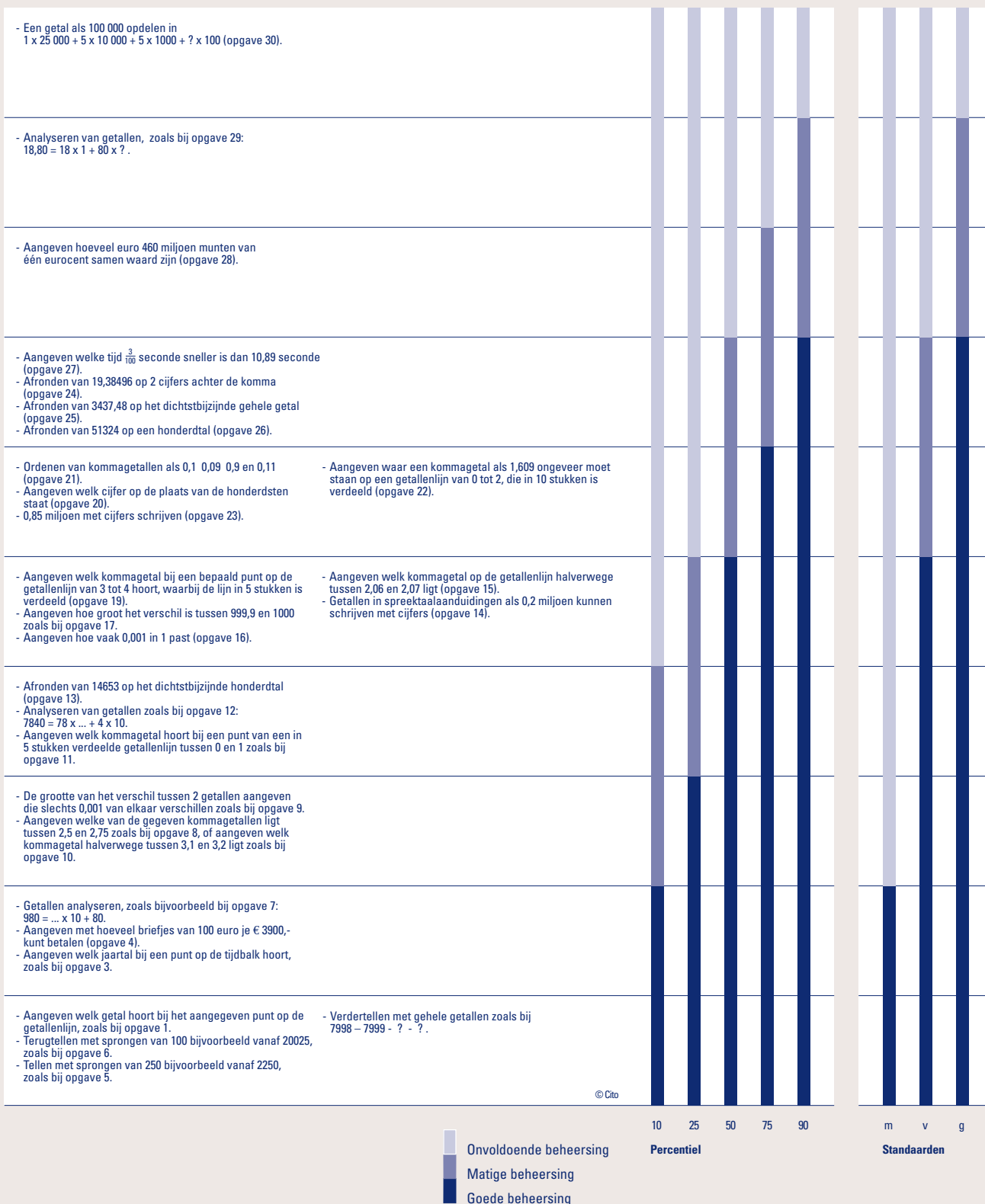
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Getallen en getalrelaties



4.2 Basisoperaties: optellen en aftrekken

Inhoud

Het onderwerp *Hoofdrekenen*: basisoperaties uit de peiling einde basisonderwijs van 1997 is in deze vierde peiling verdeeld in de onderwerpen *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*. De indeling bij de basisoperaties is nu hetzelfde als de indeling die gehanteerd wordt bij de onderwerpen over hoofdrekenen en bewerkingen.

Onder basisoperaties verstaan we de vaardigheid om snel en vaardig bepaalde opgaven uit te rekenen door gebruik te maken van basiskennis, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen. Het gaat daarbij om:

- optellen en aftrekken met gehele getallen onder de honderd;
- opgaven met grotere (ronde) getallen zoals bij $10\,000 - 9750$;
- opgaven van gehele getallen met nullen, analoog aan de tafels van optellen en aftrekken, zoals: $60 + 50 = \dots$, $170 - 80 = \dots$;
- optellen en aftrekken waarbij kommagetallen worden gebruikt, zoals $100 - 0,5 = \dots$

De opgaven zijn de leerlingen via een geluids-cassette of cd auditief aangeboden om de antwoorttijd, vastgesteld op zeven seconden, onder controle te houden. Tegelijkertijd kon de leerling de opgaven zien staan in een boekje met op iedere bladzijde één opgave, zodat de leerling er later niet meer op kon terugkomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven en de voorbeeldopgaven 13 tot en met 23 matig, met uitzondering van voorbeeldopgave 19 die eveneens goed wordt beheerst. De percentiel-10 leerling beheerst de optel- en aftrekopgaven met gehele getallen in het getallengebied tot 100, zoals $45 + 23$ (voorbeeldopgave 2), $54 + 9$ (voorbeeldopgave 3), $43 - 7$ (voorbeeldopgave 4) en $100 - 35$ (voorbeeldopgave 8) goed. Ook opgaven met nullen, veelal analoog aan opgaven in het getallengebied tot 100, worden goed beheerst. Dat zijn onder andere opgaven als $80 + 70$ (voorbeeldopgave 1), $500 + 8900$ (voorbeeldopgave 5), $3450 + 500$ (voorbeeldopgave 6), $6250 + 1250$ (voorbeeldopgave 7), $170 - 90$ (voorbeeldopgave 9), $6250 + 750$ (voorbeeldopgave 11), $640 + 90$ (voorbeeldopgave 12). Daarnaast beheersen ze enkele opgaven met komma-

getallen goed zoals $1,48 + 0,50$ (voorbeeldopgave 10) en $1 - 0,8$ (voorbeeldopgave 19). De percentiel-10 leerling beheerst de volgende opgaven matig:

- optellingen met gehele getallen als $994 + 9$ (voorbeeldopgave 14), $6400 + 900$ (voorbeeldopgave 15) en $8995 + 100$ (voorbeeldopgave 16);
- aftrekkingen met gehele getallen als $500 - 13$ (voorbeeldopgave 17), $8000 - 7250$ (voorbeeldopgave 18), $8050 - 100$ (voorbeeldopgave 20), $4000 - 750$ (voorbeeldopgave 21) en $604 - 10$ (voorbeeldopgave 22);
- en aftrekkingen met kommagetallen als $10 - 0,70$ (voorbeeldopgave 13) en $1 - 0,35$ (voorbeeldopgave 23).

De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 26 goed, de voorbeeldopgaven 27 tot en met 29 matig en voorbeeldopgave 30 onvoldoende.

Alle hiervoor vermelde voorbeeldopgaven beheerst de percentiel-25 leerling goed. Daarnaast beheerst deze leerling ook opgaven als $0,25 + 9,5$ (voorbeeldopgave 24), $0,8 + 0,7$ (voorbeeldopgave 25) en $10 - 0,45$ (voorbeeldopgave 26) goed. Matig beheersen leerlingen van dit vaardigheidsniveau opgaven als $10\,000 - 25$ (voorbeeldopgave 27), $100 - 0,5$ (voorbeeldopgave 28) en $1 - 0,125$ (voorbeeldopgave 29).

De gemiddelde leerling beheerst vrijwel alle voorbeeldopgaven goed, uitgezonderd voorbeeldopgave 30 ($836 + 299 = \dots$), die matig beheerst wordt.

Vanaf percentiel 75 beheersen de leerlingen alle voorbeeldopgaven goed.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken* (pag. 62) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheids-schaal (pag. 60). Zowel voor de standaard Voldoende als voor de standaard Minimum geldt dat het gewenste niveau door de beoogde groep leerlingen wordt bereikt. Volgens de definitie zou de **standaard Voldoende** door 70 tot 75 procent van de leerlingen bereikt moeten worden. De mediaan van de oordelen voor deze standaard is door de beoordelaars gelegd bij vaardigheidsscore 215, een niveau dat door 76 procent van de leerlingen wordt bereikt.

**Basisoperaties: optellen
en aftrekken**
Voorbeeldopgaven 1–30

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1] $80 + 70 =$ _____ | 11] $6250 + 750 =$ _____ | 21] $4000 - 750 =$ _____ |
| 2] $45 + 23 =$ _____ | 12] $640 + 90 =$ _____ | 22] $604 - 10 =$ _____ |
| 3] $54 + 9 =$ _____ | 13] $10 - 0,70 =$ _____ | 23] $1 - 0,35 =$ _____ |
| 4] $43 - 7 =$ _____ | 14] $994 + 9 =$ _____ | 24] $0,25 + 9,5 =$ _____ |
| 5] $500 + 8900 =$ _____ | 15] $6400 + 900 =$ _____ | 25] $0,8 + 0,7 =$ _____ |
| 6] $3450 + 500 =$ _____ | 16] $8995 + 100 =$ _____ | 26] $10 - 0,45 =$ _____ |
| 7] $6250 + 1250 =$ _____ | 17] $500 - 13 =$ _____ | 27] $10\,000 - 25 =$ _____ |
| 8] $100 - 35 =$ _____ | 18] $8000 - 7250 =$ _____ | 28] $100 - 0,5 =$ _____ |
| 9] $170 - 90 =$ _____ | 19] $1 - 0,8 =$ _____ | 29] $1 - 0,125 =$ _____ |
| 10] $1,48 + 0,50 =$ _____ | 20] $8050 - 100 =$ _____ | 30] $836 + 299 =$ _____ |

Op het niveau van de standaard Voldoende beheersen de leerlingen vrijwel alle opgaven van dit onderwerp goed.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** is 180 en dit niveau wordt door 92 procent van de leerlingen bereikt. Op het niveau van deze standaard beheersen de leerlingen de eerste 10 à 12 voorbeeldopgaven goed en de meeste andere opgaven matig. Een zevental opgaven (met name voorbeeldopgaven 24 – 30) worden nog onvoldoende beheerst.

Het oordeel voor de **standaard Gevorderd** impliceert een goede beheersing van alle, ook de moeilijkste, opgaven. Alle opgaven behoren dus volgens de beoordelaars tot het kerncurriculum voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken* (pag. 62) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Verschillen tussen groepen leerlingen kunnen worden gerapporteerd voor de variabelen formatiegewicht, geslacht, afnamejaar en doorstroom naar het voortgezet onderwijs. De afnameprocedure van dit type opgave week af van die welke is gebruikt voor het onderzoek ten behoeve van het leerlingvolgsysteem, zodat we geen vergelijking kunnen rapporteren voor verschillende leer-momenten.

Voor de variabele formatiegewicht vinden we een daling van het gemiddelde prestatieniveau van de leerlingen met toename van het formatiegewicht. Afgezet tegen de mediaan van de standaard Voldoende bereikt 80 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van deze standaard, tegen 68 procent en 59 procent van respectievelijk 1.25- en 1.90-leerlingen.

De gemiddelde vaardigheidsscore van de jongens is 261 tegen 238 van de meisjes, toch een vrij fors verschil. De mediaan van de standaard Voldoende wordt dan ook bereikt door 83 procent van de jongens en door 68 procent van de meisjes.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	256	49	94%	80%
1.25	238	49	88%	68%
1.90	227	49	83%	59%
Geslacht				
jongens	261	49	95%	83%
meisjes	238	48	89%	68%
Afnamejaar				
1992	239	50	88%	69%
1997	236	50	87%	66%
2004	250	50	92%	76%
Doorstroom				
BB	198	41	67%	34%
KB	225	41	86%	60%
GL	245	41	94%	77%
HV	279	41	99%	94%

Uit de vergelijking over de drie laatste peilingsjaren blijkt dat de gemiddelde vaardigheidsscore in 2004 iets hoger ligt dan die van de voorafgaande jaren.

De vaardigheid van de leerlingen op het gebied van de basisoperaties optellen en aftrekken is dus enigszins verbeterd.

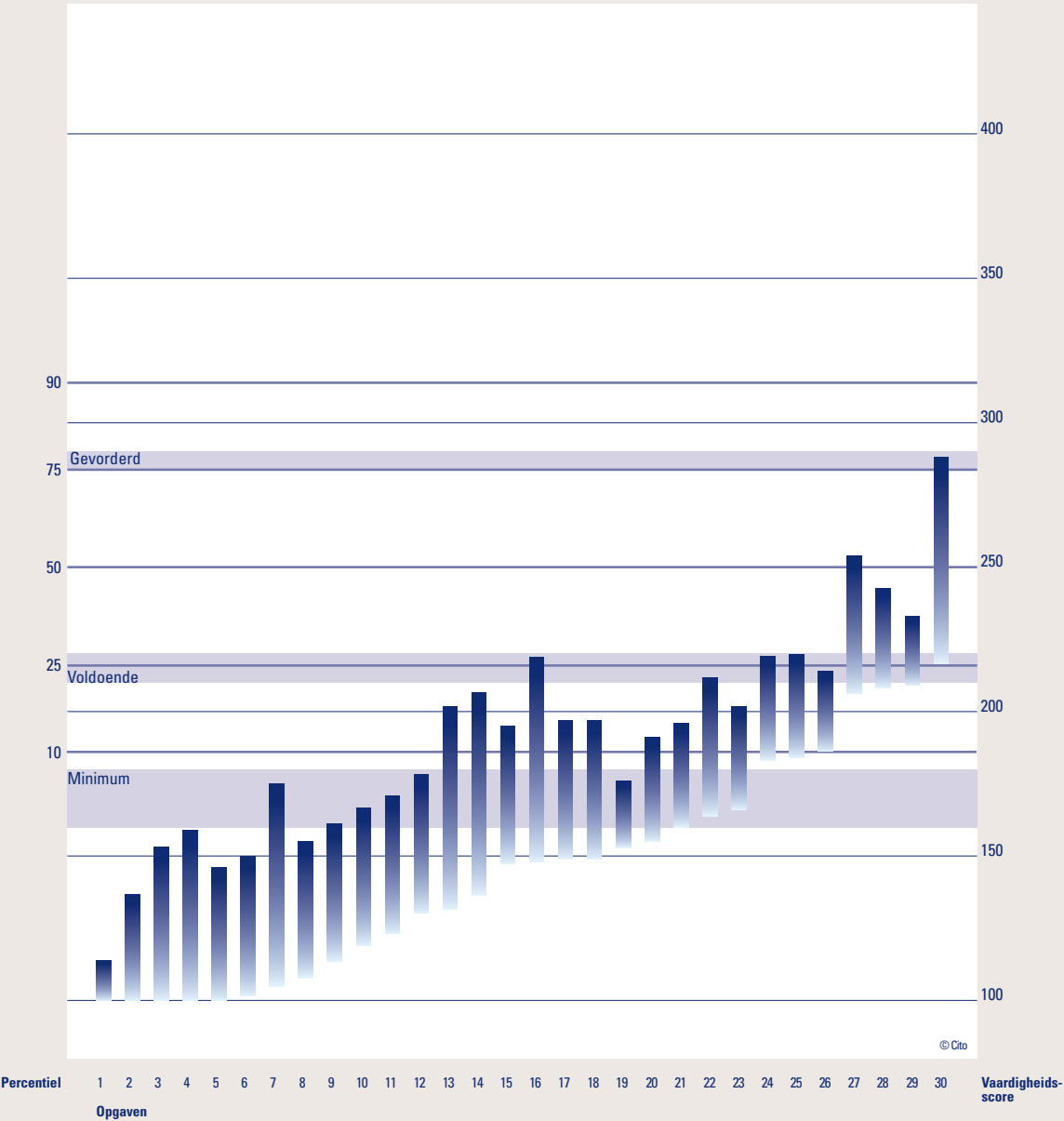
Er is, zoals dat is te verwachten, een duidelijke toename in het gemiddelde vaardigheidsniveau van de leerlingen in de vier onderscheiden doorstroomniveaus, variërend van basisberoepsgerichte leerweg (BB), tot havo-vwo (HV). De verschillen zijn vrij groot wanneer we ze afzetten tegen het niveau van de standaard Voldoende. Zo bereikt 94 procent van de HV-leerlingen de mediaan van de oordelen voor de standaard Voldoende tegen slechts 34 procent van de BB-leerlingen. Van de kaderberoepsgerichte leerweg (KB) is dat 60 procent en van de gemengde leerweg (GL) 77 procent. Wel is het zo dat een meerderheid van de BB-leerlingen (67 procent) het niveau van de standaard Minimum bereikt. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeld-opgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken

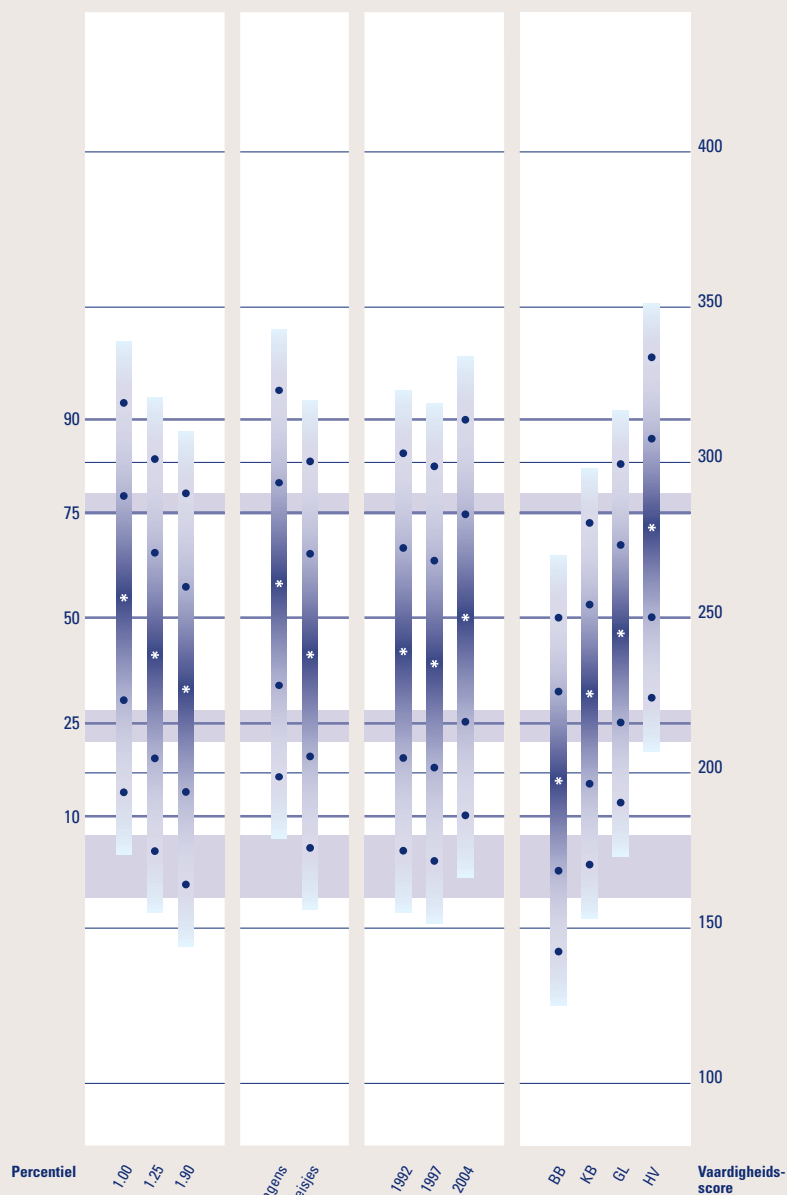
doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 21 en 23	22 en 24 – 26	27 – 30
KB	1 – 26	27 – 30	
GL	1 – 29	30	
HV	1 – 30		

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Basisoperaties: optellen en aftrekken



Standaarden



Formatie-gewicht '04

Geslacht '04

Jaar

Doorstroom '04

Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

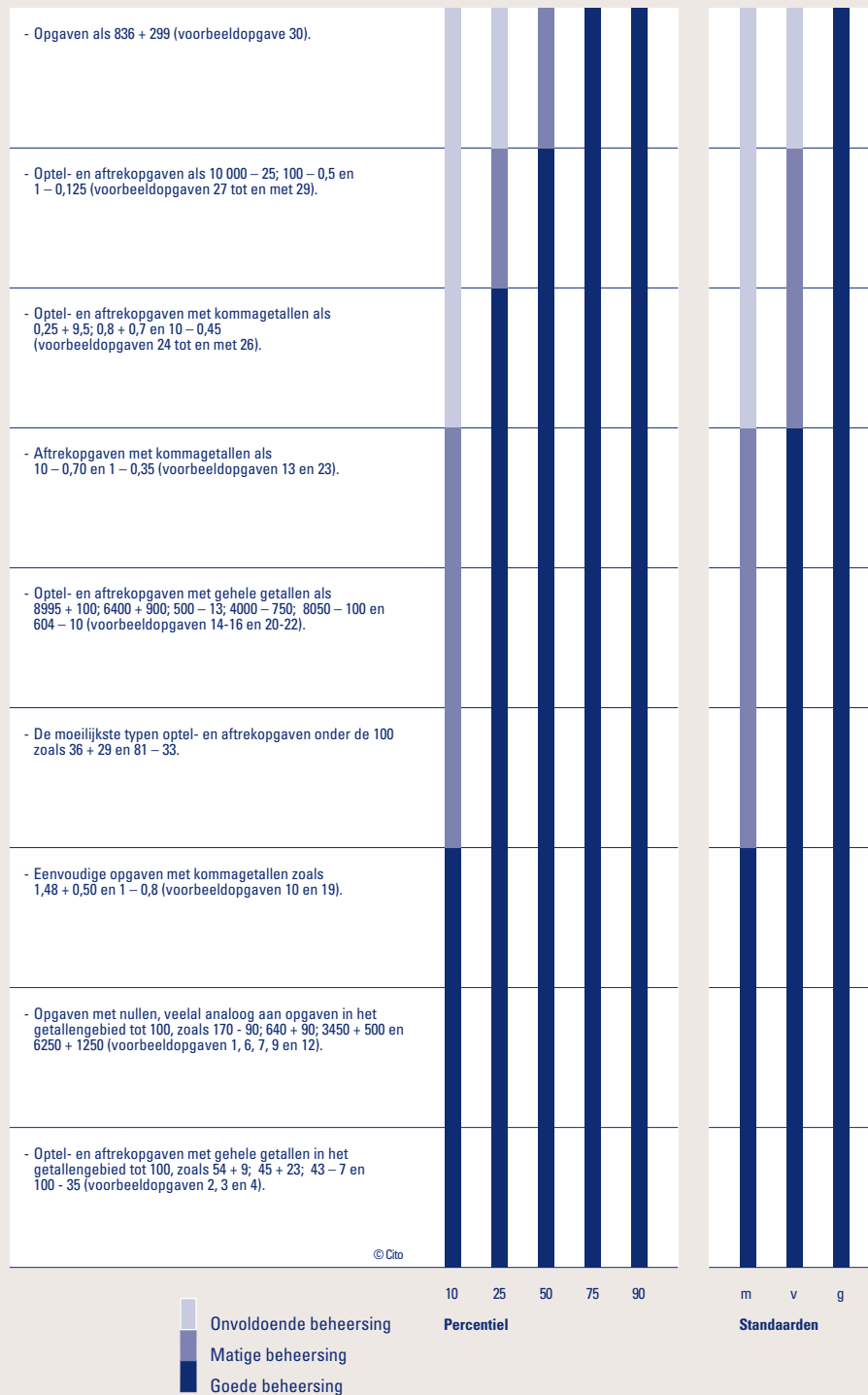
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: optellen en aftrekken



4.3 Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Het onderwerp *Hoofdrekenen: basisoperaties* uit de peiling einde basisonderwijs van 1997 is in deze vierde peiling verdeeld in de onderwerpen *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen*. Door deze opsplitsing is de indeling bij de basisoperaties nu hetzelfde als bij de onderwerpen over hoofdrekenen en bewerkingen.

Onder basisoperaties verstaan we inhoudelijk gezien opgaven die snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van basiskennis, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen.

Het gaat daarbij om:

- vermenigvuldigen en delen met gehele getallen onder de honderd;
- opgaven van gehele getallen met nullen en kommagetallen, analoog aan de tafels van vermenigvuldigen en delen zoals:
 $420 : 6 = \dots$, $5 \times 900 = \dots$, $0,6 \times 500 = \dots$ en $2,4 : 3 = \dots$
- vermenigvuldigen met en delen door 10, 100 en 1000 van gehele getallen en kommagetallen zoals bij $1000 \times 45 = \dots$, $3,75 \times 100 = \dots$, $2,5 : 10 = \dots$ en $75 : 1000 = \dots$

De opgaven zijn via een geluidscassette of cd auditief aan de leerlingen aangeboden om de antwoorttijd, vastgesteld op zeven seconden per opgave, onder controle te houden.

Tegelijkertijd kon de leerling de opgaven zien staan in een boekje met op iedere bladzijde één opgave, zodat hij er later niet meer op kon terugkomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 9 tot en met 14 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen de vermenigvuldig- en deeltafels tot en met 10, zoals onder andere $54 : 9$ en 7×9 , goed. Deze leerlingen beheersen ook de volgende typen opgaven goed:

- opgaven met gehele getallen zoals 8×25 , 6×15 en $200 : 25$;
- opgaven met nullen, analoog aan de tafels van vermenigvuldigen en delen zoals 8×90 ;
- opgaven waarbij een veelvoud van 10 of 100 gedeeld wordt door 10, zoals bij $1800 : 10$;

- en opgaven waarbij een getal met 10 of 100 vermenigvuldigd wordt, zoals bij 100×45 . Moeilijker opgaven met nullen analoog aan de tafels van vermenigvuldigen en delen zoals 80×60 en $5600 : 70$ beheersen de percentiel-10 leerlingen matig. Dat geldt ook voor het delen van veelvouden van 1000 door 100 zoals bij de opgave $24\,000 : 100$ en voor opgaven met eenvoudige kommagetallen zoals $10 \times 0,5$ en $4 \times 0,5$ en opgaven als $1500 : 750$.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 12 tot en met 24 matig. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen met name opgaven matig waarbij kommagetallen met 10, 100 en 1000 vermenigvuldigd worden zoals bij $100 \times 4,5$; $100 \times 0,1$; $1000 \times 1,75$; $0,05 \times 1000$; $100 \times 3,75$; $10 \times 10,9$; $1000 \times 3,75$ en $0,75 \times 1000$. Ook deelopgaven waarbij de uitkomst een kommagetal is, zoals bij $0,06 : 10$ en $9 : 100$, worden matig beheerst.

De voorbeeldopgaven 27 tot en met 30 beheerst de percentiel-25 leerling onvoldoende.

De gemiddelde leerling beheerst alle hiervoor genoemde opgaven goed en daarnaast beheerst deze leerling opgaven als $7,5 : 10$ en $10,5 : 10$ ook nagenoeg goed. Maar opgaven als $25 : 1000$ en $10 : 8$ beheerst de gemiddelde leerling nog onvoldoende.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 28 goed, voorbeeldopgave 29 matig en voorbeeldopgave 30 onvoldoende.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 29 goed en voorbeeldopgave 30 matig.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen* (pag. 68) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 66). Voor zowel de standaard Minimum als de standaard Voldoende geldt dat er een relatief grote overeenstemming tussen beoordelaars was omtrent het gewenste niveau. Voor de standaard Gevorderd ligt dat duidelijk anders. Ongeveer 25 procent van de beoordelaars vond dat alle opgaven binnen de kerndoelen pasten, een vergelijkbaar aantal beoordelaars wilden daarvan de laatste twee opgaven uitsluiten.

Basisoperaties:**vermenigvuldigen en delen****Voorbeeldopgaven 1–30**

1] $54 : 9 =$ _____

11] $10 \times 0,5 =$ _____

21] $100 \times 3,75 =$ _____

2] $8 \times 25 =$ _____

12] $5600 : 70 =$ _____

22] $10 \times 10,9 =$ _____

3] $7 \times 9 =$ _____

13] $1500 : 750 =$ _____

23] $0,06 : 10 =$ _____

4] $100 \times 45 =$ _____

14] $4 \times 0,5 =$ _____

24] $9 : 100 =$ _____

5] $8 \times 90 =$ _____

15] $8 \times 17 =$ _____

25] $1000 \times 3,75 =$ _____

6] $1800 : 10 =$ _____

16] $100 \times 4,5 =$ _____

26] $0,75 \times 1000 =$ _____

7] $6 \times 15 =$ _____

17] $100 \times 0,1 =$ _____

27] $7,5 : 10 =$ _____

8] $200 : 25 =$ _____

18] $1000 \times 2,5 =$ _____

28] $10,5 : 10 =$ _____

9] $80 \times 60 =$ _____

19] $1000 \times 1,75 =$ _____

29] $25 : 1000 =$ _____

10] $24\,000 : 100 =$ _____

20] $0,05 \times 1000 =$ _____

30] $10 : 8 =$ _____

Het gaat dan niet zozeer om de opgave als zodanig, maar om de opgave in combinatie met de gegeven afnameprocedure als basisoperatie.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** is 230, een niveau dat door 66 procent van de leerlingen wordt bereikt. De beoordelaars zijn van mening dat met uitzondering van de laatste twee opgaven, alle opgaven goed of in ieder geval matig beheerst moeten worden, wil er sprake zijn van voldoende niveau bij de basisoperaties voor vermenigvuldigen en delen. Voor de **standaard Minimum** is de mediaan van de oordelen 185 en dat bereikt 90 procent van de leerlingen. Op het niveau van de standaard Minimum beheersen de leerlingen minder dan de helft van de voorbeeldopgaven goed of matig en worden de overige opgaven dus onvoldoende beheerst. Opnieuw gaat het dan niet zozeer om de opgave als zodanig, maar om de opgave in combinatie met de afnameprocedure, dat wil zeggen uit het hoofd, zonder uitrekenpapier en binnen korte tijd. Anders gezegd, deze opgaven behoeven op dit niveau niet vrijwel geautomatiseerd te zijn.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen* (pag. 68) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Bij een vergelijking van groepen leerlingen op basis van het formatiegewicht vinden we voor dit onderwerp slechts een klein verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen en blijven beide groepen leerlingen nog duidelijk achter bij 1.00-leerlingen. Vertaald naar de mediaan van de oordelen voor de standaard Voldoende betekent dit dat 70 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van deze standaard behaalt, tegen 55 procent van de 1.25-leerlingen en 51 procent van de 1.90-leerlingen. Voor de standaard Minimum zijn de percentages achtereenvolgens 93, 85 en 82.

**Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het
onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen**

	gemiddelde score	standaard- afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	256	49	93%	70%
1.25	236	49	85%	55%
1.90	231	50	82%	51%
Geslacht				
jongens	254	50	91%	68%
meisjes	246	50	89%	63%
Afnamejaar				
1992	260	50	93%	72%
1997	247	50	90%	64%
2004	250	50	90%	66%
Doorstroom				
BB	195	40	60%	19%
KB	226	40	85%	46%
GL	243	40	93%	63%
HV	281	39	99%	90%

**Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp
Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen**

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 11	12 – 18	19 – 30
KB	1 – 22	23 – 28	29 – 30
GL	1 – 22 en 24 – 26	23 en 27 – 28	29 – 30
HV	1 – 28	29	30

De gemiddelde prestaties van jongens zijn iets hoger dan die van meisjes met respectievelijk 68 procent en 63 procent dat het mediaan-niveau van de standaard Voldoende bereikt. Om dezelfde reden als bij het vorige onderwerp zijn er geen gegevens beschikbaar over de verschillende leermomenten in jaar-groep 7 en 8. De afnameprocedure in het kader van het LVS-onderzoek is anders dan in het PPON-onderzoek en we moeten ervan uitgaan dat ook de procedure van invloed zou kunnen zijn op de resultaten.

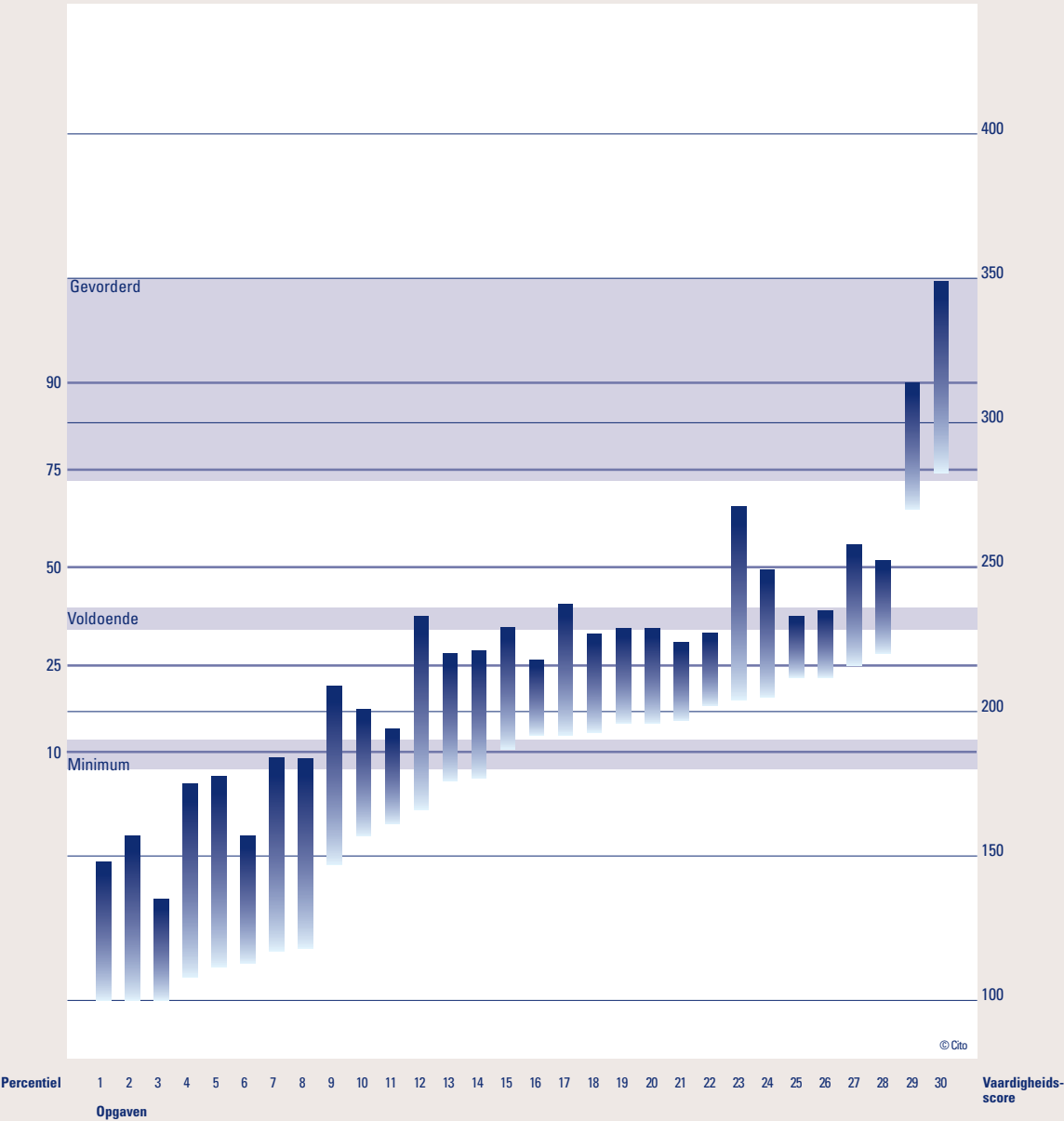
De verschillen ten opzichte van voorgaande peilingsonderzoeken in 1992 en 1997 zijn klein. Er kan ook niet gesproken worden van een bepaalde trend.

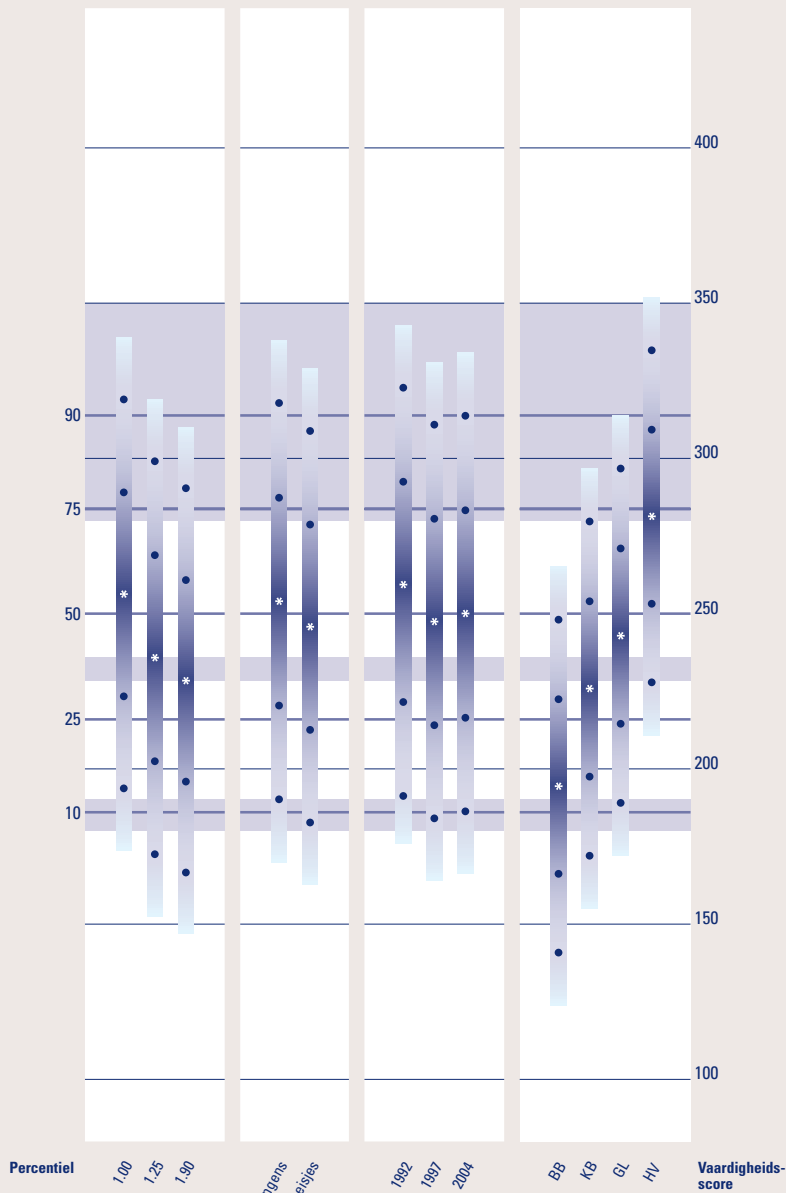
De verschillen tussen leerlingen op basis van het doorstroomniveau naar het voortgezet onderwijs zijn groot. Van de BB-leerlingen bereikt 19 procent het mediaanniveau van de standaard Voldoende tegenover 90 procent van de havo-vwo-leerlingen. Voor KB- en GL-leerlingen zijn de percentages 46 en 63. De standaard Minimum wordt bereikt door 60 procent van de BB-leerlingen, en door meer dan 80 procent van de overige leerlingen.

Afgezet tegen de voorbeeldopgaven beheerst de gemiddelde BB-leerling de eerste 11 opgaven goed of vrijwel goed en nog enkele opgaven matig. Maar ongeveer de helft van de voorbeeldopgaven worden nog onvoldoende beheerst. De gemiddelde havo-vwo-leerling daarentegen beheerst behoudens de opgaven 29 en 30, alle voorbeeldopgaven goed. In de tabel '*Het leerlandschap ...*' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen





Formatie-gewicht '04

Geslacht '04

Jaar

Doorstroom '04

Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

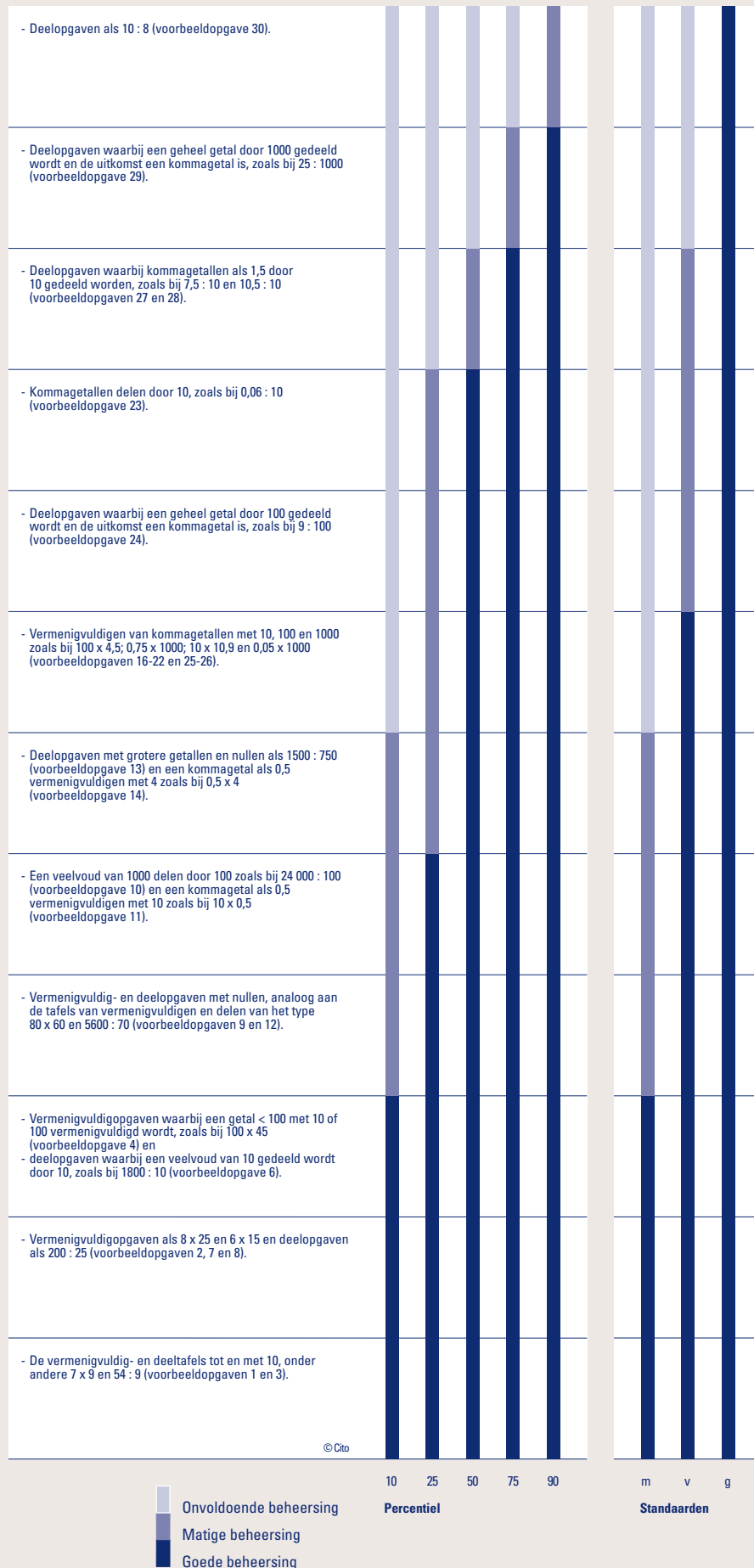
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basisoperaties: vermenigvuldigen en delen



4.4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om optel- en aftrek-opgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven *uit het hoofd* uitgerekend moeten worden, dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier, en zonder het noteren van tussenuitkomsten. Anders dan bij de vorige twee onderwerpen is er nu geen tijdsdruk om het antwoord ook snel te geven. De leerling heeft nu dus ook de tijd om een geschikte oplossingsstrategie te vinden en toe te passen.

Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat deze een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden.

De **optelopgaven**, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:

- het verwisselen of hergroeperen:
 $483 + 59 + 17 = 483 + 17 + 59 = 500 + 59 = 559$;
- het splitsen en rekenen via een rond getal:
 $8,96 + 0,16 = 8,96 \dots 9 \dots 9,12$;
- het vervangen van de oorspronkelijke getallen door één van de getallen te vergroten en het andere getal in dezelfde mate te verkleinen of omgekeerd
 $(194 + 210 = 200 + 204 = 404)$;
- het vervangen van één of meer van de getallen door een afgerond getal en daarvoor achteraf compenseren ($99 + 99$ als $100 + 100 - 2$);

Bij de **aftrekopgaven** gaat het om procedures zoals:

- hergroeperen;
- splitsen en rekenen via een rond getal;

- het vergroten of verkleinen van beide getallen in gelijke mate;
- het vervangen van één getal door een rond getal en daarvoor achteraf compenseren;
- aanvullen;
- het in één keer aftrekken van twee of meer getallen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 5 bijna goed, de voorbeeldopgaven 6 en 7 redelijk goed, de voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 matig en de voorbeeldopgaven 11 tot en met 18 onvoldoende.

Percentiel-10 leerlingen beheersen optellingen goed, waarbij gehele getallen gehergroepeerd kunnen worden, zoals bij voorbeeldopgave 1: $63 + 78 + 37 = 63 + 37 + 78 = 100 + 78 = 178$.

Ook kunnen ze goed overweg met opgaven waarbij een compensatiestrategie gebruikt kan worden zoals bij voorbeeldopgave 2:

$847 + 98 = 847 + 100 - 2$. Ook opgaven als voorbeeldopgave 3, waarbij uitgerekend moet worden hoeveel 4 - 0,62 is en voorbeeldopgave 4, waarbij het verschil tussen 178 en 285 moet worden bepaald, kunnen ze goed aan. Voorbeeldopgave 5 wordt door de percentiel-10 leerlingen bijna goed beheerst.

Bij deze opgave kunnen (net zoals bij voorbeeldopgave 1) de getallen gehergroepeerd worden: $22,25 + 8,45 + 7,75 = 22,25 + 7,75 + 8,45 = 30 + 8,45 = 38,45$. Met de voorbeeldopgaven 6 en 7 kunnen percentiel-10 leerlingen al redelijk goed overweg.

Bij voorbeeldopgave 6 ($8003 - 5$) moet over een duizendtal heen gerekend worden en voorbeeldopgave 7 kan handig opgelost worden als de leerlingen de juiste combinaties vormen van de op te tellen bedragen:

$2,34 + 1,66 = 4$ en $0,95 + 2,05 = 3$; € 4 + € 3 is samen € 7,-.

De percentiel-10 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 nog matig.

Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Voorbeeldopgaven 1–10

1] $63 + 78 + 37 = \underline{\hspace{2cm}}$

2] $847 + 98 = \underline{\hspace{2cm}}$

3]

VERSE VIS	KABELJAUWFILET	
GEWICHT 0,211	€ PER KILO 18,95	BEDRAG IN € 4,00
TE GEBRUIKEN TOT EN MET 04 02 2004		
BONUSVOORDEEL € 0,62		

Dit pak kabeljauwfilet kost 4 euro. Als je een bonuskaart hebt, betaal je 0,62 euro minder aan de kassa. Hoeveel betaal je dan?

€

4]



Op de veerboot is plaats voor 285 personenauto's. Er zijn al 178 auto's op de boot.

Hoeveel auto's kunnen er nog mee?

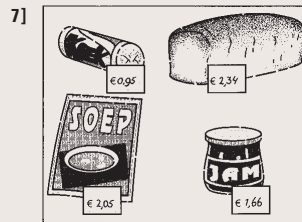
 auto's



Demi gaat met haar kat naar de dieren-arts. Het bezoek kost € 22,25. Ze koopt ook nog een doos met pillen van € 8,45 en een doos met pillen van € 7,75. Hoeveel moet Demi betalen?

€ _____

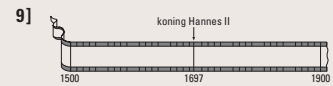
6] $8003 - 5 =$ _____



Hoeveel kosten deze boodschappen samen?

€ _____

8] $50 - 7,50 =$ _____



Koning Hannes II is geboren op 1 januari 1697. Hij is 59 jaar geworden. In welk jaar stierf koning Hannes II?

10] In een frisdrankfabriek vulde de machine 1475 flessen per uur. De machine is verbeterd en vult nu 1600 flessen per uur. Hoeveel flessen zijn dat per uur meer?

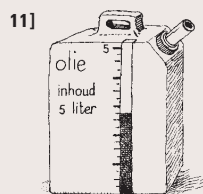
_____ flessen

Het betreft opgaven waarbij bewerkingen als $50 - 7,50$ (voorbeeldopgave 8) en $1697 + 59$ (voorbeeldopgave 9) uitgevoerd moeten worden en het verschil tussen 1475 en 1600 (voorbeeldopgave 10) bepaald moet worden.

De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 7 goed, voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 bijna goed, voorbeeldopgave 11 redelijk goed, de voorbeeldopgaven 12 tot en met 14 matig en de voorbeeldopgaven 15 tot en met 18 onvoldoende. Voorbeeldopgave 11 vraagt inzicht in kommagetallen. De leerling moet een aftrekking uitvoeren met getallen die een ongelijk aantal cijfers achter de komma hebben ($2,75 - 0,5$). Van de ongeveer 400 leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft ongeveer 80 procent het goede antwoord 2,25 gegeven en ongeveer 10 procent het foutieve antwoord 2,70 of 2,7.

Bij voorbeeldopgave 12 wordt gevraagd twee getallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma op te tellen: $5,85 + 4,2 = \dots$. Van de ongeveer 400 leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft 73 procent het goede antwoord 10,05 gegeven. De meest voorkomende foute antwoorden – elk bij ongeveer zeven procent van de leerlingen – zijn 9,87 (de getallen voor en achter de komma apart optellen: $5 + 4 = 9$ en $85 + 2 = 87$ leidt tot 9,87) en 10,5 ($5,8 + 4,2 = 10$ en $10 + 0,5 = 10,5$ in plaats van $10 + 0,05$). Percentiel-25 leerlingen beheersen opgaven zoals voorbeeldopgave 13, waarbij de compensatiestrategie $0,99 + 1,99 + 0,99 + 1,99 + 1,99 = 1 + 2 + 1 + 2 + 2 - 0,05$, voor de hand ligt, matig. Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 14, waarbij 28 500 van de 55 000 kaartjes verkocht zijn en de leerling moet uitrekenen hoeveel kaartjes nog verkocht kunnen worden.

Hoofdrekenen: optellen en aftrekken
Voorbeeldopgaven 11–18



In het tankje zit nog 2,75 liter olie. Casper gebruikt 0,5 liter voor zijn auto. Hoeveel liter olie zit dan nog in de kan?

_____ liter

12] $5,85 + 4,2 =$ _____

13]

Bruine bonen	€ 0,99
Erwtensoepp	€ 1,99
Bakmeel	€ 0,99
Ontbijtkoek	€ 1,99
Kersenjam	€ 1,99
TOTAAL	€ _____

Hoeveel kosten deze boodschappen in totaal?

€ _____

14] Voor een voetbalwedstrijd zijn 55 000 kaartjes beschikbaar. Er zijn al 28 500 kaartjes verkocht. Hoeveel kaartjes kunnen nog in totaal verkocht worden?

_____ kaartjes

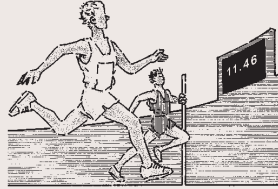
15] $0,75 + 7,5 =$ _____

16] Boekenkast

Meubelplaat	€ 75,50
Beukenhout	€ 115,45

Hoe groot is het verschil in prijs tussen de kast in meubelplaat en de kast in beukenhout?

€ _____

17]

Brian finisht na 11,46 seconden.

Joe finisht 0,6 seconde later dan Brian.

Welke tijd loopt Joe?

_____ seconden

18] Het aantal inwoners van Obelin is in 6 jaar van 189 500 naar een kwart miljoen gestegen.
Hoeveel inwoners zijn er in die 6 jaar bijgekomen?

_____ inwoners

De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 12 goed, voorbeeldopgave 13 bijna goed, voorbeeldopgave 14 redelijk, de voorbeeldopgaven 15 tot en met 17 matig en voorbeeldopgave 18 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 15 ($0,75 + 7,5 =$) en bij voorbeeldopgave 17 ($11,46 + 0,6 =$) moeten de leerlingen net zoals bij voorbeeldopgave 12 twee getallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma optellen. Van de ongeveer 400 leerlingen die voorbeeldopgave 17 gemaakt hebben, heeft ruim 50 procent het goede antwoord 12,06 gegeven en 36 procent van de leerlingen het antwoord 11,52. Wat opvalt in vergelijking met de antwoorden bij voorbeeldopgave 12 is dat bij voorbeeldopgave 17 de strategie waarbij de leerlingen het gedeelte voor en achter de komma als aparte getallen gaan beschouwen veel vaker voorkomt ($11 + 0 = 11$ en $46 + 6 = 52$ leidt tot het foutieve antwoord 11,52). Bij voorbeeldopgave 17 interpreteert ongeveer 6 procent van de leerlingen de context foutief: zij gaan aftrekken in plaats van optellen. De leerlingen die gaan aftrekken komen tot antwoorden als 10,86 en 11,40. Aan dit laatste antwoord ligt zowel een interpretatiefout (aftrekken in plaats van optellen) als een berekeningsfout ten grondslag ($11 - 0 = 11$ en $46 - 6 = 40$ leidt tot 11,40). Bij voorbeeldopgave 16 heeft de gemiddelde leerling net zoals bij voorbeeldopgave 15 nog ongeveer 50 procent kans om een goed antwoord te geven. Bij voorbeeldopgave 16 moet het verschil tussen twee bedragen (€ 75,50 en € 115,45) berekend worden. Van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft iets minder dan de helft het goede antwoord 39,95 gegeven en ongeveer 12 procent van de leerlingen heeft 40,05 als antwoord gegeven.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 goed, voorbeeldopgaven 16 en 17 redelijk goed en voorbeeldopgave 18 matig. Bij deze laatste opgave moeten de leerlingen uitrekenen

hoeveel inwoners erbij gekomen zijn als het aantal inwoners is gestegen van 189 500 naar een kwart miljoen.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 17 goed en voorbeeldopgave 18 redelijk goed.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* (pag. 76) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Oplossingsprocedures

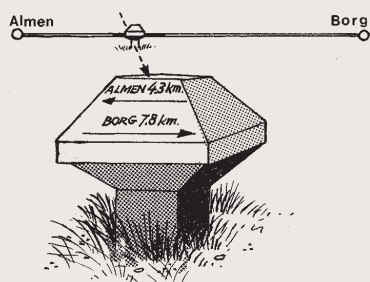
Van drie opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van twee van deze opgaven zijn ook in 1987 oplossingsprocedures verzameld. We kunnen dus bij deze opgaven de oplossingsprocedures uit 1987 vergelijken met die van 2004.

Opgave A is in 1987 bij 126 leerlingen individueel afgenomen. Toen maakte 54 procent van de leerlingen deze opgave goed. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en nu maakte 55 procent van de leerlingen de opgave goed, een vergelijkbaar succespercentage.

Bij de eerste oplossingsprocedure waarbij de leerlingen het gedeelte voor en het gedeelte achter de komma apart uitrekenen is de meest voorkomende fout dat leerlingen denken dat $0,3 + 0,8$ samen 0,11 is en de totaaluitkomst dus 11,11. De eerste strategie komt in 2004 iets minder vaak voor dan in 1987, maar de strategie is in 2004 wel succesvoller: minder kinderen komen in 2004 tot de foutieve conclusie dat $0,8 + 0,3$ samen 0,11 is.

In gedachten cijferen komt in 2004 evenveel voor als in 1987, maar de leerlingen maken daarbij in 2004 wel vaker een fout dan in 1987.

Opgave A



Hoe ver liggen Almen en Borg van elkaar?

_____ km

Opgave B

Wilma is 153,6 cm lang. Vorig jaar was haar lengte 146,7 cm.

Hoeveel is Wilma sinds vorig jaar gegroeid?

_____ cm

Vier procent van de leerlingen in 1987 en acht procent van de leerlingen in 2004 maakte gebruik van een rijgstrategie om de opgave op te lossen. Dit is bij deze opgave een zeer succesvolle strategie: alle kinderen kwamen met die strategie tot het goede antwoord. De komma in één of beide getallen over het hoofd zien kwam alleen in 1987 voor en was waarschijnlijk te wijten aan het formaat van de afbeelding. Dat formaat was in 1987 iets kleiner dan in 2004 waardoor een aantal kinderen de komma niet duidelijk genoeg heeft waargenomen.

Het meest opvallende bij de vergelijking van de oplossingsprocedures van 1987 en 2004 is dat er in 2004 veel meer leerlingen de context foutief interpretern. Veel meer leerlingen dan in 1987 gaan de getallen van elkaar aftrekken of 4,3 aanvullen tot 7,8.

Opgave B is in 1987 bij 112 leerlingen individueel afgenomen waarvan 60 procent de opgave goed beantwoordde. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en maakte 69 procent de opgave goed. In 1987 was de strategie 'cijferend uit het hoofd van achteren naar voren' nog de meest voorkomende strategie. Deze strategie werd door ruim eenderde deel van de leerlingen toegepast. In 2004 wordt deze strategie nog door iets minder dan een vierde deel van de leerlingen toegepast. In 2004 is de meest voorkomende strategie die bij deze opgave wordt toegepast een aanvulstrategie: 41 procent van de leerlingen in 2004 paste deze strategie toe, tegen 30 procent van de leerlingen in 1987. Ook zien we in 2004 een toename van het gebruik van een compensatiestrategie en een kleine toename van het gebruikmaken van rijgend aftrekken om deze opgave op te lossen.

Oplossingsprocedures bij opgave A

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Het gedeelte voor en het gedeelte achter de komma apart uitrekenen: $7 + 4 = 11$ en $0,3 + 0,8 = 1,1$; Samen 12,1	31%	79%	28%	94%
Cijferen in gedachten (van achteren naar voren)	17%	100%	16%	81%
Rijgend optellen (bijvoorbeeld $7,8 + 0,3 = 8,1$; $8,1 + 4 = 12,1$)	4%	100%	8%	100%
De komma in één of beide getallen over het hoofd zien	12%	0%	—	—
Foutieve interpretatie	23%	0%	41%	0%
Anders	11%	64%	7%	91%
Leerling komt niet tot een antwoord	2%	0%	—	—
Totaal	100%	54%	100%	55%

Oplossingsprocedures bij opgave B

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Aanvullen in 2 of meer stappen, bijvoorbeeld via * $146,7 \rightarrow + 0,3 \rightarrow 147 \rightarrow + 6 \rightarrow 153 \rightarrow + 0,6 \rightarrow 153,6$ en $0,3 + 6 + 0,6 = 6,9$ * $146,6 \rightarrow + 0,9 \rightarrow 147,6 \rightarrow + 6 \rightarrow 153,6$ en $0,9$ en $6 = 6,9$ * $146,7 \rightarrow + 0,3 \rightarrow 147 \rightarrow + 3 \rightarrow$ $150 \rightarrow + 3 \rightarrow 153 \rightarrow + 0,6 \rightarrow 153,6$ en $0,3 + 3 + 3 + 0,6 = 6,9$	30%	82%	41%	81%
Cijferend uit het hoofd (van rechts naar links)	34%	63%	24%	71%
Compensatie strategie toepassen, bijvoorbeeld $153 - 146 = 7$ $0,6 - 0,7 = 0,1$ tekort; $7 - 0,1 = 6,9$ of foutief compenseren $153 - 146 = 7$ $0,7 - 0,6 = 0,1$ en $7 + 0,1 = 7,1$	14%	50%	19%	63%
Rijgend aftrekken bijvoorbeeld via $153,6 - 0,7 = 46$ of $153,6 - 100 = 46$ of $153,6 - 100 - 46 = 0,7$	7%	63%	9%	91%
Anders	10%	18%	7%	11%
Leerling komt niet tot een antwoord	5%	0%	—	—
Totaal	100%	60%	100%	69%

Opgave C

5270 hardlopers doen mee aan de marathon.

4887 hardlopers halen de eindstreep.

Hoeveel haalden het niet?

_____ hardlopers

Oplossingsprocedure	2004	
	aandeel	goed
Aanvullen vanaf 4887, bijvoorbeeld eerst tot 5000 of eerst tot 4900 of eerst tot 4890	55%	71%
Rijgend aftrekken: $5270 - 4000 - 800 - 80 - 7$	13%	63%
Cijferend uit het hoofd van achteren naar voren	26%	60%
Anders	6%	50%
Totaal	100%	66%

Opgave C is in 2004 bij 140 leerlingen individueel afgenomen. 66 procent van de leerlingen maakte de opgave goed. De meest voorkomende strategie bij deze opgave is aanvullen vanaf 4887. Ongeveer driekwart van de leerlingen die deze strategie volgen, vult meteen aan tot 5000. Ongeveer een vijfde deel van de leerlingen die aanvullen, vult eerst aan tot 4900 en ongeveer 5 procent van de leerlingen vult eerst aan tot 4890. Alle aanvulstrategieën zijn ongeveer even succesvol. De meest voorkomende fout bij het aanvullen vanaf 4887 tot 5000 is dat men de sprong tot 5000 op 213 stelt in plaats van op 113. Rijgend aftrekken, waarbij de leerlingen bij 5270 beginnen, wordt door 13 procent van de leerlingen gedaan. De meest voorkomende volgorde is $5270 - 4000 - 800 - 80 - 7$, maar ook varianten daarop komen voor. Een kwart van de leerlingen rekent de opgave cijferend uit het hoofd uit. Bij de categorie 'Anders' was één leerling die een compensatiestrategie volgde: $4887 + 400 = 5287$ en dan 17 eraf, dus de uitkomst wordt: $400 - 17 = 383$.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 74). Over de vraag wat kinderen aan het einde van het basisonderwijs op het gebied van het hoofdrekenen: optellen en aftrekken minimaal zouden moeten beheersen bestond onder de beoordelaars een grote mate van overeenstemming. In feite beperkt zich dat tot de vaardigheid nodig voor het goed kunnen oplossen van de eerste vier voorbeeldopgaven. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt bij vaardigheidsscore 180, een niveau dat door 92 procent van de leerlingen wordt bereikt en daarmee correspondeert met het voor deze standaard beoogde niveau. Over de positie van de **standaard Voldoende** bestond onder de beoordelaars duidelijk

minder eensgezindheid. De mediaan van de oordelen voor deze standaard is 250 en dat bereikt 50 procent van de leerlingen, toch duidelijk minder dan de voor deze standaard beoogde omvang van 70 tot 75 procent. De standaard impliceert dat de leerlingen de eerste 11 à 12 voorbeeldopgaven zonder het gebruik van uitrekenpapier, dus 'uit het hoofd', goed zouden moeten kunnen oplossen, zonder dat daar overigens een tijdslimiet aan is verbonden.

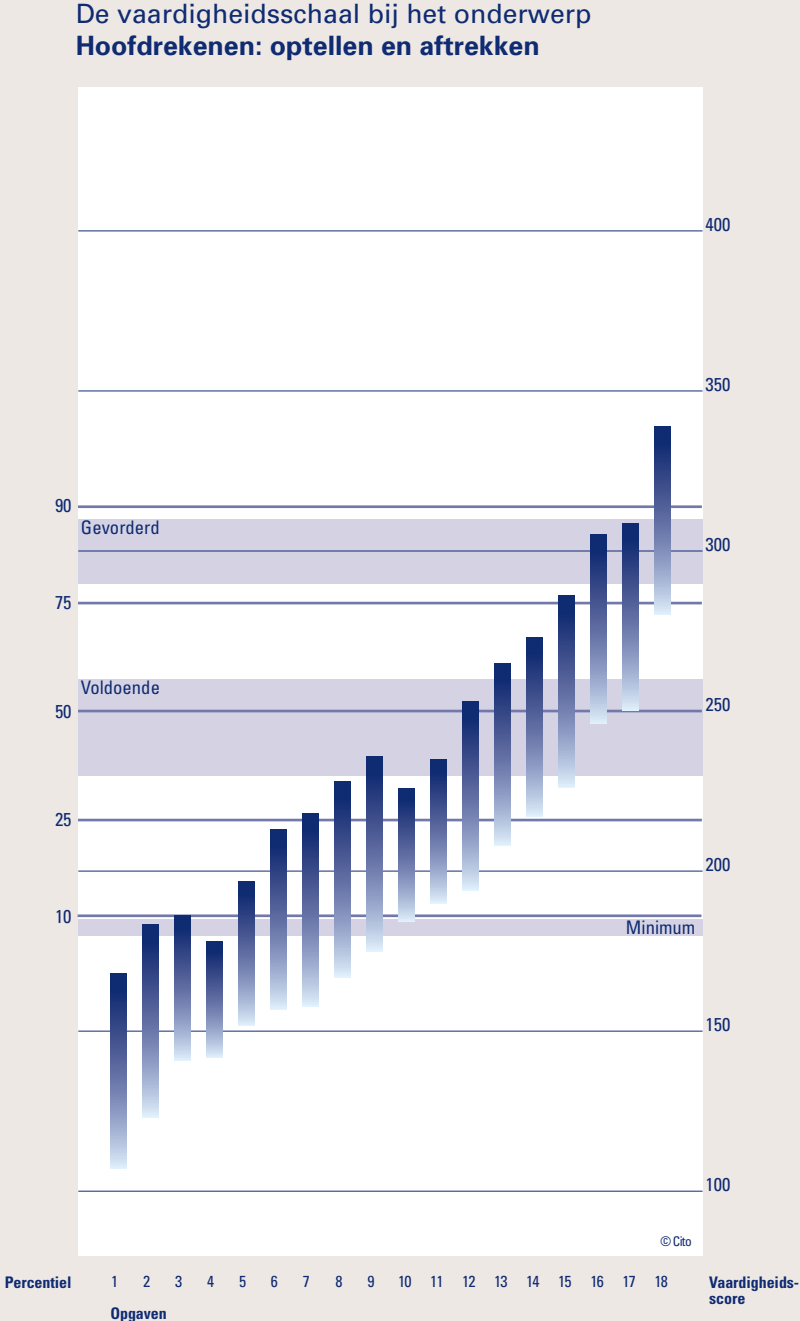
Gezien de positie van de **standaard Gevorderd** overstijgt het uit het hoofd kunnen uitrekenen van opgaven zoals voorbeeldopgaven 16, 17 en 18, volgens de beoordelaars de kerndoelen van het basisonderwijs. Niettemin bereikt 16 procent van de leerlingen dit niveau. De posities van de standaarden Minimum en Voldoende zijn ongeveer vergelijkbaar met de posities die in 1995 door de beoordelaars zijn vastgesteld.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* (pag. 76) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

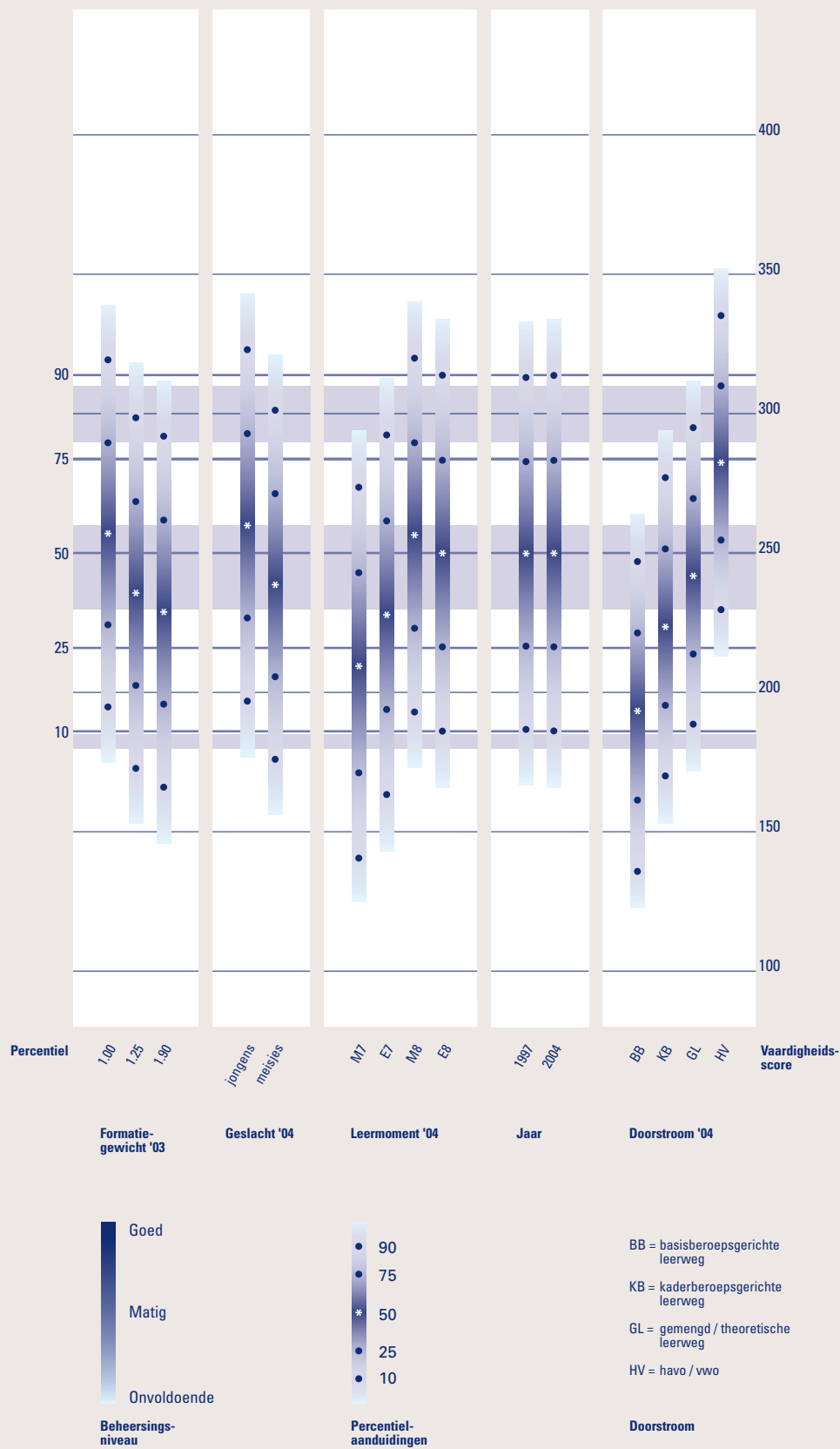
Verschillen tussen leerlingen

Vergelijkbaar met het vorige onderwerp zien we ook hier een tweedeling ontstaan tussen enerzijds 1.00-leerlingen en anderzijds 1.25- en 1.90-leerlingen met enigszins vergelijkbare achterstanden ten opzichte van de 1.00-leerlingen. Van de 1.00-leerlingen bereikt de meerderheid (56 procent) het niveau van de standaard Voldoende, voor de beide andere groepen is dat ongeveer eenderde deel, respectievelijk 38 procent en 33 procent. De standaard Minimum wordt binnen de groep 1.00-leerlingen door 94 procent van de leerlingen bereikt en door 87 procent en 84 procent binnen de groepen 1.25 en 1.90. De prestaties van jongens zijn opnieuw beter dan die van de meisjes. Zoals te verwachten klimt het vaardigheidsniveau met het leermoment, maar na medio jaargroep 8 zien we een lichte terugval en wordt de vaardigheid er niet groter op. Medio jaargroep 7 bereikt al 21 procent van de leerlingen het mediaanniveau van de standaard Voldoende en 72 procent het mediaanniveau van de standaard Minimum. De positie van de vaardigheidsverdeling in 2004 is vrijwel identiek aan die in 1997.

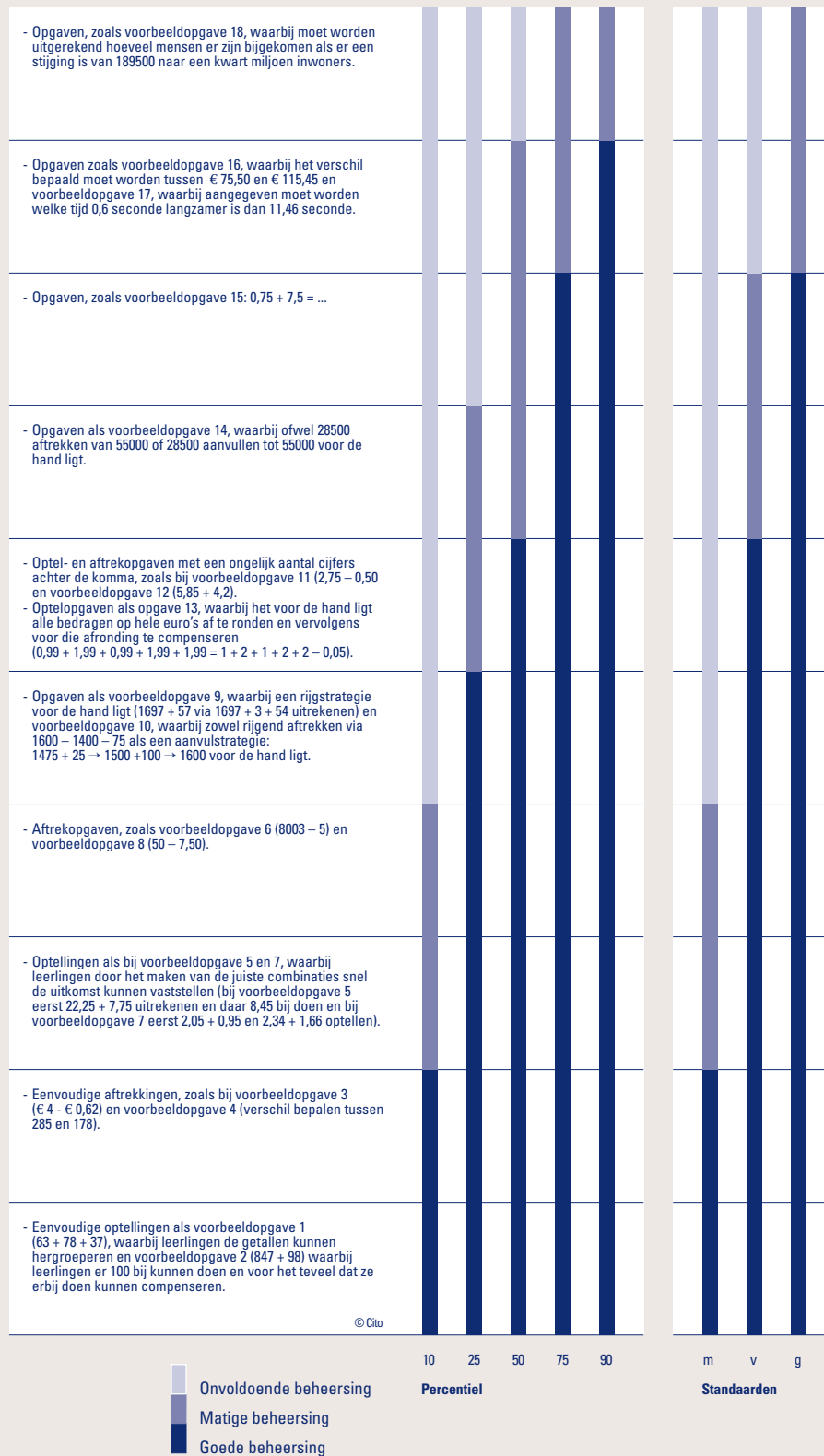
Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	257	49	94%	56%
1.25	236	49	87%	38%
1.90	229	49	84%	33%
Geslacht				
jongens	260	49	95%	58%
meisjes	239	49	89%	41%
Leermoment				
M7	209	50	72%	21%
E7	228	50	83%	33%
M8	257	50	94%	55%
E8	250	50	92%	50%
Afnamejaar				
1997	250	49	92%	50%
2004	250	50	92%	50%
Doorstroom				
BB	193	39	63%	07%
KB	223	39	86%	25%
GL	242	39	94%	42%
HV	283	39	100%	80%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 5	6 – 11	12 – 18
KB	1 – 10	11 – 14	15 – 18
GL	1 – 11	12 – 15	16 – 18
HV	1 – 15	16 – 18	

Ook voor dit onderwerp vinden we weer de te verwachten verschillen tussen leerlingen van de diverse doorstroomniveaus. Afgezet tegen de mediaan van de oordelen voor de standaard Voldoende bereikt 7 procent van de BB-leerlingen dit niveau, 25 procent van de KB-leerlingen, 42 procent van de GL-leerlingen en ten slotte 80 procent van de HV-leerlingen. De gemiddelde havo-vwo-leerling beheerst vrijwel alle opgaven goed, terwijl de gemiddelde BB-leerling slechts vier à vijf opgaven goed beheerst en nog drie à vier opgaven matig. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

[77]

4.5 Hoofdrekenen:

vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldigen en deelopgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. De leerlingen moeten de opgaven 'uit het hoofd' uitrekenen, maar anders dan bij de basisoperaties is er nu geen tijdsdruk om het antwoord ook snel te geven. De leerling heeft nu dus ook de tijd om een geschikte oplossingsstrategie te vinden en toe te passen. De diversiteit van de opgaven vraagt bovendien van de leerling om een flexibele instelling ten aanzien van de te kiezen strategieën. Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat deze een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele deelopgaven wordt geen exacte uitkomst op basis van een deling met de gegeven getallen gevraagd, maar spelen afronden en interpreteren van de rest een rol. De vermenigvuldigopgaven, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:

- verwisselen of hergroeperen: $4 \times 7 \times 25 = 4 \times 25 \times 7$;
- splitsen: $7 \times 23 = 7 \times 20 + 7 \times 3$;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: $8 \times 98 = 8 \times 100 - 8 \times 2$;
- vervangen van de opgave door een opgave met dezelfde uitkomst, door één van de factoren te vermenigvuldigen met een getal en de andere factor door datzelfde getal te delen: $18 \times 3,5 = 9 \times 7$;

Bij deelopgaven gaat het om procedures zoals:

- splitsen van het deeltal: $1608 : 8$ als $1600 : 8$ en $8 : 8$;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: $1592 : 8 = 1600 : 8$ minus $8 : 8$;
- vervangen van de opgave door een opgave met dezelfde uitkomst, door beide getallen met eenzelfde getal te delen of te vermenigvuldigen: $22,5 : 2,5 = 45 : 5$;
- afronden van de uitkomst. Bij die opgaven moet de leerling uit de context afleiden welke betekenis aan de rest moet worden toegekend en of naar boven of naar beneden moet worden afgerond.

Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier en zonder het opschrijven van tussenuitkomsten naast de opgaven.

Hoofdrekenen:

vermenigvuldigen en
delen

Voorbeeldopgaven 1–8

1]



Moeder koopt voor haar vier kinderen zo'n foto.

Hoeveel moet ze dan betalen?

€ _____

2] Hoeveel is de helft van 158?

3] De 463 kinderen van de Hobbitstee gaan met de bus naar het pretpark.

In één bus kunnen 50 kinderen.

Hoeveel bussen zijn nodig?

_____ bussen

4]



Anna heeft 40 dozen walnoten in het rek gezet. In elke doos zitten 12 netjes met walnoten.

Hoeveel netjes met walnoten zitten in 40 dozen?

_____ netjes

5]



Peter koopt 4 van deze bliken.

Hoeveel liter verf is dat in totaal?

_____ liter

6]



Hoeveel cent is dat per pen?

_____ cent

7] Jasmijn, Jasper, Lotte, Jeroen en Mette gaan naar de dierentuin. Bij de kassa moeten ze € 95,- betalen.

Ze delen de kosten eerlijk.

Hoeveel moet elk kind betalen?

€ _____

8]



De klas schildert 80 bloempotten voor de schoolmarkt. Ze verkopen alle potten voor € 2,50 per stuk.

Hoeveel krijgen ze hiervoor in totaal?

€ _____

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 4 goed, de voorbeeldopgaven 5 tot en met 8 matig en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 18 onvoldoende. Percentiel-10 leerlingen beheersen goed: eenvoudige vermenigvuldig-opgaven zoals $4 \times € 6,25$ (voorbeeldopgave 1), 40×12 (voorbeeldopgave 4) en eenvoudige deelopgaven zoals de helft van 158 is ... (voorbeeldopgave 2) en hoeveel bussen zijn er nodig voor het vervoer van 463 kinderen als er 50 kinderen in een bus gaan (voorbeeldopgave 3). Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen matig, opgaven als $4 \times 0,75$ (voorbeeldopgave 5), $175 : 5$ (voorbeeldopgave 6), $€ 95 : 5$ (voorbeeldopgave 7) en $80 \times 2,50$ (voorbeeldopgave 8). Van de ongeveer 400 leerlingen die voorbeeldopgave 5 ($4 \times 0,75$) gemaakt hebben, heeft ongeveer 90 procent het goede antwoord 3 liter gegeven. Het meest voorkomende foutieve antwoord is 300 liter, door vier procent van de leerlingen gegeven.

De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 6 goed, de voorbeeldopgaven 7 en 8 bijna goed, de voorbeeldopgaven 9 tot en met 12 matig en de voorbeeldopgaven 13 tot en met 18 onvoldoende. Percentiel-25 leerlingen beheersen vermenigvuldigopgaven als $200 \times € 1,75$ (voorbeeldopgave 10) en $6 \times 6,98$ (voorbeeldopgave 12) matig. Dat geldt ook voor deelopgaven als: Hoe vaak past 34 cent in € 1,70 (voorbeeldopgave 9) en: Hoeveel flesjes cola van 48 cent kun je kopen als je 5 euro hebt? (voorbeeldopgave 11).

De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 11 goed, de voorbeeldopgaven 12 tot en met 15 matig en de voorbeeldopgaven 16 tot en met 18 onvoldoende. De gemiddelde leerling heeft geen moeite meer met opgaven waarbij met nullen gerekend moet worden, zoals bij voorbeeldopgave 10: $200 \times 1,75$ uitrekenen via $100 \times 1,75$ en dat verdubbelen of $200 \times 1,75$ uitrekenen via $2 \times 1,75 = 3,50$ en $3,50 \times 100$ uitrekenen. De gemiddelde leerling beheerst voorbeeldopgave 13 matig.

Hoofdrekenen:
vermenigvuldigen en
delen
Voorbeeldopgaven 9–18

9] Bellen met de mobiele telefoon van Charlie kost 34 cent per minuut. Hij heeft nog € 1,70 beltegoed. Hoeveel minuten kan hij nog bellen?

_____ minuten



De 200 leerlingen van de Augustusschool gaan naar een optreden van Doki de clown. Een kaartje kost € 1,75. Hoeveel moet er voor 200 leerlingen worden betaald?

€ _____

11]



Een flesje cola kost 48 cent. Jozef heeft 5 euro. Hij wil hier flesjes cola voor kopen. Hoeveel flesjes kan Jozef kopen?

_____ flesjes

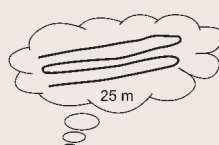
12]



Karel koopt 6 van deze tubes verf. Hoeveel moet hij betalen?

€ _____

13]



De juf knipt 25 meter touw in vier stukken die even lang zijn. Hoe lang is dan elk stuk?

_____ meter

14] Frans kocht in de winkel 3 pakken sinas voor € 5,10. Zijn vriend Ben wil één pak kopen. Hoeveel moet Ben daarvoor betalen?

€ _____

15] Meneer Fluiters koopt vijf paar sokken voor € 8,–. Hoeveel kosten die sokken per paar?

€ _____

16] De school houdt een 'koekenactie'. Er zitten 4 koeken van € 0,75 per stuk in één zakje. In totaal verkopen de leerlingen 250 zakjes met koeken. Voor hoeveel geld is dat?

€ _____

17] Een bouwterrein is 500 m² groot. De grond kost € 49,– per m². Hoeveel kost dit bouwterrein?

€ _____

18] $8 \times 1,5 \times 12,5 =$ _____

Bij deze opgave (25 meter touw in 4 stukken verdelen) is de goede uitkomst door het merendeel van de kinderen genoteerd als een kommagetal: 6,25 en door een beperkt aantal leerlingen als een gemengd getal: 6¼. Bij voorbeeldopgave 14 moet de leerling uitrekenen hoeveel 1 pak sinas kost als 3 pakken € 5,10 kosten en bij voorbeeldopgave 15 hoeveel 1 paar sokken kost als 5 paar € 8,– kosten. Bij voorbeeldopgave 15 heeft de gemiddelde leerling nog ongeveer 50 procent kans om een goed antwoord te geven.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 goed en de voorbeeldopgaven 16 tot en met 18 matig. De percentiel-75 leerling heeft geen moeite meer met vermenigvuldigopgaven als $6 \times 6,98$ (voorbeeldopgave 12) waarbij rekenen met een rond getal voor de hand ligt via 6×7 en een correctie daarop en deze leerlingen hebben ook geen moeite meer met deelopgaven als $€ 5,10 : 3$ (voorbeeldopgave 14)

en $€ 8,– : 5$ (voorbeeldopgave 15). Voorbeeldopgave 16 vraagt van de leerling om twee berekeningen uit te voeren: eerst de prijs van één zakje uitrekenen via $4 \times € 0,75 = € 3,–$ en vervolgens het totaal van 250 zakjes uitrekenen: $250 \times € 3,– = € 750,–$. Leerlingen kunnen ook als volgt redeneren: er zijn $250 \times 4 = 1000$ koeken. Het totaal is $1000 \times € 0,75 = € 750,–$. Van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft 43 procent het goede antwoord 750 gegeven. Ongeveer 15 procent van de leerlingen ziet over het hoofd dat de koeken € 0,75 per stuk kosten en rekt uit hoeveel $250 \times € 0,75$ is. Dat veel leerlingen moeite met deze opgave hebben blijkt ook uit het feit dat ongeveer 10 procent van de leerlingen geen antwoord heeft gegeven. Voorbeeldopgave 17 ($500 \times € 49,–$) en voorbeeldopgave 18 ($8 \times 1,5 \times 12,5$) worden nog matig beheerst door percentiel-75 leerlingen. Zij hebben bij deze opgave nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord.

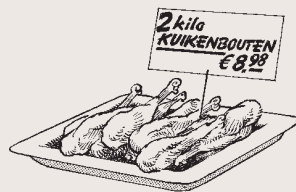
De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 16 en 18 goed en voorbeeldopgave 17 bijna goed.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* (pag. 84) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Oplossingsprocedures

Van één opgave van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van deze opgave zijn ook in 1987 oplossingsprocedures verzameld. Hierdoor kunnen we de oplossingsprocedures uit 1987 met die van 2004 vergelijken.

Opgave D



De chef van een restaurant koopt 10 kilo kuikenbouten in. Hoeveel moet hij betalen?

€ _____

Oplossingsprocedures bij opgave D

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Een compensatiestrategie toepassen, bijvoorbeeld: (5 x 9) – (5 x 0,02) of (5 x 8) + (5 x 1) – (5 x 0,02)	23%	86%	53%	85%
Cijferend uit het hoofd 10 x 8,98 uitrekenen en daar de helft van nemen: 89,80 : 2 =	37%	74%	20%	68%
Eerst de prijs van 1 kilo uitrekenen: 8,98 : 2 = 4,49 en vervolgens 10 kilo kost dus 10 x 4,49 = 44,90	6%	88%	15%	47%
Alleen 10 x 8,98 uitrekenen	7%	78%	2%	67%
Voor 2 kilo moet je 9 gulden betalen, want centen gebruiken we niet meer. Voor 10 kilo moet je 5 x 9 = 45 gulden betalen	9%	0%	3%	0%
Anders	9%	0%	–	–
Leerling komt niet tot een antwoord	7%	0%	7%	13%
	2%	0%	–	–
Totaal	100%	60%	100%	69%

Opgave D is in 1987 bij 124 leerlingen individueel afgenomen en toen maakte 60 procent van de leerlingen de opgave goed. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en maakte 69 procent van de leerlingen de opgave goed.

In 1987 was de strategie 'cijferen uit het hoofd' nog de meest voorkomende strategie en paste 37 procent van de leerlingen deze strategie toe. In 2004 past nog 20 procent van de leerlingen deze strategie toe. In 2004 gebruikt meer dan de helft van de leerlingen een compensatiestrategie, waarbij het merendeel van de leerlingen eerst 5 x 9 uitrekt en vervolgens het teveel berekende (5 x 0,02 = 0,10) van de uitkomst van 5 x 9 aftrekt. De compensatiestrategie is erg succesvol: ongeveer 85 procent van de leerlingen die deze strategie gebruikt, komt ook tot het goede antwoord. Een andere hoofdrekenstrategie die in 2004 veel meer toegepast wordt dan in 1987 is eerst 10 x 8,98 uitrekenen en daar vervolgens de helft van nemen. Deze strategie is in 2004 door 15 procent van de leerlingen toegepast (tegenover 6 procent van de leerlingen in 1987), maar is in 2004 minder succesvol dan in 1987: iets minder dan de helft van de leerlingen die deze strategie in 2004 toepast, komt tot het goede antwoord. Het gaat bij veel leerlingen vooral fout bij het uitrekenen van wat de helft van 89,90 is. De strategie waarbij leerlingen afronden op 9 gulden (omdat we centen niet meer gebruiken) en op basis daarvan besluiten dat je dan 5 x 9 = 45 gulden moet betalen voor 10 kilo komt alleen in 1987 voor.

In de categorie Anders zijn onder andere strategieën terechtgekomen waarbij leerlingen bijvoorbeeld alleen de prijs van 1 kilo uitrekenen of de prijs van 8 kilo. In 2004 probeerden twee leerlingen via verdubbelen tot de uitkomst te komen: 2 kilo kost 8,98; 4 kilo kost: 8,98 + 8,98 = 17,96; 8 kilo kost: 17,96 + 17,96 = 35,92; 10 kilo kost dan 35,92 + 8,98 = 44,90. Van de twee leerlingen kwam één leerling tot de goede uitkomst. Al met al kunnen we concluderen dat er in 2004 minder vaak gekozen wordt voor een cijferstrategie en veel vaker voor een hoofdrekenstrategie en dat meer leerlingen in 2004 tot een goed antwoord komen.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 82). Zowel voor de standaard Minimum als voor de standaard Voldoende geldt dat het niveau wordt bereikt door het beoogde percentage leerlingen. Het niveau van de **standaard Minimum** impliceert slechts

een goede beheersing van het zonder tijdsdruk 'uit het hoofd' kunnen uitrekenen van de eerste vier voorbeeldopgaven. De mediaan van de oordelen ligt bij vaardigheidsscore 180 en wordt door 92 procent van de leerlingen bereikt.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheidsscore 230 en dat niveau wordt door 66 procent van de leerlingen bereikt. De leerlingen moeten dan zonder veel problemen de eerste acht voorbeeldopgaven goed 'uit het hoofd' kunnen oplossen en beheersen de opgaven 9, 10 en 11 matig.

Vergeleken met de beoordelaars in 1995 wordt voor de standaard Minimum vrijwel hetzelfde

oordeel gevonden. Voor de standaard Voldoende ligt het mediaanniveau in 2005 iets lager en is de overeenstemming tussen beoordelaars groter.

Ook de **standaard Gevorderd** ligt nagenoeg op dezelfde positie als in 1995. Een goede beheersing van de laatste drie opgaven ligt volgens de beoordelaars buiten het bereik van de kerndoelen basisonderwijs.

In het schema De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen (pag. 84) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	255	49	94%	70%
1.25	243	49	90%	60%
1.90	231	50	85%	51%
Geslacht				
jongens	260	49	95%	73%
meisjes	240	49	89%	58%
Leermoment				
M7	207	50	70%	32%
E7	219	50	78%	42%
M8	256	50	94%	70%
E8	250	50	92%	66%
Afnamejaar				
1997	252	49	93%	67%
2004	250	50	92%	66%
Doorstroom				
BB	190	38	61%	15%
KB	225	39	88%	45%
GL	241	38	94%	61%
HV	283	38	100%	92%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 4	5 – 7	8 – 18
KB	1 – 7	8 – 12	13 – 18
GL	1 – 8	9 – 14	15 – 18
HV	1 – 14	15 – 18	

Verschillen tussen leerlingen

Van leerlingen met formatiegewicht 1.00 bereikt 70 procent het mediaanniveau van de standaard Voldoende, van 1.25-leerlingen 60 procent en van 1.90-leerlingen 51 procent. De afstand tussen 1.00- en 1.90-leerlingen is echter vergeleken met 1997 wel kleiner geworden.

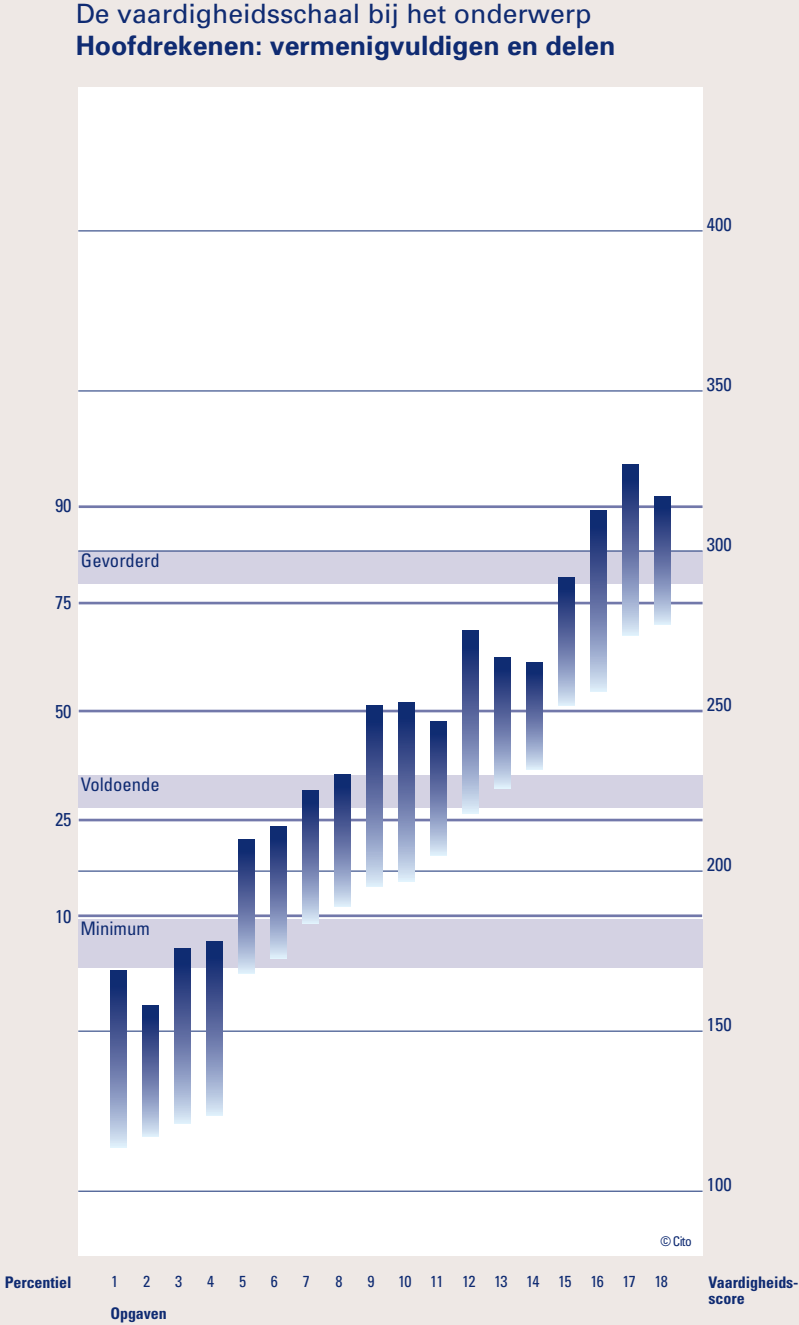
Het gemiddelde vaardigheidsniveau van jongens is 260 tegen 240 voor meisjes. Van de jongens bereikt dan ook 73 procent de standaard Voldoende, van de meisjes 58 procent.

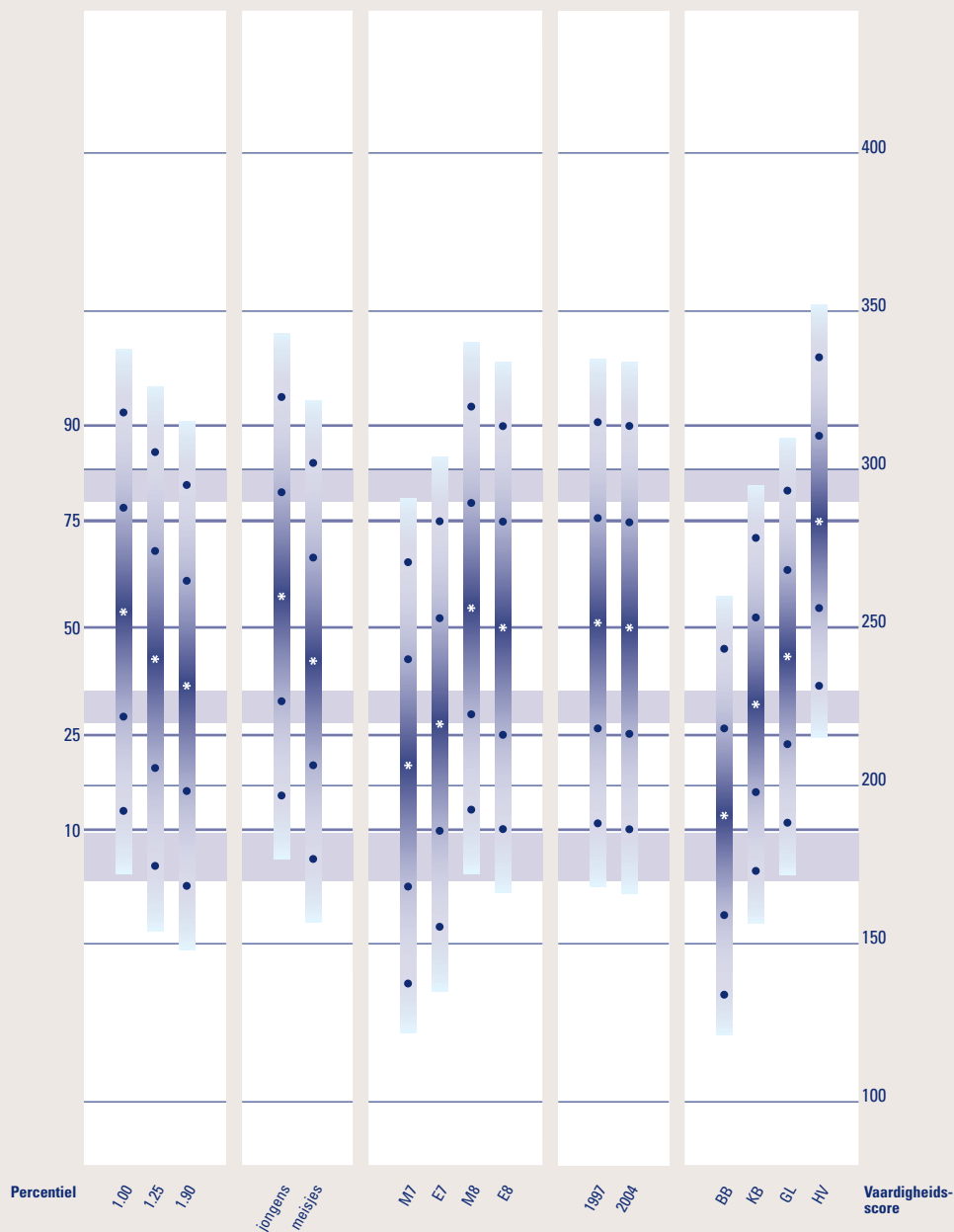
Vergelijken we de posities van de vaardigheidsverdelingen van de verschillende leermomenten dan lijken de leerlingen vooral in de eerste helft van jaargroep 8 een duidelijke progressie te maken in het uit het hoofd kunnen vermenigvuldigen en delen. Na medio jaargroep 8 valt de progressie stil en zien we eerder een lichte terugval.

In 1992 hanteerden we een enigszins afwijkende afnameprocedure. We beperken ons daarom tot een vergelijking met 1997 en zien dan dat er nauwelijks verandering is opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen.

Wel zien we weer duidelijke verschillen tussen de onderscheiden doorstroomniveaus. Van de BB-leerlingen met een gemiddelde vaardigheidsscore 191 bereikt 61 procent het niveau van de standaard Minimum en 15 procent het niveau van de standaard Voldoende. Voor KB-leerlingen met een gemiddelde score van 225 is dat 88 procent en 45 procent, voor GL-leerlingen met een gemiddelde van 240 94 procent en 61 procent en ten slotte bereikt binnen de groep havo-vwo-leerlingen 100 procent het niveau van de standaard Minimum en 92 procent het niveau van de standaard Voldoende.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6





Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

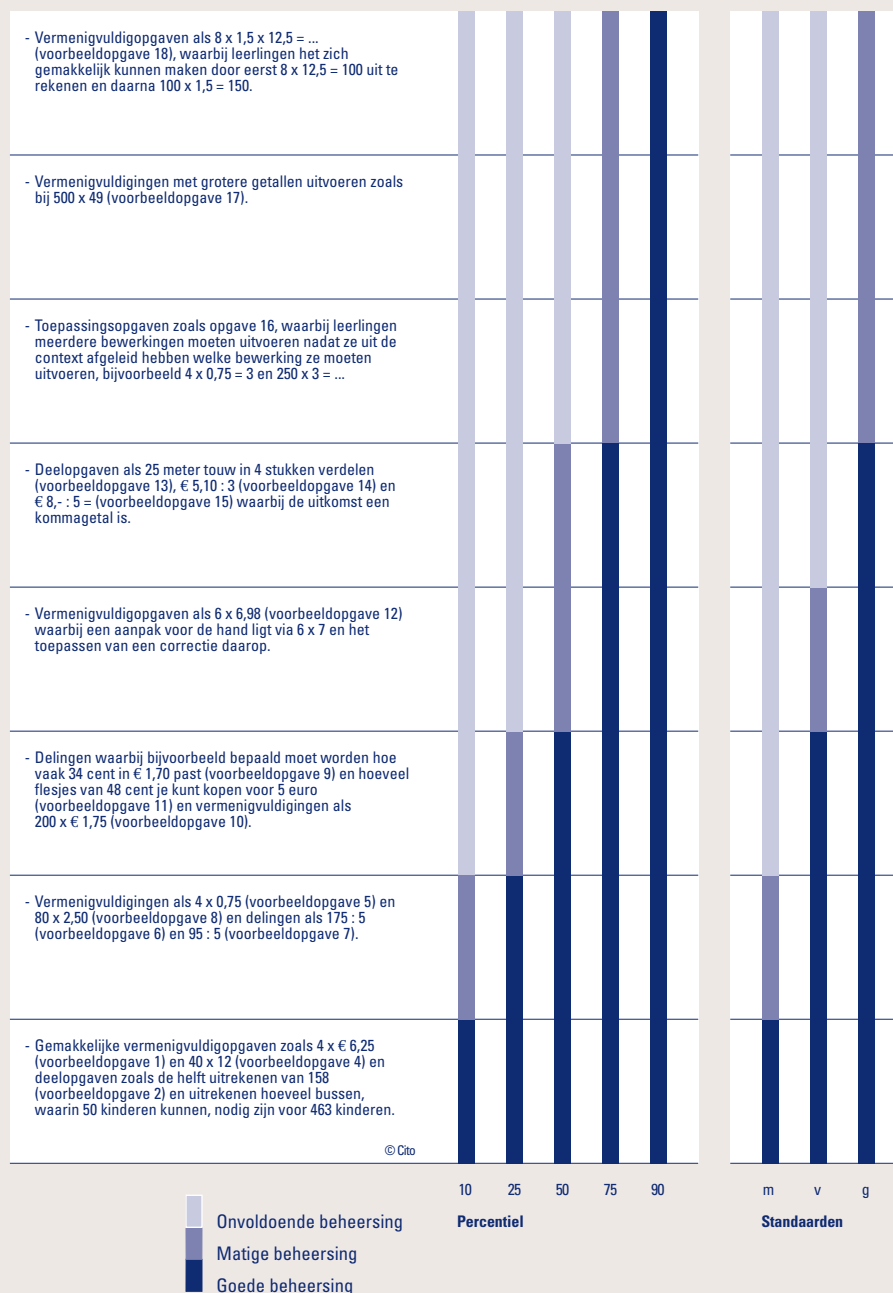
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen



De vaardigheid van de gemiddelde BB-leerling reikt niet veel verder dan een goede beheersing van de eerste vier voorbeeldopgaven. Het niveau van de gemiddelde KB-leerling komt vrijwel overeen met het voor de standaard Voldoende gewenste niveau. De gemiddelde GL-leerling beheerst op de laatste vier opgaven na alle voorbeeldopgaven goed, terwijl de HV-leerling ook deze laatste vier opgaven zonder veel problemen 'uit het hoofd' weet op te lossen. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

4.6 Schattend rekenen

Inhoud

Bij schattend rekenen gaat het om opgaven die niet exact uitgerekend hoeven te worden. De leerlingen moeten daarbij bewerkingen uitvoeren met afgeronde getallen.

De volgende typen opgaven komen voor:

- aangeven welke berekening de beste schatting geeft;
- nagaan of de werkelijke uitkomst groter of kleiner is dan de met afgeronde getallen berekende uitkomst;
- uitvoeren van een globale berekening om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven of te beslissen waar de komma komt te staan;
- gebruikmaken van ervaringsgegevens, bijvoorbeeld om aan te geven op welke schaal de tekening van een auto is gemaakt.

Bij dit onderwerp komen naast opgaven met gehele getallen en kommagetallen ook opgaven voor met breuken en procenten. Daarbij is van essentieel belang dat leerlingen de relatie zien tussen gegeven getallen en die relatie kunnen aangeven met breuken of procenten, zoals in 398 van de 795 stemmers; dat is ongeveer de helft van de stemmers ofwel 50 procent.

In vergelijking met andere onderwerpen komen bij dit onderwerp vrij veel meerkeuze-opgaven voor. Bij de instructie door de toetsleiders is aangegeven dat de leerlingen deze opgaven al hoofdrekendend moeten oplossen. Dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier of het opschrijven van tussenoplossingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 goed, de voorbeeldopgaven 4 en 5 bijna goed, de voorbeeldopgaven 6 en 7 matig en de

voorbeeldopgaven 8 tot en met 16 onvoldoende. Bij de eerste voorbeeldopgave moeten de leerlingen inschatten op welke kassabon het totaalbedrag tussen € 12,- en € 12,50 uitkomt door telkens afgeronde bedragen op te tellen en/of handige combinaties te maken. Bij de tweede voorbeeldopgave wordt verwacht dat de leerlingen eerst € 49,95 afronden op € 50,- om vervolgens via $4 \times € 50,-$ vast te stellen dat Marja ongeveer € 200,- moet betalen voor 4 banden. Ook de derde voorbeeldopgave wordt door de percentiel-10 leerling goed beheerst. Daar kan de uitkomst snel bepaald worden via een afronding van 449 op 450 en de berekening $450 \text{ gedeeld door } 50$ uit te voeren. Bijna goed beheerst wordt voorbeeldopgave 4 waarbij de uitgegeven bedragen € 29,95 en € 34,95 respectievelijk via afronding op € 30,- en € 35,- van het afgeronde beginsaldo van € 90,- moeten worden afgetrokken. Ook voorbeeldopgave 5 wordt door percentiel-10 leerlingen bijna goed beheerst. Bij deze opgave moet de leerling uit de context afleiden dat het totale aantal auto's 5×295 is, dus ongeveer $5 \times 300 = 1500$ is. Voorbeeldopgave 6 wordt matig beheerst door percentiel-10 leerlingen. De opgave kan gemakkelijk opgelost worden als de leerling 244,8 km afrondt op 240 km en vervolgens berekent $240 : 8 = 30$. Bij voorbeeldopgave 7, die de percentiel-10 leerling ook matig beheerst, kan men het totaal schatten door eerst de 3 aantallen af te ronden op duizendtallen: 1979 op 2000, 3907 op 4000 en 4098 op 4000 en deze vervolgens op te tellen.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 matig en de voorbeeldopgaven 11 tot en met 16 onvoldoende. Voorbeeldopgave 8 lijkt qua structuur op voorbeeldopgave 4. In beide gevallen worden uitgegeven bedragen in mindering gebracht op het beginbedrag. Het totaal van de uitgegeven bedragen € 685,79 en € 214,70 is ongeveer € 900,-, maar de leerling kan ook via $2000 - 700$ (iets meer dan 685,79 eraf halen) – 200 (iets minder dan 214,70 eraf halen) tot het goede antwoord komen. Percentiel-25 leerlingen beheersen deze opgave matig. Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 9, waarbij de leerling allereerst moet concluderen dat een afronding van de hoeveelheden 1224, 1178 en 1236 op honderdtallen een effectieve strategie is om te bepalen hoeveel melk nog ongeveer in de tankwagen kan. Voorbeeldopgave 10 is de laatste opgave die nog matig beheerst wordt door de percentiel-25 leerling. Daar worden de leerlingen geconfronteerd met grote getallen en moeten ze tot de conclusie komen dat het verschil tussen 76 303 387 en 281 421 906 ruim 200 miljoen is.

Schattend rekenen

Voorbeeldopgaven 1–7

1] KASSABON	KASSABON
€ 4.72	€ 6.09
€ 0.85	€ 5.92
€ 8.85	€ 1.85
DANK U EN TOT ZIENS	DANK U EN TOT ZIENS
A	C
KASSABON	KASSABON
€ 3.86	€ 5.89
€ 4.02	€ 5.51
€ 4.27	€ 2.85
DANK U EN TOT ZIENS	DANK U EN TOT ZIENS
B	D

Op welke kassabon komt het totaal-bedrag tussen € 12,- en € 12,50 uit?

Kassabon _____

2] Marja koopt voor haar auto 4 nieuwe banden. Een band kost € 49,95. Hoeveel euro moet Marja ongeveer betalen voor vier banden?

- A € 50,-
- B € 160,-
- C € 200,-
- D € 250,-

3] Lia is een snelle lezer. Ze leest ongeveer 50 pagina's per uur. In hoeveel uur ongeveer leest ze dan een boek van 449 pagina's uit?

- A 8 uur
- B 9 uur
- C 80 uur
- D 90 uur

4] Elise heeft € 89,65. Ze koopt een trui van € 29,95 en een boek van € 34,95. Hoeveel heeft ze dan ongeveer over?

- A € 25,-
- B € 30,-
- C € 35,-
- D € 40,-



Hoeveel auto's kunnen ongeveer in de hele parkeergarage?

- A 1000
- B 1250
- C 1500
- D 2500



Buslijn 21 is een ringlijn. Chauffeur Tony rijdt met zijn bus acht keer dit rondje.

Dat is in totaal 244,8 km.

Hoeveel km is de ringlijn ongeveer?

- A 0,3 km
- B 3 km
- C 30 km
- D 300 km

7]

Aantal mensen dat naar circus 'Dolle pret' ging kijken		
Dinsdag	Woensdag	Donderdag
1979	3907	4098

Hoeveel mensen zijn in totaal ongeveer naar het circus gaan kijken?

- A 8 000
- B 9 000
- C 10 000
- D 11 000

De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 8 goed, de voorbeeldopgaven 9 en 10 bijna goed, de voorbeeldopgaven 11 tot en met 14 matig en de voorbeeldopgaven 15 en 16 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 11, die door de gemiddelde leerling matig beheerst wordt, gaat het er om te identificeren dat 66 van de 200 leden ongeveer eenderde deel van de leden is. Bij voorbeeldopgave 12 moeten eerst 2 afrondingen uitgevoerd worden: ($4983 \rightarrow 5000$ en $\text{€ } 19,85 \rightarrow \text{€ } 20,-$) alvorens men via 5000×20 het totaalbedrag bij benadering kan uitrekenen. Bij voorbeeldopgave 13 wordt gevraagd hoeveel het verbruik ongeveer is als de beginstand van de watermeter 90971 is en de eindstand 91 369. Bij voorbeeldopgave 14 kan het aantal kilometers dat ongeveer per jaar gereden wordt, bepaald worden door de afronding van 35 998 km (36 000 km) te delen

door 3. De gemiddelde leerling heeft bij deze laatste opgave nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 12 en 14 goed, de voorbeeldopgaven 13, 15 en 16 matig. Bij voorbeeldopgave 15 moet de leerling aangeven waar in de uitkomst de komma moet staan. De leerling kan dit doen door uitgaande van de deling $1846 : 46$ te concluderen dat de uitkomst ongeveer 40 is omdat $2000 : 50$ of $1600 : 40$ een uitkomst van 40 geeft. Ook de laatste voorbeeldopgave wordt door de percentiel-75 leerling nog matig beheerst. Na afronding van 23 978 kan de leerling via het uitrekenen van $\frac{2}{3} \times 24\,000$ tot het antwoord 16 000 komen.

De percentiel-90 leerling beheerst alle voorbeeldopgaven goed.

Schattend rekenen

Voorbeeldopgaven 8–16

8] Op de bankrekening van Natasha staat € 2000,—. Ze koopt een nieuwe kast van € 685,79 en een nieuwe tafel van € 214,70. Ze betaalt met haar pinpas. Hoeveel euro staat daarna nog ongeveer op haar rekening?

- A € 800,—
- B € 900,—
- C € 1000,—
- D € 1100,—

9]



In deze tankwagen kan 5000 liter melk. De bestuurder heeft bij 3 boeren melk gehaald.

Hoeveel melk kan nog ongeveer in de tankwagen?

- A 500 liter
- B 1400 liter
- C 2000 liter
- D 3600 liter

10]



Met hoeveel miljoen is het aantal inwoners van de Verenigde Staten tussen 1900 en 2000 gegroeid?

Kies de beste schatting.

- A 75 miljoen
- B 100 miljoen
- C 150 miljoen
- D 200 miljoen

11] Schatten!

66 van de 200 leden stemden voor het voorstel.

Welk deel van de leden stemde voor?

- A ongeveer $\frac{1}{6}$ deel
- B ongeveer $\frac{1}{3}$ deel
- C ongeveer $\frac{1}{12}$ deel
- D ongeveer $\frac{2}{3}$ deel
- E ongeveer $\frac{1}{33}$ deel

12] Alle 4983 werknemers van een bedrijf hebben een eindejaarscadeau gekregen. Elk cadeau kostte € 19,85.

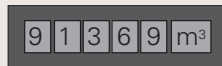
Hoeveel heeft dit het bedrijf ongeveer in totaal gekost?

- A € 10 000,—
- B € 50 000,—
- C € 80 000,—
- D € 100 000,—

13] Stand watermeter op 1 januari 2003



Stand watermeter op 1 januari 2004



Hoeveel m³ water is in 2003 ongeveer verbruikt?

- A 400
- B 600
- C 1400
- D 1600

14] De auto van Edwin is drie jaar oud. De kilometerteller staat op 35 998. Edwin rijdt elk jaar ongeveer evenveel kilometer.

Hoeveel kilometer rijdt hij dan ongeveer per jaar?

Rond af op een duizendtal.

Ongeveer _____ kilometer

15] Ik reken uit op de rekenmachine:

$$1846 : 46 = 40130435$$

Bij het opschrijven van het antwoord ben ik de komma vergeten.

Waar moet de komma staan?

40130435

16] Voor een schaatswedstrijd zijn 23 978 kaarten verkocht.

Tweederde deel hiervan is verkocht aan Nederlandse schaatsfans.

Hoeveel kaarten zijn dat ongeveer?

Ongeveer _____

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Schattend rekenen* (pag. 92) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van deze twee opgaven zijn ook in 1987 oplossingsprocedures verzameld. Hierdoor kunnen de oplossingsprocedures uit 1987 met die van 2004 vergeleken worden.

Opgave E

Yvonne rekent uit op haar rekenmachine:

$$715,347 + 589,2 + 4,553 = 13\,091$$

Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten.

Wat moet het antwoord zijn?

Opgave F

In de prijzenpot zit € 6327,75. Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen.

Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen?

Rond af op honderd euro.

€ _____

Oplossingsprocedures bij opgave E

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Schattend redeneren bijvoorbeeld: $700 + 600 = 1300$	13%	82%	55%	99%
Cijferend uit het hoofd	16%	43%	8%	75%
Het gedeelte achter de komma optellen: $0,347 + 0,2 + 0,553 = 1,1$. Dus in antwoord moet 1 cijfer achter de komma staan	10%	69%	6%	86%
Meeste getallen hebben 3 cijfers achter de komma, dus het antwoord ook: 13,091	36%	0%	10%	0%
In totaal staan 7 cijfers achter de komma, dus in het antwoord moeten er ook 7 cijfers achter de komma staan: 0,0013091	6%	0%	2%	0%
Anders of onduidelijk	15%	20%	17%	36%
Leerling komt niet tot een antwoord	4%	0%	2%	0%
Totaal	100%	27%	100%	71%

Oplossingsprocedures bij opgave F

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
6327,75 afronden op 6400 en uitrekenen: $6400 : 8 = 800$	27%	100%	58%	100%
Cijferend uit het hoofd uitrekenen en de uitkomst afronden op een veelvoud van 100 euro	17%	32%	7%	89%
Cijferend uit het hoofd uitrekenen en niet afronden	19%	0%	9%	0%
Leerling komt niet tot een antwoord	14%	0%	6%	0%
Anders of onduidelijk	23%	7%	20%	8%
Totaal	100%	35%	100%	66%

Opgave E is in 1987 bij 134 leerlingen individueel afgenomen en 27 procent van die leerlingen maakte de opgave toen goed. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en nu maakte 71 procent van deze leerlingen de opgave goed. Het percentage goede oplossingen is dus opzienbarend toegenomen.

In 1987 was de meest voorkomende oplossingsstrategie de volgende: de meeste getallen hebben 3 cijfers achter de komma, dus het antwoord moet ook 3 cijfers achter de komma hebben. Het schattend redeneren om de juiste plaats van de komma te bepalen werd toen slechts door 13 procent van de leerlingen toegepast. In 2004 past 55 procent van de leerlingen deze strategie toe. Tal van argumenten zijn daarbij door de leerlingen genoemd. De meest voorkomende redenering was: 700 en 600 is 1300 en dan weet je dus waar de komma in de uitkomst moet staan. Ook redeneringen als het is meer dan 1000, of wat meer dan 1200 of het moet meer zijn dan 130, maar minder dan 13 000 kwamen voor. Cijferend uit het hoofd de getallen optellen komt in 2004 minder voor, maar de leerlingen zijn daarbij wel succesvoller dan in 1987. Bij de categorie 'Anders' kwamen we argumentaties tegen als:

- drie cijfers voor de komma komt het meest voor, dus in het antwoord moeten ook drie cijfers achter de komma staan;
- in het antwoord moet één cijfer achter de komma staan, want in het middelste getal staat ook één cijfer achter de komma;
- dat gok ik.

In 1987 liet ongeveer de helft van de leerlingen zich bij het plaatsen van de komma in het antwoord leiden door het aantal cijfers achter de komma in de diverse getallen. Dat kwam voor bij oplossingsstrategieën als 'de meeste getallen hebben drie cijfers achter de komma' of 'in totaal staan er zeven cijfers achter de komma' en ook bij strategieën binnen de categorie 'Anders'. In 2004 laten beduidend minder leerlingen zich nog leiden door het aantal cijfers achter de komma.

Opgave F is in 1987 bij 132 leerlingen individueel afgenomen, waarvan 35 procent de opgave toen goed maakte. In 2004 is deze opgave bij 140 leerlingen afgenomen en nu maakte 66 procent van de leerlingen de opgave goed. Ook deze opgave is dus in 2004 door veel meer leerlingen goed gemaakt dan in 1987.

Terwijl in 1987 nog maar 27 procent van de leerlingen de efficiënte strategie van afronden op 6400 toepaste, is het percentage leerlingen

dat in 2004 van deze strategie gebruikmaakt meer dan verdubbeld, namelijk 58 procent. Cijferstrategieën gebruiken om tot de oplossing van deze opgave te komen, zijn minder geschikt en zinvol. Het gebruik van cijferstrategieën bij dit soort opgaven komt in 2004 beduidend minder vaak voor dan in 1987. Ook komt het in 2004 minder vaak voor dat leerlingen niet tot een antwoord komen. Onder de categorie 'Anders' komen oplossingswijzen voor waarbij de leerlingen:

- afronden op 5600, omdat 6400 er niet is, en je dus ook geen 6400 kunt verdelen;
- redeneren: $6400 : 8 = 800$, maar 800 per persoon is er niet dus moet het antwoord 700 zijn;
- het exact uitrekenen of bij benadering exact. Een leerling ging als volgt te werk: 6327,50 moet je afronden op 6300; dat halveren geeft als uitkomst 3150; dat weer halveren leidt tot 1575 en ten slotte nog een keer de helft van 1575 nemen geeft als antwoord 787,50.

De oplossingsprocedures van 1987 en 2004 bij de twee individueel afgenomen opgaven van dit onderwerp maken duidelijk dat er wel het een en ander veranderd is in de wijze waarop kinderen deze opgaven benaderen en aanpakken.

In 1987 werd in het onderwijs nog weinig aandacht besteed aan schattend rekenen. Dat is in 2004 duidelijk veranderd. Veel leerlingen hebben geleerd om op basis van relevante argumenten schattend te redeneren.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 90). De relatief brede interkwartielbereiken van de oordelen voor de standaarden Minimum en Voldoende geven aan dat beoordelaars minder duidelijk een grens van gewenst beheersingsniveau voor de vaardigheid 'schattend rekenen' konden trekken. Wel is het zo dat beoordelaars in meerderheid deze vaardigheid als onvoldoende ontwikkeld oordeelden. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidsscore 200 en daaraan voldoet 84 procent van de leerlingen, terwijl dit niveau verwacht zou worden bij 90 tot 95 procent van de leerlingen. De beoordelaars verwachten op het niveau van deze standaard een vaardigheid waarbij leerlingen zonder problemen de eerste vijf voorbeeldopgaven goed kunnen oplossen en in ieder geval nog een matige beheersing hebben van de voorbeeldopgaven 6 en 7.

De overige voorbeeldopgaven behoeven de leerlingen dan niet schattend te kunnen oplossen.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheidsscore 260 en dat niveau wordt door 42 procent van de leerlingen bereikt, terwijl dit verwacht wordt bij 70 tot 75 procent van de leerlingen. De standaard Voldoende veronderstelt een vaardigheid waarbij de leerlingen zonder problemen de eerste tien voorbeeldopgaven schattend kunnen oplossen. Leerlingen rond percentiële niveau 25 tot 30 beheersen de eerste zeven opgaven goed. Wat deze leerlingen missen is juist die extra vaardigheid waarmee ook de opgaven 8, 9 en 10 probleemloos worden opgelost.

Met de **standaard Gevorderd** hebben de beoordelaars aangegeven dat vrijwel alle voorbeeldopgaven passen binnen het bereik van de kerndoelen basisonderwijs. In 1995 lag het oordeel voor de standaard Minimum op dezelfde positie op de vaardigheidsschaal. In vergelijking met 1995 hebben de beoordelaars in 2005 het gewenste niveau voor de standaard Voldoende lager gelegd. Wanneer we het oordeel voor de standaard Voldoende uit 1995 op deze schaal projecteren dan ligt de mediaan van de oordelen bij percentiel 75.

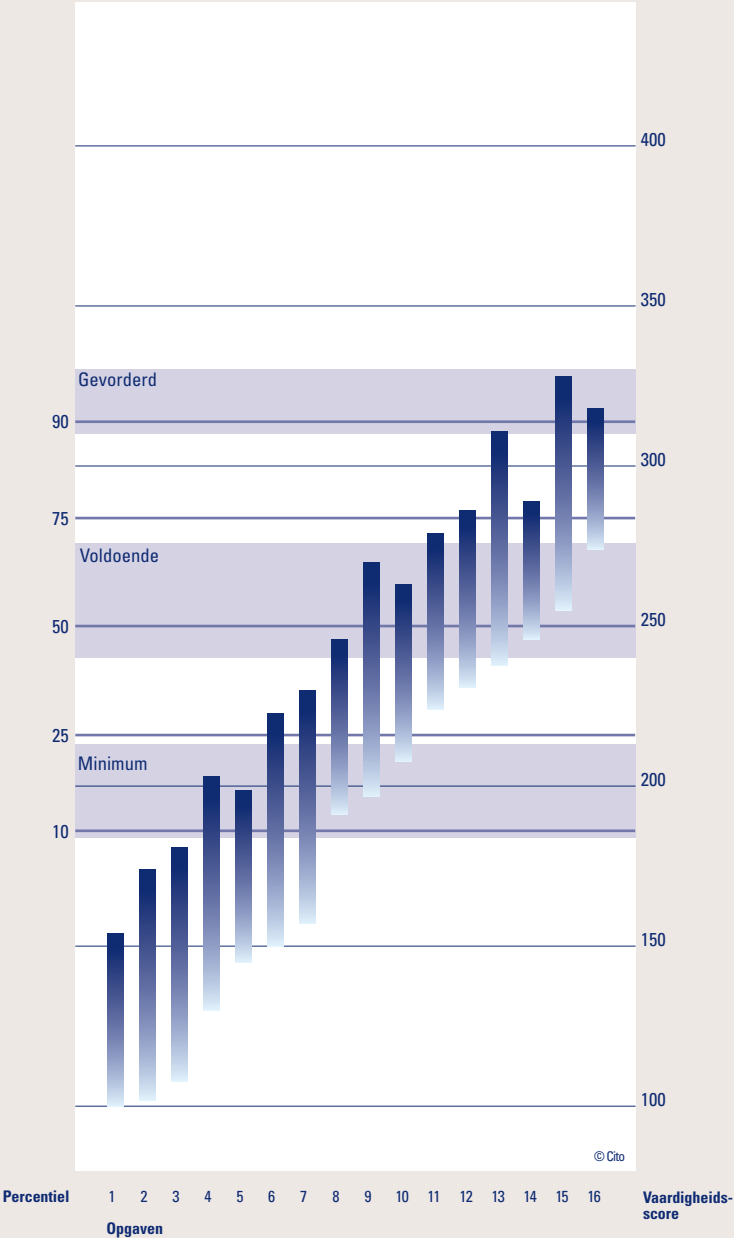
In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Schattend rekenen* (pag. 92) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

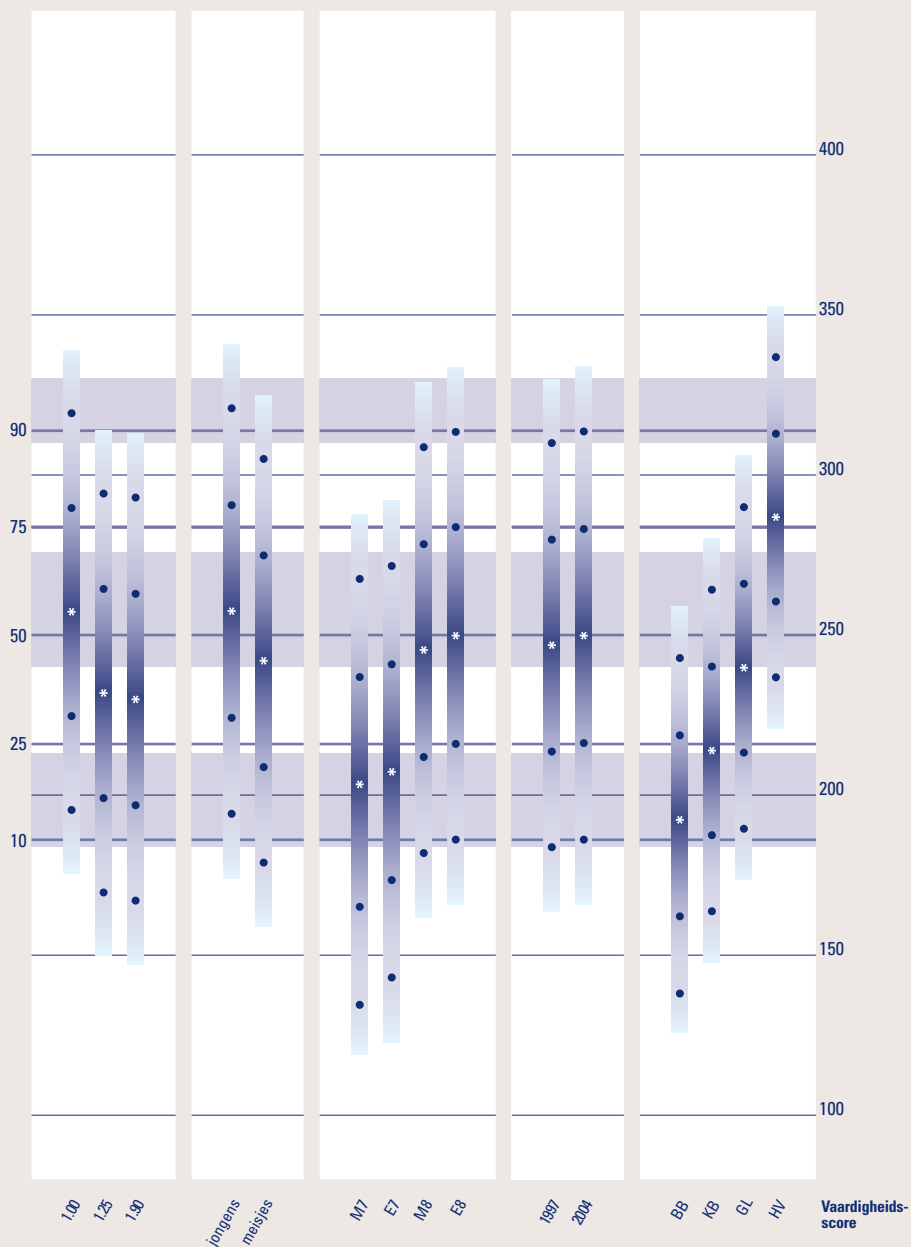
Verschillen tussen leerlingen

Het in eerdere peilingsonderzoeken gevonden verschil in vaardigheid tussen 1.25- en 1.90-leerlingen is voor het onderwerp *Schattend rekenen* nagenoeg weggevallen. Zoals eerder opgemerkt kan dat een tweeledige oorzaak hebben: de verandering van de definitie voor 1.25-leerlingen en een verbetering van de prestaties van 1.90-leerlingen. Wel hebben beide groepen nog een vrij grote achterstand ten opzichte van 1.00-leerlingen. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt bijna de helft van de 1.00-leerlingen dit niveau tegen iets meer dan een kwart van de 1.25- en 1.90-leerlingen. Meisjes hebben opnieuw een achterstand bij jongens. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 48 procent van de jongens dit niveau tegen 36 procent van de meisjes.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Schattend rekenen





Formatie-
gewicht '04

Geslacht '04

Leermoment '04

Jaar

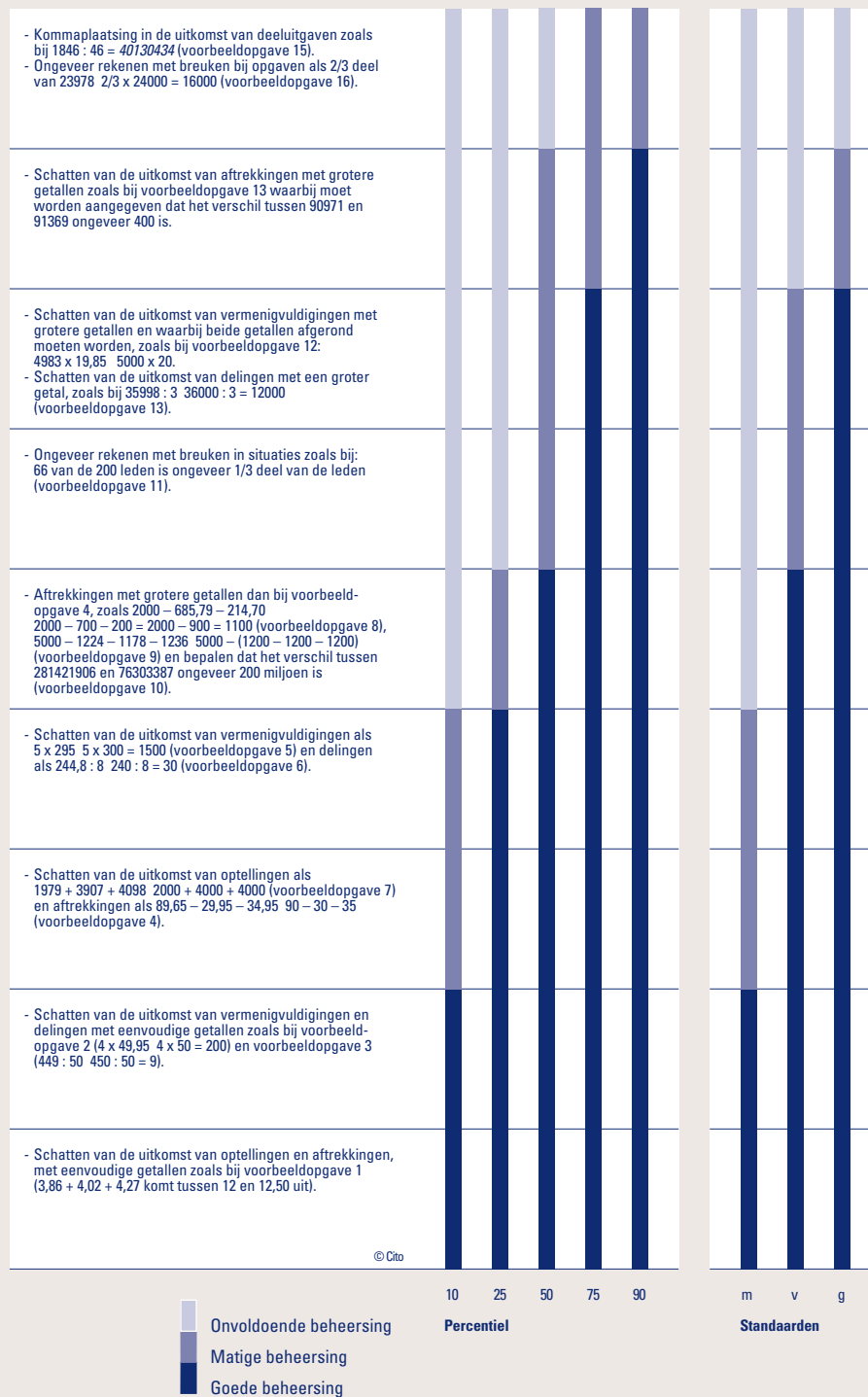
Doorstroom '04

Goed
Matig
Onvoldoende
Beheersings-
niveau

90
75
50
25
10
Percentiel-
aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte
leerweg
KB = kaderberoepsgerichte
leerweg
GL = gemengd / theoretische
leerweg
HV = havo / vwo
Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Schattend rekenen



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Schattend rekenen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	88%	48%
1.25	232	49	74%	28%
1.90	230	49	73%	27%
Geslacht				
jongens	257	50	88%	48%
meisjes	242	49	80%	36%
Leermoment				
M7	203	50	53%	13%
E7	208	50	56%	15%
M8	246	50	82%	39%
E8	250	50	84%	42%
Afnamejaar				
1997	247	50	83%	40%
2004	250	50	84%	42%
Doorstroom				
BB	193	36	42%	3%
KB	214	36	65%	10%
GL	240	36	87%	29%
HV	287	36	99%	78%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Schattend rekenen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 3	4 – 7	8 – 16
KB	1 – 5	6 – 10	11 – 16
GL	1 – 7	8 – 12	13 – 16
HV	1 – 12 en 14	13 en 15 – 16	

Wanneer we de vaardigheidsverdelingen van de vier leermomenten vergelijken dan zien we bij dit onderwerp een vrij forse ontwikkeling in de eerste helft van jaargroep 8.

Het onderscheid tussen medio en eind jaargroep 7 blijkt klein te zijn. De toename in vaardigheid zet zich in de tweede helft van jaargroep 8 niet meer door en de vaardigheid lijkt zich te stabiliseren.

Constateerden we bij de vorige peiling nog een vrij grote toename in de vaardigheid schattend rekenen ten opzichte van 1987, die ontwikkeling lijkt zich niet verder doorgezet te hebben en de vaardigheid van leerlingen in 2004 is vrijwel dezelfde als die van de leerlingen in 1997.

Het schattend rekenen blijkt voor leerlingen met doorstroom naar havo-vwo weinig problemen op te leveren: 78 procent van deze leerlingen bereikt de standaard Voldoende. De gemiddelde leerling uit deze doorstroomgroep kan in feite alle voorbeeldopgaven zonder problemen schattend oplossen. Van de GL-leerlingen bereikt 29 procent de standaard Voldoende. De gemiddelde GL-leerling lost de eerste acht voorbeeldopgaven zonder problemen op en heeft nog een redelijke kans van succes bij voorbeeldopgaven 9, 10 en 11. Van de KB-leerlingen bereikt tien procent het niveau van de standaard Voldoende en van de BB-leerlingen nog drie procent. De standaard Minimum wordt in deze beide laatste groepen door respectievelijk 65 procent en 42 procent bereikt. Het gemiddelde vaardigheidsniveau van BB-leerlingen ligt iets beneden het mediaanniveau voor de standaard Voldoende. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

4.7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het optellen en aftrekken van gehele getallen en komma-getallen, waarbij de leerling uitrekenpapier kan gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om een cijferprocedure uit te voeren.

De meeste opgaven worden in een eenvoudige context aangeboden. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het rekenen met geld en aan het meetdomein, zonder dat daarbij herleidingen of specifieke kennis van rekenprocedures bij het meten een rol spelen. De taal speelt een belangrijke rol in de contextopgaven. Het optellen komt voor zowel in de betekenis van 'eraan toevoegen' als in de betekenis van samennemen. Aftrekken kan betrekking hebben op er iets afnemen of op vergelijken. In dat laatste geval gaat het om het verschil. De vraag kan dan luiden: 'Hoeveel kan er nog bij?' of 'Hoe lang is het geleden?'

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven (zeer) matig en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 21 onvoldoende. Bij de eerste voorbeeldopgave hebben leerlingen van dit vaardigheidsniveau ongeveer 60 procent kans op een goed

antwoord en bij de tweede voorbeeldopgave ongeveer 55 procent kans. Bij voorbeeldopgave 3 moet het verschil tussen 387 euro en 579 euro overbrugd worden en voorbeeldopgave 4 is een directe aftreksom: $6004 - 479$. Percentiel-10 leerlingen hebben bij de voorbeeldopgaven 3 en 4 nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Naast de voorbeeldopgaven 1 tot en met 4 betreft het onder andere optelopgaven met twee termen zoals bij voorbeeldopgave 8 ($677,50 + 975,-$), met drie termen zoals bij voorbeeldopgave 5 ($1310 + 1076 + 301$) en voorbeeldopgave 10 ($3,25 + 18,85 + 7,36$) of vier termen zoals bij voorbeeldopgave 9 ($35,7 + 34,3 + 33,4 + 39,6$). Aftrekeopgaven die door de percentiel-25 leerling matig beheerst worden, zijn o.a. voorbeeldopgave 6 (de afstand overbruggen van 938 tot 1026), voorbeeldopgave 7 (het hoogteverschil berekenen tussen 4810 en

3797), voorbeeldopgave 11 (uitrekenen hoeveel je moet bijbetalen als je een auto koopt van € 14 250,- en € 3500,- terugkrijgt voor de oude auto) en voorbeeldopgave 12 (€ 689,- afhalen van een rekening waar € 3010,- op staat). Percentiel-25 leerlingen hebben bij deze opgaven ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord. Van de leerlingen die voorbeeldopgave 11 gemaakt hebben, heeft 72 procent het goede antwoord 10 750 gegeven. Er komen zeer veel verschillende foutieve antwoorden voor waarvan slechts een enkele kan worden herleid tot een verkeerde oplossingsstrategie. Zelfs de meest voorkomende foutieve antwoorden worden door minder dan drie procent van de leerlingen gegeven: zoals het antwoord 11 750 door 2,6 procent van de leerlingen, het antwoord 11 250 door 1,6 procent van de leerlingen en het antwoord 1750 door 1,3 procent van de leerlingen. Minder dan één procent van de leerlingen heeft geen antwoord gegeven.

Bewerkingen: optellen en aftrekken

Voorbeeldopgaven 1–12

1] $6508 + 7089 = \underline{\hspace{2cm}}$

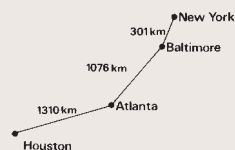
2] $4327 + 432 + 43 = \underline{\hspace{2cm}}$

3] Irene wil een computer kopen van 579 euro. Ze heeft al 387 euro gespaard. Hoeveel euro heeft ze te weinig?

€

4] $6004 - 479 = \underline{\hspace{2cm}}$

5]



Hoe groot is de afstand van Houston naar New York volgens deze kaart?

 km

6] Aan het begin van 1990 zijn op een school 938 leerlingen. Aan het einde van dat jaar zijn er 1026 leerlingen. Met hoeveel leerlingen is het aantal gestegen?

 leerlingen

7] De Mont Blanc en de Grossglockner zijn bergen in de Alpen. De Mont Blanc is 4810 m hoog en de Grossglockner is 3797 m hoog.

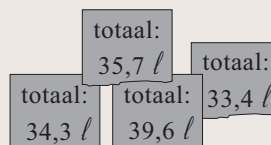
Hoe groot is het hoogteverschil?

 m

8] Bij de kinderpostzegelactie verkoopt een klas voor € 677,50 aan kaarten en voor € 975,- aan postzegels. Hoeveel is de opbrengst?

€

9]



Niek heeft in de vakantie vier keer getankt. Hierboven zie je zijn bonnetjes. Hoeveel liter benzine heeft Niek in totaal getankt?

 liter

10] $3,25 + 18,85 + 7,36 = \underline{\hspace{2cm}}$

11]



Meneer Kooistra koopt deze auto. Hij krijgt € 3500,- voor zijn oude auto terug. Hoeveel moet hij bijbetalen?

€

12] Mevrouw De Vries heeft € 3010,- op haar betaalrekening staan. Ze neemt hiervan € 689,- op om een nieuwe fiets te kopen. Hoeveel blijft op haar rekening staan?

€

De gemiddelde leerling beheerst de eerste twaalf voorbeeldopgaven goed of bijna goed (minstens 70 procent kans op een goed antwoord). Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen de voorbeeldopgaven 13 tot en met 16 matig en de voorbeeldopgaven 17 tot en met 21 onvoldoende. Voorbeeldopgave 13 en 16 zijn optelopgaven. Bij voorbeeldopgave 13 ($37,5 + 224 + 3,36$) moeten getallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma opgeteld worden en bij voorbeeldopgave 16 vier bedragen die aan kleding zijn uitgegeven: € 18,90 + € 298 + € 119,50 + € 9,95. Bij voorbeeldopgave 14 moet het verbruik berekend worden op basis van de meterstand aan het begin van het jaar (29154) en de meterstand een jaar later (30962). Van de ongeveer 400 leerlingen die voorbeeldopgave 14 gemaakt hebben, heeft ongeveer 63 procent het goede antwoord 1808 gegeven. Ook bij deze opgaven komen weer zeer veel foutieve antwoorden voor, maar er is geen foutief antwoord dat echt frequent voorkomt. De meest gemaakte fout is nog een

interpretatiefout. Ruim twee procent van de leerlingen bepaalt niet het verschil, maar telt de getallen op. Een kleine 1,6 procent van de leerlingen gaf 19 812 als antwoord.

Deze leerlingen bepalen per positie het verschil tussen het grootste en kleinste cijfer. Bij voorbeeldopgave 15 moet uitgerekend worden hoeveel van de 44812 wandelaars de finish gehaald hebben als er 827 uitvallers zijn.

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste veertien voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 15 tot en met 18 bijna goed (minstens 70 procent kans op een goed antwoord), voorbeeldopgave 19 en 20 matig en voorbeeldopgave 21 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 17 en 18 moet een toename uitgerekend worden. Bij opgave 17 moet uitgerekend worden hoe groot de toename van 10,34 miljoen naar 12,03 miljoen is en bij opgave 18 hoeveel er nu meer op de bankrekening staat (€ 3618,88 ten opzichte van € 2923,95). Bij voorbeeldopgave 19 moet op basis van de kilometerstand voor de vakantie (38796) en na de vakantie (40372) uitgerekend

Bewerkingen: optellen en aftrekken
Voorbeeldopgaven 13–21

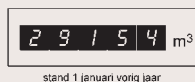
13] $37,5 + 224 + 3,36 =$ _____

16] sjaal: € 18,90 jas: € 298,-
trui: € 119,50 muts: € 9,95

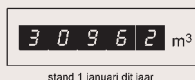
19]

0038796,00	0040372,00
voor	na

14] Op 1 januari vorig jaar stond de gasmeterstand op



Op 1 januari dit jaar stond de gasmeter op



Hoeveel m³ gas is er in dat jaar verbruikt?

_____ m³

Je ziet hierboven de prijskaartjes van de kleren die Francien gekocht heeft. Hoeveel heeft ze in totaal betaald?

€ _____

17] In 1990 zijn 12,03 miljoen mensen door de lucht vervoerd.

In 1989 waren er dat 10,34 miljoen.

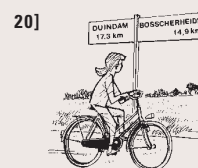
Met hoeveel miljoen is het aantal luchtreizigers toegenomen?

_____ miljoen

Pieter is met de auto op vakantie geweest. Hierboven zie je de kilometerstand van zijn auto voor en na de vakantie.

Hoeveel kilometer heeft Pieter in de vakantie gereden?

_____ km



20] Irene fietst van Duindam naar Bosscherheide. Tijdens de tocht passeert ze deze richtingwijzer. Hoeveel kilometer liggen deze twee plaatsen van elkaar?

_____ km



Hoeveel wandelaars hebben de finish wel gehaald?

_____ wandelaars

18]

DE BANK		REKENINGSSCHRIF	
1-1-2003	SPAAKREKENING	TEGOED	2.923,95
		REKENINGSSCHRIF	
1-1-2004	SPAAKREKENING	TEGOED	3.618,88
D.E. SALDO CENTENLAAN 3 1111 EUROPARK			

Hoeveel stond er op 1-1-2004 meer op de rekening dan op 1-1-2003?

€ _____

21] Aan het begin van de dag staat de kilometerteller van mijn fiets op 957,4 km. Aan het eind van de dag is de stand 009,7 km.

Hoeveel kilometer heb ik die dag gefietst?

_____ km

worden hoeveel kilometer zijn afgelegd. Percentiel-75 leerlingen hebben bij deze opgave ongeveer 65 procent kans op een goed antwoord. Voorbeeldopgave 20, waarbij uit de context moet worden afgeleid dat 17,3 en 14,9 bij elkaar moet worden opgeteld, wordt door percentiel-75 leerlingen matig beheerst.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 19 goed en voorbeeldopgave 20 bijna goed. Bij voorbeeldopgave 21 hebben leerlingen van dit vaardigheidsniveau nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord. Bij deze opgave geeft de kilometerteller aan het eind van de dag 009,7 aan. De leerlingen moeten doorzien dat ze bij de berekening niet moeten uitgaan van 009,7 maar van 1009,7 km.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken* (pag. 100) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheids-schaal (pag. 98). De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt op vaardigheidsscore 280 en dat niveau wordt bereikt door slechts 27 procent van de leerlingen, terwijl het niveau van deze standaard door 70 tot 75 procent bereikt zou moeten worden. Dat kan niet anders betekenen dan dat de beoordelaars de vaardigheid van leerlingen op het gebied van optellen en aftrekken als zwaar onvoldoende beoordelen. Er is volgens de beoordelaars pas sprake van voldoende beheersing van de aan dit onderwerp gerelateerde kerndoelen wanneer leerlingen opgaven zoals de eerste 13 à 14 voorbeeldopgaven zonder veel problemen als bewerkingsopgave, dat wil zeggen met de mogelijkheid tot het noteren van tussenoplossingen of van een voltallige bewerking, kunnen oplossen.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidsscore 235 en daaraan voldoet 62 procent van de leerlingen in plaats van de beoogde 90 tot 95 procent. Eigenlijk wordt er op dit niveau toch nog weinig van de leerlingen verwacht. In feite betekent het dat de leerlingen slechts een enkele opgave goed beheersen en dat de voorbeeldopgaven 3 tot en met 12 matig worden beheerst.

Opmerkelijk is dat de leerlingen weinig gebruik hebben gemaakt van de mogelijkheid om in het boekje de opgaven uit te rekenen, terwijl ze toch expliciet op de mogelijkheid en zelfs de wenselijkheid daarvan zijn gewezen. De leerlingen is gevraagd geen ander uitrekenpapier te gebruiken, omdat we ook geïnteresseerd zijn in de manier waarop zij de opgaven hebben opgelost. We moeten haast veronderstellen dat leerlingen de opgaven vooral uit het hoofd hebben uitgerekend en dat zou dan mogelijk mede een verklaring zijn van het tegenvallende resultaat.

Gezien de positie van de **standaard Gevorderd** overstijgt alleen de laatste voorbeeldopgave het vaardigheidsbereik van de kerndoelen basisonderwijs. De posities van de standaarden Minimum en Voldoende zijn door de beoordelaars in 2005 op vrijwel dezelfde schaalposities gelegd als door de beoordelaars in 1995.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken* (pag. 100) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Het in eerdere peilingen gevonden verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen is voor dit onderwerp verdwenen. Beide groepen hebben nu een vergelijkbaar vaardigheidsniveau. De gemiddelde vaardigheidsscore van 1.00-leerlingen is 254, van 1.25-leerlingen 237 en van 1.90-leerlingen ligt het gemiddelde vaardigheidsniveau iets hoger op 241. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 30 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van deze standaard tegen 19 procent van de 1.25-leerlingen en 22 procent van de 1.90-leerlingen. We wezen in dit verband al eerder op de tweeledige oorzaak: de herdefinitie van 1.25-leerlingen en positieve ontwikkelingen binnen de groep 1.90-leerlingen die hun achterstand in gaan lopen. Net als in eerdere peilingsonderzoeken zijn bij dit onderwerp de prestaties van meisjes beter dan die van jongens. Met gemiddelde vaardigheidsscores van 242 en 259 bereikt 22 procent van de jongens de standaard Voldoende en 33 procent van de meisjes. Opvallend is enerzijds de geringe groei in vaardigheid in de tweede helft van jaargroep 7 en vervolgens het grote verschil met medio jaargroep 8.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	254	49	65%	30%
1.25	237	50	52%	19%
1.90	241	50	55%	22%
Geslacht				
jongens	242	49	55%	22%
meisjes	259	49	69%	33%
Leermoment				
M7	236	50	51%	19%
E7	245	50	58%	24%
M8	271	50	76%	43%
E8	250	50	62%	27%
Afnamejaar				
1992	271	50	77%	43%
1997	269	50	75%	41%
2004	250	50	62%	27%
Doorstroom				
BB	200	43	21%	3%
KB	224	42	40%	9%
GL	249	42	63%	23%
HV	276	42	83%	46%

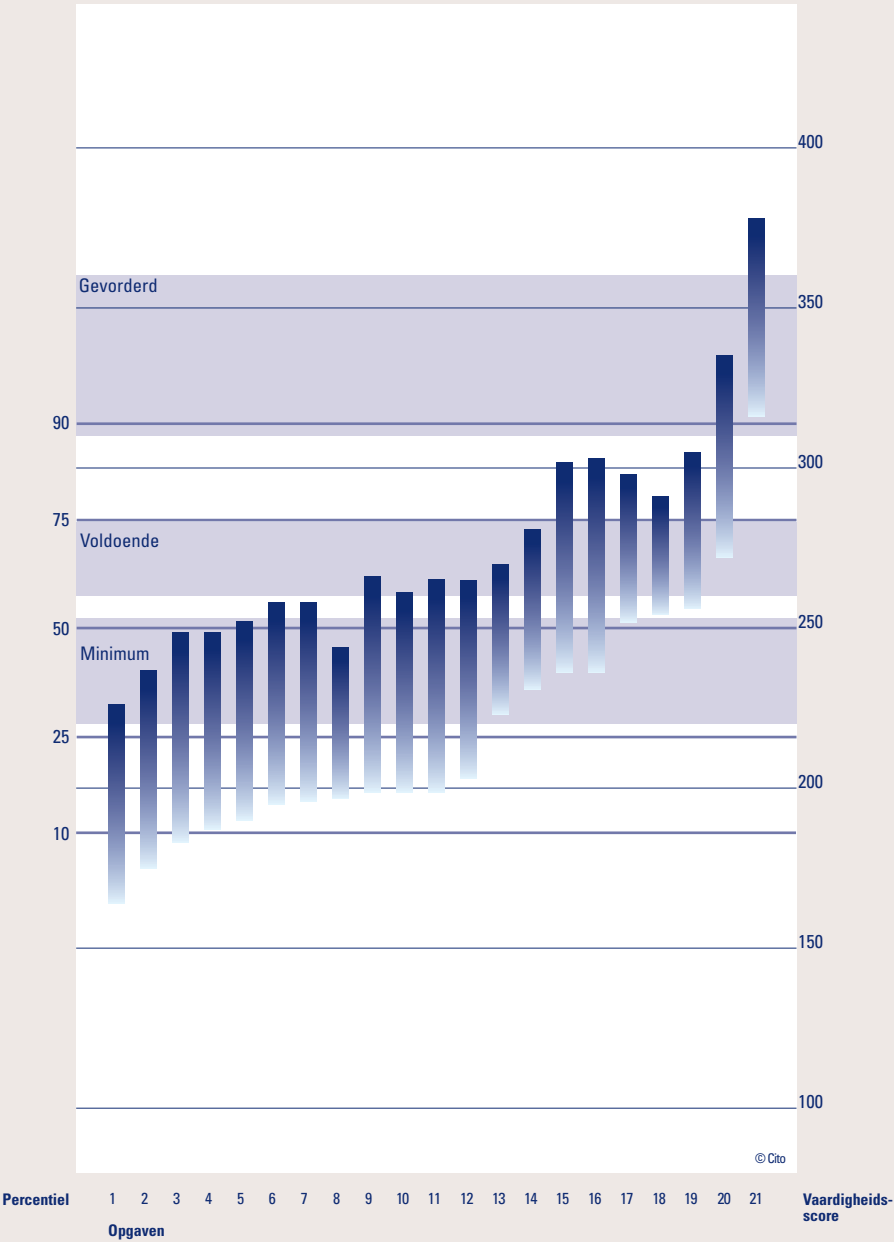
Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 11	12 – 21
KB		1 – 12	13 – 21
GL	1 – 8	9 – 16	17 – 21
HV	1 – 14	15 – 20	21

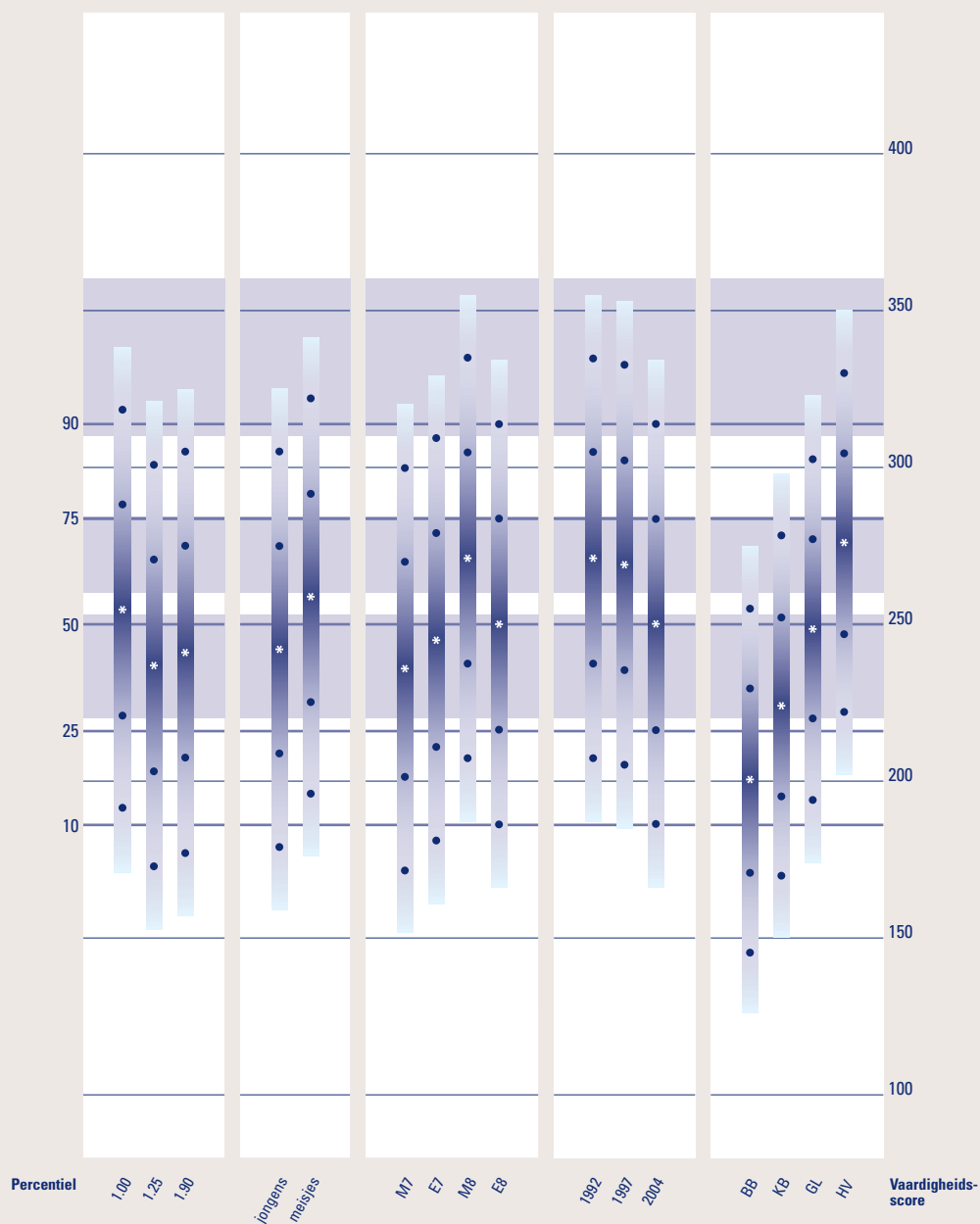
Deze toename in vaardigheid lijkt slechts van korte duur te zijn want aan het einde van jaargroep 8 is de gemiddelde vaardigheid weer op het niveau van einde jaargroep 7. Men zou dat kunnen toeschrijven aan een verschil in motivatie die medio jaargroep 8 groter zou zijn dan eind jaargroep 8. De vraag is dan waarom we een dergelijk verschil niet bij de andere onderwerpen terugvinden, zeker gelet op het feit dat de leerlingen niet wisten tot welk onderwerp de opgaven behoorden. Waarschijnlijker is dat deze vaardigheid in de tweede helft van jaargroep 8 onvoldoende wordt onderhouden en leerlingen dus inderdaad minder vaardig worden. Eveneens opmerkelijk is de grote terugval in vaardigheid vergeleken met de peilingen in 1992 en 1997. Vertaald naar de standaard Voldoende zou in voorgaande peilingsjaren meer dan 40 procent van de leerlingen dit niveau bereiken tegen slechts 27 procent in 2004. Het is zelfs zo dat het gemiddelde vaardigheidsniveau in 2005 binnen het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaard Minimum ligt. De vaardigheidsverdelingen van de verschillende doorstroomniveaus laten de min of meer te verwachten opklimming in gemiddelde vaardigheid zien. Niettemin geldt in dit geval ook voor havo-vwo doorstroom-niveau dat slechts 46 procent van deze leerlingen het niveau van de standaard Voldoende bereikt. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Bewerkingen: optellen en aftrekken



Standaarden



Goed
Matig
Onvoldoende

Beheersings-niveau

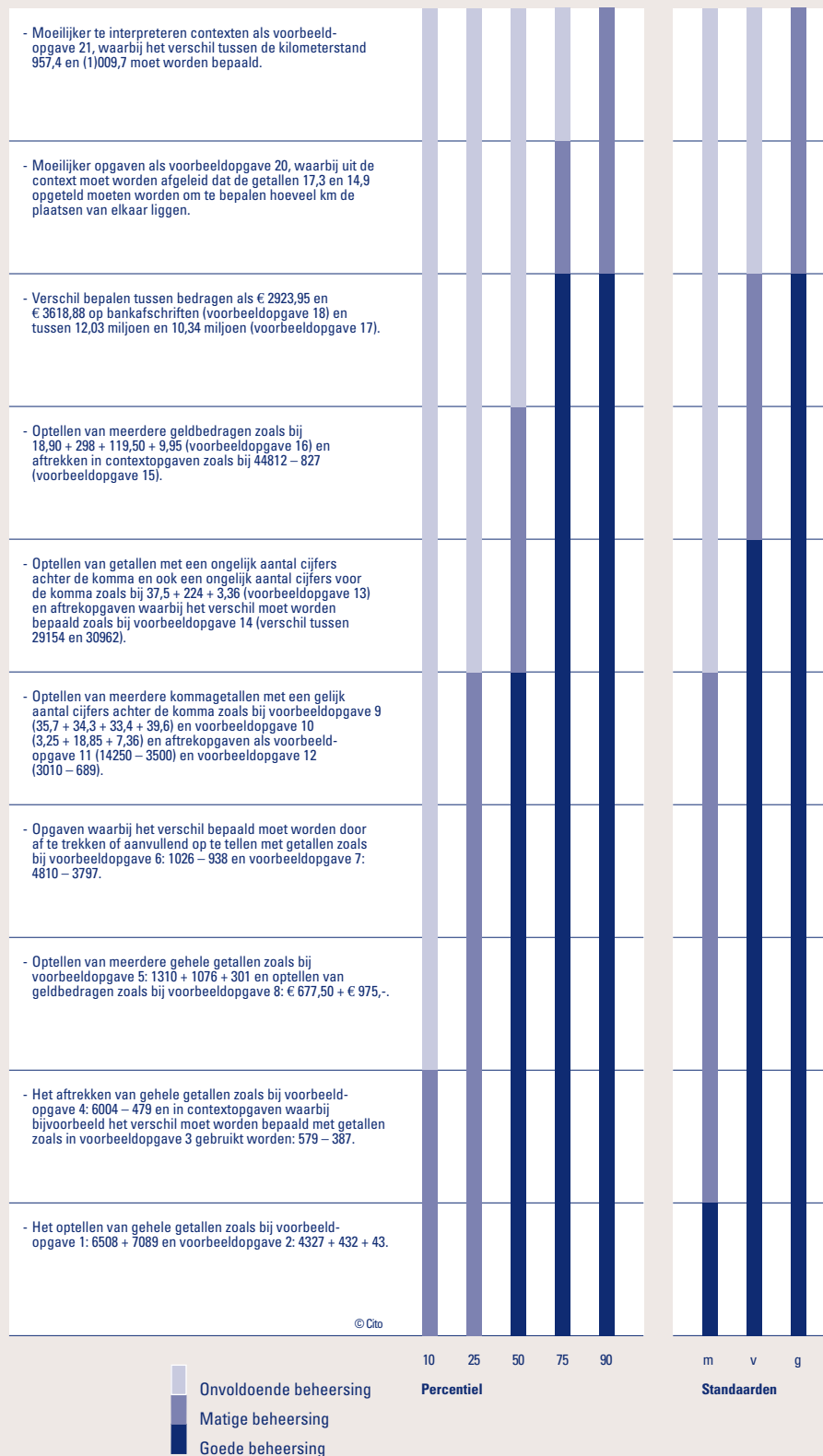
90
75
50
25
10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg
KB = kaderberoepsgerichte leerweg
GL = gemengd / theoretische leerweg
HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken



4.8 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldigen en delen van gehele getallen en kommagetallen. De leerling mag bij deze opgaven uitrekenpapier gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan. De getallen zijn zo gekozen dat niet al te veel rekentijd nodig is. Een aantal opgaven is zonder context aangeboden en de overige opgaven zijn in een eenvoudige context geplaatst. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het meten en het rekenen met geld. In de contexten bij het vermenigvuldigen ligt het accent op verschillende aspecten van het vermenigvuldigen zoals herhaald optellen, het verhoudingsaspect (1 kg kost € 3,25. Hoeveel kost 7 kg?) het sprongkarakter (7 dagen op pad, elke dag 25 km) en de rooster- of rechthoekstructuur (aantal stoelen in een zaal). Bij deelopgaven vereist de situatie soms dat er afgerond wordt of dat een verstandige beslissing wordt genomen over de rest. In de contexten kan het accent liggen op verschillende aspecten van het delen zoals: het verdelen, de verhouding en het delen als omgekeerd vermenigvuldigen. Bij het delen door een kommagetal in opgaven zonder context worden relatief eenvoudige getallen gebruikt waarbij men zich gemakkelijk een meet- of geldcontext kan voorstellen, zoals bij $85 : 0,25 = \dots$

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven matig en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 24 onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben bij de eerste vermenigvuldigopgave (8×403) ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord en bij de tweede (11×3250) en derde voorbeeldopgave (24×35) nog ongeveer 50 procent.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed, de voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 redelijk goed, voorbeeldopgave 5 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Percentiel-25 leerlingen kunnen voorbeeldopgave 4, een deelopgave waarbij uitgerekend moet worden hoeveel jasjes van € 25,- gekocht kunnen worden van € 5575,- al redelijk goed aan.

Bij voorbeeldopgave 5 (25×22) hebben ze nog ruim 60 procent kans op een goed antwoord.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 6 tot en met 13 matig en de voorbeeldopgaven 14 tot en met 24 onvoldoende. De gemiddelde leerling kan goed met vermenigvuldigingen overweg als 8×403 (voorbeeldopgave 1), 11×3250 (voorbeeldopgave 2), 25×22 (voorbeeldopgave 5) en delingen als $5575 : 25$ (voorbeeldopgave 4). De gemiddelde leerling beheerst matig vermenigvuldigopgaven als 109×87 (voorbeeldopgave 7), 37×24 (voorbeeldopgave 10) en 38×56 (voorbeeldopgave 11) en deelopgaven als $820 : 5$ (voorbeeldopgave 6), $872 : 4$ (voorbeeldopgave 8), $157,50 : 7,50$ (voorbeeldopgave 9), $736 : 32$ (voorbeeldopgave 12) en $139 : 8$ (voorbeeldopgave 13). Gemiddeld genomen heeft een percentiel-50-leerling ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord bij deze opgaven. Een opgave als voorbeeldopgave 9 kan via een opbouwstrategie opgelost worden: $10 \times 7,50 = 75$, nogmaals $10 \times 7,50$ en $1 \times 7,50$ betekent dus $10 + 10 + 1 = 21$ weken sparen.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 12 goed, voorbeeldopgave 13 bijna goed, de voorbeeldopgaven 14 tot en met 19 matig en de voorbeeldopgaven 20 tot en met 24 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 14 moeten de leerlingen om uit te rekenen hoeveel de atlanten in totaal kosten, de uitkomst van $25 \times 19,50$ bepalen. Een gemakkelijke manier om dat te doen is eerst 25×20 uitrekenen en hierop $25 \times 0,50 = 12,50$ in mindering brengen. Bij voorbeeldopgave 15 berekenen de leerlingen de grootte van één bouwkveld door $5880 : 14$ uit te rekenen. Voorbeeldopgave 16 is de vermenigvuldigopgave 99×99 . Ook deze opgave hoeft niet met behulp van een standaardalgoritme opgelost te worden. De leerling kan de opgave oplossen door van 9900 (100×99) 99 (1×99) af te trekken. Van de ongeveer 400 leerlingen eind jaargroep 8 die deze opgave gemaakt hebben, gaf ruim 40 procent het goede antwoord 9801. Uit de antwoorden van de leerlingen blijkt dat veel leerlingen bij deze opgave wel een hoofdrekenstrategie volgen, maar dat in de redenering om tot de oplossing te komen ergens iets mis gaat. Zo gaf 4 procent van de leerlingen 891 als antwoord. Deze leerlingen hebben van 990 (10×99) 99 (1×99) afgetrokken. Vier procent van de leerlingen gaf 9998 (via $100 \times 100 - 2$) als antwoord en nog eens vier procent gaf 9999 (via $100 \times 100 - 1$) als antwoord. Ruim drie procent van de leerlingen heeft 8181 ($9 \times 9 = 81$ en $9 \times 9 = 81$ dus 8181) als antwoord gegeven.

Bewerkingen:
vermenigvuldigen en
delen
Voorbeeldopgaven 1–13

1] Machteld bezorgt elke week
 403 tijdschriften.
 Hoeveel tijdschriften bezorgt Machteld
 in 8 weken?

_____ tijdschriften

2] Meneer de Jong rijdt met zijn busje
 3250 km per maand.
 Hoeveel km is dat in 11 maanden?

_____ km

3] Marleen krijgt 35 euro voor een dag
 oppassen. Ze heeft 24 dagen opgepast.
 Hoeveel euro heeft Marleen verdiend
 met oppassen?

€ _____

4] De muziekvereniging heeft nieuwe
 jasjes nodig. Er is € 5575,- gespaard.
 Een nieuw jasje kost € 25,-.
 Hoeveel jasjes kunnen gekocht worden?

_____ jasjes

5] In de bioscoop zijn 25 rijen met
 stoelen. In elke rij staan 22 stoelen.
 Hoeveel stoelen zijn er in totaal?

_____ stoelen



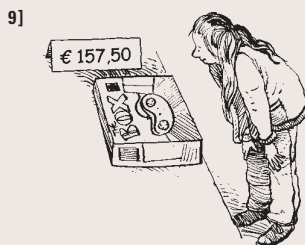
Van een fietspad wordt 820 meter
 verhard met betonplaten met een lengte
 van 5 meter.
 Hoeveel betonplaten zijn daarvoor nodig?

_____ platen

7] $109 \times 87 =$ _____

8] Gerard koopt een nieuwe fiets voor
 € 872,-. Hij mag deze fiets in vier keer
 betalen. Elke keer een kwart.
 Wat moet Gerard per keer betalen?

€ _____

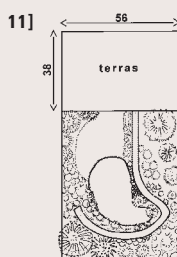


Silvia spaart per week € 7,50 voor deze
 spelcomputer.
 Hoeveel weken moet ze sparen?

_____ weken

10] Charles moet 37 bladzijden
 kopiëren. Hij moet 24 kopieën hebben
 van elke bladzijde.
 Hoeveel kopieën zijn dat in totaal?

_____ kopieën



Op het terras komen 38 rijen met
 steentjes te liggen.
 In elke rij 56 steentjes.
 Hoeveel steentjes zijn dat in totaal?

_____ steentjes

12]

Rekening voor 'De Meibloem'		
Geschiedenisboeken	aanpak	uitpak
	32	€ 735,-

De Meibloem heeft 32 nieuwe
 geschiedenisboeken gekocht.
 Hoeveel is de prijs per boek?

€ _____

13] 139 balpennen worden verpakt in
 doosjes. In één doosje kunnen
 8 balpennen.
 Hoeveel doosjes zijn nodig?
 Hoeveel pennen blijven er over?

Nodig: _____ doosjes

Over: _____ pennen

Voorbeeldopgave 17 ($17 \times € 30,10$) en
 voorbeeldopgave 18 ($1536 : 16$) worden door
 percentiel-75 leerlingen matig beheerst.
 Bij voorbeeldopgave 18 kunnen de leerlingen
 via $1600 : 16 = 100$ en $64 : 16 = 4$ toewerken
 naar de oplossing $100 - 4 = 96$. Ongeveer
 35 procent van de leerlingen eind groep 8 is
 tot het goede antwoord 96 gekomen.

Opvallend is dat 15 procent van de leerlingen
 geen antwoord heeft gegeven en dat ruim
 8 procent van de leerlingen het antwoord 100
 heeft gegeven. Bij voorbeeldopgave 19 moet
 € 8,85 verdeeld worden over drie personen.
 Percentiel-75 leerlingen hebben bij deze
 opgave nog ongeveer 50 procent kans om een
 goed antwoord te geven.

Bewerkingen:
vermenigvuldigen en
delen
Voorbeeldopgaven 14–24

14] Voor groep 7 bestelt meneer Derks 25 nieuwe schoolatlassen. De atlassen kosten € 19,50 per stuk. Hoeveel kost dat in totaal?

€ _____



15] Van een stuk grond van 5880 m² worden 14 bouwkvelds gemaakt. Elke bouwkveld wordt even groot. Hoe groot wordt elk bouwkveld?

_____ m²

16] $99 \times 99 =$ _____



17] Moeder koopt 17 meter van deze gordijnstof. Hoeveel moet zij betalen?

€ _____



18] Voor 16 m² is 1 emmer verf nodig. Hoeveel emmers verf zijn dan voor de hele muurschildering nodig?

_____ emmers

19] Wilma en haar twee zussen verdelen € 8,85. Hoeveel krijgt ieder?

€ _____

20] De juf heeft voor de handenarbeid-les stukken touw van 2,75 meter nodig. Ze heeft een bol touw van 80 meter. Hoeveel stukken touw van 2,75 meter kan ze daar in totaal uithalen?

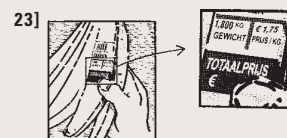
_____ stukken

21] Bij het 75-jarig bestaan van de dierentuin wordt een actie gehouden. Elke vijfenzeventigste bezoeker krijgt een cadeautje. De actie duurt een maand. In die maand bezoeken 45 175 mensen de dierentuin. Hoeveel bezoekers krijgen in die maand een cadeautje?

_____ bezoekers

22] 25 kg voer voor de kippen kost € 19,50. Hoeveel kost dat voer per kilogram?

€ _____



23] Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen?

€ _____

24] Een strippenkaart van het openbaar vervoer kost € 6,40. Op die kaart zitten 15 strippen. Hoeveel is de prijs per strip? Rond af op hele centen.

_____ cent

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 18 goed, de voorbeeldopgaven 19 tot en met 21 matig en de voorbeeldopgaven 22 tot en met 24 onvoldoende. Voorbeeldopgaven 20 en 21 zijn moeilijke toepassingsopgaven. Bij voorbeeldopgave 20 moeten de leerlingen uitrekenen hoeveel stukken touw van 2,75 meter uit een bol touw van 80 meter geknipt kunnen worden en bij voorbeeldopgave 21 aan hoeveel mensen een cadeau is uitgedeeld als van de 45 175 bezoekers elke 75e bezoeker een cadeau gekregen heeft. De laatste drie voorbeeldopgaven worden ook door percentiel-90 leerlingen onvoldoende beheerst. Voorbeeldopgave 22 is een deelopgave waarbij uitgerekend moet worden hoeveel 1 kg voer kost als 25 kg € 19,50 kost. is. Voorbeeldopgave 23 is een vermenigvuldig-opgave waarbij uitgerekend moet worden hoeveel 1,8 kg bananen kost als de prijs per kg

€ 1,75 is. De laatste voorbeeldopgave is weer een deelopgave waarbij de leerling moet uitrekenen hoeveel cent een strip van een strippenkaart kost als een kaart van 15 strippen € 6,40 kost. Ongeveer 10 procent van de leerlingen rondt verkeerd af naar beneden en ongeveer 20 procent van de leerlingen heeft bij deze opgave geen antwoord gegeven.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (pag. 108) geeft een samenvattend overzicht van de aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaar-groep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Oplossingsprocedures

Van drie opgaven zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Oplossingsprocedures bij opgave G

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
Realistische oplossingswijze, $7849 : 12 =$	63%	64%
Bijvoorbeeld		
$\begin{array}{r} 7849 \\ 1200 \text{ } 100x \\ 6649 \\ 6000 \text{ } 500x \\ 649 \\ 600 \text{ } 50x \\ 49 \\ 48 \text{ } 4x \\ 1 \text{ } 654x \end{array}$		
Traditionele staartdeling: $12 / 7849 \setminus 654$	27%	73%
$\begin{array}{r} 72 \\ 64 \\ 60 \\ 49 \\ 48 \\ 1 \end{array}$		
splitsen, bijvoorbeeld $7849 : 12 = 7000 : 12$ en $800 : 12$ en $49 : 12$ of $7849 : 12 = 7849 : 10$ en $7849 : 2$	5%	0%
Anders	5%	17%
Totaal	100%	60%

Oplossingsprocedures bij opgave H

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
Realistische oplossingswijze: $736 : 32 =$	68%	86%
Bijvoorbeeld		
$\begin{array}{r} 736 \\ 640 \text{ } 20x \\ 96 \\ 64 \text{ } 2x \\ 32 \\ 32 \text{ } 1x \\ 0 \text{ } 23x \end{array}$		
Traditionele staartdeling: $32 / 736 \setminus 23$	26%	92%
$\begin{array}{r} 64 \\ 96 \\ 96 \\ 0 \end{array}$		
Splitsen van deeltal (in bijvoorbeeld 640 en 96 of 700 en 32) of deler ($736 : 30$ en $736 : 2$)	3%	25%
Anders	3%	17%
Totaal	100%	84%

Opgave G

De handbalvereniging verzamelt iedere maand oud papier.
Vorig jaar verzamelde men 7849 kg papier.
Hoeveel kg is dat gemiddeld per maand?
Rond je uitkomst af op een heel getal.

_____ kg

Opgave H

Rekening voor 'De Meibloem'			
	aantal	prijs per stuk	Totaalprijs
Geschiedenisboeken	32		€ 736,-

De Meibloem heeft 32 nieuwe geschiedenisboeken gekocht.
Hoeveel is de prijs per boek?

€ _____

Opgave G is bij 140 leerlingen individueel afgenomen. 84 van de 140 leerlingen hebben het goede antwoord gegeven. Dat is 60 procent. Ongeveer tweederde deel van de leerlingen paste een realistische oplossingswijze toe en ruim een kwart van de leerlingen maakte een traditionele staartdeling. Van de leerlingen die een traditionele staartdeling maakten kwam 73 procent tot het goede antwoord en van de leerlingen die een realistische oplossingswijze toepasten kwam 64 procent tot het goede antwoord. Ongeveer 5 procent van de leerlingen ging het deeltal of de deler splitsen. De leerlingen die het deeltal splitsten, slaagden er niet in een splitsing te vinden waarmee ze het rekenwerk konden vergemakkelijken en tot een goede oplossing konden komen. Van de meeste leerlingen die tot de categorie 'Anders' behoren, is onduidelijk wat ze precies gedaan hebben.

Opgave H is bij 140 leerlingen individueel afgenomen. 118 leerlingen hebben het goede antwoord gegeven en dat is 84 procent. Net zoals bij de vorige opgave zien we dat ongeveer tweederde deel van de leerlingen een realistische oplossingswijze toepaste en dat ruim een kwart van de leerlingen een traditionele staartdeling maakte. De traditionele staartdeling levert procentueel gezien iets meer goede antwoorden op dan de realistische werkwijze. Van de leerlingen die een traditionele staartdeling maakten, kwam 92 procent tot het goede antwoord en van de leerlingen die een realistische oplossingswijze toepasten, kwam 86 procent tot het goede

antwoord. Bijna alle leerlingen die een realistische werkwijze toepassen beginnen met een eerste stap van minstens 10 keer. Ook de vervolgstappen zijn voldoende verkort. De leerlingen die het deeltal willen splitsen zoeken naar mooie ronde getallen om het rekenwerk te vergemakkelijken, maar ze vinden meestal geen geschikte splitsing. Bij de categorie 'Anders' zitten ook twee leerlingen die de opgave uit het hoofd uitrekenden. Eén van deze leerlingen gaf het goede antwoord 23.

Opgave I

Een boekhandel verkocht het afgelopen jaar 704 boeken van € 25,-.

Voor hoeveel euro is dat?

_____ euro

Oplossingsprocedures bij opgave I

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
Traditioneel cijferend	65%	82%
704		
25		
3 520		
14 080		
17 600		
Kolomsgewijs cijferend: factor 704 opgesplitst:	16%	50%
700 x 25 = 17 500		
4 x 25 = 100		
17 600		
Kolomsgewijs cijferend: factor 25 opgesplitst:	8%	64%
704 x 20 = 14 080		
704 x 5 = 3 520		
17 600		
Verdubbelen en halveren:	4%	100%
Anders	7%	0%
Totaal	100%	71%

Opgave I is bij 140 leerlingen individueel afgenomen, waarvan 99 leerlingen de opgave goed hebben gemaakt. Dat is 71 procent van de leerlingen. Ongeveer tweederde deel van de leerlingen past het traditioneel cijferalgoritme toe en ongeveer een kwart van de leerlingen cijfert kolomsgewijs. De leerlingen die kolomsgewijs werken, splitsen ofwel de factor 704 op (in 700 en 4) ofwel de factor 25 (in 20 en 5). Het merendeel splitst de factor 704 op. Leerlingen die het traditioneel cijferalgoritme

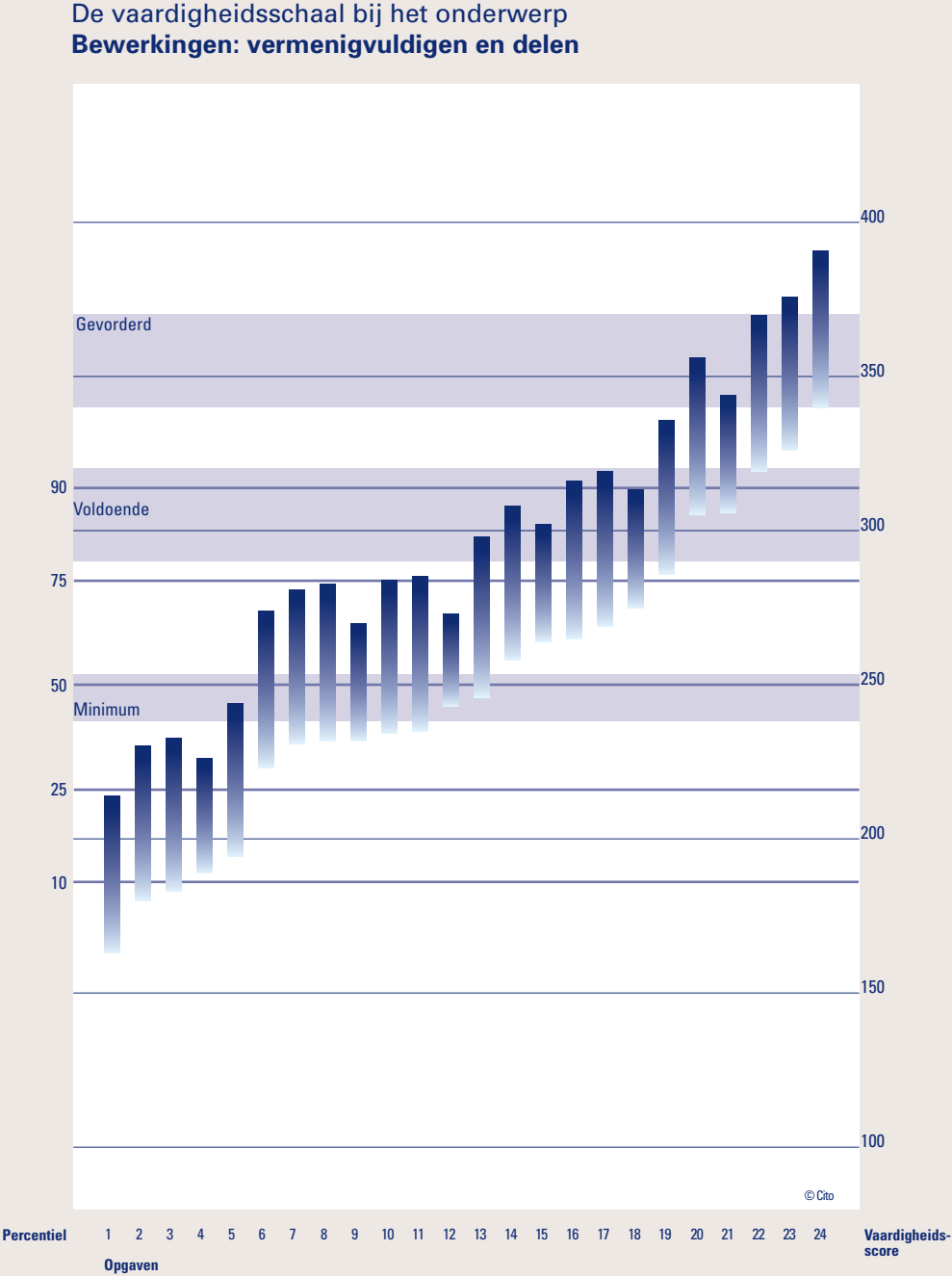
toepassen zijn het meest succesvol: 82 procent van hen komt tot het goede antwoord. Ongeveer vier procent van de leerlingen lost de opgave op door te gaan halveren en verdubbelen: $704 \times 25 = 352 \times 50 = 176 \times 100 = 17\,600$. Alle zes leerlingen die deze strategie volgden kwamen tot het goede antwoord. In de categorie 'Anders' zijn vooral de leerlingen terechtgekomen die een verkeerde bewerking (meestal delen in plaats van vermenigvuldigen) uitvoerden.

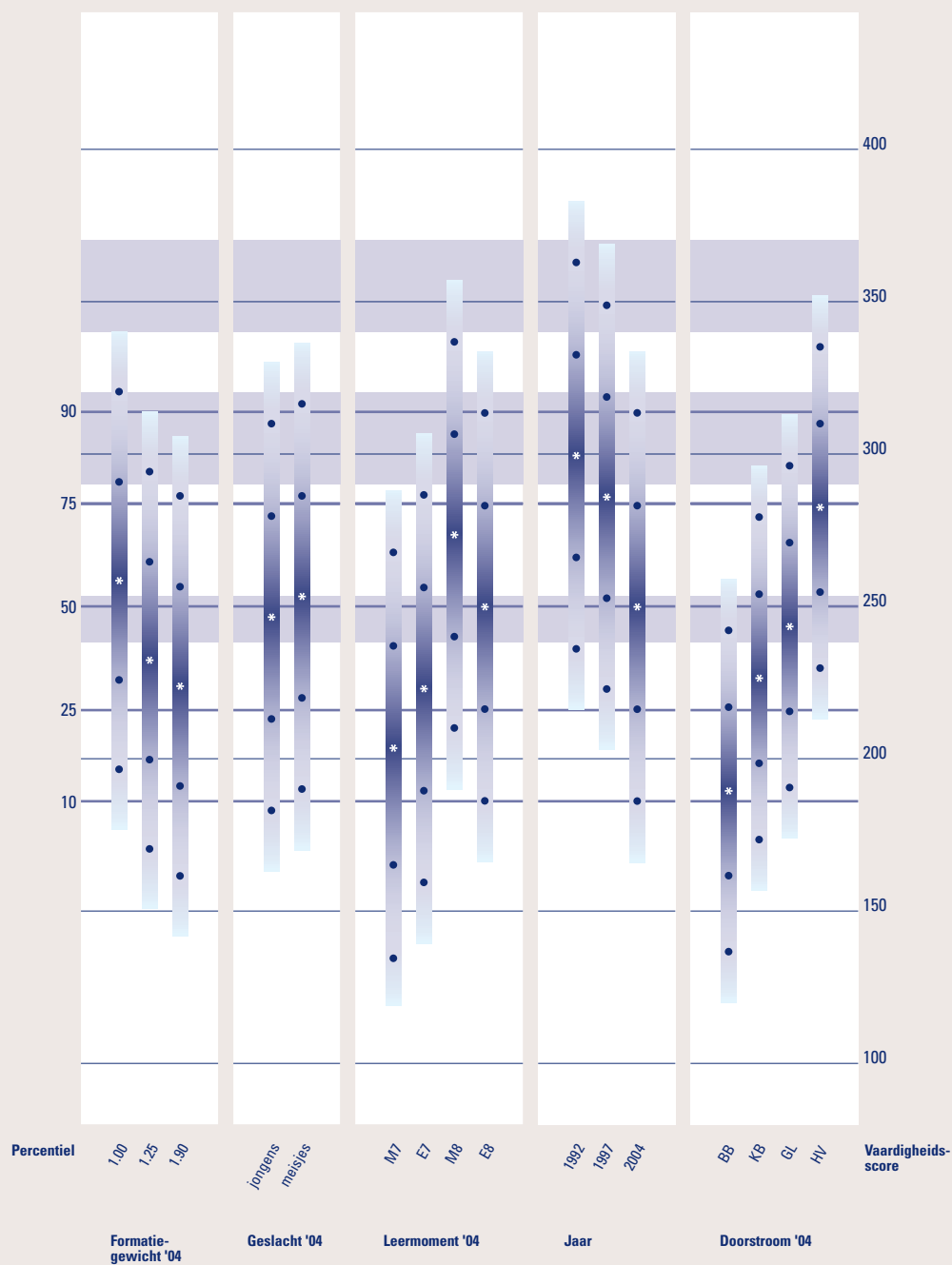
Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 106). Vergelijkbaar met het onderwerp *Bewerkingen: optellen en aftrekken* liggen ook bij dit onderwerp de niveaus van de standaarden Minimum en Voldoende ver boven het voor de beoogde doelgroepen gerealiseerde niveau. Zo wordt met de **standaard Minimum** een vaardigheidsniveau bedoeld dat door 90 tot 95 procent van de leerlingen wordt bereikt. In dit geval ligt de mediaan van de oordelen bij vaardigheidscore 250, een niveau dat door 50 procent van de leerlingen wordt bereikt. Op het niveau van deze standaard wordt van de leerlingen een vaardigheid verwacht die hen zonder meer in staat stelt de eerste vijf voorbeeldopgaven goed op te lossen. De beoordelaars zijn het over het niveau van deze standaard redelijk eens.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheidsscore 310 en dat wordt slechts bereikt door 12 procent van de leerlingen. De overeenstemming tussen beoordelaars lijkt voor deze standaard iets kleiner maar dat wordt in belangrijke mate veroorzaakt door het feit dat beoordelaars, na de toetsing van hun oordelen aan de feitelijke situatie, niet in gelijke mate hun oordeel hebben bijgesteld. Op het niveau van deze standaard zouden de leerlingen de voorbeeldopgaven tot en met opgave 19 zonder veel problemen goed moeten kunnen oplossen. Wanneer we de standaarden Minimum en Voldoende uit 1995 op deze vaardigheidsschaal projecteren dan komen we op vrijwel dezelfde posities uit. Het oordeel van beoordelaars is dus over deze periode stabiel gebleven. Ook nu geldt dat leerlingen vaak hebben opgelost zonder aantekeningen in het toetsboekje te maken. Het is mogelijk, zoals we dat ook bij het vorige onderwerp hebben geopperd, dat de prestaties beter geweest zouden zijn als leerlingen gebruik hadden gemaakt van de uitrekenruimte in de toetsboekjes, waar ze ook expliciet op zijn gewezen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6





Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

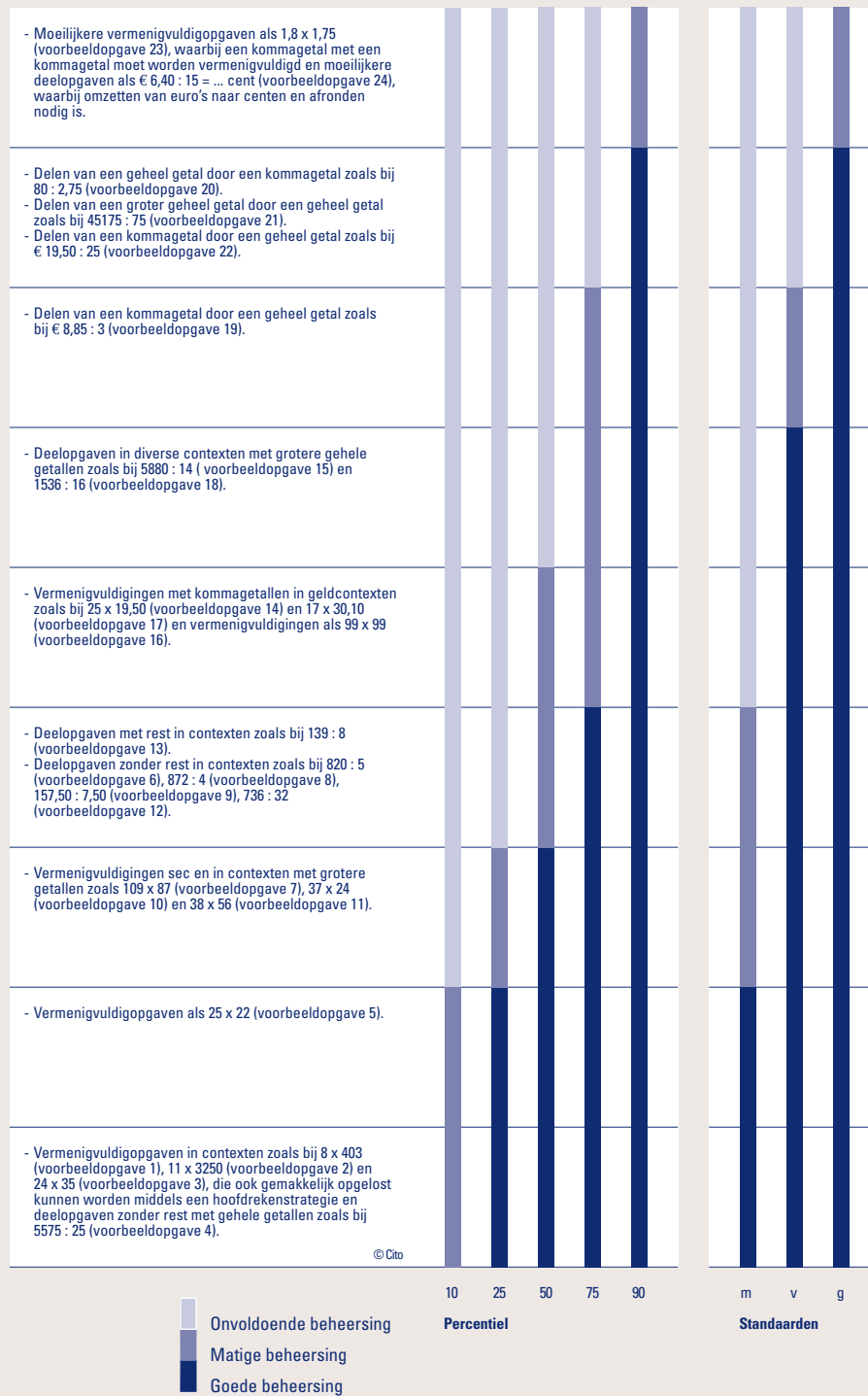
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	259	48	57%	14%
1.25	232	48	36%	5%
1.90	224	48	29%	4%
Geslacht				
jongens	247	50	47%	10%
meisjes	253	50	53%	13%
Leermoment				
M7	204	50	18%	2%
E7	223	50	30%	4%
M8	273	50	68%	23%
E8	250	50	50%	12%
Afnamejaar				
1992	299	50	84%	41%
1997	286	50	77%	31%
2004	250	50	50%	12%
Doorstroom				
BB	189	39	6%	0%
KB	227	39	28%	2%
GL	243	39	43%	4%
HV	282	39	80%	24%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 3	4 – 24
KB	1 – 4	5 – 6	7 – 24
GL	1 – 4	6 – 11	12 – 24
HV	1 – 12	13 – 18	19 – 24

Als dat al zo zou zijn, dan is het toch opmerkelijk dat de kinderen zich niet hebben gerealiseerd dat het uit het hoofd uitrekenen van deze opgaven tot grote problemen zou kunnen leiden.

De positie van de **standaard Gevorderd** geeft aan dat eventueel een goede beheersing van de laatste drie voorbeeldopgaven buiten het bereik van de kerndoelen basisonderwijs valt.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (pag. 108) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden

moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Opnieuw constateren we dat de afstand tussen 1.25- en 1.90-leerlingen in vergelijking met eerdere peilingen aanmerkelijk is verkleind. Eerder wezen we al op de tweeledige oorzaak die daaraan ten grondslag zou kunnen liggen. Van de 1.00-leerlingen met gemiddelde vaardigheidsscore van 259 bereikt 14 procent de standaard Voldoende en 57 procent de standaard Minimum. Van de beide andere formatiegroepen bereikt slechts ongeveer vijf procent het niveau van de standaard Voldoende en 36 procent of 29 procent het niveau van de standaard Minimum.

De vaardigheidsverdeling van meisjes ligt iets hoger op de schaal dan die van jongens.

Dit komt overeen met het resultaat van bijvoorbeeld de peiling in 1997.

Net als bij het vorige onderwerp is ook hier sprake van een sterke groei in vaardigheid tussen de niveaus E7 en M8. Daarna valt het niveau weer terug, waarschijnlijk omdat de vaardigheid onvoldoende wordt onderhouden. Het is duidelijk dat leerlingen wat dit onderwerp betreft in ieder geval niets nieuws meer bijleren.

Eveneens vergelijkbaar met het vorige onderwerp is de sterke daling in vaardigheidsniveau ten opzichte van eerdere peilingen. Zo zou in 1992 nog 41 procent van de leerlingen de standaard Voldoende bereiken tegen 12 procent in 2004. Ook de standaard Minimum zou in 1992 veel realistischer zijn geweest dan nu: in 1992 zou 84 procent van de leerlingen deze standaard hebben bereikt, tegen 50 procent nu in 2004.

Bezien we de vaardigheden van leerlingen vanuit het perspectief van de doorstroomniveaus dan correspondeert het gemiddelde niveau van de BB-leerling met dat van de percentiel-10 leerling in de totale populatie en daarbij is slechts sprake van matige beheersing van de eerste voorbeeldopgave. Afgezet tegen de standaarden bereikt slechts zes procent van deze leerlingen de standaard Minimum en vrijwel niemand bereikt de standaard Voldoende. KB- en GL-leerlingen laten de te verwachten progressie zien, al bereikt ook binnen deze groepen minder dan 50 procent van de leerlingen de standaard Minimum en is het percentage leerlingen dat de standaard Voldoende bereikt verwaarloosbaar klein. Uiteindelijk is de standaard Minimum nog het meest realistisch binnen de groep HV-leerlingen waar

80 procent van de leerlingen dit niveau bereikt. Maar ook voor deze groep is de standaard Voldoende nauwelijks nog realistisch te noemen aangezien slechts 24 procent van de leerlingen het vaardigheidsniveau van deze standaard bereikt. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

4.9 Samengestelde bewerkingen

Inhoud

De opgaven van dit onderwerp zijn allemaal contextopgaven. De gegevens zijn in een tekst, een tabel of schema aangeboden. De leerling moet bij deze opgaven meerdere getalsmatige gegevens met elkaar in verband brengen en relevante gegevens uit de context of uit de afbeelding afleiden. De voorgelegde problemen doen een beroep op het gecombineerde gebruik van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Bij de opgaven gaat het naast het berekenen ook om de keuze van de relevante bewerkingen. Bij een aantal opgaven is afronden noodzakelijk. Daarnaast zijn er opgaven waarbij het gemiddelde uitgerekend moet worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven matig en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 15 onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben ruim 50 procent kans om de voorbeeldopgaven 1 en 2 goed te maken. Bij voorbeeldopgave 1 wordt van de leerling verwacht dat deze de uitkomst van 8×1 en $4 \times 1,50$ bij elkaar optelt en bij voorbeeldopgave 2 moet het nieuwe aantal leden berekend worden op basis van de mutaties van het ledenbestand ($234 - 58 + 113$).

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave bijna goed, de voorbeeldopgaven 2 en 3 matig en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 15 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 3 kan de leerling op verschillende manieren te werk gaan. Hij kan uitrekenen hoeveel 1 vulpen, 1 potlood en 1 gum samen kosten en die uitkomst vermenigvuldigen met 100, maar hij kan ook uitrekenen hoeveel 100 vulpennen, 100 potloden en 100 gummen kosten en de bedragen vervolgens bij elkaar optellen. De laatste werkwijze leidt bij een aantal

leerlingen tot foutieve antwoorden als € 745,- en € 74,50. Het antwoord € 745 is door vijf procent van de leerlingen gegeven en komt via $295 + 250 + 200$ tot stand. Het antwoord 74,50 is door drie procent van de leerlingen gegeven en komt via $29,50 + 25 + 20$ tot stand

De gemiddelde leerling beheerst voorbeeldopgave 1 goed, de voorbeeldopgaven 2 en 3 bijna goed, de voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 matig en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 15 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 4 moeten de leerlingen eerst uitrekenen hoeveel ieder zou moeten betalen ($\frac{1}{2}$ deel van € 78,50 = € 39,25) om daarna uit te kunnen rekenen hoeveel Wouter tekort heeft ($\text{€ } 39,25 - \text{€ } 37,- = \text{€ } 2,25$). 60 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, hebben het goede antwoord € 2,25 gegeven. De meest voorkomende foutieve antwoorden zijn € 4,50 en € 41,50 die respectievelijk door ruim vier procent en vijf procent van de leerlingen gegeven zijn. Het zijn beide interpretatiefouten die tot stand komen via $\text{€ } 78,50 - 2 \times \text{€ } 37,- = \text{€ } 4,50$ en $\text{€ } 78,50 - \text{€ } 37,- = \text{€ } 41,50$.

De voorbeeldopgaven 5 tot en met 7 worden nog matig beheerst door de percentiel-50 leerlingen. Ze hebben ongeveer 50 procent kans om deze opgaven goed te beantwoorden. Deze opgaven vragen veel rekenwerk van de leerlingen. Bij voorbeeldopgave 5 kan men via $2023 - (228 + 254 + 326 + 668) = \dots$ tot het antwoord komen, maar men kan ook vier aftrekkingen uitvoeren: $2023 - 228 - 254 - 326 - 668$. Bij voorbeeldopgave 6 kan men eenzelfde werkwijze volgen als bij voorbeeldopgave 5: $756 - (79 + 124 + 517) = \dots$ of $756 - 79 - 124 - 517 = \dots$. Voorbeeldopgave 7 vraagt van de leerlingen het verschil te bepalen tussen de uitkomsten van de vermenigvuldigingen 12×1030 en 18×750 .

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 6 tot en met 13 matig en de voorbeeldopgaven 14 en 15 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 8 gaat het om twee vermenigvuldigingen en een optelling ($400 \times 32 \text{ c} + 500 \times 24 \text{ c} = \text{€ } \dots$). Ongeveer 12 procent van de leerlingen rekent wel de vermenigvuldigingen en de optellingen correct uit, maar ze zetten het bedrag in centen niet of niet correct om naar euro's. Bij voorbeeldopgave 9 moeten de leerlingen uit de context afleiden dat ze $8 \times 8,49$ moeten uitrekenen omdat 40 dozen 8 keer zoveel is als 5 dozen. De leerling kan vervolgens bijvoorbeeld via $8 \times 8,50 - 8 \times 0,01$ en via $68 - 0,08 = 67,92$ tot het goede antwoord komen. Ongeveer zeven procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, gaf het foutieve antwoord 339,60 (via $40 \times 8,49$).

**Samengestelde
bewerkingen:
Voorbeeldopgaven 1–7**

1] Haventarieven

LIGPLAATS
€ 1,- PER METER LENGTE PER DAG
TOERISTENBELASTING
€ 1,50 PER PERSOON PER DAG

De boot van de familie Steen is 8 meter lang. Er zijn 4 personen aan boord. Hoeveel moeten zij in die haven in totaal per dag betalen?

€ _____

2] Sportvereniging Atilla had op 1 januari 234 leden. In dat jaar gingen er 58 leden weg en kwamen er 113 nieuwe leden bij. Hoeveel leden had die sportvereniging aan het einde van het jaar?

_____ leden



De meester koopt voor school 100 vulpen, 100 potloden en 100 gummetjes. Hoeveel moet hij betalen?

€ _____

4] Wouter en Saskia kopen samen een cadeau van € 78,50. Ze willen ieder de helft betalen. Wouter heeft € 37,-. Hoeveel komt hij tekort?

€ _____

Harry Potter	Aantal bladzijdes
De steen der wijzen	228
De geheime kamer	254
De gevangene van Azkaban	326
De vuurbeker	_____
De orde van de feniks	668
Totaal	2023

Hierboven zie je hoeveel bladzijdes de eerste vijf delen van de Harry Potter boeken hebben.

Hoeveel bladzijdes heeft De vuurbeker?

_____ bladzijdes

6] STEMMEN VOOR DE SCHOOLRAAD

Aantal leerlingen dat stemde: 756
Voor partij "nieuwe aanpak": 79
Voor de milieupartij: 124
Voor de "huiswerkvrije school": 517

De rest van de uitgebrachte stemmen was ongeldig. Hoeveel ongeldige stemmen waren dat?

_____ stemmen

7] Saskia en Jeroen kopen allebei eenzelfde auto. Saskia betaalt de auto in 12 maanden; elke maand € 1030,-. Jeroen betaalt de auto in 18 maanden; elke maand € 750,-. Wie betaalt het meest voor die auto?

Hoeveel meer?

€ _____

Voorbeeldopgave 10 kan op verschillende manieren opgelost worden, bijvoorbeeld via optellen en delen: $(186 + 216) : 6$ of via breukrekenen: $\frac{1}{6} \times (186 + 216)$ of $\frac{1}{6} \times 186 + \frac{1}{6} \times 216$. Percentiel-75 leerlingen hebben 50 à 60 procent kans om een goed antwoord te geven. Veel leerlingen (± 16 procent) hebben bij deze opgaven geen antwoord gegeven. Ruim vijf procent van de leerlingen heeft als antwoord 402 gegeven ($186 + 216$). Bij voorbeeldopgave 11 moeten de leerlingen eerst uit de context afleiden dat ze $34 \times 0,75$ meter moeten uitrekenen en vervolgens concluderen dat je met 25 meter touw een halve meter touw tekort hebt. Voorbeeldopgave 12 vraagt het aantal uren te bepalen en dat te vermenigvuldigen met 4×75 . Voorbeeldopgave 13 is qua structuur dezelfde opgave als de voorbeeldopgaven 5

en 6. Alleen hebben we nu niet te maken met gehele getallen, maar met geldbedragen met cijfers achter de komma. De uit te voeren berekening is dan ook moeilijker. Op basis van afschrijvingen moet bepaald worden hoeveel er tekort is: $\text{€ } 895,30 - (\text{€ } 140,35 + \text{€ } 540,50 + \text{€ } 110,40 + \text{€ } 86,45 + \text{€ } 46,30)$. Bij voorbeeldopgave 11 tot en met 13 hebben percentiel-75 leerlingen nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven en voorbeeldopgave 14 goed of bijna goed, en de voorbeeldopgaven 12, 13 en 15 matig. Bij voorbeeldopgave 14 moet, om het gemiddelde te berekenen, eerst een aftrekking uitgevoerd worden: $(125\,000 - 118\,250) : 3 = 6750 : 3 = 2250$.

**Samengestelde
bewerkingen:
Voorbeeldopgaven 8–15**

8] Wilbert verkoopt koffie en broodjes. Hij verkocht maandag 400 broodjes en 500 bekertjes koffie. Op de broodjes verdient hij 32 cent per stuk en op de koffie 24 cent per bekertje. Hoeveel verdiende Wilbert in totaal?

€ _____

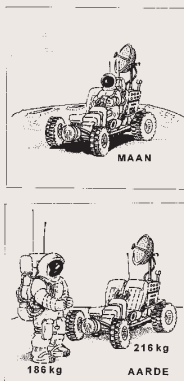
9]



Meneer Steenberg koopt 40 dozen. Hoeveel moet hij betalen?

€ _____

10]



Op de maan weegt alles ongeveer $\frac{1}{6}$ deel van het gewicht op aarde. Hoeveel weegt de astronaut met zijn wagentje dan op de maan?

_____ kg

11] Voor de handenarbeidles heeft de leraar stukjes touw nodig van 0,75 m. Hij heeft een bol touw van 25 m. In de klas zitten 34 kinderen. Hoeveel langer had de bol moeten zijn om genoeg te hebben?

_____ m

12] Een stoomtreintje maakt vier keer per uur een rondrit. Iedere keer kunnen er 75 mensen in. Hij rijdt van 9.00 uur tot 18.00 uur. Hoeveel mensen kan dat treintje maximaal vervoeren per dag?

_____ mensen

13] Op 1 februari staat er nog € 895,30 op de girorekening. In de loop van de maand worden daarvan afgeschreven:

gas	€ 140,35
huur	€ 540,50
telefoon	€ 110,40
kruidenier	€ 86,45
benzine	€ 46,30

Hoeveel tekort is er nadat deze bedragen afgeschreven zijn?

€ _____

14] Een bibliotheek wil over 3 jaar 125 000 boeken hebben. Nu bezit die bibliotheek 118 250 boeken. Hoeveel boeken moeten er dan gemiddeld per jaar bijgekocht worden?

_____ boeken

15] In de tank zit 30 liter benzine. De auto verbruikt 1 liter op 15 km. Hoeveel liter zal er nog in de tank zitten als er 270 km is gereden?

_____ liter

Percentiel-90 leerlingen hebben 70 procent kans op een goed antwoord. Voorbeeldopgave 15 is een moeilijke toepassingsopgave. Ongeveer eenderde deel van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, kwam tot het goede antwoord 12 (via bijvoorbeeld $30 - (270 : 15) = 30 - 18 = 12$). Ongeveer 15 procent van de leerlingen gaf als antwoord 18. Zij rekenen dus alleen uit hoeveel liter de auto verbruikt op een rit van 270 km. Dat veel leerlingen deze opgave moeilijk vinden blijkt ook uit het feit dat 15 procent van de leerlingen geen antwoord gegeven heeft.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheids-schaal (pag. 114). Opnieuw hebben de beoordelaars de niveaus van de standaarden Minimum en Voldoende ver buiten het bereik van de beoogde doelgroepen gelegd. Zo wordt de **standaard Minimum** bij een mediaanscore van 240 door slechts 58 procent van de leerlingen bereikt en de **standaard Voldoende** met mediaanscore 300 door slechts 16 procent van de leerlingen.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Samengestelde bewerkingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	65%	19%
1.25	238	49	49%	10%
1.90	221	49	35%	5%
Geslacht				
jongens	246	50	54%	14%
meisjes	255	50	62%	18%
Leermoment				
M8	269	50	72%	27%
E8	250	50	58%	16%
Afnamejaar				
1992	259	50	65%	20%
1997	269	49	72%	27%
2004	250	50	58%	16%
Doorstroom				
BB	184	37	7%	0%
KB	228	37	37%	3%
GL	244	37	54%	6%
HV	284	37	88%	33%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Samengestelde bewerkingen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 2	3 – 15
KB	1	2 – 3	4 – 15
GL	1	2 – 5	6 – 15
HV	1 – 5	6 – 12	13 – 15

In vergelijking met 1995 liggen de standaarden nu duidelijk hoger op de vaardigheidsschaal, anderzijds zijn ze meer in overeenstemming met het niveau van de standaarden zoals die zijn vastgesteld voor de voorafgaande gerelateerde onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken* en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*. De standaard Minimum impliceert een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave en een matige beheersing van de voorbeeldopgaven 2 en 3. Van de overige voorbeeldopgaven wordt al niet meer verondersteld dat zij op het niveau van deze standaard nog enigszins beheerst worden. De standaard Voldoende veronderstelt een vaardigheid waarbij de leerlingen geen problemen meer

zouden hebben bij het oplossen van de eerste zes à zeven opgaven en ook bij de meeste andere opgaven een meer dan 50 procent kans hebben op een correct antwoord. Alle opgaven passen volgens de beoordelaars binnen de kaders van de kerndoelen voor het basisonderwijs, gezien de positie van de **standaard Gevorderd**.

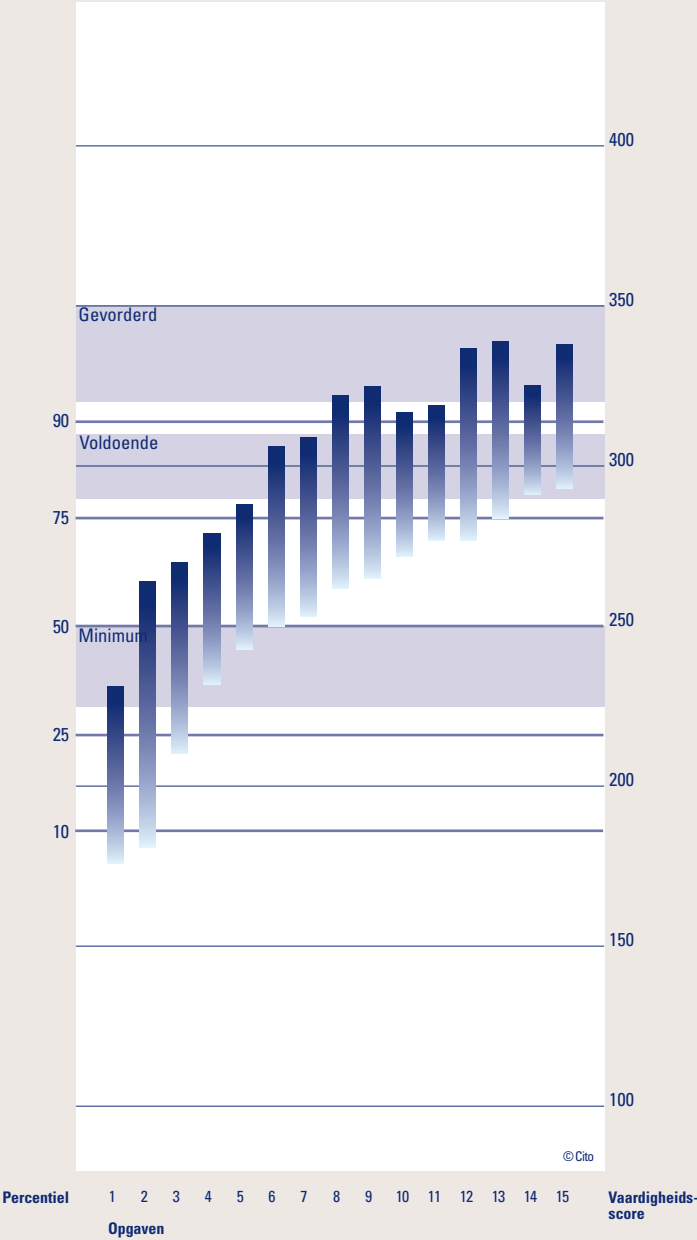
Ten slotte geldt ook voor dit onderwerp wat al eerder bij de twee voorafgaande onderwerpen is opgemerkt. De opgaven zijn expliciet bedoeld voor oplossingsstrategieën waarbij leerlingen uitrekenpapier gebruiken en algoritmes kunnen toepassen of tussenoplossingen kunnen noteren. Maar opnieuw blijkt daar weinig gebruik van gemaakt te zijn en hebben de leerlingen blijkbaar ten onrechte gedacht deze opgaven uit het hoofd uit te kunnen rekenen.

Verschillen tussen leerlingen

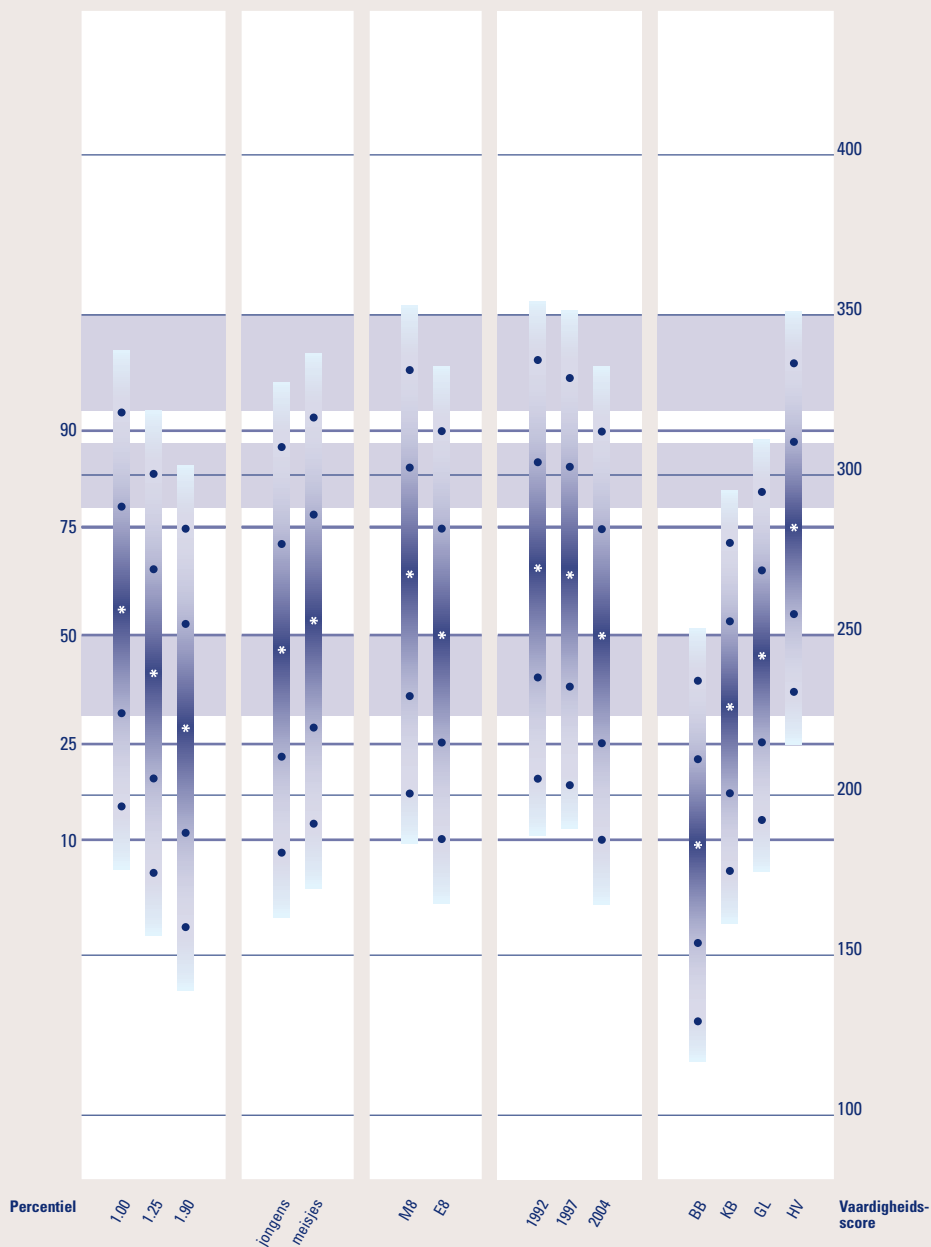
Alhoewel in vergelijking met 1997 de afstand tussen 1.00- en 1.90-leerlingen kleiner is geworden, is er anders dan bij de twee voorafgaande onderwerpen nog steeds een vrij groot verschil in vaardigheid tussen de onderscheiden formatiegroepen, waarbij 1.25-leerlingen een tussenpositie innemen. De prestaties van meisjes is iets hoger dan die van jongens en dat was in 1997 net andersom. Dit type opgave is niet in jaargroep 7 afgenomen. Wat we echter opnieuw zien, is een forse afname in vaardigheidsniveau tussen medio en eind jaargroep 8, vergelijkbaar met de ontwikkeling in de twee voorafgaande onderwerpen. Het prestatieniveau van de leerlingen in 2004 is vergeleken met de eerdere peilingjaren 1992 en 1997 evenals bij de voorgaande bewerkingsonderwerpen duidelijk afgenomen. Het is niet duidelijk waaraan deze terugval toegeschreven moet worden. Het blijkt een algemene tendens te zijn mogelijk toe te schrijven aan een attitudeverandering? Mogelijk hebben de leerlingen in voorafgaande peilingen wel veelvuldig gebruikgemaakt van de beschikbare uitrekenruimte. Maar dan is de vraag wat leerlingen er toe brengt ten onrechte te besluiten de opgaven op te lossen zonder tussenoplossingen te noteren of gebruik te maken van standaardcijferprocedures. Opnieuw constateren we grote, maar te verwachten, verschillen tussen leerlingen van de onderscheiden uitstroomniveaus. De gemiddelde BB-leerling beheerst feitelijk alle voorbeeldopgaven van dit onderwerp onvoldoende. De vaardigheid van de gemiddelde KB-leerling stelt hem in staat de eerste voorbeeldopgave goed te maken en ook met een redelijke kans op succes voorbeeldopgave twee correct op te lossen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Samengestelde bewerkingen



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

Voor de GL-leerling geldt min of meer hetzelfde. De vaardigheid van de gemiddelde HV-leerling stelt hem in staat de eerste vijf voorbeeldopgaven goed op te lossen, maar ook met een redelijke kans op succes de volgende vijf voorbeeldopgaven op te lossen. Daarna worden de opgaven ook voor deze leerling te moeilijk. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

4.10 Rekenen met een zakrekenmachine

Inhoud

In de kerndoelen voor het basisonderwijs wordt aangegeven dat het onderwijs in rekenen-wiskunde erop gericht is dat leerlingen de rekenmachine met inzicht kunnen gebruiken en dat zij breuken in decimale breuken kunnen omzetten met behulp van een zakrekenmachine. De opgaven van dit onderwerp, bijna allemaal contextopgaven, sluiten daar bij aan. Naast enkele opgaven die ook bij *Bewerkingen: optellen en aftrekken, Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* en *Samengestelde bewerkingen* voorkomen, zijn ook opgaven opgenomen met iets complexere situaties waarin met realistische getallen gewerkt wordt. De rekenmachine kan het rekenwerk uitvoeren, nadat de leerling heeft vastgesteld welke bewerking uitgevoerd moet worden om tot het goede antwoord te komen. In een aantal opgaven is de keuze van de bewerking moeilijker omdat de getallen geen aanwijzing geven welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele vermenigvuldig- en deelopgaven gaat het om het afronden van de uitkomst op een bepaald aantal cijfers achter de komma. Bij delingen kan de interpretatie van de rest een apart probleem vormen. De rest verschijnt op de zakrekenmachine namelijk niet als 'rest', maar als een deel van het getal achter de komma. Daarnaast zijn er opdrachten waarbij gevraagd wordt een percentage van een bedrag uit te rekenen en een breuk met behulp van de rekenmachine om te zetten in een kommagetal. Bij de gemakkelijkste opgaven hoeven de leerlingen alleen maar de uitkomst van de optelling van het afleesvenster van de zakrekenmachine over te nemen. Bij een aantal opgaven moet de leerling voor het uitvoeren van de bewerking of het juist weergeven van de uitkomst de getallen omzetten.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed, voorbeeldopgave 2 zeer matig en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 15 onvoldoende. Ook percentiel-10 leerlingen hebben geen moeite om bewerkingsopgaven met een zakrekenmachine goed uit te rekenen als duidelijk is welke bewerking uitgevoerd moet worden en de uitkomst zonder verdere interpretatie van het afleesvenster van de zakrekenmachine overgenomen kan worden. Dat geldt niet alleen voor bewerkingen met gehele getallen zoals bij voorbeeldopgave 1 ($348 + 186 + 93 + 206$), maar ook voor het optellen van kommagetallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma zoals bij $34,68 + 18,2$. Door het gebruik van de zakrekenmachine speelt, anders dan bij het uitrekenen op papier, de interpretatie van de cijfers in het getal geen rol.

De percentiel-25 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 goed, de voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 matig en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 15 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 2 heeft ongeveer 70 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, het goede antwoord 8,14 gegeven. 14 procent van de leerlingen heeft deze opgave niet beantwoord. De foutieve antwoorden zijn voornamelijk afrondingsfouten. Dat zijn onder andere de antwoorden 8 (1,5 procent), 8,1 (2,3 procent), 8,10 (1,8 procent) en 8,15 (2,6 procent). Voorbeeldopgave 3, waarbij het verschil uitgerekend moet worden tussen bedragen op twee rekeningafschriften (2923,95 en 3618,88) wordt matig beheerst door percentiel-25 leerlingen. Bij voorbeeldopgave 4 hebben percentiel-25 leerlingen 50 procent kans op een goed antwoord. Bij deze deelopgave speelt de interpretatie van het antwoord dat in het venster van de zakrekenmachine verschijnt een rol: $2475 : 48 = 51,5625$, dus zijn er 52 bussen nodig om de supporters te vervoeren.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 3 tot en met 5 bijna goed, de voorbeeldopgaven 6, 7 en 8 matig en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 15 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 5, die door de gemiddelde leerling bijna goed wordt beheerst, moet de leerling, nadat hij de deling $5100 : 319$ ingetypt heeft, het antwoord dat in het afleesvenster verschijnt (15,98746) afronden op hele grammen, dus op 16. Bij deze opgave typt meer dan 10 procent van de leerlingen de deling $319 : 5100$ in op de zakrekenmachine.

**Rekenen met een
zakrekenmachine:
Voorbeeldopgaven 1–8**

- 1] Het afgelopen jaar verkocht garage Jansen de volgende aantallen auto's:

1e kwartaal	348
2e kwartaal	186
3e kwartaal	93
4e kwartaal	206

Hoeveel auto's verkocht garage Jansen in totaal?

_____ auto's

- 2] Rond je uitkomst af op 2 cijfers achter de komma.

$57 : 7 =$ _____

3]

DE BANK		REKENINGAFSCHRIJF
1-1-2003	SPAAREKENING	TEGOED 2.923,95
1-1-2004	SPAAREKENING	TEGOED 3.618,88
D.E. SALDO CENTENLAAN 3 1111 EURO PARK		

Hoeveel stond er op 1-1-2004 meer op de rekening dan op 1-1-2003?

€ _____

- 4] Er moeten 2475 supporters met bussen vervoerd worden.
In één bus mogen 48 personen.
Hoeveel bussen zijn er nodig om alle supporters te vervoeren?

_____ bussen

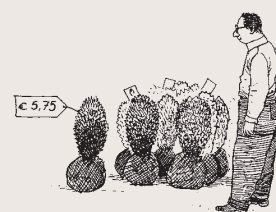
- 5] Een stapel van 319 brieven met reclaimedrukwerk weegt 5100 gram.
Reken uit op je rekenmachine hoeveel een brief weegt.
Rond je antwoord op hele grammen af

Een brief weegt ongeveer _____ gram

- 6] De autofabriek bouwt een zuinige auto. Na de eerste testrit van 138,7 kilometer blijkt de auto 3,8 liter verbruikt te hebben.
Hoeveel liter gebruikt deze auto dan gemiddeld op 100 km?

- A 0,365 liter C 5,27 liter
B 2,74 liter D 36,5 liter

7]



Vader wil van deze struiken een heg om de tuin. Hij wil niet meer uitgeven dan 100 euro. Vader koopt zoveel mogelijk struiken.

Hoeveel geld houdt hij dan over?

€ _____

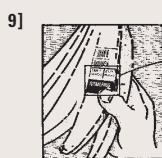
- 8] De helikopter van "Sea View" vliegt 112 minuten boven de kust van Florida.
De gemiddelde snelheid is 180 km per uur.

Hoeveel kilometer ongeveer heeft de helikopter afgelegd in die 112 minuten?

- A 96 km C 202 km
B 161 km D 336 km

Bij het geven van het antwoord worden tal van afrondingsfouten gemaakt, zoals blijkt uit antwoorden als 0,06; 0,062; 0,62 en 1. Fouten die door de leerlingen gemaakt worden die wel correct $5100 : 319$ hebben ingetypt, zijn voornamelijk afrondingsfouten. Onder andere komen als antwoord voor 15, 15,99, 15,9 en 15,98. Uit die antwoorden blijkt dat tal van kinderen niet weten wat afronden op **hele** grammen betekent. Bij voorbeeldopgave 6, die matig beheerst wordt door de gemiddelde leerling, moeten de leerlingen uitrekenen hoeveel liter per 100 km verbruikt wordt als 3,8 liter verbruikt is in een testrit van 138,7 km. Bij de voorbeeldopgaven 7 en 8 heeft de gemiddelde leerling nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord. Bij voorbeeldopgave 7 moet de leerling eerst uitrekenen hoeveel struiken van 5,75 je voor 100 euro kunt kopen (met behulp van de deling $100 : 5,75$), vervolgens concluderen op basis van de uitkomst 17,391304 dat dat 17 struiken zijn, dan uitrekenen hoeveel 17 struikjes in totaal kosten: $17 \times 5,75 = 97,75$ en ten slotte concluderen dat je $100 - 97,75 = 2,25$

overhoudt. Ruim 55 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord 2,25 gegeven. Meer dan zes procent van de leerlingen heeft alleen de eerste stap in het oplossingsproces gezet en de uitkomst van de deling 17,39 meteen als eindantwoord gegeven. Ongeveer tien procent van de leerlingen heeft geen antwoord gegeven. Bij voorbeeldopgave 8 moeten de leerlingen uitrekenen hoeveel kilometer afgelegd wordt in 112 minuten als de gemiddelde snelheid 180 km per uur is. **De percentiel-75 leerling** beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 7 goed, de voorbeeldopgaven 8 tot en met 10 matig en de voorbeeldopgaven 11 tot en met 15 onvoldoende. Naast voorbeeldopgave 8 beheerst de percentiel-75 leerling ook de voorbeeldopgaven 9 en 10 matig. Bij die opgaven moet de totaalprijs uitgerekend worden als het gewicht en de prijs per kg gegeven zijn (gewicht: 1,800 kg; prijs per kg € 1,75; totaalprijs € ...) en moet het aantal inwoners per km² uitgerekend worden op basis van de oppervlakte in km² en het aantal inwoners.



9] Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen?

€ _____

10] Het land Korso is 3590 km² groot.
Het aantal inwoners is 843 600.
Hoeveel inwoners is dat per km²?
(rond af op het dichtstbijzijnde hele
getal)

_____ inwoners per km²

11] Vader tankt voor € 37,45 benzine.
De benzine kost € 1,59 per liter.
Hoeveel liter tankt hij?
(rond af op één cijfer achter de komma)

_____ liter



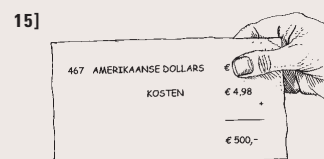
12] Een strippenkaart met 15 strippen kost
€ 6,40.
Hoeveel cent is dat per strip?
Rond af op een hele eurocent.

_____ cent

13] Watervverbruik in 2002: 87 m³.
1 m³ kost 84,6 cent.
Wat zijn de totale kosten?

€ _____

14] Schrijf $\frac{1}{12}$ op in tiendelige breuken.
Rond af op twee cijfers achter de
komma.



15] Jitske gaat naar New York. Zij wisselt bij
de bank € 500,- voor Amerikaanse
Dollars. Zij ontvangt 467 dollar.
Het omwisselen kost € 4,98.
Hoeveel euro is één Amerikaanse Dollar
waard?

€ _____

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 10 goed, de voorbeeldopgaven 11 tot en met 13 matig en de voorbeeldopgaven 14 en 15 onvoldoende. De voorbeeldopgaven 11 en 12 zijn deel-opgaven waarbij ook afgerond moet worden. Bij voorbeeldopgave 11 ($37,45 : 1,59 = 23,553459$) moet de uitkomst van de deling afgerond worden op één cijfer achter de komma. De meeste foutieve antwoorden bij deze opgave komen voort uit verkeerd afronden. Zo komen we onder andere de volgende antwoorden tegen: 23 (gegeven door vijf procent van de leerlingen) 23,5 (17 procent van de leerlingen), 23,55 (zes procent van de leerlingen) en 24 (vier procent van de leerlingen). Bij voorbeeldopgave 12 moet – uitgaande van het gegeven dat een strippenkaart met 15 strippen € 6,40 kost – uitgerekend worden hoeveel cent dat per strip is. Gevraagd wordt af te ronden op een hele cent. Ruim een kwart van alle leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, heeft het goede antwoord 43 cent gegeven. Ongeveer een kwart van de leerlingen heeft het antwoord 0,43 cent gegeven en dus niet de relatie gelegd tussen de euronotatie € 0,43 en de betekenis daarvan: € 0,43 is 43 eurocent. Bij voorbeeldopgave 13 hebben percentiel-90 leerlingen nog 50 procent kans op een goed antwoord. De leerling moet uitrekenen hoeveel euro 87 m³ water in totaal

kost als 1 m³ 84,6 cent kost. Ongeveer driekwart van de leerlingen realiseert zich niet dat de uitkomst in het venster van de zakrekenmachine 7360,2 cent voorstelt en niet 7360,2 euro.

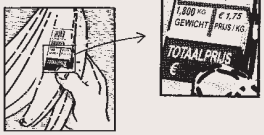
Voorbeeldopgave 14 ($\frac{1}{12}$ als tiendelige breuk schrijven, afgerond op twee cijfers achter de komma) en voorbeeldopgave 15 (uitrekenen hoeveel één Amerikaanse dollar waard is via $500 - 4,98 = 495,05$ en $495,05 : 467 = 1,06$) worden ook door de percentiel-90 leerling nog onvoldoende beheerst.

Over het gebruik van de zakrekenmachine

De peiling rekenen/wiskunde omvatte in totaal 54 opgavenboekjes, waarvan negen boekjes met opgaven voor de zakrekenmachine. De opgaven die leerlingen met een zakrekenmachine moesten maken waren afgedrukt op een afzonderlijk lichtblauw inlegvel waarboven de opdracht stond 'Bij de volgende opgaven moet je de zakrekenmachine gebruiken'. Ook de toetsleiders waren geïnstrueerd de leerlingen er duidelijk op te wijzen dat de opgaven op een blauw inlegvel met een zakrekenmachine gemaakt moesten worden en dat het gebruik van de

zakrekenmachine zich daar ook toe moest beperken. Een inlegvel bevatte steeds acht opgaven. De leerlingen maakten gebruik van de eigen zakrekenmachine of van een zakrekenmachine van de school. We zijn ervan uitgegaan dat de zakrekenmachine voldoende in het reken-wiskundeonderwijs is ingevoerd, zodat er niet vanuit het project een – waarschijnlijk vreemde – zakrekenmachine verstrekt behoefde te worden zoals dat in het verleden wel is gedaan. Geen enkele toetsleider heeft aangegeven dat de opgaven niet gemaakt konden worden omdat er geen of onvoldoende zakrekenmachines waren. Het onderwerp *Rekenen met een zakrekenmachine* onderscheidt zich van andere onderwerpen door het feit dat de leerlingen een zakrekenmachine konden gebruiken bij het oplossen van de opgaven en daartoe ook aangespoord zijn, naast het feit dat een aantal opgaven specifiek zijn ontworpen om met de zakrekenmachine op te lossen. De vraag is echter in hoeverre de leerlingen ook daadwerkelijk de oplossing hebben gevonden met behulp van de zakrekenmachine. Om daar wat meer duidelijkheid over te krijgen hebben we op het eind van het inlegvel de leerlingen gevraagd 'Heb je bij alle opgaven de zakrekenmachine gebruikt?' en bij een negatief antwoord is de leerling gevraagd welke opgaven dan zonder rekenmachine zijn gemaakt.

Opgave J



Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen?

€ _____

Oplossingsprocedures bij opgave J

Oplossingsprocedure	1997		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Direct intoetsen: 1.8×1.75 of 1.800×1.75 of 1.75×1.8 of 1.75×1.800	52%	99%	20%	100%
Stapsgewijs, waarbij meerdere bewerkingen uitgevoerd worden, bijvoorbeeld eerst uitrekenen hoeveel $0.800 \times 1,75$ is en daar € 1,75 bij optellen	19%	87%	47%	66%
Zonder zakrekenmachine (cijferend op papier of uit het hoofd uitrekenen)	1%	67%	5%	43%
Leerling komt niet tot een antwoord	12%	0%	18%	0%
Anders	16%	0%	9%	0%
Totaal	100%	69%	100%	54%

In totaal hebben 1164 leerlingen opgaven met een zakrekenmachine gemaakt. Daarvan beantwoordden 445 leerlingen (38 procent) de vraag positief, 534 leerlingen (46 procent) gaven een negatief antwoord en 185 leerlingen (16 procent) hebben geen antwoord op de vraag gegeven. Van 61 leerlingen die de vraag negatief hebben beantwoord, ontbreken nadere aanduidingen over de opgaven die zonder rekenmachine zijn beantwoord. De overige 473 leerlingen noemden in totaal 942 opgaven, dat is gemiddeld twee opgaven per leerling. De grootste groep (46 procent) noemde één opgave, zes leerlingen noemden alle acht opgaven. Drie opgaven werden door 20 procent van de leerlingen genoemd, acht opgaven door meer dan tien procent van de leerlingen en dertien opgaven door minder dan tien procent van de leerlingen. Waarom leerlingen de zakrekenmachine bij deze opgaven niet hebben gebruikt, is niet bekend. Mogelijk dacht de leerling de opgave zonder problemen ook zonder rekenmachine uit te kunnen rekenen, anderzijds wist de leerling misschien niet hoe bij een opgave de zakrekenmachine te gebruiken.

Het gebruik van een zakrekenmachine

Zijn alle opgaven gemaakt met de zakrekenmachine?	Percentage leerlingen
Ja	38%
Nee	46%
waarvan 1-2 opgaven niet	66%
3-4 opgaven niet	19%
meer dan 4 opgaven niet	4%
zonder vermelding van opgaven	11%
Vraag niet beantwoord	16%
Totaal aantal leerlingen	1164

Oplossingsprocedures

Van drie opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van twee opgaven zijn ook in 1997 oplossingsprocedures verzameld en van één opgave ook in 1992. Hierdoor kunnen we bij deze opgaven de oplossingsprocedures uit 2004 vergelijken met die uit eerdere jaren.

Opgave J is in 1997 bij 204 leerlingen individueel afgenomen. 69 procent van die leerlingen maakte de opgave toen goed. In 2004 is deze opgave opnieuw bij 142 leerlingen afgenomen en nu maakte 54 procent van de leerlingen de opgave goed.

Oplossingsprocedures bij opgave K

Oplossingsprocedure	1997		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Intoetsen 3618.88 – 2923.95	78%	92%	71%	91%
Intoetsen 2923.95 – 3618.88	5%	90%	1%	100%
Intoetsen van een punt na het duizendtal bij beide getallen	10%	10%	12%	30%
Anders	6%	15%	16%	36%
Totaal	100%	78%	100%	75%

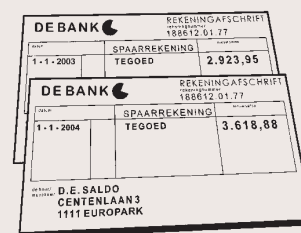
Dat is dus beduidend minder.

Opvallend is dat in 2004 nog maar ongeveer een vijfde deel van de leerlingen één bewerking intoetst op de zakrekenmachine die meteen naar het antwoord van de opgave leidt (oplossingsprocedure 1). In 1997 was dat nog ongeveer de helft van de leerlingen. Het aantal leerlingen dat de opgave stapsgewijs oplost (oplossingsprocedure 2), is toegenomen van 19 procent naar 47 procent, maar nu blijkt deze procedure in 2004 minder effectief dan in 1997. Bij deze procedure wordt de opgave gesplitst in twee of meer bewerkingen. Tal van varianten komen daarbij voor. De meest voorkomende variant is het eerst uitrekenen hoeveel je voor 0.800 kg moet betalen (€ 1,40) en dat optellen bij het bedrag dat je voor 1 kg moet betalen (€ 1,75). De leerlingen toetsten daarbij onder andere in: $1,75 : 10 \times 8 + 1,75$ en $1,75 : 5 \times 4 + 1,75$. Ook waren er leerlingen die het uitrekenen op de zakrekenmachine combineerden met het uit het hoofd uitrekenen, zoals bij de volgende oplossingswijze: $175 : 10 = 17,5$ (uit het hoofd); $17,5 \times 8 = 140$ (op de zakrekenmachine); $140 = € 1,40$ (uit het hoofd); $1,40 + 1,75 = 3.15$ (op de zakrekenmachine). Ondanks het feit dat de leerlingen die stapsgewijs te werk gaan niet de meest efficiënte procedure volgen (niet met één bewerking tot het goede antwoord komen), is de redenering die ze volgen goed. Het aantal leerlingen dat de zakrekenmachine niet wilde gebruiken bij deze opgave is gestegen van 1 procent naar 5 procent in 2004. Ook het aantal leerlingen dat niet tot een antwoord weet te komen bij deze opgave is gestegen van 12 procent naar 18 procent. Onder de categorie 'Anders' vallen foutieve bewerkingen als:

- Het aantal afgebeelde bananen vermenigvuldigen met € 1,75;
- $1.8 : 1.75$ uitrekenen;
- $1.800 - 1.75$ uitrekenen.

Opgave K is in 1997 bij 204 leerlingen individueel afgenomen en daarvan kwam 78 procent tot een goede oplossing. In 2004 is deze opgave bij 141 leerlingen individueel

Opgave K



Hoeveel stond er op 1-1-2004 meer op de rekening dan op 1-1-2003?

€ _____

afgenomen en kwam 75 procent tot een goede oplossing. Het succespercentage is dus ongeveer gelijk gebleven.

Fouten bij de eerste oplossingsprocedure waren het verkeerd intypen van cijfers of het verkeerd overnemen van de uitkomst. Bij de leerlingen die de tweede oplossingsprocedure gevolgd hebben, is op de zakrekenmachine een negatief getal verschenen. De betreffende leerlingen hebben de uitkomst, al dan niet bewust, goed overgenomen. In 1997 paste nog vijf procent van de leerlingen deze procedure toe, maar in 2004 kwam deze oplossingsprocedure bijna niet meer voor. Zowel in 1997 als in 2004 typt ongeveer 10 procent van de leerlingen een punt in na het duizendtal omdat er op de afschriften een punt na het duizendtal staat. De zakrekenmachine accepteert dan een tweede punt niet. In 1997 merkte ongeveer vier vijfde deel van de leerlingen die een punt hadden ingetypet niet dat er iets niet klopte en accepteerde 0,69493 als antwoord. Slechts enkele leerlingen (10 procent) corrigeerden bij het opschrijven van de uitkomst hun antwoord. In 2004 corrigeren meer leerlingen (30 procent) die een punt na het duizendtal hebben ingetypet hun antwoord. In de categorie 'Anders' komen oplossingsprocedures voor waarbij de leerlingen de bedragen zonder punten hebben ingetypet en procedures waarbij de leerlingen de opgave zonder rekenmachine al cijferend of uit het hoofd hebben uitgerekend.

Opgave L is in 1992 bij 115 leerlingen individueel afgenomen en 56 procent van die leerlingen kwam tot een goed antwoord. In 2004 is deze opgave bij 142 leerlingen individueel afgenomen en komen beduidend meer leerlingen (87 procent) tot een goed antwoord.

In 1992 gebruikte maar 55 procent van de leerlingen de zakrekenmachine om de opgave op te lossen.

Opgave L

Er moeten 2475 supporters met bussen vervoerd worden.
In één bus mogen 48 personen.
Hoeveel bussen zijn er nodig om alle supporters te vervoeren?

_____ bussen

Oplossingsprocedures bij opgave L

Oplossingsprocedure	1992		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Zakrekenmachine gebruiken	55%	56%	94%	87%
Zonder zakrekenmachine: Hoofdrekenen	9%	78%	–	–
Zonder zakrekenmachine: Cijferen	30%	59%	6%	88%
Leerling komt niet tot een antwoord	6%	0%	–	–
Totaal	100%	78%	100%	75%

De rest gaf de voorkeur aan een staartdeling of rekende de opgave uit het hoofd uit. Opvallend was toen dat de gebruikers van de rekenmachine het laagste percentage goede antwoorden hadden. Slechts 56 procent van de leerlingen die de rekenmachine gebruikte kwam tot een juiste afrondingsprocedure. In 2004 toetst 94 procent van de leerlingen 2475 : 48 in op de zakrekenmachine. Bijna 90 procent van deze leerlingen interpreteert vervolgens de uitkomst op het afleesvenster (51.5625) goed en concludeert dat er 52 bussen nodig zijn. Ongeveer tien procent van de leerlingen die de getallen juist ingetoetst hebben komt tot de verkeerde conclusie dat er 51 bussen nodig zijn. In 2004 wil zes procent van de leerlingen de zakrekenmachine niet gebruiken. Deze leerlingen rekenen de opgave 2475 : 48 op papier uit. 88 procent van hen komt tot de goede uitkomst. In 2004 gebruiken veel meer leerlingen bij het oplossen van deze opgave de zakrekenmachine en veel meer leerlingen maken de opgave goed. Het afronden is voor de leerlingen in 2004 in dit soort situaties veel minder problematisch dan in 1992.

Standaarden

Het interkwartielbereik van de oordelen voor de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd is afgebeeld op de vaardigheidschaal (pag. 122). Over het gewenste niveau voor de standaard Minimum zijn de meningen duidelijk verdeeld. Ongeveer 25 procent van de beoordelaars is van mening dat voor deze standaard volstaan kan worden met de

beheersing van de eerste opgave, een even groot percentage is van mening dat de standaard Minimum toch gelegd moet worden bij een goede beheersing van de eerste vijf voorbeeldopgaven. Het grote verschil van mening is vooral ontstaan tijdens de derde beoordelingsfase toen beoordelaars gedeeltelijk hun eerdere oordeel naar beneden hebben bijgesteld. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt bij vaardigheidsscore 220, een niveau dat door 73 procent van de leerlingen wordt bereikt. Het verschil in oordeel voor de **standaard Voldoende** is minder groot. We zien echter dat de ondergrens van het interkwartielbereik voor deze standaard samenvalt met de bovengrens van het interkwartielbereik voor de standaard Minimum. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 270 wat door slechts 34 procent van de leerlingen wordt bereikt. Alhoewel er over de posities van de standaarden de nodige meningsverschillen bestaan, zijn de beoordelaars het er wel over eens dat de feitelijke vaardigheid van de leerlingen in het kunnen omgaan met de zakrekenmachine achterblijft bij het gewenste vaardigheidsniveau. Natuurlijk constateerden we eerder dat leerlingen vaak hebben aangegeven géén zakrekenmachine bij de oplossing te hebben gebruikt. Blijkbaar hebben zij dan ten onrechte geconcludeerd de opgave ook zonder een rekenapparaat te kunnen oplossen of niet ingezien hoe zij een nuttig gebruik van het apparaat konden maken. Ten slotte laat de **standaard Gevorderd** zien dat het goed kunnen oplossen van de laatste vijf opgaven met behulp van de zakrekenmachine volgens de beoordelaars het niveau van de kerndoelen basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

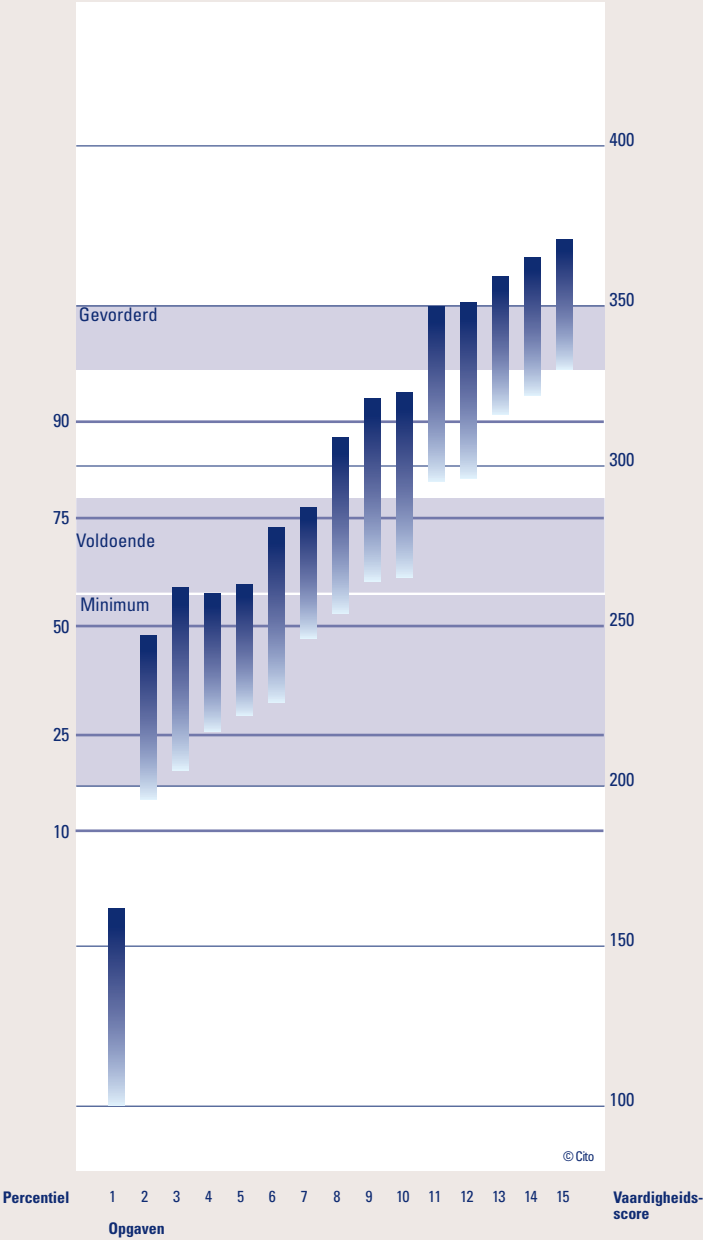
Vergeleken met eerdere peilingen is er nauwelijks iets veranderd in de relatieve positie van de drie onderscheiden groepen leerlingen binnen de variabele formatiegewicht. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 39 procent van de 1.00-leerlingen dit niveau, 28 procent van de 1.25-leerlingen en 17 procent van de 1.90-leerlingen.

De prestaties van jongens zijn iets beter dan die van meisjes, maar het verschil is klein en niet anders dan in 1997.

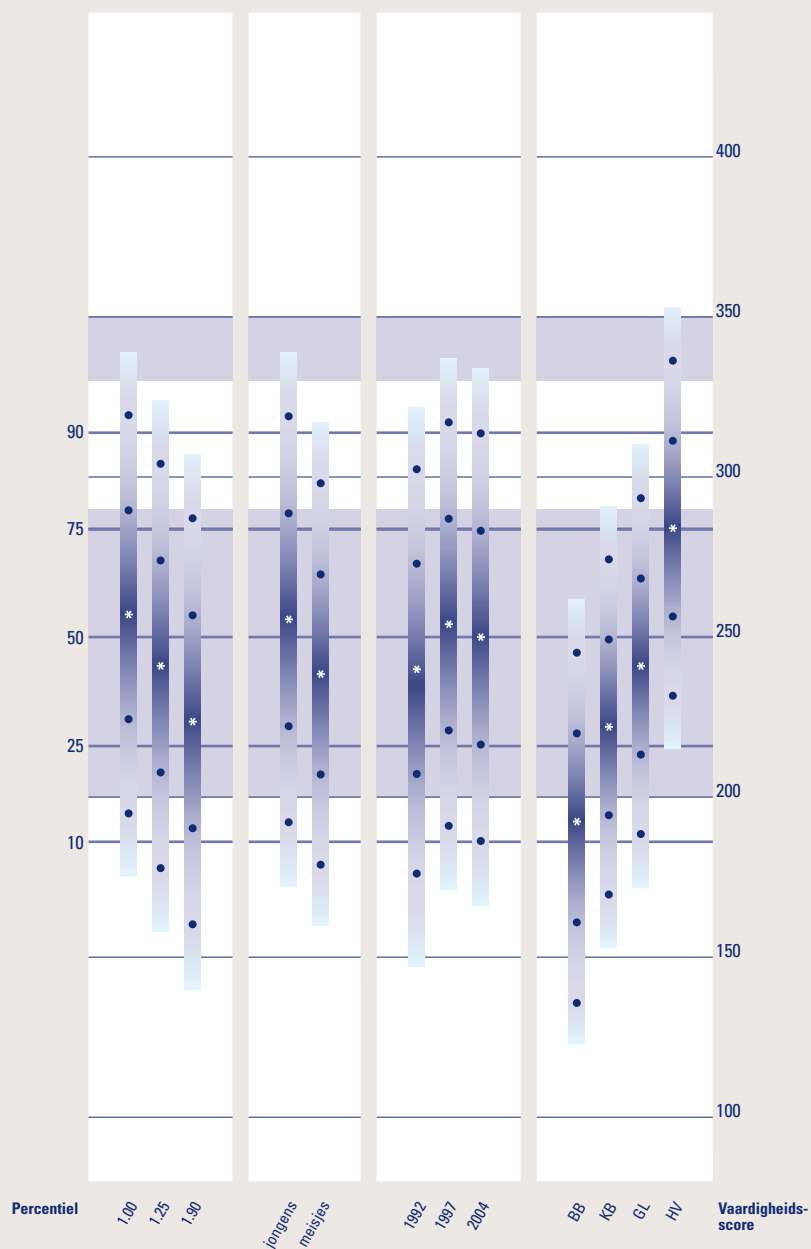
De vergelijking over de laatste drie peilingen laat zien dat de positieve trend die eerder was geconstateerd voor 1992–1997 zich niet heeft voortgezet. Het lijkt er vooralsnog niet op dat de sterke terugval bij de onderwerpen van de bewerkingen gepaard gaat met een betere beheersing van het gebruik van de zakrekenmachine.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Rekenen met een zakrekenmachine



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	257	48	78%	39%
1.25	241	49	67%	28%
1.90	223	50	52%	17%
Geslacht				
jongens	256	50	76%	39%
meisjes	244	50	68%	30%
Afnamejaar				
1992	240	50	66%	27%
1997	254	49	75%	37%
2004	250	50	73%	34%
Doorstroom				
BB	192	39	24%	2%
KB	222	38	52%	10%
GL	241	38	71%	22%
HV	284	38	95%	64%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1		2 – 15
KB	1	2 – 4	5 – 15
GL	1 – 2	3 – 6	7 – 15
HV	1 – 7	8 – 11	12 – 15

Terwijl de argumentatie om minder aandacht te besteden aan bewerkingsalgoritmes toch vaak worden gezocht in de mogelijkheden van de zakrekenmachine.

Voor de vier doorstroomniveaus vinden we te verwachten verschillen.

Deze vaardigheid is niet onderzocht in het kader van het LVS-onderzoek zodat een vergelijking tussen verschillende leer-momenten niet mogelijk is. In de tabel *‘Het leerlandschap ...’* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Strategiegebruik bij het oplossen van deelsommen¹⁾

Cornelis M. van Putten, Universiteit Leiden

1 Indeling en gebruik van strategieën

Het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* bevatte in het peilingsonderzoek 2004 in totaal veertien deelopgaven. Daarvan maakten 1044 leerlingen tussen de vier en acht opgaven per persoon. De toetsleiders zijn geïnstrueerd de leerlingen erop te wijzen dat zij geen afzonderlijk uitrekenpapier mochten gebruiken, maar dat zij voor het uitrekenen van deze opgaven, voor de berekeningen met cijferprocedures of het noteren van tussenuitkomsten van hoofdrekenprocedures, de open ruimte in het toetsboekje moesten gebruiken. Er was daarvoor in het toetsboekje voldoende ruimte gereserveerd.

De uitwerkingen van de deelopgaven zijn bekeken en gecodeerd om de door de leerling gebruikte oplossingsstrategie bij elke opgave vast te leggen. In totaal zijn er 5704 deelopgaven aan de leerlingen voorgelegd waarvan:

- 44 procent is beantwoord zonder een uitwerking op te schrijven;
- 37 procent is beantwoord met een codeerbare uitwerking;
- 14 procent niet is gemaakt;
- 5 procent is beantwoord met een onduidelijke uitwerking die niet te coderen viel of met toepassing van een verkeerde bewerking (meestal vermenigvuldigen in plaats van delen).

Bij het coderen van de uitwerkingen is een eerste onderscheid gemaakt tussen het gebruik van een realistische oplossingswijze of van de traditionele staartdeling. In beide gevallen is opgetekend of de uitwerking een apart lijstje met veelvouden van de deler bevatte ('met lijst').

Aantal en percentage opgaven per strategie in het peilingsonderzoek 2004

Strategie	Omschrijving	Aantal opgaven	Percentage opgaven
Realistische strategie		1352	24
Laag niveau	In kleine stappen herhaald aftrekken of vermenigvuldigen.	167	3
Hoog niveau	Aftrekken of vermenigvuldigen met stappen van minstens 10 keer de deler.	211	4
Hoog niveau met schema	Als vorige met gebruik van het realistische 'happenschema'.	678	12
Hoog niveau met schema en lijst	Als vorige met bovendien gebruik van een opgestelde lijst van veelvouden van de deler.	297	5
Traditioneel		759	13
Staartdeling		673	12
Staartdeling met lijst	Als vorige met bovendien gebruik van een opgestelde lijst van veelvouden van de deler.	86	2
Antwoord zonder uitwerking		2534	44
Overige		1058	19
Verkeerde bewerking toegepast		51	1
Uitwerking onduidelijk		234	4
Opgave niet gemaakt		773	14
Totaal		5704	100

Bij de realistische oplossingen is gekeken of de procedure en notatie van herhaald aftrekken werd gehanteerd, ook wel het realistische happenschema genoemd ('met schema'), of dat er sprake was van een andere aanpak, bijvoorbeeld herhaald vermenigvuldigen van de deler. Bovendien is er een onderscheid gemaakt naar de mate van verkorting van de oplossing tussen 'laag niveau' (dat wil zeggen in kleine stappen herhaald aftrekken of vermenigvuldigen) en 'hoog niveau' (dat wil zeggen met stappen van minstens 10 of 100 keer de deler).

Misschien is wel de meest opvallende uitkomst dat bijna de helft van de deelopgaven (44 procent) is beantwoord zonder iets van een uitwerking in het toetsboekje op te schrijven. Op de tweede plaats komen met 24 procent de realistische strategieën, vooral bestaande uit sterk verkorte uitwerkingen volgens het schema van herhaald aftrekken. Van de aangeboden opgaven is 13 procent opgelost met een traditionele staartdeling. De categorie 'overige' bestaat vooral uit opgaven die niet gemaakt zijn (14 procent) en daarnaast uit het toepassen van andere bewerkingen dan delen (meestal vermenigvuldigen) en uit onduidelijke uitwerkingen die niet gecodeerd konden worden.

Eerder hebben we (Rademakers, 2001; Rademakers, Van Putten, Beishuizen & Janssen, 2004) op basis van de resultaten van het peilingsonderzoek in 1997 onderzoek gedaan naar het gebruik van oplossingsstrategieën bij deelopgaven. Het gebruik van realistische oplossingsstrategieën was toen 21 procent en we vinden dus slechts een lichte toename in het gebruik van deze strategie. Opvallende verschillen tussen 1997 en 2004 betreffen het gebruik van de staartdeling en het ontbreken van een uitwerking. In 1997 is ongeveer een kwart van de opgaven gemaakt zonder een uitwerking in het toetsboekje, in 2004 44 procent van de opgaven. Dit percentage is dus bijna verdubbeld. Het gebruik van de staartdeling is daarentegen duidelijk gereduceerd. In 1997 werd nog 35 procent van de opgaven opgelost met een staartdeling terwijl dat in 2004 slechts 13 procent van de opgaven betreft.

Percentage opgaven per strategie in de peilingsonderzoeken van 1997 en 2004

Strategie	1997 (N = 5740)	2004 (N = 5704)
Realistisch	21%	24%
Staartdeling	35%	13%
Zonder uitwerking	26%	44%
Overig	18%	19%

2 Strategiegebruik naar de didactische voorkeur van de leerkracht

In de aanbodvragenlijst is de leraren van jaargroep 8 gevraagd welke strategie zij bij de verschillende bewerkingen hanteerden: een realistische strategie of de traditionele strategie (zie paragraaf 3.4). Gerelateerd aan de voor dit onderzoek geselecteerde leerlingen gebruikt bij 54 procent van de leerlingen de leraar alleen een realistische oplossingswijze, bij 17 procent van de leerlingen alleen de traditionele staartdeling en bij 23 procent van de leerlingen zeggen de leraren beide strategieën te gebruiken.

Een realistische didactische voorkeur van de leraar gaat gepaard met relatief gezien veel realistische oplossingen, maar niettemin vinden we ook dan slechts bij 29 procent van de deelopgaven een realistische strategie. Staartdelingen komen in dat geval vrijwel niet voor maar in bijna 50 procent van de gevallen vinden we dan antwoorden zonder uitwerking. Opvallend is ook dat we relatief veel overgeslagen ('Overig') opgaven aantreffen, vergeleken met een traditionele voorkeur bijna het dubbele.

Een voorkeur van leraren voor het traditionele cijferen gaat gepaard met relatief veel staartdelingen in de oplossingen van de leerlingen (43 procent), met weinig realistische oplossingen (9 procent) maar ook met relatief minder antwoorden zonder uitwerking (38 procent) en overgeslagen opgaven (12 procent). Als leraren geen specifieke voorkeur uitspreken dan houden realistische oplossingen (22 procent) en staartdelingen (18 procent) elkaar bijna in evenwicht. En ook dan zijn er relatief veel opgaven zonder uitwerking of overgeslagen opgaven gevonden (60 procent).

Percentage opgaven per strategie naar de didactische voorkeur van de leraar

Strategiegebruik	Didactische voorkeur van de leraar			
	Realistisch	Traditioneel	Beide	Onbekend
Realistisch	29%	9%	21%	17%
Staartdeling	3%	43%	18%	4%
Zonder uitwerking	47%	38%	41%	52%
Overig	21%	12%	19%	17%
Aantal opgaven	3037 (54%)	1000 (17%)	1346 (23%)	321 (6%)
Aantal leerlingen	560	182	243	59

3 Strategiegebruik naar algemeen rekenniveau van de leerlingen

De leerlingen die deelopgaven hebben gemaakt, zijn op basis van een algemene vaardigheidscore voor rekenen ingedeeld in drie gelijke groepen: zwakke, middelmatige (midden) en sterke rekenaars. Wanneer we nu het strategiegebruik relateren aan het rekenniveau van de leerlingen dan zien we dat in alle rekenniveaus de beantwoording van deelopgaven zonder een schriftelijke uitwerking veel voorkomt, maar toch het meest bij leerlingen met een zwak rekenniveau. In de middengroep en de groep sterke rekenaars is ongeveer 40 procent van de deelopgaven zonder uitwerking opgelost, bij de zwakke rekenaars ongeveer 50 procent van de deelopgaven. Een hoge mate van verkorting in de realistische strategieën komt minder vaak voor bij leerlingen met een zwak rekenniveau. Het gebruik van staartdelingen neemt toe met het rekenniveau van de leerlingen van 9 procent bij zwakke rekenaars tot 20 procent bij sterke rekenaars. Ook het niet maken van opgaven (het merendeel van de categorie 'overig') is sterk afhankelijk van het rekenniveau: bij zwakke rekenaars behoort 27 procent van de opgaven tot de categorie 'overige', bij de middengroep 18 procent en bij de sterke rekenaars slechts 9 procent.

Percentage opgaven per strategie naar rekenniveau van de leerlingen

Strategie	Rekenniveau leerling		
	Zwak	Midden	Sterk
Realistisch	13%	28%	30%
Laag niveau	3%	3%	3%
Hoog	1%	4%	5%
Hoog schema	5%	15%	16%
Hoog schema lijst	3%	6%	7%
Staartdeling	9%	12%	20%
Zonder uitwerking	51%	41%	41%
Overig	27%	18%	9%
Aantal opgaven	1864	1894	1825
Aantal leerlingen	339	341	339

De lichte toename in het gebruik van realistische strategieën is voornamelijk een zaak van de sterke rekenaars. Zij gebruikten in 2004 in 30 procent van de gevallen een realistische strategie tegen 23 procent in 1997. Bij de beide andere groepen is het gebruik van deze strategie vrijwel gelijk gebleven. Opvallend is dan toch dat leerlingen met een zwak rekenniveau in beide peilingen weinig realistische werkwijzen laten zien. Het gebruik van de staartdeling is in alle drie de groepen sterk gereduceerd en komt met name bij de middengroep en de zwakke rekenaars nog maar zeer weinig voor.

Percentage opgaven per strategie naar rekenniveau in 1997 en 2004

Strategie	Rekenniveau					
	Zwak		Midden		Sterk	
	1997	2004	1997	2004	1997	2004
Realistisch	14%	13%	26%	28%	23%	30%
Staartdeling	18%	9%	38%	12%	50%	20%
Zonder uitwerking	36%	51%	21%	41%	21%	41%
Overig	32%	27%	14%	18%	6%	9%

4 Succesvol strategiegebruik naar rekenniveau

Voor de drie meest toegepaste strategieën – realistisch, traditioneel en zonder uitwerking – geldt dat het succes van de strategie in 2004 ten opzichte van 1997 aanzienlijk is gedaald. Alleen binnen de categorie ‘Overig’ is het succespercentage gestegen door het relatieve succes van onduidelijke strategieën die door de sterke rekenaars zijn toegepast. Was het percentage correcte oplossingen in 1997 nog 51 procent, in 2004 is dit gedaald tot 39 procent. Wat hierbij echter niet verdisconteerd is, is een mogelijk verschil in moeilijkheidsgraad van de geselecteerde opgaven tussen beide peilingsjaren. De analyses betreffen in beperkte mate dezelfde opgaven, omdat slechts vier van de veertien opgaven ook in 1997 zijn afgenomen. Het relatieve succes van de traditionele benadering is in beide jaren ongeacht het vaardigheidsniveau van de leerlingen iets groter dan de realistische benadering. In totaal was in 2004 de traditionele strategie in 68 procent van de gevallen succesvol en de realistische strategie in 62 procent van de gevallen. Opmerkelijk is verder dat de sterke rekenaars er in bijna 60 procent van de gevallen in slagen de deelopgaven correct te beantwoorden wanneer zij de opgave zonder uitwerking maken. Middelmatige en zeker zwakke rekenaars zijn dan duidelijk minder succesvol (respectievelijk 31 procent en 13 procent).

Percentage goed beantwoorde opgaven per strategie naar rekenniveau in 1997 en 2004

Strategie	Rekenniveau							
	Zwak		Midden		Sterk		Totaal	
	1997	2004	1997	2004	1997	2004	1997	2004
Realistisch	51%	41%	62%	56%	81%	76%	66%	62%
Staartdeling	57%	47%	75%	62%	85%	80%	77%	68%
Zonder uitwerking	19%	13%	41%	31%	70%	59%	39%	32%
Overig	0%	2%	0%	3%	2%	28%	0%	7%
Totaal	24%	17%	54%	37%	76%	65%	51%	39%
Aantal opgaven	1880	1864	1970	1894	1850	1825	5740	5704
Aantal leerlingen	188	339	197	341	185	339	574	1044

Zoals gezegd wordt een vergelijking met 1997 verstoord door het feit dat de vergelijking niet dezelfde opgavenverzameling betreft. Het lagere succespercentage zou dus (mede) veroorzaakt kunnen zijn doordat de in 2004 aan de leerlingen voorgelegde deelopgaven moeilijker zijn. Vier van de 14 deelopgaven zijn echter in beide peilingsjaren aan de leerlingen voorgelegd. Ook voor deze vier gemeenschappelijke opgaven geldt dat het succespercentage in 2004 (43 procent) duidelijk lager is dan in 1997 (61 procent). En ook voor de afzonderlijke strategieën tekenen zich dezelfde trends af als eerder voor de totale verzameling zijn beschreven. Het succes met traditionele staartdelingen is, ongeacht het rekenniveau van de leerling, iets hoger dan het succespercentage met een realistische strategie en beide benaderingen zijn duidelijk succesvoller dan het beantwoorden van opgaven zonder uitwerking. En ook bij deze vier opgaven valt het relatieve hoge succespercentage op van de categorie ‘zonder uitwerking’ bij de sterke rekenaars.

Percentage goed beantwoorde opgaven per strategie naar rekenniveau over vier gemeenschappelijke opgaven in 1997 en 2004

Strategie	Rekenniveau							
	Zwak		Midden		Sterk		Totaal	
	1997	2004	1997	2004	1997	2004	1997	2004
Realistisch	59%	50%	70%	65%	89%	85%	74%	72%
Staartdeling	69%	57%	83%	72%	91%	90%	84%	78%
Zonder uitwerking	28%	12%	56%	30%	85%	64%	51%	33%
Overig	1%	1%	0%	3%	4%	30%	1%	6%
Totaal	33%	17%	66%	40%	86%	74%	61%	43%
Aantal opgaven	752	511	788	509	740	510	2296	1558
Aantal leerlingen	188	339	197	341	185	339	574	1044

5 Consistent strategiegebruik door leerlingen: strategie- klassen en prestaties

Welke strategieën gebruikt een leerling over alle aan haar of hem aangeboden opgaven en valt dit strategiegebruik als geheel te typeren? In tegenstelling tot de voorafgaande paragrafen (waar de nadruk lag op het indelen van de uitwerkingen en antwoorden van de opgaven), gaat het hier om het indelen van de leerlingen in strategieklassen. Wij zullen zien dat een deel van de leerlingen steeds eenzelfde strategie gebruikte, terwijl andere leerlingen verschillende strategieën combineerden, dat wil zeggen bij enkele opgaven bijvoorbeeld een realistische strategie gebruikte maar bij de andere opgaven een antwoord zonder uitwerking gaf. Op basis van verkennende homogeniteitanalyses (Rippe, 2005; Rademakers, 2001) werd evidentie gevonden voor een aantal strategieklassen van leerlingen:

- leerlingen die steeds eenzelfde strategie gebruikten;
- leerlingen die twee strategieën combineerden;
- leerlingen die drie strategieën combineerden.

In het peilingsonderzoek 2004 hebben de leerlingen vier tot acht deelopgaven aangeboden gekregen. In het peilingsonderzoek van 1997 zijn er steeds tien opgaven aangeboden (Janssen et al., 1999; Rademakers, 2001; Rademakers et al., 2004). Voor het indelen van leerlingen naar consistent strategiegebruik is de volgende regel gehanteerd: een leerling beschikt over een strategie als die strategie in de gemaakte opgaven minstens één keer (bij 4 of 5 opgaven), twee keer (bij 7 of 8 opgaven) of drie keer (bij 10 opgaven) voorkwam. Dit leverde hoofdzakelijk vijf strategieklassen op: drie eenduidige klassen met uitsluitend gebruik van een realistische strategie, een traditionele strategie of zonder uitwerking en twee strategieklassen van twee gecombineerde strategieën namelijk realistisch en traditioneel in combinatie met 'zonder uitwerking'.

In 2004 bleek 54 procent van de leerlingen consistent in het strategiegebruik: 13 procent gebruikte alleen een realistische strategie, 7 procent alleen een traditionele strategie en 34 procent beantwoordde opgaven uitsluitend zonder uitwerking. 44 procent van de leerlingen gebruikte een combinatie van strategieën en dan vooral de combinatie van realistische en zonder uitwerking (28 procent). Gecombineerd gebruik van realistische en traditionele oplossingen kwam zeer weinig voor (4 procent).

In 1997 was 74 procent van de leerlingen consistent in hun strategiegebruik, met de staartdelers als de grootste klasse (35 procent) en paste 21 procent van de leerlingen een combinatie van strategieën toe. Ook hier kwam de combinatie van realistisch en traditioneel maar heel weinig voor (1 procent).

Percentage leerlingen en gemiddelde proportie goede antwoorden naar strategieklassie in 1997 en 2004 (proportie goed voor de vier gemeenschappelijke opgaven)

Peilingsjaar Strategieklassie*	1997		2004	
	Percentage leerlingen	Proportie goed	Percentage leerlingen	Proportie goed
Alleen realistisch	19%	.56 (.66)	13%	.50 (.56)
Realistisch & zonder uitwerking	10%	.52 (.67)	28%	.42 (.48)
Alleen traditioneel	35%	.68 (.79)	7%	.62 (.71)
Traditioneel & zonder uitwerking	10%	.54 (.64)	12%	.48 (.56)
Zonder uitwerking	19%	.27 (.35)	34%	.21 (.22)
Realistisch & traditioneel & zonder uitwerking	1%	.70 (.79)	4%	.53 (.69)
Overig (missings)	6%	.08 (.10)	2%	.01 (.00)
Totaal	574 (100%)	.51 (.61)	1044 (100%)	.38 (.42)
* Elke strategieklassie telt naast de aangegeven strategieën ook nog de categorie Overig waarin voornamelijk missing data voorkomen. Daarom wijken de proporties goed gemaakt opgaven af van die in de tabellen van paragraaf 4, want daar komen in de strategiecategorieën geen missing data voor.				

Leerlingen die louter staartdelingen maakten, hebben de opgaven gemiddeld het beste gemaakt: ongeveer twee van de drie opgaven worden dan goed beantwoord. Leerlingen die alleen een realistische strategie toepasten, maakten ongeveer de helft van de deelopgaven goed. Leerlingen die de opgaven beantwoordden zonder uitwerking, maakten ongeveer slechts een kwart van de opgaven goed. In alle strategieklassen presteerden de leerlingen in 2004 duidelijk minder goed dan in 1997. Door (1) de algemene verslechtering van succesvol strategiegebruik, (2) de daling van het aandeel leerlingen die louter staartdeelde of louter realistisch werkte en (3) de stijging van het aandeel leerlingen met antwoorden zonder uitwerking al dan niet in combinatie met realistische oplossingen, valt de gemiddelde proportie goede antwoorden over alle leerlingen in 2004 aanmerkelijke lager uit dan in 1997. Hoewel we hierbij moeten aantekenen dat de opgaven in 2004 voor een groot deel anders waren dan in 1997, vertoont een analyse op alleen de vier gemeenschappelijke opgaven hetzelfde beeld. De verdeling van het strategiegebruik is uiteraard op deze vier opgaven hetzelfde omdat het om dezelfde leerlingen gaat. Maar ook voor de vier gemeenschappelijke opgaven geldt dat de leerlingen in 2004 slechter presteerden dan in 1997. De proportie goede antwoorden op deze vier opgaven daalde van 0.61 in 1997 naar 0.42 in 2004, eveneens een gevolg van een algehele vermindering in het succesvol kunnen toepassen van een van de twee hoofdstrategieën en van de toename van het uitrekenen zonder een schriftelijke uitwerking.

Ten slotte hebben we het consistente strategiegebruik uitgesplitst naar de drie onderscheiden rekenniveaus van de leerlingen. Zoals te verwachten valt neemt de proportie goed duidelijk toe met het rekenniveau. Van de groep zwakke rekenaars behoort de helft tot de strategieklassie die de opgaven (vrijwel) uitsluitend zonder uitwerking beantwoordt. In de midden en sterke groep rekenaars zijn dit met respectievelijk 29 en 22 procent aanmerkelijk minder leerlingen. Zwakke rekenaars die consistent een traditionele of een realistische strategie gebruiken, maken ongeveer 3 op de 10 opgaven goed. Van de leerlingen in de categorieën midden en sterk maakte ruim de helft de opgaven met een combinatie van realistische strategie met antwoorden zonder uitwerking of consistent zonder uitwerking. In deze beide gevallen bleven de prestaties achter bij die van leerlingen in de andere strategieklassen. Sterke rekenaars die consistent zonder uitwerking hebben geantwoord, maakten iets meer dan de helft van de opgaven goed.

Percentage leerlingen per strategieklasse en gemiddelde proportie goed gemaakte opgaven naar rekenniveau in 2004

Rekenniveau Strategieklasse	Zwak		Midden		Sterk	
	Percentage leerlingen	Proportie goed	Percentage leerlingen	Proportie goed	Percentage leerlingen	Proportie goed
Alleen realistisch	7%	.31	17%	.41	15%	.70
Realistische & zonder uitwerking	19%	.18	31%	.37	34%	.61
Staartdeling	4%	.35	6%	.49	10%	.81
Staartdeling & zonder uitwerking	11%	.29	12%	.42	13%	.69
Zonder uitwerking	50%	.09	29%	.21	22%	.52
Realistisch & staartdeling & zonder uitwerking	2%	.30	4%	.40	5%	.70
Overig (missings)	6%	.01	0%	.00	0%	.00
Totaal	339	.15	341	.34	339	.64

Literatuur

Bolhuis, A. van, Brakel, D. van, Burghouts, F., Deenen, S., Gopal, D., Hofman, J., Land, G. van 't, Ligtoet, J., Murre, E., Ratsma, K. & Weide, B. van der (2004). *Rekenstrategieën bij deelsommen*. Oefenonderzoek 2004. Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden.

Rademakers, G. (2001). *Strategiegebruik, prestaties en fouttypen bij delen in groep 8 van het basisonderwijs; de PPON-data 1997 nader geanalyseerd*. Doctoraalscriptie Pedagogische Wetenschappen (Onderwijskunde en Leerproblemen), Universiteit Leiden.

Rademakers, G., Van Putten, C.M., Beishuizen, M. & Janssen, J. (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8. *Panama-Post*, 23 (4), 3–7.

Rippe, R. (2005). *Homogeniteitsanalyse van structureel onvolledige gegevens met HOMALS; rekenstrategieën van basisschoolleerlingen bij het oplossen van deelsommen uit de PPON 2004*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.

Vreede, G. de (2005). *Deelvaardigheid in groep 8 van het basisonderwijs; oorzaken van de verslechtering van de PPON-resultaten in 2004 t.o.v. 1997*. Bachelorscriptie Psychologie, Universiteit Leiden.

(1) Verantwoording

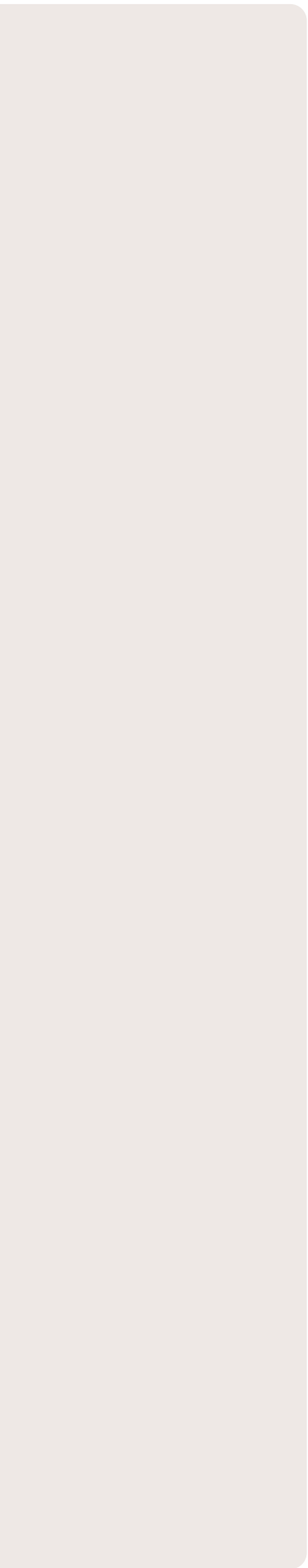
Het coderen van de uitwerkingen van de leerlingen in de toetsboekjes met deelsommen van PPON 2004 en de opbouw van het databestand zijn verricht door Annelies van Bolhuis, Diane van Brakel, Fabienne Burghouts, Sabine Deenen, Daya Gopal, Jessica Hofman, Geert van 't Land, Jasper Ligtoet, Eline Murre, Kelly Ratsma en Bianca van der Weide, in het kader van hun Oefenonderzoek Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden.

Gerdien van de Vreede en Jacqueline Stam hebben in het kader van hun Bachelorscriptie Psychologie (Universiteit Leiden) controles en correcties van de coderingen uitgevoerd.

Enkele tabellen in dit hoofdstuk zijn ontleend aan het rapport van het Oefenonderzoek (december 2004) en aan de Bachelorscriptie van Gerdien van de Vreede (juni 2005). De indeling van de leerlingen van 2004 in strategieklassen in paragraaf 5 is gebaseerd op de homogeniteitsanalyses in de Bachelorscriptie van Ralph Rippe (juni 2005).

De strategiegegevens uit het peilingsonderzoek van 1997 zijn grotendeels ontleend aan de doctoraalscriptie Pedagogische Wetenschappen (Universiteit Leiden) van Gabriëlle Rademakers (2001; begeleid door Meindert Beishuizen en C.M. van Putten) en aan het artikel van Rademakers, Van Putten, Beishuizen en Janssen (2004).

Frank van der Schoot heeft op elegante wijze mijn tekst aangepast aan de stijl van deze Balans.



[05] Verhoudingen, breuken en procenten

Dit hoofdstuk beschrijft de resultaten van het peilingsonderzoek voor het domein *Verhoudingen, breuken en procenten*. Het centrale thema in dit domein betreft het verhoudingsdenken in haar verschillende vormen. Vaak komen verhoudingen ook tot uitdrukking in tabellen en met name in grafieken. Om die reden is, naast de drie reeds genoemde onderwerpen, het onderwerp *Tabellen en grafieken* aan dit domein toegevoegd.

[05] Verhoudingen, breuken en procenten

... Het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* heeft als centrale thema het verhoudingsdenken. Leerlingen kiezen in 2004 vaker een meer adequate oplossingsstrategie.



[05] Verhoudingen, breuken en procenten

5.1 Verhoudingen

Inhoud

Het onderscheid dat we in de vorige peiling in 1997 nog maakten tussen basiskennis en begrip enerzijds en toepassingen anderzijds is vervallen. Voor een aantal opgaven was het arbitrair bij welk onderdeel de opgaven werden ingedeeld. In de praktijk van het onderwijs worden beide onderdelen door elkaar aan de leerlingen aangeboden. De opgaven van de eerder onderscheiden onderwerpen zijn bij de peiling in 2004 samengevoegd tot één onderwerp *Verhoudingen*. Daardoor wordt het mogelijk de basiskennis en begrippen die nodig zijn om met verhoudingen te kunnen werken te relateren aan het opereren met verhoudingsgetallen.

Verhoudingen kunnen beschreven worden:

- in verhoudingentaal, zoals bij 'één op de tien Nederlanders' of 'het aantal fietsers is twee keer zo groot als het aantal automobilisten';
- in breukentaal, bijvoorbeeld 'driekwart van de inwoners is ouder dan 25 jaar';
- met procenten, zoals 70 procent van de mensen is voor de aanleg van een randweg.

Begrip van verhoudingen houdt in dat de relatie tussen die verschillende beschrijvingen kan worden gelegd en dat leerlingen dit begrip kunnen inzetten bij het oplossen van eenvoudige verhoudingsvraagstukken.

De verhoudingentaal in de opgaven sluit aan bij de terminologie zoals die in het dagelijks leven gebruikt wordt. Formele verhoudingsbeschrijvingen komen slechts sporadisch voor. De presentatie in de opgaven vindt plaats door middel van eenvoudige situatiebeschrijvingen, schema's, tabellen, grafieken, plattegronden en kaarten. Een aantal opgaven gaat over situaties die in het dagelijks leven vaak voorkomen, bijvoorbeeld de hoeveelheden in recepten aanpassen aan het aantal personen. Bij dit onderwerp komen ook opgaven voor waarbij verhoudingsgewijs vergeleken moet worden. Deze vergelijkingen kunnen soms gemaakt worden zonder dat daarvoor allerlei berekeningen nodig zijn. Het gaat dan om het principe van het verhoudingsgewijs vergelijken, niet om de berekeningstechniek daarbij. Bij een aantal andere opgaven is het nodig enkele berekeningen te maken door de gegevens naar een gemeenschappelijke noemer te vertalen, alvorens de gegevens (bijvoorbeeld prijzen) goed met elkaar kunnen worden vergeleken.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 5 tot en met 8 matig. Deze leerlingen kunnen opgaven goed aan waarbij op basis van het doorzien van de relatie tussen twee getallen het ontbrekende aantal zonder al te moeilijke berekeningen kan worden bepaald, zoals bij de voorbeeldopgaven 1 tot en met 4:

- Voor € 2,50 krijg je 7 sinaasappelen en voor € 10,- krijg je dan ... sinaasappelen (voorbeeldopgave 1).
- Voor 15 pannenkoeken zijn 2 eieren nodig en voor 45 pannenkoeken zijn ... eieren nodig (voorbeeldopgave 2).
- Over een wandeling van 4 km doe je een uur. Over een wandeling van 12 km doe je dan ... uur (voorbeeldopgave 3).
- Voor 5 repen betaal je 2 euro. Voor 30 repen betaal je dan ... euro (voorbeeldopgave 4).

Bij de voorbeeldopgaven 5 tot en met 8 is de relatie tussen twee getallen iets moeilijker te doorzien of de berekening van het ontbrekende aantal iets complexer. Deze opgaven worden matig beheerst door de percentiel-10 leerlingen. Bij voorbeeldopgave 5 moet de relatie doorzien worden dat € 4,50 drie keer zoveel is als € 1,50. Bij voorbeeldopgave 6 is de relatie niet rechtstreeks te maken.

Als zes pakken 18 euro kosten zal de leerling om uit te rekenen hoeveel vijf pakken kosten eerst moeten bepalen hoeveel één pak kost. Bij voorbeeldopgave 7 moet de leerling allereerst de relatie tussen 80 en 4 doorzien. Vanuit de constatering dat 80 bladzijden 20 keer zoveel is als vier bladzijden kan de leerling uitrekenen dat hij er dan in totaal ook 20 keer 3 minuten over doet. Voorbeeldopgave 8 is nog iets complexer. Bij die opgave moet uitgerekend worden hoeveel 9 kinderen in totaal voor de kaartjes van de film moeten betalen als een kaartje € 5,00 kost, maar je nu drie kaartjes voor de prijs van twee krijgt.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste zeven voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 17 matig. De voorbeeldopgaven 9 tot en met 17 kenmerken zich met name door de ingewikkeldere relaties die moeten worden doorzien en de moeilijkere berekeningen die moeten worden uitgevoerd. Bij voorbeeldopgave 9 betreft het de relatie tussen vier en zes personen die op verschillende manieren kan worden gelegd:

Verhoudingen

Voorbeeldopgaven 1–8

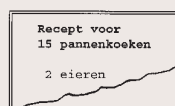
1]



Hoeveel sinaasappels kan Margot kopen voor € 10,-?

_____ sinaasappels

2]



Voor het schoolfeest worden 45 pannenkoeken gebakken volgens dit recept. Hoeveel eieren zijn daarvoor nodig?

_____ eieren

3]



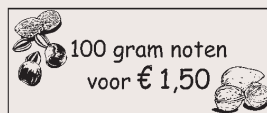
Vanaf deze plek kun je drie wandelingen maken. De wandeling langs het meer duurt ongeveer een uur. Hoe lang duurt de wandeling langs het vogelreservaat dan ongeveer?

_____ uur

4] De meester koopt 30 repen voor de kinderen van zijn klas. Hij betaalt 2 euro voor een pakje met 5 repen. Hoeveel moet hij dan in totaal betalen?

- A 10 euro D 300 euro
B 12 euro E 600 euro
C 75 euro

5]



Lotte heeft voor € 4,50 noten gekocht. Hoeveel gram noten heeft ze dan gekocht?

_____ gram

6]



Lotte heeft 6 pakken hondenbrokken gekocht. Ze moet 18 euro betalen. Jack koopt 5 pakken hondenbrokken. Hoeveel euro moet hij betalen?

€ _____

7] Aziz leest gemiddeld 4 bladzijden in ongeveer 3 minuten. Ze moet nog 80 bladzijden. Hoeveel minuten zal ze daar ongeveer over doen?

_____ minuten

8]



9 kinderen gaan naar de film. Hoeveel moeten zij in totaal betalen?

€ _____

- door rechtstreeks aan te geven $1\frac{1}{2} \times 4 = 6$, dus nodig $1\frac{1}{2} \times 300$ gram rijst is 450 gram rijst.
- door stapsgewijs te werk te gaan: 300 gram voor 4 personen betekent 150 gram voor 2 personen. Voor 6 personen is dat samen: $300 \text{ gram} + 150 \text{ gram} = 450 \text{ gram}$.
- door eerst uit te rekenen hoeveel rijst voor 1 persoon nodig is: 300 gram voor 4 personen is 75 gram voor 1 persoon. Voor 6 personen is dus $6 \times 75 \text{ gram} = 450 \text{ gram}$ nodig.

Bij voorbeeldopgave 10 is de relatie twee keer zoveel verwerkt in een complexe grafiek. Ook voorbeeldopgave 11, waarbij met behulp van een liniaal en op basis van de gegeven maten van een kleine spiegel de maten van een grotere spiegel moet worden afgeleid, beheerst de percentiel-25 leerling matig. Bij voorbeeldopgave 12 moet een beschrijving met aantallen

omgezet worden in verhoudingentaal: wanneer van 120 kinderen er 30 kinderen niet durven, dan durft dus 1 op de 4 kinderen niet.

Voorbeeldopgave 13 vraagt van de leerling aan te geven hoeveel euro moet worden betaald voor 20 koeken als de koeken 1 euro per stuk kosten en je voor elke vijf koeken die je haalt er maar 4 hoeft te betalen.

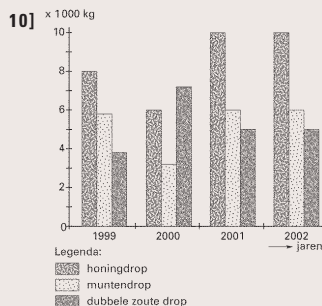
Bij voorbeeldopgave 14 gaat het om de relatie: '0,5 liter $\rightarrow$ 2 glazen; 1,5 liter $\rightarrow$? glazen' en bij voorbeeldopgave 15 is aangegeven dat 1 op de 10 mensen tegen zijn en moet de leerling aangeven hoeveel mensen dat zijn.

Bij voorbeeldopgave 16 wordt een foto van 15 cm lang bij 10 cm breed vergroot tot 90 cm lang en ? cm breed. Voorbeeldopgave 17 vraagt van de leerlingen in te zien dat 30 kg voer bestaat uit maïs en zonnepitten in de verhouding 2 : 1.



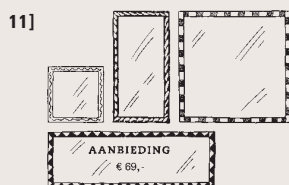
Karin kookt voor 6 personen.
Hoeveel gram rijst heeft ze nodig?

_____ gram



In welk jaar werd 2 keer zoveel
honingdrop verkocht als muntdrop?

In _____



Je mag je liniaal gebruiken. De kleine
vierkante spiegel is 50 cm bij 50 cm.
Moeder koopt de spiegel die in de
aanbieding is.
Wat zijn de maten van deze spiegel?
Kies uit:

- A 50 cm bij 100 cm
- B 50 cm bij 125 cm
- C 50 cm bij 150 cm
- D 50 cm bij 200 cm

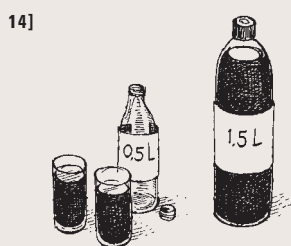
12] 120 leerlingen van groep zeven en
acht gaan naar een pretpark.
30 leerlingen willen niet in de achtbaan.
Wat is juist?

- A 1 op de 5 kinderen wil niet in de achtbaan
- B 4 op de 5 kinderen willen niet in de achtbaan
- C 1 op de 4 kinderen wil niet in de achtbaan
- D 3 op de 4 kinderen willen niet in de achtbaan



Silvy haalt 20 koeken.
Hoeveel euro moet zij betalen?

_____ euro



Met een kleine fles cola kun je 2 glazen
vullen.
Hoeveel glazen kun je met de grote fles
van 1,5 liter vullen?

_____ glazen



Slechts 1 op de 10 mensen waren tegen.
Hoeveel mensen stemden tegen?

_____ mensen

16] Harm laat een foto van 15 cm lang
en 10 cm breed vergroten.
Vul in.

De vergroting wordt 90 cm lang en

_____ cm breed

17] Daan wil 30 kg voer klaarmaken
voor zijn duiven. Het voer voor de
duiven bestaat uit 2 delen mais en
1 deel zonnepitten.
Hoeveel kg zonnepitten heeft Daan
nodig?

_____ kg

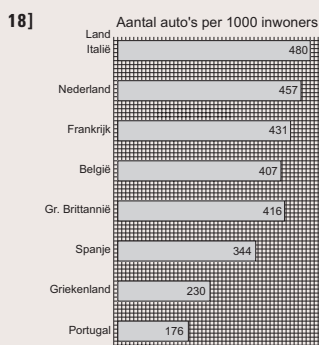
De gemiddelde leerling beheerst de
voorbeeldopgaven 1 tot en met 15 goed en de
voorbeeldopgaven 16 tot en met 24 matig.
De tot nu toe besproken opgaven worden dus
door de gemiddelde leerling goed tot redelijk
goed beheerst. Bij voorbeeldopgave 18 wordt
een omzetting van de leerlingen verwacht:
344 auto's per 1000 inwoners is ongeveer
1 auto per ... inwoners. Bij de voorbeeld-

opgaven 19 tot en met 22 moeten verhoudings-
redeneringen gebruikt worden als:

- $7 : 5 = 210 : ?$. (voorbeeldopgave 19);
- 3 van de 5 delen van in totaal 250 gram
(voorbeeldopgave 20);
- 2 op de 5 leerlingen van in totaal
30 leerlingen (voorbeeldopgave 21);
- 29 van de 91 is ongeveer 1 op de ...
(voorbeeldopgave 22).

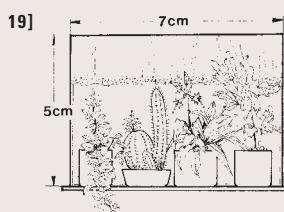
Verhoudingen

Voorbeeldopgaven 18–30



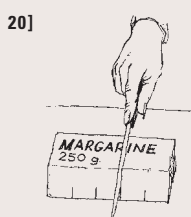
In de grafiek kun je zien dat in Italië ongeveer 480 auto's zijn per 1000 inwoners. Dat is ongeveer 1 auto per 2 inwoners. In Spanje zijn 344 auto's per 1000 inwoners.

Dat is ongeveer 1 auto per _____ inwoners.



Dit raam is op schaal getekend. Het raam is in werkelijkheid 210 cm breed. Hoeveel cm is de hoogte in werkelijkheid?

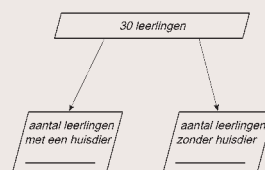
_____ cm



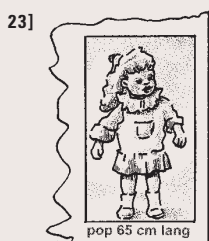
Moeder snijdt dit pakje margarine in 2 stukken. Ze gebruikt het grootste stuk voor de appeltaart. Hoeveel gram weegt dit stuk?

_____ gram

21] In groep 7 van de prinses Julianaschool zitten 30 leerlingen. 2 op de 5 leerlingen hebben een huisdier. Vul het schema verder in.



22] 29 van de 91 kinderen komen met de fiets naar school. Vul in: Dat is ongeveer 1 op de _____ kinderen.



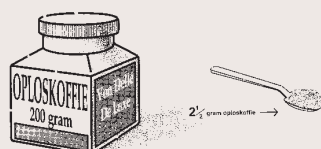
In de speelgoedfolder is de pop 5 cm lang. In werkelijkheid is de pop 65 cm lang. Op welke schaal is de pop in de folder getekend?

Schaal 1 op _____

24] Per jaar rijden wij in onze auto 12 000 km. De auto loopt 1 op 15, dat wil zeggen op 1 liter benzine rijdt hij 15 km. Hoeveel liter benzine verbruiken wij per jaar?

_____ liter

25] In een potje oploskoffie zit 200 gram. Met $2\frac{1}{2}$ gram oploskoffie kun je 1 kopje koffie maken.



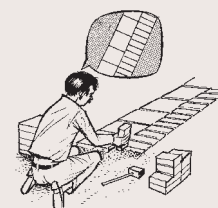
Hoeveel kopjes koffie kun je hoogstens maken met 1 potje oploskoffie?

_____ kopjes koffie

26] Wilco verdient € 2000,-. Hij krijgt € 200,- loonsverhoging. Ron verdient € 1500,-. Hij krijgt in verhouding dezelfde loonsverhoging als Wilco. Hoeveel is dat?

€ _____

27] Vader maakt een tegelpaadje van tegels en bakstenen. Elke keer als hij 3 tegels legt, legt hij er aan één kant 8 bakstenen tegenaan. Het paadje wordt 66 tegels lang.



Hoeveel bakstenen heeft hij nodig?

_____ bakstenen



Koos voegt water toe volgens het voorschrift. Hij gebruikt de hele bus verf. Hoeveel liter water voegt hij toe?

_____ liter

29] Een toren van 30 m geeft een schaduw van 12 m. Naast de toren staat een boom die een schaduw geeft van 5 m. Hoe hoog is die boom?

_____ m

30] Recept voor witbrood. Nodig: $\frac{3}{4}$ kg meel
25 à 30 gram gist
 $\frac{1}{2}$ dl water
1 lepel zout
Een bakker gebruikt 60 kg meel. Hoeveel water moet hij daaraan toevoegen?

_____ liter

De percentiel-75 leerling beheerst alle hiervoor genoemde opgaven goed. Dat kan ook gezegd worden van voorbeeldopgave 25, waarbij het erom gaat aan te geven hoe vaak $2\frac{1}{2}$ in 200 past. Voorbeeldopgave 26 en 27 worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst. Bij voorbeeldopgave 26 moeten de leerlingen begrijpen wat in verhouding dezelfde verhoging betekent en dat kunnen toepassen. In voorbeeldopgave 27 zijn de berekeningen die uitgevoerd moeten worden iets moeilijker.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 27 goed en voorbeeldopgave 28 en 29 matig. Voorbeeldopgave 30 is ook voor de percentiel-90 leerling nog te moeilijk.

De voorbeeldopgaven 28 en 29 zijn moeilijke opgaven, niet zozeer vanwege de uit te voeren berekening, maar vanwege de presentatie van de gegevens (op 10 delen verf één deel water toevoegen) en het begrijpen van de situatie zoals geschetst in voorbeeldopgave 29. Bij voorbeeldopgave 30 ten slotte gaat het om drie berekeningen of omzettingen: allereerst vaststellen hoe vaak $\frac{3}{4}$ in 60 past en vervolgens die uitkomst vermenigvuldigen met $4\frac{1}{2}$ dl en ten slotte de uitkomst in dl omzetten naar liters.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen* (pag. 144) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Oplossingsprocedures bij opgave M

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
700 ijsjes is 70 x 10 ijsjes. Dus 2, 3 en 5 ook met 70 vermenigvuldigen.	48%	98%	73%	98%
Werken met een verhoudingstabel op papier	6%	86%	1%	100%
$2 \text{ bekertjes} = \frac{2}{10} \text{ deel} = \frac{1}{5} \text{ deel}$	2%	33%	4%	60%
$700 : 5 = 140 \text{ bekertjes}$				
$700 : 2 = 350 \text{ waterijsjes}$				
Hoorntjes $700 - 350 - 140 = 210$				
700 delen door het aantal vermelde ijsjes, dus bekertjes: $700 : 2 = 350$	2%	0%	2%	0%
hoorntjes: $700 : 3 = 233$				
waterijsjes: $700 : 5 = 140$				
Anders	28%	8%	16%	18%
Leerling komt niet tot een antwoord	14%	0%	4%	0%
Totaal	100%	56%	100%	76%

Opgave M

De ijscoman heeft berekend dat hij per 10 ijsjes het volgende verkoopt:

2 bekertjes
3 hoorntjes
5 waterijsjes

Hij bestelt 700 ijsjes.

Welke verdeling houdt hij aan?

_____ bekertjes

_____ hoorntjes

_____ waterijsjes

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van een van deze opgaven zijn ook in 1987 oplossingsprocedures verzameld zodat we de oplossingsstrategieën van de leerlingen in beide jaren kunnen vergelijken.

Opgave M is in 1987 bij 126 leerlingen individueel afgenomen, waarvan 56 procent de opgave goed beantwoordde. In 2004 is deze opgave bij 139 leerlingen afgenomen en nu maakte 76 procent van de leerlingen de opgave goed.

Deze opgave is bij de individuele afnames in 2004 dus door aanmerkelijk meer leerlingen goed gemaakt. Met name de eerste oplossingsprocedure wordt veel meer toegepast in 2004 en dat duidt er op dat in 2004 veel meer leerlingen dan in 1987 de relatie tussen 10 en 700 zien als de sleutel om de opgave op te lossen.

Bij de eerste oplossingsprocedure kwamen we in 2004:

- leerlingen tegen die rechtstreeks met 70 vermenigvuldigen (66 procent),
- leerlingen die eerst met 10 en dan met 7 vermenigvuldigen (20 procent) en
- leerlingen die eerst met 7 en dan met 10 vermenigvuldigen (14 procent).

Omdat in 1987 dit onderscheid niet is aangebracht (en nu ook niet reconstrueerbaar is), is in de tabel deze onderverdeling niet vermeld.

In 2004 zijn er minder leerlingen die een verhoudingstabel op papier maken. In 1987 maakte nog zes procent van de leerlingen gebruik van een verhoudingstabel om de opgave op te lossen, in 2004 nog slechts één procent van de leerlingen.

Opgave N



De wenteltrap van de toren heeft een hoogte van 80 meter en heeft 400 treden. Johan heeft 150 treden beklommen. Op welke hoogte is hij nu?

_____ meter

Oplossingsprocedures bij opgave N

Oplossingsprocedure	2004	
	aandeel	goed
Verhoudingsredenering van 400 treden is 80 meter via 50 treden is 10 meter, naar 150 treden is 30 meter.	30%	100%
Verhoudingsredenering: aantal treden per meter uitrekenen. 400 treden : 80 → 5 treden per meter 150 treden : 5 → 30 meter	16%	100%
Hoogte van één trede uitrekenen: $80 : 400 = 0,2$ en de uitkomst vermenigvuldigen met het aantal treden: $150 \times 0,2 = 30$ meter	6%	89%
Redenering met breuken: 400 treden → 80 meter 50 treden = $\frac{1}{8}$ deel van 400 treden 150 treden = $\frac{3}{8}$ deel van 400 treden $\frac{1}{8} \times 80$ meter = 30 meter	2%	100%
Schatting maken	7%	30%
Foutieve relatie leggen: $400 : 80 = 5$; $150 \times 5 = 750$ meter of $150 \times 0,5 = 75$ meter	4%	0%
Anders	18%	32%
Leerling komt niet tot een antwoord	17%	0%
Totaal	100%	62%

Bij de oplossingsprocedure 'Anders' troffen we onder andere procedures aan waarbij kinderen de getallen 2, 3 en 5 vermenigvuldigen met 10 of 100 en procedures waarbij de leerling een schatting maakt. Opvallend is ook dat er in 2004 beduidend minder kinderen zijn (tien procent) die helemaal niet tot een antwoord komen.

Opgave N is in 2004 bij 139 leerlingen individueel afgenomen en 62 procent maakte de opgave goed. Iets minder dan de helft van de leerlingen volgt een verhoudingsredenering van procedure 1 of 2.

Bij de eerste oplossingsprocedure komen meerdere varianten voor. Zeven leerlingen leggen rechtstreeks de relatie van 400 treden naar 50 treden en de overige 35 leerlingen komen via een of meer tussenstappen (waarbij altijd de tussenstap van 100 treden zit) bij 50 treden, om van daaruit naar 150 treden te gaan. Er zijn enkele leerlingen die de opgave via een redenering met breuken oplossen.

De leerlingen die een schatting maken, geven aan dat je met 150 treden bijna op de helft bent en dat de hoogte dus minder moet zijn dan 40 meter. De meest voorkomende schattingen waren 30 en 35.

4 procent van de leerlingen legt de foutieve relatie $400 : 80 = 5$; $150 \times 5 = 750$ meter of $150 \times 0,5 = 75$ meter. Daarnaast komen foutieve relaties voor bij de oplossingsprocedure Anders. Ongeveer de helft van de leerlingen die onder die oplossingsprocedure opgenomen zijn, komt wel tot een antwoord, maar kan niet aangeven hoe ze tot dat antwoord zijn gekomen.

Dat het voor een aantal leerlingen moeilijk is de relatie tussen de hoogte in meters en het aantal treden goed te leggen, blijkt vooral uit het feit dat 17 procent van de leerlingen helemaal niet tot een antwoord gekomen is.

Standaarden

Over het gewenste niveau voor de standaarden Minimum en Voldoende voor het onderwerp Verhoudingen bestaat bij de beoordelaars relatief grote overeenstemming. Op het niveau van de **standaard Minimum** wordt van de leerlingen slechts enige basale kennis verwacht zoals die wordt geïllustreerd met de eerste vier voorbeeldopgaven. De mediaan van de oordelen ligt bij vaardigheidsscore 180 en dat niveau wordt bereikt door 92 procent van de leerlingen, in lijn dus met het voor deze standaard beoogde percentage.

Ook het gewenste niveau voor de **standaard Voldoende** wordt door de beoogde doelgroep bereikt. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 230 en 66 procent bereikt minstens dit niveau. Op dit niveau hebben de leerlingen een zodanige kennis en inzicht in het onderwerp Verhoudingen dat zij zonder problemen de eerste negen voorbeeldopgaven kunnen oplossen.

De positie van de standaarden is vergelijkbaar met die van de oordelen voor het onderwerp Verhoudingen: basiskennis en begrip uit 1995. Het belangrijkste verschil met 1995 is dat de overeenstemming tussen beoordelaars in 2005 veel groter is. De laatste vijf voorbeeldopgaven illustreren – gezien de positie van de **standaard Gevorderd** – het vaardigheidsniveau dat de kerndoelen basisonderwijs overstijgt.

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Verhoudingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	95%	72%
1.25	235	49	87%	54%
1.90	226	49	82%	47%
Geslacht				
jongens	259	49	94%	72%
meisjes	241	49	89%	59%
Leermoment				
M7	221	51	79%	43%
E7	227	51	82%	48%
M8	258	50	94%	72%
E8	250	50	92%	66%
Afnamejaar				
1992	250	50	92%	66%
1997	256	49	94%	70%
2004	250	50	92%	66%
Doorstroom				
BB	189	37	59%	14%
KB	220	37	86%	40%
GL	243	37	96%	64%
HV	285	37	100%	93%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Verhoudingen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 4	5 – 8	9 – 30
KB	1 – 6	7 – 17	18 – 30
GL	1 – 15	16 – 23	24 – 30
HV	1 – 25	26 – 27	28 – 30

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen* (pag. 144) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Leerlingen met verschillend formatiegewicht hebben ook onderscheidende vaardigheidsniveaus. 1.00-leerlingen scoren gemiddeld het hoogst, gevolgd door 1.25-leerlingen en daarna 1.90-leerlingen. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt dan 72 procent, 54 procent en 47 procent van de leerlingen de standaard Voldoende. Alleen binnen de groep 1.00-leerlingen wordt deze standaard dus in de beoogde omvang van 70 tot 75 procent bereikt. Jongens scoren gemiddeld op dit onderwerp hoger dan meisjes.

Vergelijken we de progressie van het vaardigheidsniveau van leerlingen over de laatste vier leermomenten dan is er vooral leerwinst bereikt in het eerste half jaar van jaargroep 8. Daarna is er weer sprake van enige terugval in vaardigheidsniveau.

Het vaardigheidsniveau is over de periode 1992–1997 weinig veranderd. Leek er in 1997 nog sprake van enige progressie, in 2004 is het gemiddelde vaardigheidsniveau gelijk aan dat in 1992. Hoewel het slechts één opgave betreft zouden we – op basis van de kwalitatief betere resultaten bij de individuele afname van opgave M in 2004 ten opzichte van 1987 – toch meer progressie hebben verwacht.

De onderscheiden doorstroomniveaus vertonen de te verwachten progressie in vaardigheid. Vergelijken we de uitersten dan zien we dat de gemiddelde BB-leerling slechts de eerste vier opgaven goed beheerst, terwijl de gemiddelde HV-leerling vrijwel alle voorbeeldopgaven goed beheerst.

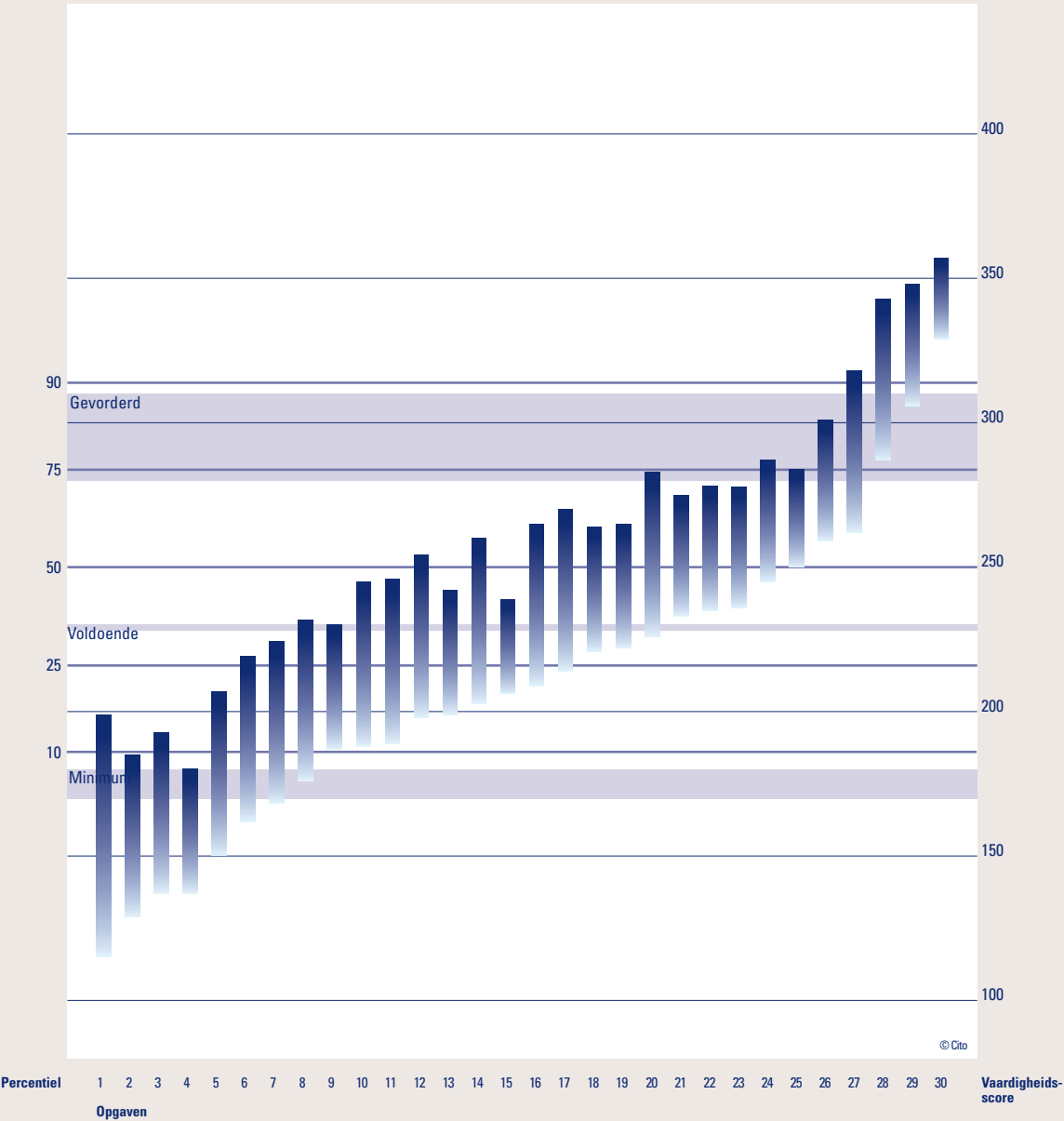
Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 14 procent van de BB-leerlingen het niveau van deze standaard tegen 93 procent van de HV-leerlingen. KB- en GL-leerlingen nemen tussenposities in en daarvan bereikt 40 respectievelijk 64 procent het niveau van de standaard Voldoende. In de tabel

'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6)

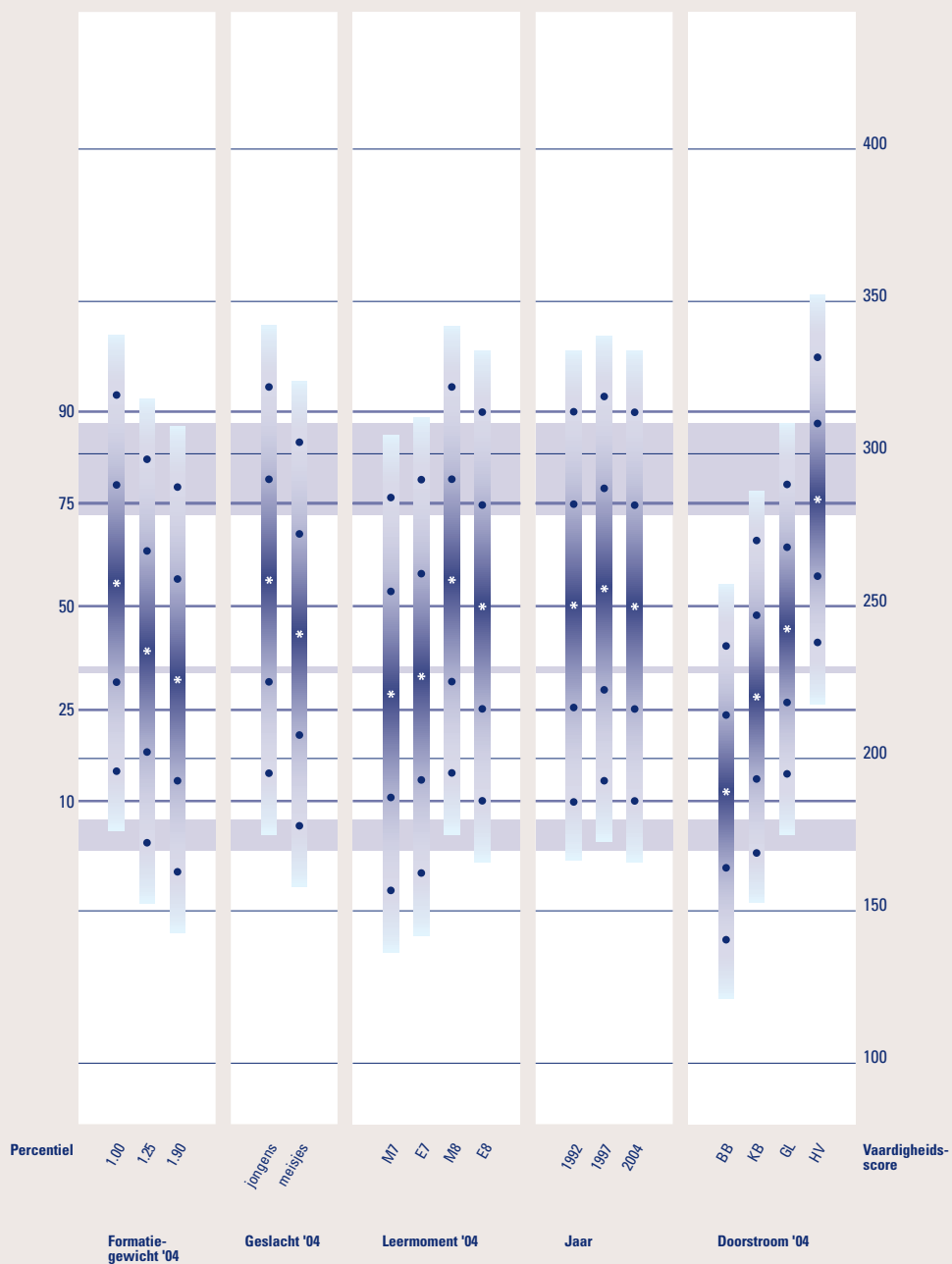
beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

Zie ook de toelichting in paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Verhoudingen



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

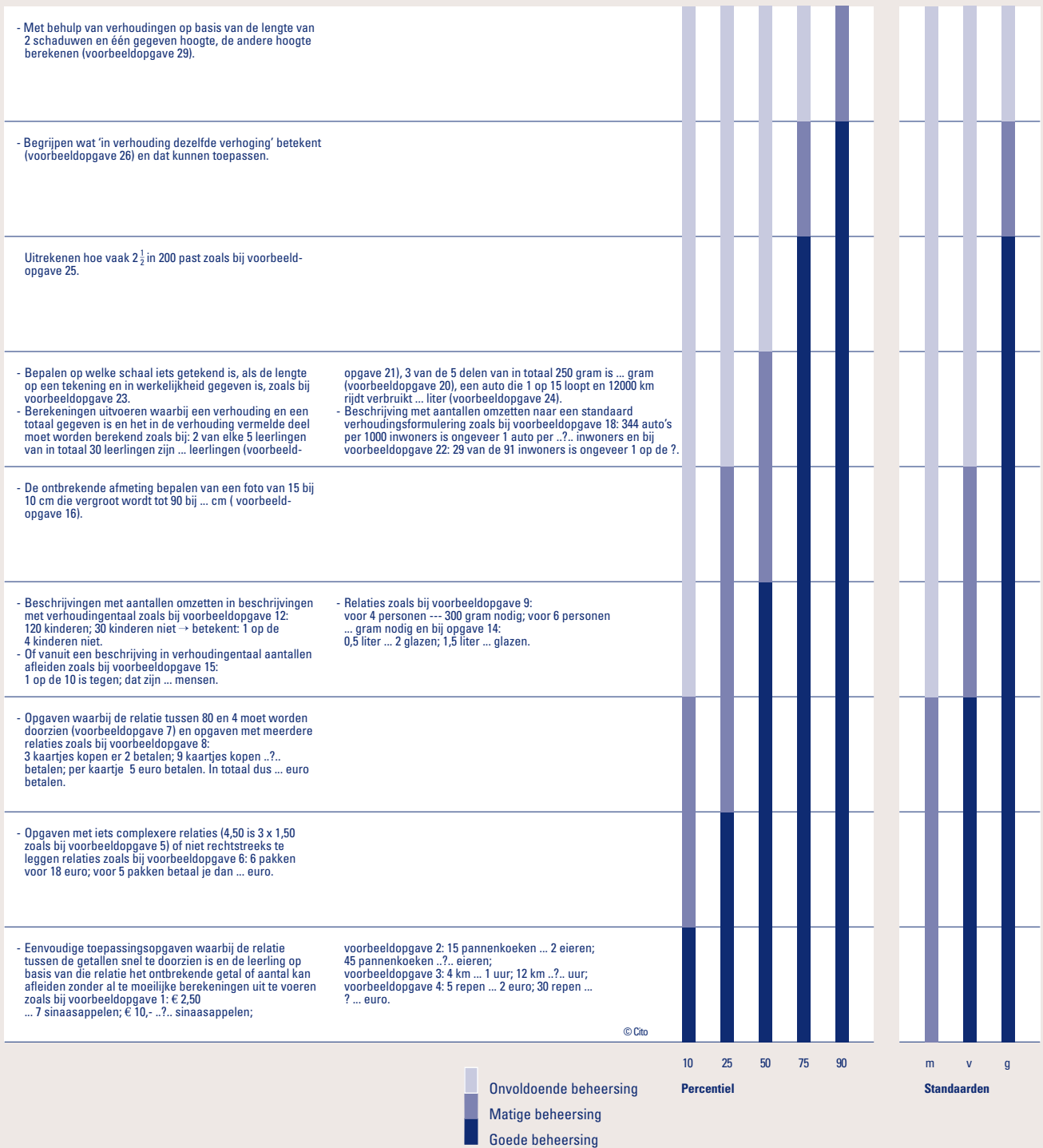
KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen



5.2 Breuken

Inhoud

De opgaven van de onderwerpen *Breuken: basiskennis en begrip*, *Breuken: optellen en aftrekken* en *Breuken: vermenigvuldigen en delen* uit de peiling van 1997 zijn bij de peiling in 2004 samengevoegd tot één onderwerp *Breuken*. Dit maakt het mogelijk de elementaire basiskennis en begrippen te relateren aan de operaties die met breuken en gemengde getallen worden uitgevoerd. Het gaat bij de opgaven ook niet om de toepassing van formele procedures bij de verschillende bewerkingen met breuken, maar om het inzichtelijk kunnen oplossen van de voorgelegde breukenproblemen.

Bij dit onderwerp gaat het dus om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken en om het kunnen toepassen van die kennis bij het opereren (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) met breuken en gemengde getallen. De breuken en gemengde getallen die in de opgaven voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde. De opgaven zijn vrijwel geheel beperkt tot opgaven die concreet voorstelbaar zijn en zaken die leerlingen in het dagelijks leven kunnen tegenkomen. Het gaat bij de opgaven vooral om het begrijpen en niet om een grote vaardigheid in het opereren met allerlei soorten breuken en ook niet om het hanteren van regels zoals 'delen is vermenigvuldigen met het omgekeerde'. De samenvoeging van de drie onderwerpen heeft er overigens wel toe geleid dat een breed scala van problemen nu onder één noemer wordt behandeld. In de opgaven van dit onderwerp komen verschillende aspecten van breuken aan de orde, zoals:

- de deel – geheel relatie: $\frac{3}{4}$ als 3 van de 4 delen van een geheel ($\frac{3}{4}$ taart);
- de breuk als meetgetal: bijvoorbeeld in $\frac{3}{4}$ meter, $\frac{3}{4}$ liter;
- de breuk als operator: $\frac{3}{4}$ als deel van een aantal ($\frac{3}{4}$ van de Nederlanders);
- de breuk als uitkomst van een deling;
- de breuk als getal op de getallenlijn (zowel precies als globaal);
- de breuk als verhouding, bijvoorbeeld 3 van de 4 Nederlanders is $\frac{3}{4}$ deel van de Nederlanders.

In de opgaven komen een aantal elementaire operaties voor zoals:

- aanvullen;
- vergelijken van de grootte van breuken;
- omzetten van breuken in kommagetallen, zowel precies als globaal schattend;

- vereenvoudigen ($\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$) en compliceren ($\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$);
- breuken als $\frac{25}{4}$ als gemengd getal schrijven;

- optellen en aftrekken van gelijknamige en ongelijknamige breuken;
- vermenigvuldigen en delen, waarbij een of meer breuken of gemengde getallen gebruikt worden.

Bij vermenigvuldigen komen aan de orde:

- een geheel getal vermenigvuldigen met een breuk of omgekeerd of een deel van een aantal nemen ($\frac{1}{3}$ deel van 150 euro), waarbij al dan niet afgerond moet worden;
- een breuk met een breuk vermenigvuldigen of een deel van een deel nemen ($\frac{1}{2}$ deel van $\frac{1}{2}$ liter).

Bij delen komen aan de orde:

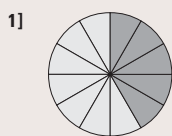
- een breuk delen door een geheel getal ($\frac{1}{2} : 2$);
- een breuk of gemengd getal delen door een breuk (bepalen hoeveel $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ is in een situatie waarbij bijvoorbeeld gevraagd wordt hoeveel pakjes van $\frac{1}{4}$ liter je moet kopen als je $1\frac{1}{2}$ liter slagroom nodig hebt);
- een geheel getal delen door een breuk of gemengd getal ($100 : 2\frac{1}{2}$).

Bij een aantal opgaven moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden.

Combinaties van bijvoorbeeld optellen en aftrekken. Soms zijn de getallen waarmee uiteindelijk gerekend moet worden niet rechtstreeks gegeven, maar moeten ze afgeleid worden uit de context.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 matig. De percentiel-10 leerling kan een aantal eenvoudige elementaire breukopgaven oplossen. Zo kan hij een deel van een geheel beschrijven met een breuk zoals bij voorbeeldopgave 1 waarbij aangegeven moet worden welk deel van de cirkel donkergrijs is gemaakt en bij voorbeeldopgave 5 waarbij aangegeven moet worden welk deel van de snoepjes een aardbeien-smaak heeft. Ook kan hij wanneer een deel gegeven is, aangeven wat het geheel is, zoals bij voorbeeldopgave 2 en eenvoudige vereenvoudigingen en compliceringen zoals $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ (voorbeeldopgave 3) oplossen en berekeningen uitvoeren waarbij bijvoorbeeld moet worden uitgerekend hoeveel een kwart van 240 cm is (voorbeeldopgave 4).



Welk deel van de cirkel is donkergrijs gemaakt?

$\frac{3}{8}$ deel

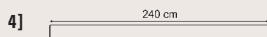


Femke heeft een reuzenreep chocolade gekocht. Zes blokjes is $\frac{1}{4}$ deel van de reep.

Hoeveel blokjes heeft de hele reep?

_____ blokjes

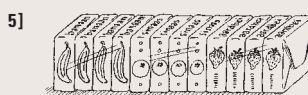
3] $\frac{2}{5} = \frac{\dots}{20}$



"Ik heb een kwart van de plank nodig", denkt vader.

Hoe lang is het stuk dat vader nodig heeft?

_____ centimeter



Welk deel van deze snoepjes heeft een aardbeismaak?

A $\frac{1}{12}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{3}$

D $\frac{1}{2}$

E $\frac{2}{3}$

6] Alle kinderen van de school mogen kiezen waar ze de laatste schooldag naar toe willen.

De kinderen kiezen als volgt:

Pretpark: $\frac{1}{3}$ deel van de kinderen.

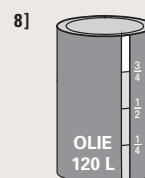
Dierentuin: $\frac{1}{2}$ deel van de kinderen.

Circus: $\frac{1}{6}$ deel van de kinderen.

Waar willen de meeste kinderen naar toe?

7] Waar ligt $\frac{1}{4}$ op de getallenlijn?

Zet daar een pijltje bij.



Het buisje laat zien dat de tank nog voor $\frac{3}{4}$ deel gevuld is.

Hoeveel olie zit er nog in deze tank?

_____ liter

9] $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

Het vergelijken van breuken als $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ naar grootte (voorbeeldopgave 6) wordt door de percentiel-10 leerling matig beheerst, evenals het aangeven waar $\frac{1}{4}$ ligt op een getallenlijn waarbij het stuk van 0 tot 1 in acht stukken verdeeld is (voorbeeldopgave 7). Ook opgaven waarbij $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$ (voorbeeldopgave 9) of $\frac{3}{4}$ deel van 120 liter (voorbeeldopgave 8) uitgerekend moet worden, worden door de percentiel-10 leerling matig beheerst.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 17 matig. De matig beheerste opgaven zijn onder andere:

- het dubbele van $\frac{3}{4}$ bepalen (voorbeeldopgave 10);
- in een grafiek aflezen welk deel van de inwoners jonger dan 20 jaar is en uitrekenen hoeveel $\frac{1}{4}$ deel van 16 000 is (voorbeeldopgave 11);
- uitrekenen hoeveel bakjes van $\frac{1}{4}$ liter je kunt vullen met 3 liter (voorbeeldopgave 12);

- $\frac{2}{5}$ omzetten naar een kommagetal (voorbeeldopgave 13);
- aangeven bij welk getal de breuk $\frac{24}{25}$ het dichtst in de buurt ligt (voorbeeldopgave 14);
- $24 \times \frac{1}{3}$ (voorbeeldopgave 15), $2\frac{1}{3} + \frac{5}{9}$ (voorbeeldopgave 16) en $\frac{2}{3}$ van 210 (voorbeeldopgave 17) uitrekenen.

De gemiddelde leerling beheerst alle hiervoor genoemde opgaven goed. Hij beheerst ook optellingen en aftrekkingen goed waarbij gelijknamig gemaakt moet worden (voorbeeldopgave 16). De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 18 tot en met 24 matig. Dat zijn opgaven waarbij onder andere:

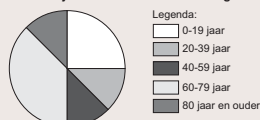
- uitgerekend moet worden hoeveel stukken van $1\frac{1}{2}$ meter je uit 60 meter kunt knippen (voorbeeldopgave 18) en hoeveel $4\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5}$ is (voorbeeldopgave 19);
- in een grafiek aflezen welk deel van de inwoners tussen 46 en 60 jaar is en vervolgens berekenen hoeveel mensen dat zijn (voorbeeldopgave 20);



Hoeveel liter melk heb je nodig als je voor 8 personen custardvla maakt?

_____ liter melk

11] De leeftijd van de inwoners van Ellingen



De gemeente Ellingen heeft

16 000 inwoners.

Hoeveel inwoners zijn jonger dan 20 jaar?



Lilian heeft 3 liter soep gemaakt.

Ze doet de soep in de diepvries. Ze vult bakjes van $\frac{1}{4}$ liter.

Hoeveel van die bakjes kan ze in totaal vullen?

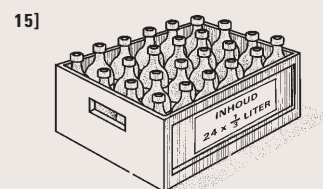
_____ bakjes

13] $\frac{2}{5}$ liter melk is evenveel als

- A 0,25 liter melk
- B 0,1 liter melk
- C 0,2 liter melk
- D 0,4 liter melk
- E 0,5 liter melk
- F 2,5 liter melk

14] Bij welk getal op de getallenlijn ligt $\frac{24}{25}$ het dichtst in de buurt?

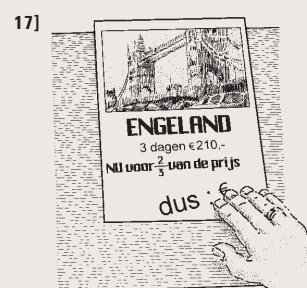
- A bij 0
- B bij $\frac{1}{4}$
- C bij $\frac{1}{25}$
- D bij 1
- E bij 25



In een krat staan 24 flesjes van $\frac{1}{3}$ liter. Hoeveel liter is dat in totaal?

_____ liter

16] $2\frac{1}{3} + \frac{5}{9} =$ _____



Hoeveel kost die reis naar Engeland nu?

€ _____

- uiterekend moet worden hoeveel $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ is (voorbeeldopgave 21) of $1\frac{3}{4} - \frac{7}{8}$ is (voorbeeldopgave 22);
- de grootte van het resterende deel moet worden aangegeven als van een geheel al de grootte van twee delen (te weten $\frac{1}{8}$ en $\frac{1}{4}$) bekend zijn (voorbeeldopgave 23);
- berekend moet worden hoeveel $\frac{2}{5} \times 45$ is (voorbeeldopgave 24).

De percentiel-75 leerling beheerst alle hiervoor genoemde opgaven goed. Ook voorbeeldopgave 25 beheerst hij nog goed. Daarbij moet worden bepaald hoe groot het resterende deel is $1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + ?$. De overige opgaven van deze schaal, de voorbeeldopgaven 26 tot en met 30, worden door de percentiel-75 leerling matig beheerst. Dat betreft opgaven waarbij:

- $28\frac{1}{5}$ ton omgezet moet worden naar kg (voorbeeldopgave 26);
- $\frac{1}{2}$ liter in 3 even grote delen moet worden verdeeld (voorbeeldopgave 27);

- moet worden aangegeven hoeveel het derde deel van de helft is (voorbeeldopgave 28);
- een breuk en een kommagetal die dezelfde waarde hebben ($\frac{150}{200}$ en 0,750) moeten worden geïdentificeerd (voorbeeldopgave 29);
- moet worden berekend hoeveel liter melk je per week drinkt als je elke dag 3 bekertjes van een kwart liter drinkt (voorbeeldopgave 30).

De percentiel-90 leerling beheerst alle opgaven van deze schaal goed.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken* (pag. 152) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Breuken

Voorbeeldopgaven 18–24

18]



60 meter
vliegertouw

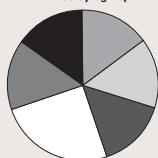
Hoeveel stukken met een lengte van $1\frac{1}{2}$ meter kan ik hieruit knippen?

_____ stukken

19] $4\frac{2}{5} - 2\frac{4}{5} =$ _____

20]

Verdeling van inwoners
in Bolwedde
naar leeftijdsgroep



Legenda:
0 - 15
16 - 30
31 - 45
46 - 60
61 - 75
ouder dan 75

In Bolwedde wonen 36 000 mensen.
Hoeveel inwoners zijn ongeveer tussen
de 46 en 60 jaar oud?

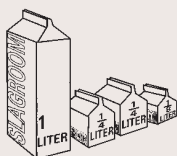
A 4 500

C 9 000

B 6 000

D 12 000

21]

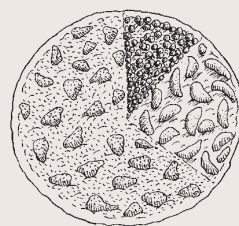


Hoeveel liter slagroom is dit in totaal?

_____ liter

22] $1\frac{3}{8} - \frac{7}{8} =$ _____

23]



Op $\frac{1}{8}$ deel van deze vruchtentaart liggen
bessen. Op $\frac{1}{4}$ deel liggen perziken.
Op welk deel van de taart liggen
aardbeien?

... deel

24] $\frac{2}{3} \times 45 =$ _____

Breuken

Voorbeeldopgaven 25–30

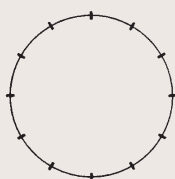
25] Elk jaar verdeelt de gemeente
Gelzen € 12 000,- eerlijk tussen drie
jeugdclubs. Hoe meer leden, hoe meer
geld. Dit jaar krijgen:

"De Gigantjes" $\frac{1}{4}$ deel,

"St. Maarten" $\frac{1}{4}$ deel en

"De Slinger" de rest.

Je mag de tekening gebruiken om het
uit te zoeken.



Welk deel krijgt "De Slinger"?

_____ deel

26]



Eén ton is 1000 kg. Deze tram weegt
 $28\frac{1}{5}$ ton.

Hoeveel kg weegt deze tram?

_____ kg

27] Oma verdeelt $\frac{1}{2}$ liter vanillevla
eerlijk over 3 bakjes.

Hoeveel vanillevla komt er in elk bakje?

_____ liter

28] Oom Laurens en vader hebben
samen de hoofdprijs in een loterij
gewonnen. Ieder krijgt de helft. Ik krijg
het derde deel van vaders prijs.
Welk deel van de totale prijs is dat?

_____ deel

29] Welke twee getallen hebben
dezelfde waarde?

$\frac{150}{200}$ 0,075 0,750 $7\frac{1}{2}$ $\frac{20}{25}$

_____ en _____

30] Frea drinkt iedere dag drie bekers
melk van een kwart liter.

Hoeveel liter melk drinkt ze per week?

_____ liter

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door
middel van mondelinge individuele afnames
oplossingsprocedures verzameld. Van beide
opgaven zijn ook in 1987 oplossingsprocedures
verzameld. Alleen van opgave P kunnen we de
oplossingsprocedures uit 2004 met die van

1987 vergelijken. Voor opgave O is nu gekozen
voor een indeling in oplossingsprocedures die
sterk afwijkt van de indeling in 1987.

We beschikken niet meer over de protocollen
van de individuele afnames uit 1987 zodat het
niet mogelijk is de oplossingsprocedures van
1987 opnieuw te analyseren.

Opgave O

In een bos staan ongeveer 1600 bomen. Eén op de acht bomen in het bos is ziek. Een vierde deel van de zieke bomen moet gekapt worden.
Hoeveel bomen moeten er gekapt worden?

Ongeveer _____ bomen

Oplossingsprocedures bij opgave O

Oplossingsprocedure	2004	
	aandeel	goed
Alleen breukentaal gebruiken: $\frac{1}{8}$ van 1600 is 200 en $\frac{1}{4}$ van 200 is 50	14%	95%
Alleen verhoudingentaal gebruiken: 1 van de 8 van 1600 is 200 en 1 van de 4 van 200 is 50	1%	100%
2 delingen uitvoeren: $1600 : 8 = 200$ en $200 : 4 = 50$	25%	94%
Een combinatie van oplossingsprocedure 1, 2 en 3: Breukentaal, verhoudingentaal en delingen uitvoeren door elkaar gebruiken	29%	95%
Een deel van de informatie over het hoofd zien en alleen $1600 : 4 = 400$ uitrekenen	9%	0%
Anders, voornamelijk redeneerfouten	16%	0%
Leerling komt niet tot een antwoord	6%	0%
Totaal	100%	66%

Opgave P

Ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van de leerlingen van de Plerikschool komt lopend naar school. Van de rest wordt de helft gebracht en komt de helft op de fiets.
Welk deel van de leerlingen van deze school komt op de fiets?

_____ deel

Oplossingsprocedures bij opgave P

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
De rest is $\frac{1}{4}$. Daarvan de helft nemen is $\frac{1}{8}$	46%	89%	81%	93%
Leerling blijft steken bij $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	16%	0%	7%	0%
De helft als antwoord geven (want de helft staat in de opgave)	11%	0%	4%	0%
Anders	13%	17%	3%	25%
Leerling komt niet tot een antwoord	14%	0%	5%	0%
Totaal	100%	43%	100%	75%

Opgave O is in 2004 bij 139 leerlingen individueel afgenomen en 66 procent van de leerlingen maakte de opgave goed. Veel leerlingen gebruikten bij het oplossen van de opgave een combinatie van breukentaal, verhoudingentaal en delingen. Negen procent van de leerlingen rekende alleen $1600 : 4 = 400$ uit. Bij de oplossingsprocedure 'Anders' zijn voornamelijk redeneerfouten ondergebracht bijvoorbeeld: $\frac{1}{8}$ betekent 8 zieke bomen en vanuit de gegevens $\frac{1}{4}$ en $\frac{1}{8}$ komen tot $\frac{1}{2}$ om mee te rekenen.

Over de vergelijking met 1987 kunnen we wel aangeven dat deze opgave in 1987 door slechts 41 procent van de leerlingen goed is gemaakt en dat in 1987 maar liefst 28 procent van de leerlingen een deel van de informatie over het hoofd zag en alleen $1600 : 4 = 400$ uitrekende (tegen 9 procent in 2004).

Opgave P is in 1987 bij 134 leerlingen individueel afgenomen en 43 procent maakte toen de opgave goed. In 2004 is deze opgave bij 139 leerlingen opnieuw afgenomen en nu maakte 75 procent van de leerlingen de opgave goed. Dat is dus een forse toename in het succespercentage bij deze opgave. Met name de eerste oplossingsprocedure komt in 2004 veel vaker voor. Bij deze procedure komen in 2004 veel verschillende varianten voor zoals onder andere:

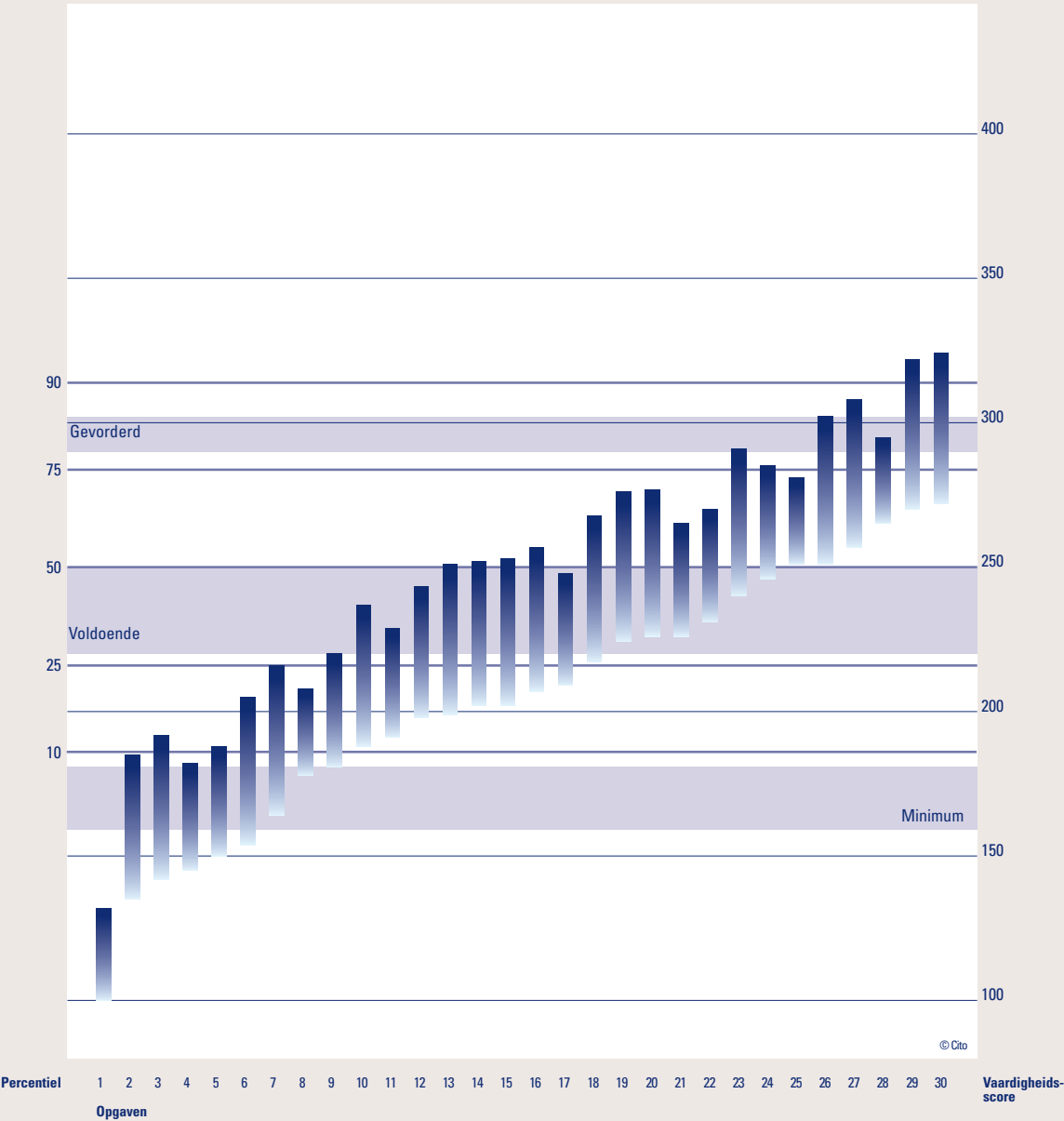
- geen gebruikmaken van tussenstappen (door 60 van de 112 leerlingen die oplossingsprocedure 1 kozen, gedaan);
- gebruikmaken van de tussenstappen $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ en de helft van $\frac{2}{8} = \frac{1}{8}$ (17 van de 112 leerlingen);
- gebruikmaken van tussenstappen waarbij alles naar achtsten wordt omgezet (16 van de 112 leerlingen);
- omzetten naar procenten en vervolgens de procenten weer omzetten naar breuken (9 van de 112 leerlingen);
- visualiseren met behulp van een cirkel of strook (4 van de 112 leerlingen);
- omzetten naar decimale breuken: de helft van 0,25 is 0,125 en dat is $\frac{1}{8}$ (3 van de 112 leerlingen).

Slechts een gedeelte van de informatie in de opgave verwerken zoals gebeurt bij de tweede oplossingsprocedure (alleen uitrekenen hoeveel $1 - \frac{3}{4}$ is) en de derde oplossingsprocedure (de helft als antwoord geven) komt in 2004 minder vaak voor: 11 procent in 2004 tegen 27 procent in 1987.

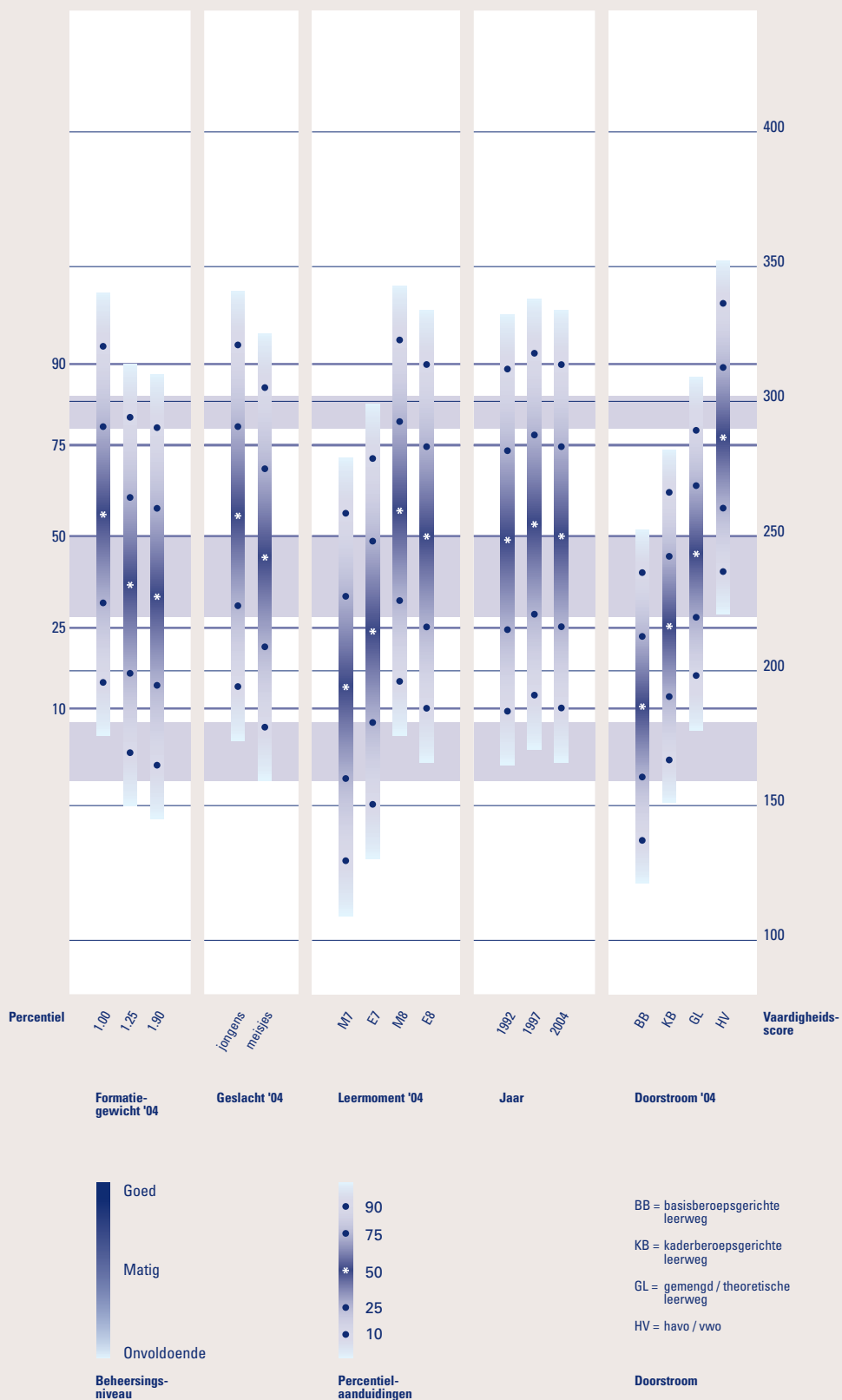
Het komt in 2004 ook minder vaak voor dan in 1987 dat leerlingen helemaal niet tot een antwoord komen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Breken



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken

- Een breuk delen door een geheel getal zoals bij $\frac{1}{2} : 3 = \dots$ (voorbeeldopgave 27) of een deel van een deel nemen zoals bij het bepalen hoeveel het derde deel van de helft is (voorbeeldopgave 28).
- Moeilijkere omzettingen van breuken naar kommagetallen, zoals bij $\frac{150}{200} = 0,750$ (voorbeeldopgave 29).

- Opgaven waarbij gemengde getallen als $28\frac{1}{2}$ moeten worden omgezet naar een kommagetal (voorbeeldopgave 26).

- Berekenen hoeveel $\frac{2}{5}$ x 45 is (voorbeeldopgave 24).
- Optellen en aftrekken met breuken waarbij gelijknamig gemaakt moet worden zoals bij $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ (voorbeeldopgave 21) en helen ingewisseld moeten worden zoals bij $1\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ (voorbeeldopgave 22) of combinaties van optellen en aftrekken en aanvullen tot een hele zoals bij

- $1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + ?$ (voorbeeldopgave 23) en $1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + ?$ (voorbeeldopgave 25).

- Een geheel getal delen door een gemengd getal zoals bij voorbeeldopgave 18, waar uitgerekend moet worden hoeveel stukken van $1\frac{1}{2}$ meter je kunt halen uit 60 meter.
- Optellen en aftrekken van breuken waarbij ook helen ingewisseld moeten worden zoals bij $4\frac{4}{5} - 2\frac{2}{5}$ (voorbeeldopgave 19).

- Optellen van ongelijknamige breuken zoals bij $2\frac{1}{3} + \frac{5}{9}$ (voorbeeldopgave 16).
- Berekeningen uitvoeren als $24 \times \frac{1}{3}$ (voorbeeldopgave 15) en $\frac{2}{3}$ van 210 (voorbeeldopgave 17).

- Aangeven welk getal het dichtst bij een breuk als $\frac{24}{25}$ ligt (voorbeeldopgave 14).
- Omzetten van kommagetallen als 0,25 in een breuk en breuken als $\frac{2}{5}$ in een kommagetal (voorbeeldopgave 13).

- Berekenen hoeveel $\frac{1}{4}$ van 16000 is (voorbeeldopgave 11) en hoe vaak $\frac{1}{4}$ past in 3 (voorbeeldopgave 12).
- Bepalen hoeveel liter je nodig hebt voor 8 personen als je voor 4 personen $\frac{1}{4}$ liter nodig hebt (voorbeeldopgave 10).

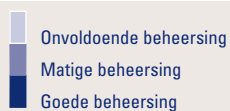
- Ongelijknamige breuken optellen zoals bij $\frac{3}{5} + \frac{1}{4}$ (voorbeeldopgave 9).
- Berekenen hoeveel $\frac{3}{4}$ van 120 is (voorbeeldopgave 8).

- Aangeven waar $\frac{1}{4}$ ligt op een getallenlijn van 0 tot 1 die in 8 stukken is verdeeld (voorbeeldopgave 7).
- Het vergelijken van stambreken als $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$ en $\frac{1}{3}$ om te bepalen welk deel het grootst is (voorbeeldopgave 6).

- Bepalen wat het geheel is, als een deel gegeven is zoals bij voorbeeldopgave 2.
- Een deel van een geheel berekenen bijvoorbeeld door een kwart van een plank van 240 cm te nemen, zoals bij voorbeeldopgave 4.

- Vereenvoudigen en compliceren van breuken zoals bij $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ (voorbeeldopgave 3).
- Het beschrijven van een deel van een geheel met een breuk zoals bij voorbeeldopgaven 1 en 5.

© Cito



10 25 50 75 90
Percentiel

m v g
Standaarden

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Breuken

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	258	48	97%	66%
1.25	232	49	90%	46%
1.90	228	49	88%	42%
Geslacht				
jongens	258	50	96%	66%
meisjes	242	49	93%	53%
Leermoment				
M7	194	51	68%	19%
E7	215	51	81%	32%
M8	260	50	96%	67%
E8	250	50	95%	60%
Afnamejaar				
1992	249	50	94%	59%
1997	254	49	96%	63%
2004	250	50	95%	60%
Doorstroom				
BB	186	36	68%	8%
KB	217	36	90%	28%
GL	244	36	98%	57%
HV	286	35	100%	91%

daaronder, en lag de standaard Voldoende boven percentielscore 50 en nu eveneens daaronder, terwijl het gemiddelde vaardigheidsniveau vrijwel gelijk is gebleven. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidsscore 180. Dit niveau wordt door 92 procent van de leerlingen bereikt. De vaardigheid van leerlingen in de omgang met breuken is dan overigens nog gering: het beperkt zich tot een goede beheersing van de eerste voorbeeld-opgave en een redelijke beheersing van de voorbeeldopgaven 2 tot en met 7. Voor de **standaard Voldoende** ligt het mediane oordeel bij vaardigheidsscore 230 en dat niveau bereikt 66 procent van de leerlingen. Dit niveau laat zich karakteriseren door een goede tot redelijk goede beheersing van de voorbeeldopgaven 10 tot en met 17. Een goede beheersing van de laatste vijf voorbeeldopgaven overstijgt volgens de meeste beoordelaars de kerndoelen voor het basisonderwijs.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken* (pag. 152) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Breuken

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 5	6 – 9	10 – 30
KB	1 – 9	10 – 17	18 – 30
GL	1 – 17	18 – 23	24 – 30
HV	1 – 25	26 – 30	

Verschillen tussen leerlingen

In dit geval is het verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen weer relatief klein en is er voor beide groepen sprake van een relatief grote afstand met 1.00-leerlingen. Afgezet tegen de standaard Voldoende bijvoorbeeld bereikt 72 procent van de 1.00-leerlingen deze standaard – althans het niveau van het mediane oordeel op deze standaard – tegen 54 of 47 procent van de beide andere groepen. In alle groepen bereikt meer dan 80 procent van de leerlingen het niveau van de standaard Minimum. De scores van jongens zijn gemiddeld opnieuw hoger dan die van meisjes. Er is sprake van een forse progressie in vaardigheid op het onderwerp tussen medio jaargroep 7 en medio jaargroep 8, met name ook in de eerste helft van jaargroep 8. Opnieuw zien we daarna weer een lichte terugval in gemiddeld vaardigheidsniveau. Het gemiddelde vaardigheidsniveau is in de laatste 10 jaar nauwelijks veranderd. Toch is deze bevinding opmerkelijk als we kijken naar de sterk toegenomen succespercentages bij de individuele afnames en de geconstateerde kwalitatieve verbetering van de gehanteerde oplossingsprocedures.

Standaarden

Voor de standaarden Minimum en Voldoende van het onderwerp Breuken geldt dat zij in de beoogde omvang worden gerealiseerd. Een vergelijking met de positie van de standaarden in 1995 wordt bemoeilijkt door het feit dat in 1995 de beoordelaars afzonderlijk hebben geoordeeld over de onderwerpen *Breuken: basiskennis en begrip*, *Breuken: optellen en aftrekken* en *Breuken: vermenigvuldigen en delen*. Niettemin kunnen we concluderen dat de beoordelaars in 2005 mildere criteria hebben gehanteerd. In 1995 lag de standaard Minimum op alle drie de onderwerpen boven percentielscore 10, nu

Afhankelijk van het doorstroomniveau hebben leerlingen duidelijk onderscheidbare vaardigheidsniveaus. Wanneer we deze keer de vergelijking eens maken met de verschillende leermomenten dan zien we dat het niveau van de gemiddelde BB-leerling eind jaargroep 8 correspondeert met het gemiddelde niveau van de leerlingen medio jaargroep 7. De spreiding in vaardigheid is wel duidelijk verschillend zodat medio jaargroep 7 al 43 procent van de leerlingen de standaard Voldoende heeft bereikt, tegen nog slechts 14 procent van de BB-leerlingen. Zo ook correspondeert het gemiddelde niveau van de KB-leerling met het gemiddelde niveau van de leerlingen eind jaargroep 7, maar bereikt 48 procent van M7-leerlingen de standaard Voldoende tegen 40 procent van de KB-leerlingen. Op de doorstroomniveaus GL en HV bereikt achtereenvolgens 64 en 93 procent het niveau van de standaard Voldoende. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeld-opgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

5.3 Procenten

Inhoud

De onderwerpen *Procenten: basiskennis en begrip* en *Procenten: toepassingen* uit de peiling van 1997 zijn bij de peiling van 2004 samengevoegd tot één onderwerp *Procenten*. Voor een aantal opgaven gold dat het vrij arbitrair was bij welk onderwerp ze werden ingedeeld. In de praktijk van het onderwijs worden beide onderdelen ook door elkaar aan de leerlingen aangeboden. Door de opgaven bij één onderwerp onder te brengen kunnen we de basiskennis en begrippen die nodig zijn om met procenten te kunnen werken direct relateren aan het opereren met procenten. Centraal staat bij de opgaven het begrijpen van wat procenten zijn. Een percentage moet worden begrepen als een verhouding of als een vergelijking van twee of meer zaken, waarbij één van de zaken op 100 procent gesteld wordt. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- inzien dat het geheel 100% is;
 - aangeven met behulp van procenten hoe groot een bepaald deel in vergelijking met een geheel is (zowel precies als globaal schattend);
 - de relatie tussen procenten enerzijds en verhoudingen, breuken en kommagetallen anderzijds;
- Die relatie komt in de opgaven voor bij:
- het vervangen van een percentage door een breuk;

- het omzetten van een percentage in een vermenigvuldigingsfactor (bijvoorbeeld $200\% \rightarrow 2 \times$; $75\% \rightarrow \frac{3}{4} \times$ of $0,75 \times$);
- het omzetten van een percentage in een verhouding: $75\% \rightarrow 3$ van de 4.

Bij de opgaven moeten zowel exacte omzettingen gemaakt worden als omzettingen die globaal schattend van aard zijn (bijvoorbeeld: 49 van de 101 is ongeveer 50%).

- het kunnen gebruiken van percentages in allerlei reële contexten. Daarbij staan niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Daarnaast is bij tal van opgaven het doorzien van verschillende contexten vereist. We komen onder andere situaties tegen:
 - waarbij iets bijkomt of afgaat, zoals BTW, korting, stijging, daling, toename, prijsverlagingen;
 - met renteberekeningen;
 - met winst en verlies.

Bij een aantal opgaven is het toepassen van de standaardprocedure, waarbij eerst 1% uitgerekend wordt, een goede strategie, maar bij veel opgaven van dit onderwerp moeten de leerlingen handig en inzichtelijk rekenen. Het zonder meer toepassen van de standaard-procedure is dan niet efficiënt. Leerlingen kunnen in die situaties beter strategieën volgen waarbij bijvoorbeeld:

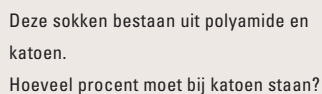
- het percentage wordt omgezet naar een breuk;
- gebruik wordt gemaakt van verhoudingen;
- de opgave in gedeelten wordt uitgerekend. Dit laatste is vaak een efficiënte strategie bij percentages boven de 100%.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, de voorbeeld-opgaven 4 tot en met 6 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Deze leerlingen weten dat het geheel 100% is en kunnen dat in eenvoudige situaties zoals bij de voorbeeldopgaven 1 en 2 ook toepassen. Deze leerlingen weten ook dat als je 50% korting krijgt, je maar de helft hoeft te betalen. Met het omgekeerde hebben deze leerlingen meer moeite. Het aangeven hoeveel procent korting je krijgt als je iets voor de helft van de prijs koopt wordt onvoldoende tot zeer matig beheerst. Percentiel-10 leerlingen kunnen slechts op een basaal niveau een relatie leggen met breuken en verhoudingen. Bij voorbeeldopgaven 4 tot en met 6, die door de percentiel-10 leerlingen matig beheerst worden, moeten de leerlingen

Voorbeeldopgaven 1–13

- %



- 3]** Patrick koopt een trui van € 90,- en krijgt 50% korting.
Hoeveel moet hij betalen?

- 4]** Margreet wil een cd-speler kopen.
De cd-speler kost € 300,-.
Margreet krijgt 30 euro korting.
Hoeveel procent korting krijgt ze?

- 5] $\frac{3}{10}$ deel van de fietsen bleek bij een fietsenkeuring niet in orde.
Hoeveel procent is dat?

- 6]** SNELHEIDSCONTROLE

De politie heeft deze week op verschillende wegen de snelheid van auto's gecontroleerd. 1 op de 4 auto's reed te hard. "Dat kan niet, dat mag niet." zo was de reactie van de hoofdcommissaris van politie.

- Hoeveel procent van de auto's reed te hard?

- 7]
- 
- € 200,-

- Mariska koopt dit racket.
Ze krijgt 5% kassakorting.
Hoeveel moet ze dan betalen?

- 8]** Op basisschool 'het Klimrek' zitten 450 kinderen. 20% van de kinderen komt met de fiets naar school. Hoeveel kinderen zijn dat?

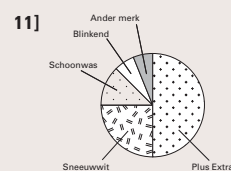
- 9]** In Aldam woont 34% van de mensen in flats.

- Dat is ongeveer $\frac{1}{3}$ deel van de bevolking.

- 10]

50%	↔	$\frac{1}{2}$
5%	↔	$\frac{1}{20}$
0,5%	↔	?

- Welke breuk hoort bij 0,5%?



- Aan 300 mensen is gevraagd welk wasmiddel zij gebruiken. In de grafiek kun je zien wat hun antwoord was. Hoeveel procent van deze 300 mensen gebruikt Sneeuwwit?

- Hoeveel mensen zijn dat?

- 12] UITSLAG SPORTVRAGENLIJST**
VAN: 980597 (20 kinderen)
- Ben je lid van een sportclub?
- ja THX HJL HJL
- nee THX

- Hoeveel procent van de kinderen van groep 7 is lid van een sportclub?

- 13]** Een zeiltocht over het IJsselmeer kost € 42,50. Meike boekt de tocht via Internet. Ze krijgt daarom 10% korting. Hoeveel moet Meike betalen voor de zeiltocht?

De percentiel-25 leerling beheerst de eerst vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 13 matig. Matig beheerst worden opgaven waarbij de leerlingen moeten uitrekenen hoeveel 5% van € 200,- is of hoeveel 20% van 450 is (voorbeeldopgaven 7

en 8). Bij voorbeeldopgave 9 en 10 moet expliciet de relatie tussen een percentage en een breuk worden gelegd: $34\% \approx \frac{1}{3}$ deel (voorbeeldopgave 9) en $0,5\% = \frac{1}{200}$ (voorbeeldopgave 10). Bij voorbeeldopgave 11 kan uit het cirkeldiagram worden afgelezen dat het $\frac{1}{4}$ deel dus 25% van de mensen betreft. Tevens moet de leerling uitrekenen hoeveel 25% oftewel $\frac{1}{4}$ deel van 300 is. Bij voorbeeldopgave 12 moeten de leerlingen de kinderen die lid zijn van een sportclub relateren aan het totaal aantal kinderen in jaargroep 7.

Percentiel-25 leerlingen hebben 50 procent kans om deze opgave goed te maken. Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 13 waarbij moet worden uitgerekend hoeveel je moet betalen als je 10% korting krijgt op een bedrag van € 42,50.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste 13 voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 14 tot en met 20 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij de voorbeeldopgaven 14 tot en met 18 is er voor de gemiddelde leerling ongeveer 70 procent kans op een goed antwoord. Deze opgave kan de gemiddelde leerling dus redelijk goed aan. Het betreft onder andere vaststellen hoeveel procent ongeveer 49 van de 207 is (voorbeeldopgave 14), hoeveel 500% van € 80,- is (voorbeeldopgave 15), hoeveel 12,5% van 16 000 is (voorbeeldopgave 16), hoeveel je moet betalen voor een fiets van 600 euro als je 15% korting krijgt (voorbeeldopgave 17) en hoeveel procent 20 van de 25 is (voorbeeldopgave 18). Voorbeeldopgave 19 en 20 worden nog matig beheerst door de gemiddelde leerling. Bij voorbeeldopgave 19 wordt gevraagd uit te rekenen hoeveel appartementen nog te koop staan als 60% van de 80 appartementen al verkocht zijn. Ongeveer 50 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, kwam tot het goede antwoord 32. Ruim 12 procent van de leerlingen heeft alleen uitgerekend hoeveel 60% van 80 is en zo'n 10 procent van de leerlingen gaf het antwoord

20 en heeft waarschijnlijk 60% geïnterpreteerd als 60 appartementen.

Voorbeeldopgave 20 vereist een goed inzicht in de situatie. Uit de beschrijving moet de leerling afleiden dat als je 25% korting krijgt, je maar 75% hoeft te betalen. Aangezien je het bedrag weet dat je moet betalen, namelijk € 15,- kun je vanuit $75\% = € 15,-$ berekenen hoeveel 100% is. Ongeveer de helft van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, kwam tot het goede antwoord 20. Ongeveer 10 procent van de leerlingen heeft 18,75 als antwoord gegeven. Deze leerlingen hebben uitgerekend hoeveel 25% van € 15,- is en vervolgens de uitkomst daarvan (€ 3,75) opgeteld bij € 15,-. Ongeveer 8 procent van de leerlingen gaat ervan uit dat € 15,- gelijk is aan 25% en een wasbeurt voor de auto dan normaal $4 \times € 15,- = € 60,-$ kost.

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste 18 voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 19 tot en met 23 bijna goed en de voorbeeldopgaven 24 tot en met 26 matig. Voorbeeldopgave 21 vereist bij het oplossen eenzelfde redenering als voorbeeldopgave 20. Ruim 1400 voertuigen komt overeen met 2% van de voertuigen. Via $1\% = 700$ en $700 \times 100 = 70\,000$ kan de leerling het antwoord afleiden. Bij voorbeeldopgave 22 en 23 moet berekend worden hoeveel procent respectievelijk 52 van de 200 en 1 op de 200 is. Bij voorbeeldopgave 24 tot en met 26 zijn de berekeningen die uitgevoerd moeten worden moeilijker.

Procenten

Voorbeeldopgaven 14–20

14] Op basisschool de Klaproos bespelen 49 van de 207 leerlingen een muziekinstrument.

Ongeveer hoeveel procent van de leerlingen bespeelt een muziekinstrument?

- A 25%
- B 33%
- C 50%
- D 100%

15] 500% van € 80, is € _____

16] Hoeveel is 12,5% van 16 000?



Hoeveel moet je nu voor deze fiets betalen?

€ _____

18] Janjo heeft 20 van de 25 vragen goed beantwoord. Hoeveel procent is dat?

_____ %



Aannemer de Bruin bouwt hier 80 appartementen. 60% van de appartementen is al verkocht. Hoeveel appartementen staan nog te koop?

_____ appartementen



Hoeveel kost deze behandeling normaal in de autowasstraat De Boer?

€ _____

Procenten

Voorbeeldopgaven 21–30

21]

2% van de gemeten voertuigen reed te hard
Tijdens een landelijke snelheidscontrole bleek dat
1424 voertuigen te hard reden. De hoogst

Van ongeveer hoeveel voertuigen werd
de snelheid gemeten?

- A 700 C 70 000
B 3 000 D 140 000

22] Martijn heeft 200 vragenlijsten
verstuurd.
52 vragenlijsten kwamen ingevuld terug.
Hoeveel procent is dat?

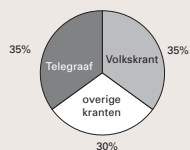
_____ %

23] 1 op de 200 bezoekers krijgt een prijs.
Hoeveel procent is dat?

_____ %

24]

krantenverkoop 'Super'



In totaal zijn deze week in supermarkt
'Super' 2800 kranten verkocht.
Hoeveel exemplaren van de Volkskrant
zijn verkocht?

_____ exemplaren

25]

Albo bank
 $4\frac{1}{2}$ % rente

Hoeveel rente levert een bedrag van
€ 1000,- op in een jaar?

€ _____

26] In Nederland worden iedere dag
2 miljoen poststukken verzonden.
95% van deze poststukken wordt binnen
één dag bezorgd.
Hoeveel poststukken worden niet
binnen één dag bezorgd?

_____ poststukken

27] Een radio kostte in januari € 120,-.

In februari steeg de prijs met 10% en
werd de prijs € _____

In juni daalde prijs weer met 10% en
werd de prijs € _____

28] Een pretpark verwachtte op een
zaterdag 15 000 bezoekers. Er kwamen
er die dag 13 200.
Hoeveel procent bleef het aantal
bezoekers beneden de verwachting?

_____ %

29] Aan de wandelvierdaagse doen
720 deelnemers mee. 7 van elke
8 deelnemers hebben na afloop blaren.
Hoeveel procent van de deelnemers
heeft geen blaren gehad?

_____ %

30] De ontwikkelduur van een filmpje is
12 minuten. Voor een speciaal effect
moet de tijd met 10% worden verlengd.
Hoe lang duurt het ontwikkelen dan?

_____ min. en _____ sec.

Er moet respectievelijk uitgerekend worden
hoeveel 35% van 2800 is, hoeveel $4\frac{1}{4}$ % van
1000 is en hoeveel 5% van 2 miljoen is.

De percentiel-90 leerling beheerst de
voorbeeldopgaven 1 tot en met 26 goed, de
voorbeeldopgaven 27 tot en met 29 matig en
voorbeeldopgave 30 onvoldoende.
Bij voorbeeldopgave 27 komt aan de orde dat
een artikel van € 120,-, waarvan de prijs eerst
10% verhoogd wordt en daarna 10% verlaagd
wordt, niet opnieuw € 120,- kost omdat bij de
verhoging 10% van € 120,- en bij de verlaging
10% van € 132,- uitgerekend moet worden.
Bij voorbeeldopgave 28 moet de leerling zich
goed realiseren wat op 100% gesteld moet
worden. Bovendien is bij deze opgave de uit te
voeren berekening complexer. Bij voorbeeld-
opgave 29 moet de leerling uit de vermelde
gegevens concluderen dat 1 van elke

8 deelnemers geen blaren heeft gehad en
vervolgens de gegevens omzetten naar 12,5%.
Ruim 15 procent van de leerlingen heeft 90 als
antwoord gegeven, maar dat is het aantal
deelnemers dat geen blaren heeft gehad en
niet het percentage. Bij voorbeeldopgave 30
moet een tijdsduur van 12 minuten met 10%
worden verlengd. Deze opgave is zelfs voor
percentiel-90 leerlingen nog erg moeilijk.
De leerlingen moeten hierbij niet alleen kennis
van procenten inzetten maar ook een herleiding
uitvoeren met minuten en seconden.

Het schema *De ontwikkeling van de
vaardigheid bij het onderwerp Procenten*
(pag. 162) geeft een samenvattend overzicht
van aspecten van dit onderwerp die leerlingen
eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van
vaardigheid goed, matig of onvoldoende
beheersen.

Opgave Q

Hiemden heeft ruim 50 000 inwoners.
Een $\frac{1}{2}$ % van die inwoners is ouder dan 80 jaar.

Dat zijn ongeveer _____ mensen.

Opgave R

KOPTELEFOONS van € 60,-
nu met 30% korting

Hoeveel moet je nu voor een koptelefoon betalen?

€ _____

Oplossingsprocedures bij opgave Q

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Uitrekenen hoeveel 1% is en daar de helft van nemen	43%	91%	58%	91%
Van 50000 de helft nemen; dus 25000 is de uitkomst	35%	0%	30%	0%
Anders	14%	17%	11%	40%
Leerling komt niet tot een antwoord	8%	0%	1%	0%
Totaal	100%	41%	100%	58%

Oplossingsprocedures bij opgave R

Oplossingsprocedure	1987		2004	
	aandeel	goed	aandeel	goed
Via het uitrekenen van $1\% = 0,60$ $30\% = 30 \times 0,60 = 18$ en $60 - 18 = 42$	34%	87%	12%	88%
Via het uitrekenen van $10\% = 6$, 30% is 18 en $60 - 18 = 42$	7%	89%	65%	92%
Alleen de korting uitrekenen	14%	0%	11%	0%
Anders	34%	17%	9%	8%
Leerling komt niet tot een antwoord	11%	0%	3%	0%
Totaal	100%	42%	100%	71%

Bij de oplossingsprocedure 'Anders' komen onder andere voor:

- eerst 50% uitrekenen, dan 5% en daarna 0,5%;
- $\frac{1}{2} = 50$, dus je moet je 50000 door 50 delen;
- $\frac{1}{2}\%$ van 100000 uitrekenen en daar de helft van nemen.

Terwijl in 1987 nog acht procent van de leerlingen niet tot een antwoord wist te komen, is dat in 2004 nog maar één procent.

Opgave R is in 1987 bij 134 leerlingen individueel afgenomen. 42 procent van de leerlingen maakte de opgave toen goed. In 2004 is deze opgave bij 139 leerlingen opnieuw afgenomen en maakte 71 procent van de leerlingen de opgave goed.

Deze opgave is bij de individuele afnames van 2004 door ongeveer 30 procent meer leerlingen goed gemaakt.

Wat met name opvalt is dat in 2004 maar liefst 65 procent van de leerlingen kiest voor het oplossen via het eerst uitrekenen van 10%, terwijl in 1987 het uitrekenen van eerst 1% nog de meest voorkomende oplossingsstrategie was. Alleen de korting uitrekenen komt in 2004 iets minder vaak voor dan in 1987.

Bij de oplossingsprocedure 'Anders' komen onder andere voor:

- uitrekenen hoeveel $60 - 30$ is (maar liefst 8 procent van de leerlingen rekende dit in 1987 uit, tegenover 0 procent in 2004);
- via de foutieve redenering van $30\% = \frac{1}{2} = € 20,-$ komen tot het antwoord € 40,- (via $60 - 20$);
- uitrekenen hoeveel $0,30 \times 60$ is en vervolgens via $60 - 18$ tot het antwoord 42 komen.

In 2004 komt drie procent van de leerlingen helemaal niet tot een antwoord. In 1987 was dat nog elf procent.

Op basis van deze resultaten kunnen we concluderen dat leerlingen meer inzicht in procenten hebben gekregen. Niet alleen maken veel meer leerlingen procentopgaven, zoals de hiervoor besproken individueel afgenomen opgaven, goed in 2004, maar ook veel meer leerlingen gebruiken in 2004 in vergelijking met 1987 oplossingsprocedures waarmee ze op een efficiëntere manier tot de oplossing komen.

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld. Van beide opgaven beschikken we ook over de oplossingsprocedures uit 1987, zodat de oplossingsprocedures van de leerlingen uit 1987 en 2004 vergeleken kunnen worden.

Opgave Q is in 1987 bij 133 leerlingen individueel afgenomen en toen maakte 41 procent van de leerlingen de opgave goed. In 2004 is deze opgave bij 139 leerlingen opnieuw afgenomen en nu maakte 58 procent de opgave goed. Opnieuw een duidelijke toename in het percentage leerlingen dat deze opgave kan oplossen. Met name de eerste oplossingsprocedure wordt meer toegepast in 2004. Minder leerlingen interpreteerden nu een half procent als de helft.

Zo kozen bij de laatste opgave in 2004, in vergelijking met 1987, veel minder kinderen voor het eerst uitrekenen van 1% en veel meer kinderen voor het uitrekenen via 10%. Bovendien komen enkele foutieve redeneringen als 60 – 30 uitrekenen (in 1987 nog door 8 procent van de leerlingen toegepast) in 2004 niet of veel minder vaak voor.

Standaarden

Er bestaat relatief grote overeenstemming tussen de beoordelaars omtrent de posities van de **standaarden Minimum** en Voldoende. De standaard Minimum impliceert een

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Procenten

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	259	48	92%	65%
1.25	232	48	81%	44%
1.90	224	49	76%	37%
Geslacht				
jongens	257	50	91%	63%
meisjes	243	49	86%	52%
Leermoment				
M7	185	51	46%	14%
E7	211	51	66%	29%
M8	260	50	92%	66%
E8	250	50	88%	58%
Afnamejaar				
1992	233	50	81%	45%
1997	240	49	84%	50%
2004	250	50	88%	58%
Doorstroom				
BB	187	36	46%	7%
KB	219	36	79%	27%
GL	242	36	93%	52%
HV	287	35	100%	91%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Procenten

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 3	4 – 6	7 – 30
KB	1 – 5	6 – 12	13 – 30
GL	1 – 12	13 – 18	19 – 30
HV	1 – 18	19 – 26	27 – 30

vaardigheidsniveau dat een goede beheersing van de eerste vier voorbeeldopgaven inhoudt en waarbij de voorbeeldopgaven 5 en 6 ook met een redelijke kans op succes opgelost kunnen worden. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 190, dat wordt bereikt door 88 procent van de leerlingen. Voor de **standaard Voldoende** is het mediane oordeel 240 dat aan het einde van jaargroep 8 door 58 procent van de leerlingen wordt bereikt. De vaardigheid laat zich op dit niveau illustreren met een goede beheersing van de eerste elf of twaalf voorbeeldopgaven en een redelijke tot matige beheersing van de voorbeeldopgaven 13 tot en met 18. Met relatief grote eensgezindheid hebben de beoordelaars de laatste vier voorbeeldopgaven aangewezen als opgaven die het niveau van de kerndoelen basisonderwijs overstijgen. De posities van de standaarden Minimum en Voldoende laten zich moeilijk vergelijken met die uit 1995 omdat het onderwerp Procenten in 1995 nog uit twee onderscheiden onderwerpen bestond, namelijk Procenten: basiskennis en begrip en Procenten: toepassingen. Toch geldt dat met name het oordeel voor de standaard Voldoende nu milder is uitgevallen dan in 1995. Toen lag het interkwartielbereik voor beide afzonderlijke onderwerpen boven percentiel 50, nu in meerderheid beneden percentiel 50. Het gemiddelde vaardigheidsniveau is weliswaar iets gestegen, maar te weinig om het verschil in oordeel te compenseren.

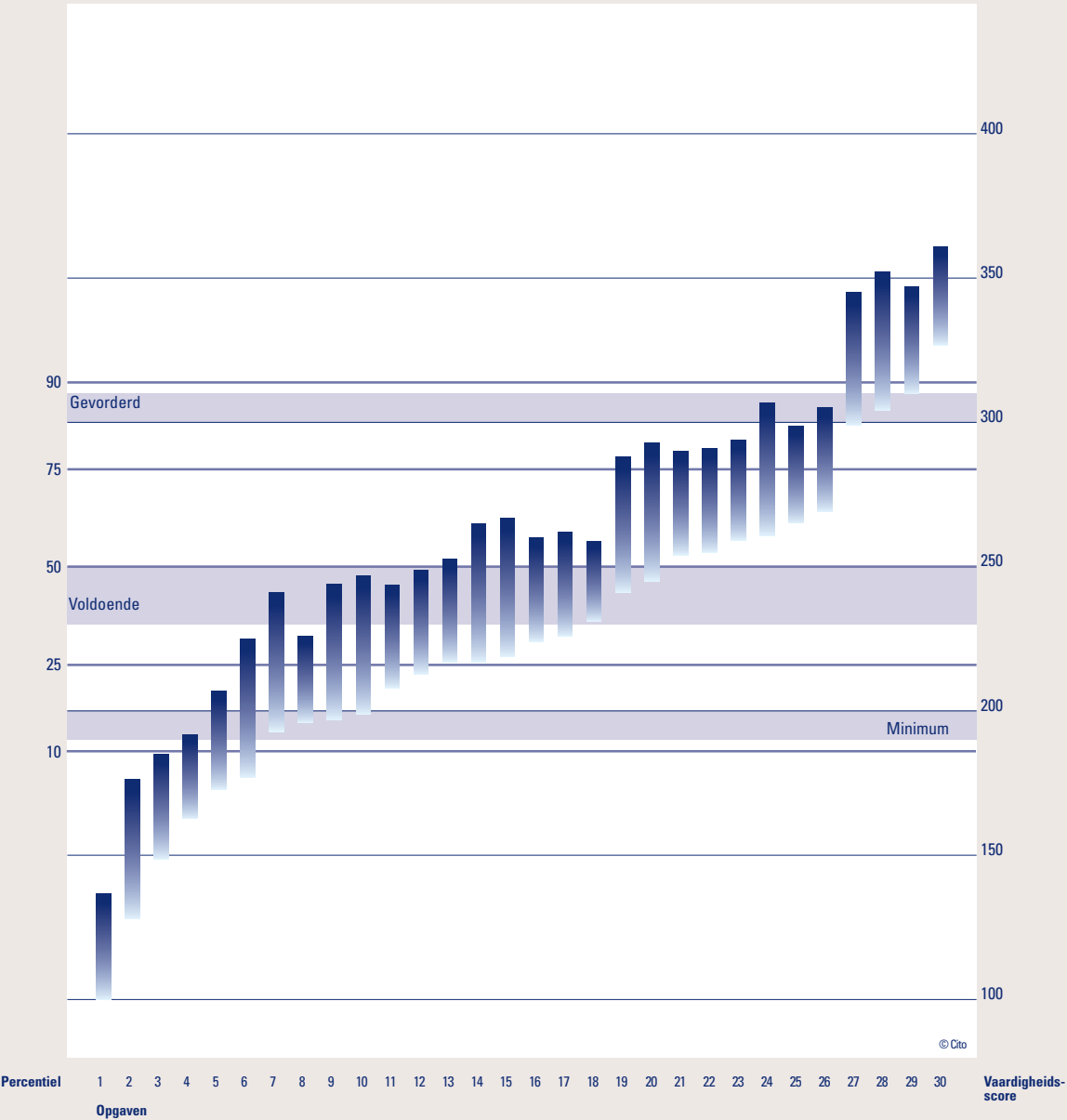
In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Procenten* (pag. 162) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

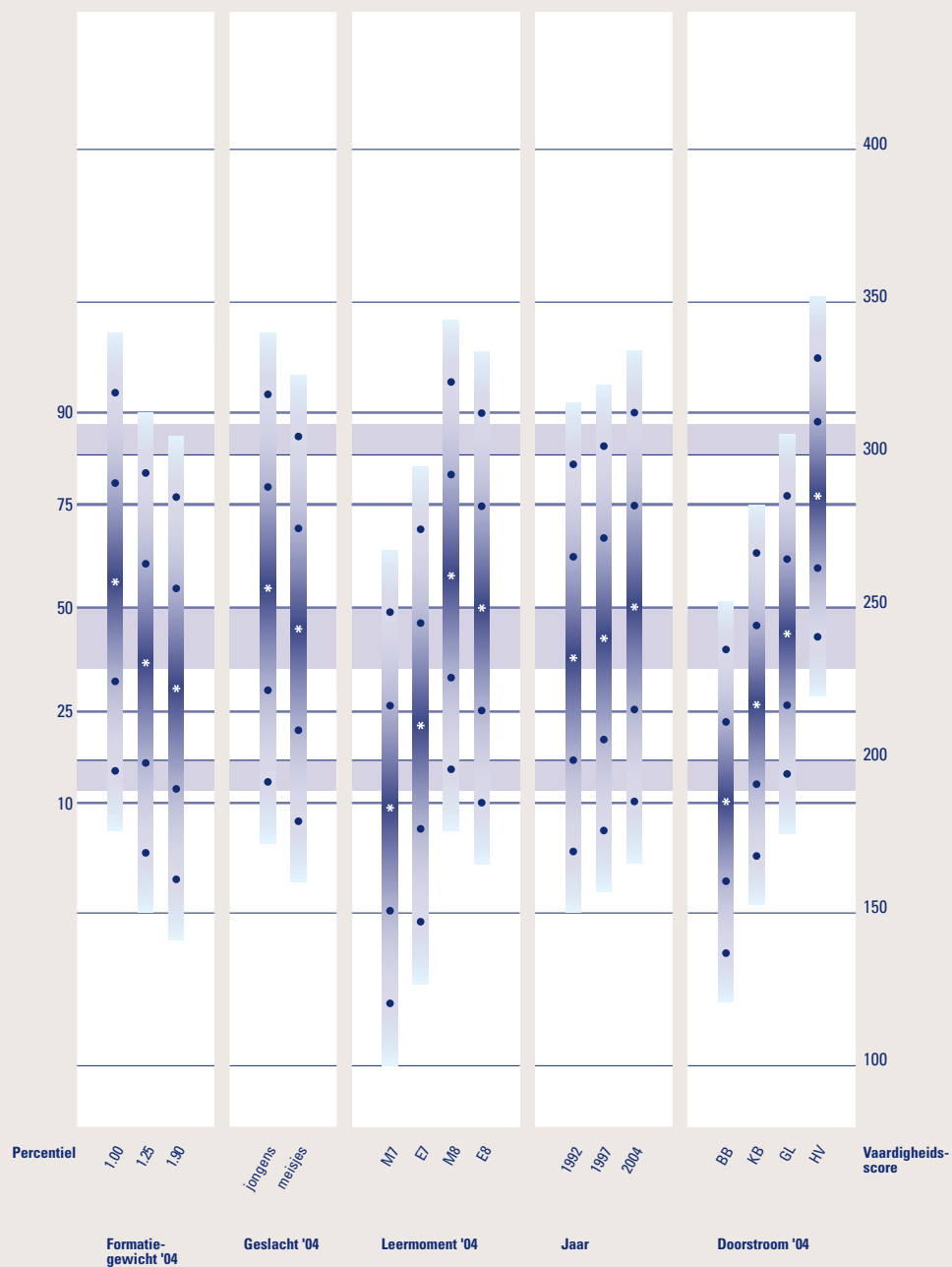
De afstand tussen 1.25- en 1.90-leerlingen is relatief klein. In deze formatiegroepen wordt de standaard Voldoende bereikt door 44 procent en 37 procent van de leerlingen. Binnen de groep 1.00-leerlingen bereikt 65 procent de standaard Voldoende. De prestaties van jongens zijn gemiddeld beter dan die van meisjes. Ook nu weer is er sprake van duidelijke progressie in vaardigheid tussen medio jaargroep 7 en medio jaargroep 8. Het percentage leerlingen dat het niveau van de standaard Voldoende bereikt stijgt in deze periode van 14 naar 66. Daarna neemt de vaardigheid weer enigszins af en wordt aan de verdere ontwikkeling een halt toegevoerd.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

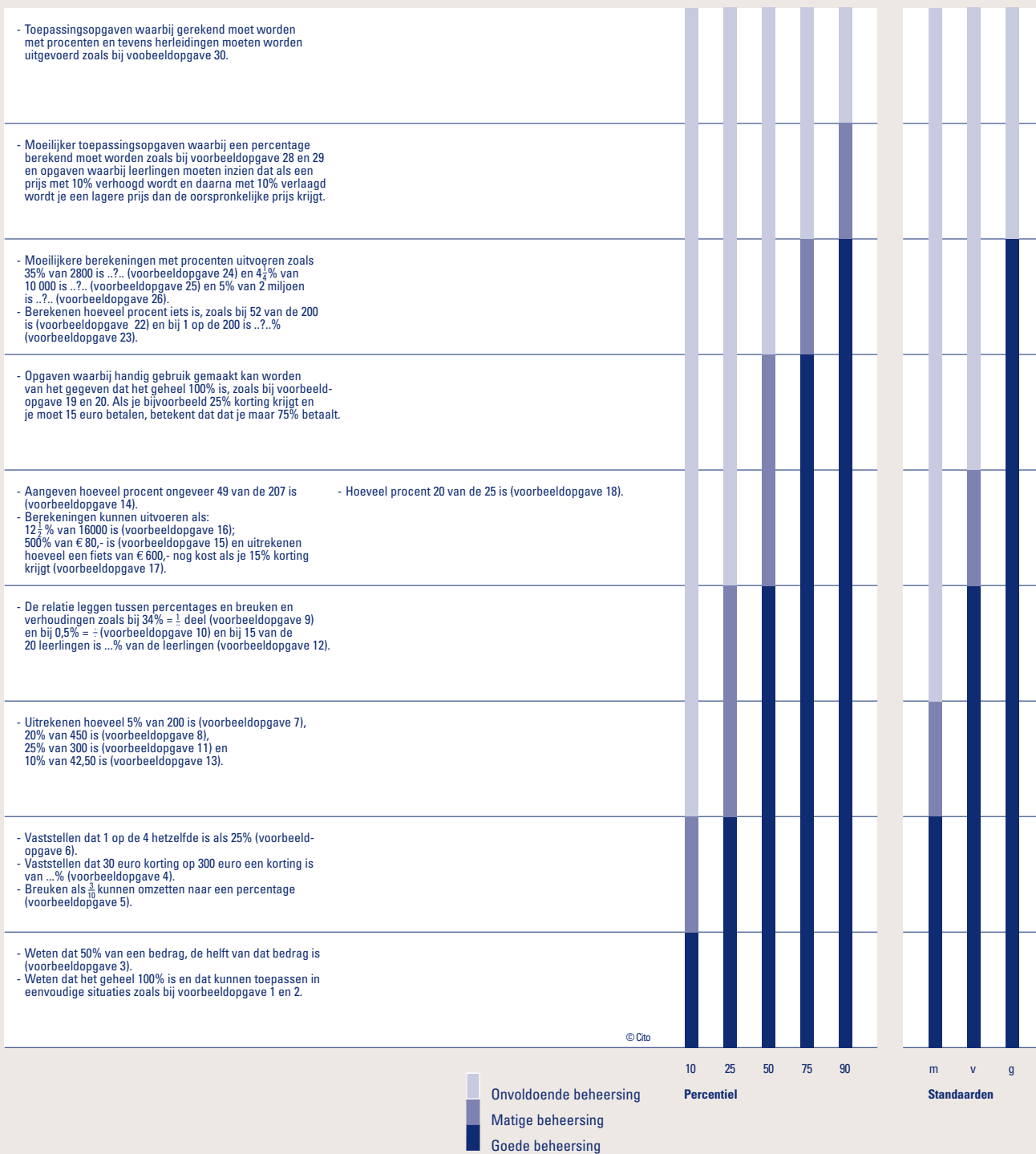
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Procenten



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Procenten



Er is sprake van een positieve tendens over de periode 1992–1997. Afgezet tegen de standaard Voldoende is het percentage leerlingen dat daaraan voldoet gestegen van 45 naar 58 procent. In paragraaf 7.6 zullen we zien dat deze positieve tendens voor het onderwerp *Procenten* al in 1987 is ingezet. Deze ontwikkeling correspondeert met de geconstateerde toename van kwalitatief betere oplossingsprocedures bij de individuele afnames.

Opnieuw wordt met de onderscheiden doorstroomniveaus het grote verschil in vaardigheid tussen leerlingen eind jaargroep 8 geïllustreerd. De gemiddelde vaardigheidscore van BB-leerlingen is 187 en van deze groep bereikt 46 procent de standaard Minimum en 7 procent de standaard Voldoende. KB-leerlingen hebben een gemiddelde score van 219 en dan behaalt 79 procent de standaard Minimum en 27 procent de standaard Voldoende. De gemiddelde score van GL-leerlingen ligt met 242 iets beneden het populatie-gemiddelde. In deze groep bereikt 93 procent de standaard Minimum en 52 procent de standaard Voldoende. Ten slotte hebben HV-leerlingen een gemiddelde score van 287, corresponderend met percentiel 75 in de populatie. In deze groep bereikt meer dan 90 procent van de leerlingen de standaard Voldoende voor het onderwerp Procenten. In de tabel '*Het leerlandschap ...*' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeld-opgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

5.4 Tabellen en grafieken

Inhoud

Het onderwerp *Lezen van tabellen en grafieken* was eerder opgenomen in het onderdeel informatieverwerking van de peilingen voor Nederlandse taal. Aangezien dit onderwerp opgaven bevat waarbij rekenoperaties uitgevoerd moeten worden, is het nu in aangepaste vorm bij rekenen-wiskunde opgenomen.

Tabellen en grafieken komen ook bij andere rekenonderwerpen regelmatig voor. Daar worden met behulp van tabellen en grafieken gegevens op een overzichtelijke manier gepresenteerd. De opgaven die bij dit onderwerp zijn opgenomen, zouden ook onder een ander onderwerp opgenomen kunnen worden, maar we rapporteren hier expliciet over de vaardigheid van het lezen van tabellen en grafieken en het opereren op basis van gegevens uit tabellen en grafieken.

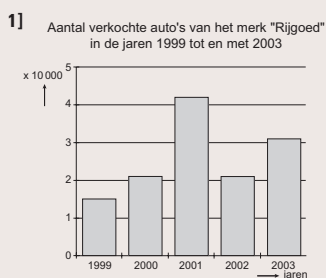
Tabellen en grafieken worden tegenwoordig frequent gebruikt om kwantitatieve gegevens op een compacte en overzichtelijke manier weer te geven. Op de televisie, in dagbladen en schoolboeken worden allerlei soorten grafieken en tabellen ingezet om met name kwantitatieve informatie over te brengen. De grafieken die daarbij ingezet worden, zijn zeer divers, zoals beeldgrafieken, staafgrafieken, lijngrafieken en cirkelgrafieken. De tabelvormen zijn vooral enkelvoudige tabellen en kruistabellen. Bij een aantal opgaven moet de leerling informatie uit een tabel of grafiek aflezen en met behulp van die informatie een berekening uitvoeren. Ook komen opgaven voor waarbij de leerling een trend in de gegevens moet onderkennen of een conclusie moet trekken door gegevens met elkaar in verband te brengen. In een enkele opgave wordt van de leerling gevraagd te interpoleren of te extrapoleren.

Wat leerlingen kunnen

Door het beperkte aantal opgaven dat dit onderwerp nog kent, is het niet goed mogelijk een inhoudelijk duidelijk onderscheid te maken tussen leerlingen op de percentielscores 10, 15, 50, 75 en 90. We beperken ons daarom in de beschrijving tot de percentielen 10, 50 en 75.

De percentiel-10 leerling beheerst geen enkele van de voorbeeldopgaven goed. Deze leerlingen beheersen de eerste vier voorbeeldopgaven redelijk goed tot matig. Bij voorbeeldopgave 1 moeten de leerlingen uit de gepresenteerde staafgrafiek afleiden in welk jaar het aantal verkochte auto's ten opzichte van het jaar daarvoor verdubbeld is. Bij het oplossen van dit probleem kan de leerling zich zowel op de lengte van de staven als op de aantallen die op de y-as staan baseren. Bij voorbeeldopgave 2 moeten de leerlingen gegevens uit een cirkelgrafiek aflezen en wordt tevens een beroep gedaan op kennis van breuken. De meeste staven bij voorbeeldopgave 3 bestaan uit twee delen. Om te bepalen welke sportvereniging voor eenderde deel uit jeugdleden bestaat, kunnen de leerlingen zich zowel laten leiden door de lengte van de delen van de staaf als door de aantallen op de y-as. Bij voorbeeldopgave 4 moeten de juiste gegevens uit een beeldgrafiek worden afgeleid en moeten de leerlingen om het juiste antwoord te geven niet vergeten het gegeven van de legenda te gebruiken. Zo'n vier procent van de leerlingen heeft het gegeven in de legenda niet gebruikt bij het bepalen van het antwoord en heeft 7 als antwoord gegeven in plaats van 7000.

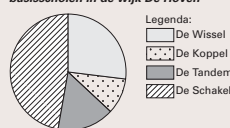
Tabellen en grafieken
Voorbeeldopgaven 1–8



In welk jaar is het aantal verkochte auto's verdubbeld ten opzichte van het jaar daarvoor?

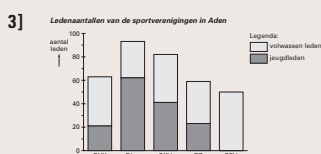
In _____

2] Verdeling van de kinderen over de vier basisscholen in de wijk De Hoven

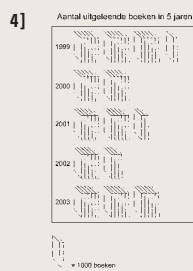


Welke twee scholen hebben samen ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van het aantal leerlingen in deze wijk?

_____ en _____



Welke sportvereniging bestaat voor $\frac{1}{3}$ deel uit jeugdleden?



Hoeveel boeken werden er in 2003 meer uitgeleend dan in 2002?

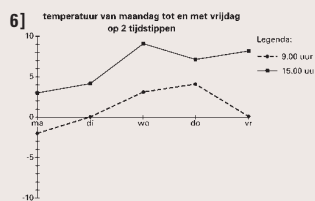
_____ boeken

_____ %

5]

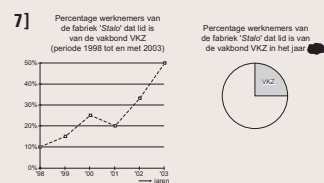
	Shampoo	Clean	Soft	Fresh	Beauty
Inhoud	400 ml	300 ml	600 ml	500 ml	
Prijs	€ 3,20	€ 3,-	€ 5,40	€ 3,50	

Welke shampoo is in vergelijking met de hoeveelheid die je krijgt het goedkoopst?



Groep 8 meet een week lang de temperatuur 's morgens om 9.00 uur en 's middags om 15.00 uur. Op welke dag is het verschil in temperatuur het grootst?

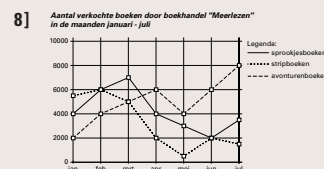
Op _____



Het cirkeldiagram hoort bij één van de jaren uit de lijngrafiek.

Bij welk jaar hoort het cirkeldiagram?

- A 1998
- B 1999
- C 2000
- D 2001
- E 2002
- F 2003



In welke maand zijn in totaal de meeste boeken verkocht?

In _____

De gemiddelde leerling beheerst de vier hiervoor genoemde voorbeeldopgaven en voorbeeldopgave 5 goed. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 matig en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 12 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 5 staan de gegevens in een tabel en moet de leerling vier producten relatief met elkaar vergelijken op basis van gegeven prijzen en inhoud. Bij voorbeeldopgave 6 moeten de leerlingen gegevens aflezen uit een lijngrafiek. Leerlingen die het principe begrijpen richten zich op de lengte van de afstand tussen de punten. Terwijl zo'n vijf procent van de leerlingen geen antwoord geeft, denkt bijna 20 procent van de leerlingen

dat het goede antwoord woensdag moet zijn. Op woensdag is de temperatuur om 15.00 uur weliswaar het hoogst, maar het verschil in temperatuur tussen 9.00 uur en 15.00 uur is toch aanzienlijk kleiner dan op vrijdag. Bij voorbeeldopgave 7 moeten de leerlingen de gegevens van een cirkelgrafiek interpreteren en terugvinden in een lijngrafiek. De lijngrafiek in voorbeeldopgave 8 bevat drie lijnen. De leerlingen moeten van elke maand de aantallen boeken die van elke soort verkocht zijn, optellen. Ruim 25 procent van de leerlingen denkt dat juli het goede antwoord is. Deze leerlingen gaan waarschijnlijk af op het hoogste punt in de grafiek en tellen de drie punten van juli niet bij elkaar op.

Tabellen en grafieken

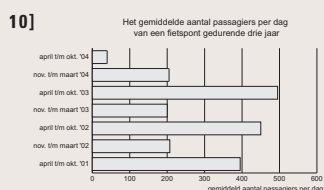
Voorbeeldopgaven 9–12

9] Aantal bezoekers (afgerond op honderdtallen) van het museum in Kinkelhoven van 1999 tot en met 2003

	1999	2000	2001	2002	2003
Kinderen	16 600	15 900	29 300	30 200	29 400
Volwassenen	21 300	20 800	20 800	21 200	20 700
Totaal	37 900	36 700	50 100	51 400	50 100

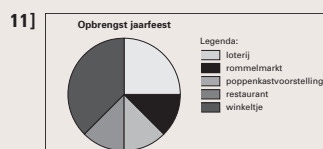
In januari  heeft de gemeenteraad besloten dat met ingang van de eerstvolgende maand kinderen gratis naar het museum van Kinkelhoven mogen. Sinds die tijd zijn veel meer kinderen naar het museum gegaan. In welk jaar is de toegang tot het museum gratis geworden voor kinderen?

In _____



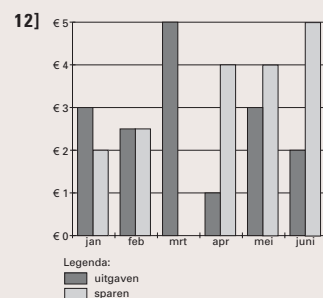
Als het aantal passagiers op dezelfde wijze blijft toenemen, hoeveel passagiers zullen dan in de periode april tot en met oktober 2004 per dag met de fietspont gaan?

- A ongeveer 200 D ongeveer 600
B ongeveer 500 E ongeveer 700
C ongeveer 550



Groep 8 organiseert elk jaar een feest voor een goed doel. In de schoolkrant zetten ze de opbrengst. Het winkeltje bracht € 300,- op. Hoe groot is de totale opbrengst?

€ _____



Marianne heeft in een grafiek bijgehouden wat ze van haar zakgeld spaart en uitgeeft. In welke maand werd haar zakgeld verhoogd?

In _____

De percentiel-90 leerling beheerst de acht hiervoor besproken voorbeeldopgaven en voorbeeldopgave 9 goed, voorbeeldopgaven 10 en 11 matig en voorbeeldopgave 12 onvoldoende. Voorbeeldopgave 9 bevat een tabel. De leerlingen moeten de in de tabel vermelde gegevens interpreteren en er de gevraagde trend in terugvinden. Ook voorbeeldopgave 10 vraagt van de leerlingen de gegevens te interpreteren en er een trend in te onderkennen. Bij voorbeeldopgave 11 moet de leerling allereerst uit het cirkeldiagram afleiden dat de opbrengst van 300 euro drieachtste deel van de totale opbrengst is. Daarna kan hij op basis van die gegevens de totale opbrengst berekenen. Voorbeeldopgave 12 is ook voor de percentiel-90 leerling nog zeer moeilijk. Bij deze opgave moeten leerlingen door hebben dat je van een bepaalde maand het bedrag van de kolom uitgaven en de kolom sparen moet optellen om het totaal aan zakgeld van één maand te berekenen.

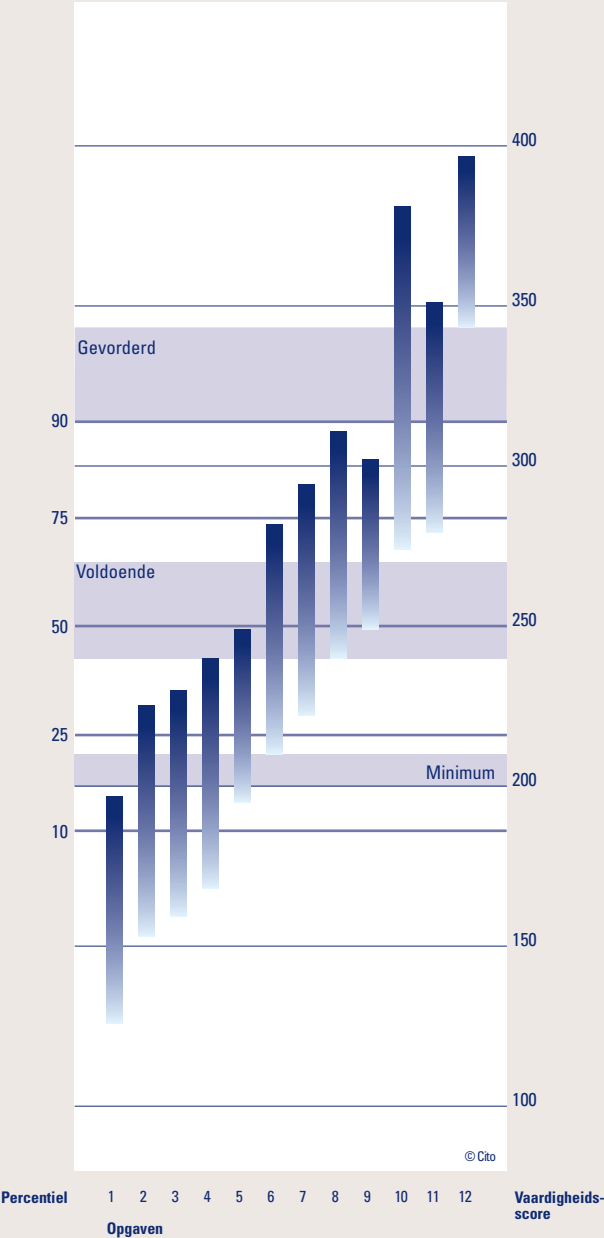
Bij dit onderwerp is geen grafiek opgenomen met de ontwikkeling van de vaardigheid. Dat komt omdat bij de opgaven van dit onderwerp zeer veel factoren in het geding zijn. Naast het lezen en interpreteren van de gegevens in tabellen, staafgrafieken, cirkeldiagrammen en lijngrafieken speelt ook kennis en inzicht in tal van andere rekengebieden zoals verhoudingen, breuken, procenten en meten een belangrijke rol.

Standaarden

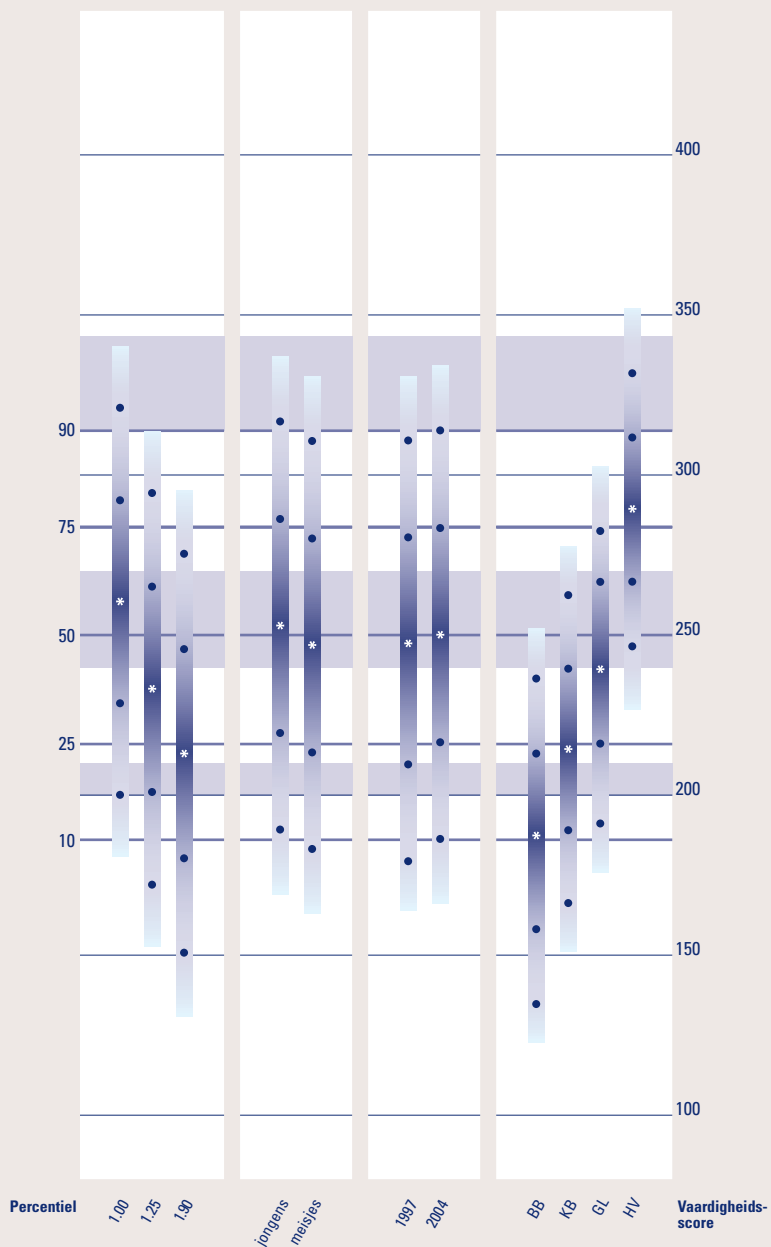
Over de positie van de **standaard Minimum** zijn de beoordelaars het duidelijk met elkaar eens. Voor de meeste beoordelaars correspondeert het niveau van deze standaard met een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave en redelijke tot matige beheersing van de voorbeeldopgaven 2 tot 5. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 200 en dat bereikt 84 procent van de leerlingen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het
onderwerp **Tabellen en grafieken**



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Tabellen en grafieken

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	261	46	90%	59%
1.25	233	47	76%	36%
1.90	213	48	61%	22%
Geslacht				
jongens	253	50	85%	52%
meisjes	247	50	83%	47%
Afnamejaar				
1997	247	50	83%	48%
2004	250	50	84%	50%
Doorstroom				
BB	188	35	36%	4%
KB	214	34	66%	15%
GL	239	34	88%	37%
HV	289	33	100%	88%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Tabellen en grafieken

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 4	5 – 12
KB	1	2 – 6	7 – 12
GL	1 – 4	5 – 9	10 – 12
HV	1 – 6	7 – 11	12

Over de positie van de **standaard Voldoende** bestaat minder eenstemmigheid. Het interkwartielbereik voor deze standaard beweegt zich rond percentiel 50. Het mediane oordeel ligt op vaardigheidsscore 250 en daaraan voldoet dus 50 procent van de leerlingen.

Goede beheersing van de laatste drie voorbeeldopgaven overstijgt volgens de beoordelaars het niveau van de kerndoelen basisonderwijs.

Er zijn voor dit onderwerp niet eerder standaarden vastgesteld.

Verschillen tussen leerlingen

De verschillen tussen leerlingen van onderscheiden formatiegewichten zijn groot. Met een gemiddelde score van 261 bereikt 59 procent van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende en 90 procent de standaard Minimum. Met een gemiddelde van 213 ligt de gemiddelde score van de 1.90-leerlingen vrijwel een standaardafwijking lager en dan bereikt slechts 22 procent de standaard Voldoende en 61 procent de standaard Minimum. De vaardigheid van de 1.25-leerlingen heeft een gemiddelde van 233 en van deze leerlingen bereikt 36 procent de standaard Voldoende en 76 procent de standaard Minimum.

Het verschil tussen jongens en meisjes is op dit onderwerp klein.

Eerder was dit onderwerp opgenomen in de peiling voor Nederlandse taal in 1998.

Ten opzichte van 1998 is er nauwelijks verschil in vaardigheidsniveau gevonden.

Ten slotte zien we ook op dit onderwerp grote verschillen tussen leerlingen naar doorstroomniveau. Met een gemiddelde score van 289 bereikt 88 procent van de HV-leerlingen de standaard Voldoende. De GL-leerlingen hebben een gemiddelde score van 239 en dan wordt de standaard Voldoende bereikt door 37 procent van de leerlingen. Weinig leerlingen op KB- of BB-categorie bereiken de standaard Voldoende. Van de BB-leerlingen bereikt eenderde het niveau van de standaard Minimum en van de KB-leerlingen is dat tweederde deel. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

[06] Meten en meetkunde

Dit hoofdstuk beschrijft de resultaten van het peilingsonderzoek voor het domein *Meten en meetkunde*. Het centrale thema in dit domein betreft het meetaspect in haar verschillende vormen.

A young girl with dark, wavy hair is looking slightly to her right. She is wearing a light-colored, zip-up jacket. In her hands, she holds a red apple and a yellow-orange fruit, possibly a grapefruit or orange. The background is a grocery store aisle with shelves of produce. A sign for 'Dole' is visible, along with a sign that says 'Tomates Cerises'. There are also some other signs with text like 'biologisch Tros' and 'Dof'.

Het domein *Meten en meetkunde* heeft als centrale thema het meetaspect in haar verschillende vormen. We beschrijven in hoeverre leerlingen kunnen rekenen met eenheden en maten.

6.1 Meten: lengte

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van lengte en lengtematen, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- het vergelijken van voorwerpen, afstanden e.d. op het aspect lengte;
- lengte meten en aflezen van het meetresultaat op liniaal en meetlint;
- bepalen van de lengte door afpassen van een (gedeelte van een) schaallijn op een gegeven afstand;
- bepalen van de lengte of afstand op basis van een gegeven schaal;
- bepalen van de schaal op basis van de werkelijke afstand en de lengte op een tekening of kaart;
- interpreteren van lengteaanduidingen op (bouw)tekeningen en gegevens op bijvoorbeeld kilometertellers;
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende lengtematen;
- omtrek berekenen van onder andere rechthoeken, rechthoekige figuren en benaderen van de omtrek van grillige figuren;
- toepassen door het oplossen van vraagstukken waarbij onder andere herleidingen met lengtematen uitgevoerd worden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed, de voorbeeldopgaven 2 tot en met 5 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij de eerste voorbeeldopgave moeten de leerlingen inschatten wat de lengte van iemand is, die moet bukken als hij door een deur gaat. Leerlingen kunnen hierbij als referentie hun eigen lengte of de hoogte van een deur (ongeveer 2 meter) gebruiken. De percentiel-10 leerling heeft ongeveer 70 procent kans op een goed antwoord bij opgaven waarbij aanduidingen als 1,56 meter moeten worden omgezet naar centimeter, zoals bij voorbeeldopgave 2. Ook opgaven met omzettingen van hele kilometer naar meters (voorbeeldopgave 3) worden matig door deze leerlingen beheerst. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen het interpreteren van kilometeraanduidingen met kommagetallen op

paddestoelen en wegwijzers, zoals bij $0,6 \text{ km} = \dots \text{ meter}$ (voorbeeldopgave 5) matig. Ze hebben dan ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord en dat geldt ook voor voorbeeldopgave 4 waarbij de leerlingen moeten aangeven wat de lengte van de nagemaakte auto is als een auto van 400 cm lang op schaal 1 : 20 wordt nagemaakt. Natuurlijk compliceert hier het verhoudingsgetal de opgave.

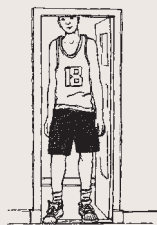
De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 3 goed en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 matig. De percentiel-25 leerling beheerst het interpreteren van aanduidingen op paddestoelen zoals bij voorbeeldopgave 5 bijna goed en heeft 60 tot 70 procent kans op een goed antwoord bij opgaven waarbij de lengte bepaald moet worden met behulp van een schaallijn in situaties waarbij de schaallijn een geheel aantal keren past op die lengte (voorbeeldopgave 6). Bij voorbeeldopgave 7 staat op de plattegrond van een verdieping dat het huis 7500 mm breed is. De leerling moet aangeven hoeveel meter dat is. Percentiel-25 leerlingen hebben net iets meer dan 50 procent kans om die opgave goed te maken.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgaven 7 tot en met 10 matig en de voorbeeldopgaven 11 en volgende onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 8 moet $6\frac{1}{2} \text{ cm}$ naar mm worden omgezet. 57 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, heeft het goede antwoord 65 gegeven. De meest voorkomende foutieve antwoorden waren 650 (22 procent van de leerlingen) en 6500 (5 procent van de leerlingen). Bij voorbeeldopgave 9 moeten de leerlingen net zoals bij voorbeeldopgave 6, de afstand bepalen met behulp van een schaallijn. De meetsituatie is echter veel complexer en het goed oplossen van de opgave vereist ook nog het omzetten van meters naar kilometers. Voorbeeldopgave 10 wordt door de gemiddelde leerling matig beheerst. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben ongeveer 60 procent kans om deze opgave goed te maken. Enigszins opmerkelijk is dat de gemiddelde leerling wel de omzetting van 0,6 km naar meters kan maken, maar beduidend meer moeite heeft met de omzetting van 2,4 km naar meters (voorbeeldopgave 10). **De percentiel-75 leerling** beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed of vrijwel goed, de voorbeeldopgaven 10 en 11 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 11 moet de afstand in meters worden bepaald tussen de kilometerpaaltjes 36,4 en 37,0 km.

Metten: lengte

Voorbeeldopgaven 1–7

1]



James Jones is basketbalspeler. Hij is zo lang dat hij iets moet bukken als hij door een deur gaat.

Hoe lang zal hij ongeveer zijn?

Kies uit:

- A 0,80 m D 2,90 m
B 1,50 m E 3,60 m
C 2,20 m

2] Arjan meet hoe lang hij is.

Hij meet 1,56 meter.

Hoeveel is dat in centimeters?

_____ cm

3] Van een stuk weg van 2 km wordt het wegdek vernieuwd.

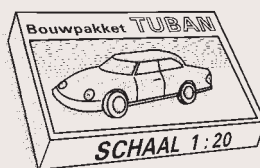
1600 meter is al klaar.

Hoeveel meter moet nog?

_____ m

4] Een auto van het merk Tuban is in werkelijkheid 400 cm lang.

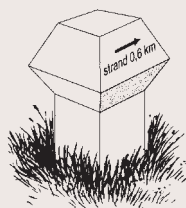
Met het bouw pakket Tuban kan zo'n auto in het klein worden nagemaakt.



Wat wordt de lengte van de nagemaakte auto?

_____ cm

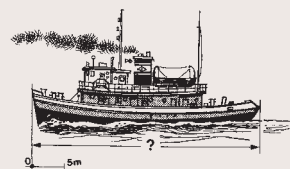
5]



Hoeveel meter is het nog tot het strand?

_____ meter

6]

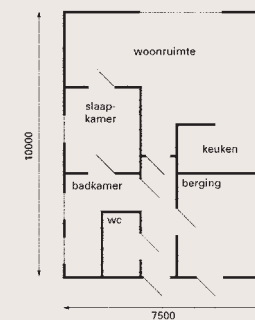


Gebruik je liniaal.

Hoe lang is deze boot in werkelijkheid?

_____ meter

7]



Op de tekening staat dat het huis 7500 mm breed is.

Hoeveel meter is dat?

_____ meter

Ongeveer de helft van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, heeft het goede antwoord gegeven. De meest voorkomende foutieve antwoorden zijn 0,6 meter (ruim 13 procent), 6 meter ($12\frac{1}{2}$ procent) en 60 meter (ruim 7 procent).

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 12 tot en met 16 matig en voorbeeldopgaven 17 en 18 onvoldoende. Typen opgaven die door deze relatief zeer goede rekenaars matig worden beheerst zijn onder andere toepassingsopgaven als voorbeeldopgave 12, waarbij ook het begrip strekkende meter voor problemen kan zorgen en opgaven waarbij de omtrek globaal moet worden bepaald zoals bij voorbeeldopgave 13 of de omtrek moet worden berekend met moeilijker getallen zoals bij voorbeeldopgave 16. Voorbeeldopgave 14 vereist van de leerlingen dat ze de relatie leggen tussen 14,7 mm en anderhalve cm en bij voorbeeldopgave 15 moeten de leerlingen aangeven hoe groot een insect in werkelijkheid is dat op papier 3 cm groot is, maar daar 30 keer zo groot getekend

is als het in werkelijkheid is. Ongeveer 30% van de leerlingen geeft hierbij het goede antwoord 0,1 cm. Opvallend bij deze opgave is dat ongeveer 20 procent van de leerlingen de andere kant op redeneert en via keer 30 tot het antwoord 90 cm komt. De voorbeeldopgaven 17 en 18 zijn moeilijke toepassingsopgaven. Bij voorbeeldopgave 17 moeten de leerlingen zowel meten als een verhoudingsredenering opzetten en een omzetting van mm naar m maken. Ongeveer 30 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt heeft, heeft deze complexe opgave goed beantwoord. Bij de laatste voorbeeldopgave (opgave 18) moeten de leerlingen zich voorstellen hoe de streep verder loopt en een omzetting van mm naar cm maken.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: lengte* (pag. 176) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

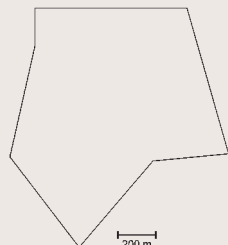
Meten: lengte

Voorbeeldopgaven 8–18

- 8] Een balk is $6\frac{1}{2}$ cm dik.
Hoeveel mm is dat?

_____ mm

- 9] Eikenwandering



Chantal en Esther lopen deze wandeling.
Hoeveel km is deze wandeling in werkelijkheid?

_____ km

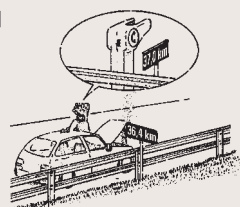
- 10]



De afstand van dit kruispunt tot Elso

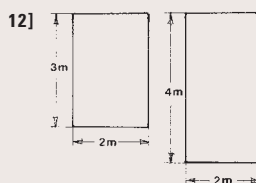
is ongeveer _____ m

- 11]

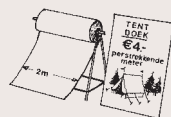


Koen heeft pech onderweg.
Hij staat bij het bordje 36,4 km. Bij het bordje 37,0 km kan hij om hulp bellen.
Hoeveel meter moet hij lopen tot het bordje 37,0 km?

_____ meter

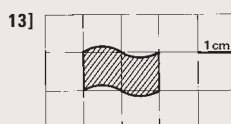


Peter wil deze twee stukken tentdoek kopen. De winkel verkoopt tentdoek van 2 meter breed.



Hoeveel moet Peter voor zijn 2 stukken betalen?

€ _____



De omtrek van de gestreepte figuur is

iets meer dan _____ cm.

14] het weer van 10 januari

plaats	weertype	windrichting en snelheid meters/sec.	max. temp.	min. temp.	mm neerslag
1 Amsterdam	regen	o 2	8	9	1,4
2 De Bilt	regen	zo 2	8	9	2,0
3 Deelen	-	zo 3	8	8	1,6
4 Eelde	motregen	z 2	7	9	2,0
5 Eindhoven	regen	zo 2	8	9	6,9
6 Den Helder	regen	o 2	8	8	0,4
7 Rotterdam	regen	o 2	8	9	4,7
8 Twente	-	o 2	8	10	0,1
9 Vlislingen	regen	w 7	10	8	14,7
10 Maastricht	regen	zw 5	11	9	12,3

In welke plaats is er ongeveer anderhalve centimeter regen gevallen?

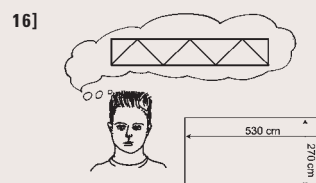
In _____

- 15] Gebruik je liniaal.



De lengte van dit insect is 30 keer zo groot getekend als de lengte in werkelijkheid is.
Hoe lang is dit insect in werkelijkheid?

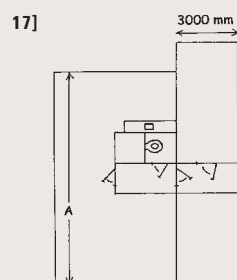
_____ cm



Peter wil een hek om zijn tuin maken. Hij heeft deze tekening van zijn tuin gemaakt.

Hoeveel meter is de omtrek?

_____ meter

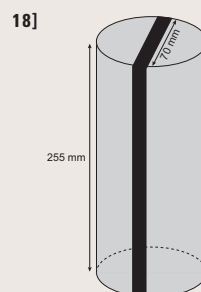


Gebruik je liniaal.

Hierboven zie je de plattegrond van een huis.

Hoe lang is muur A in werkelijkheid?

_____ m



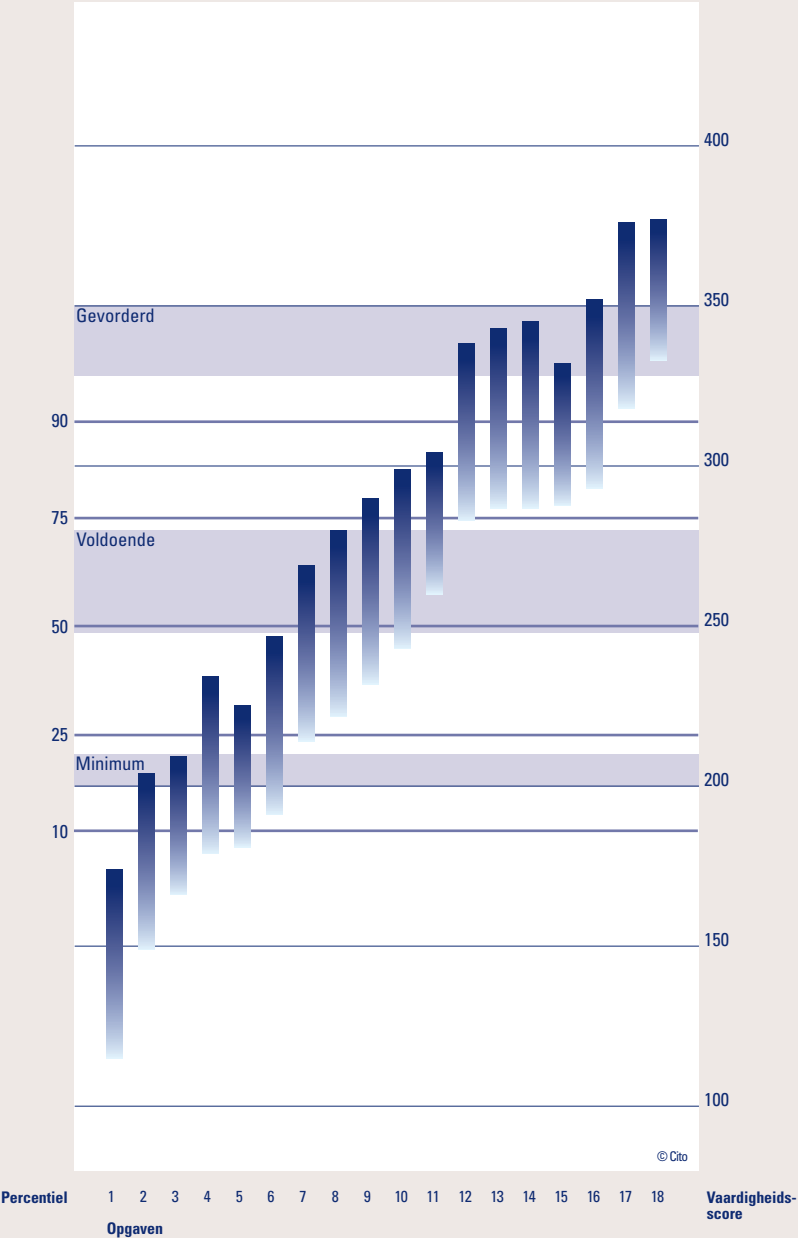
Op deze doos staat rondom een zwarte streep.

Hoeveel cm is de streep lang?

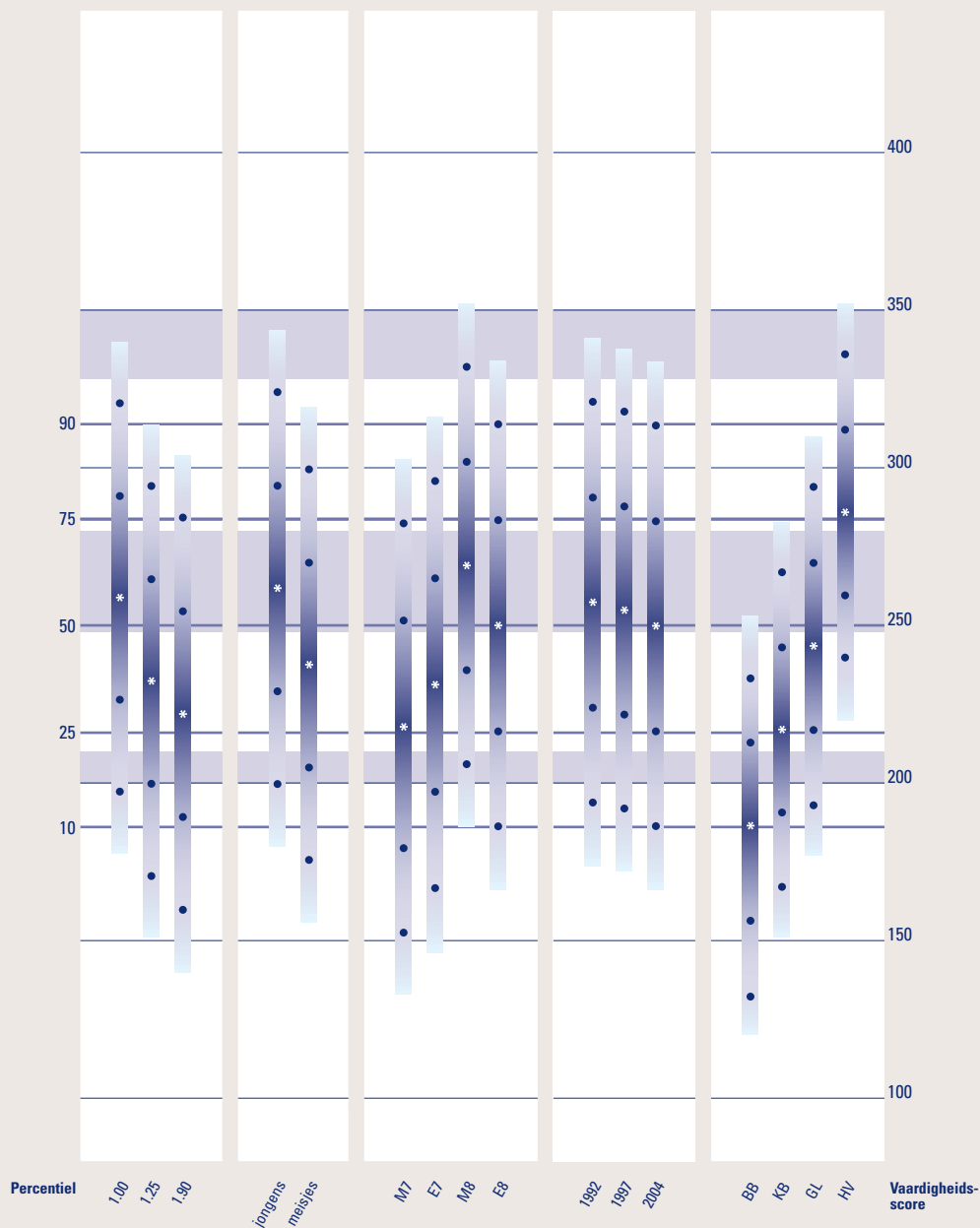
_____ cm

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

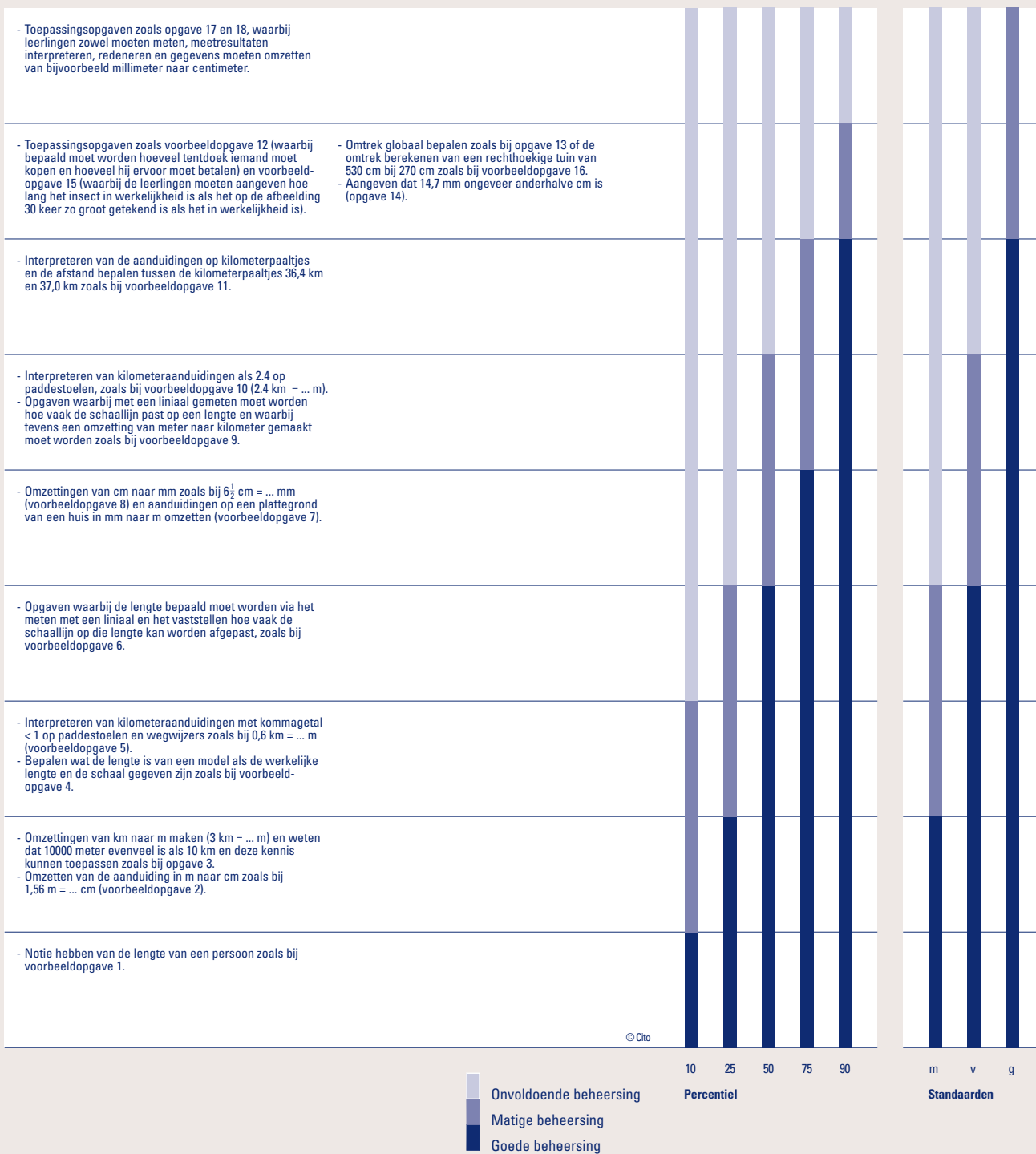
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Meten: lengte



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: lengte



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Meten: lengte

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	259	48	85%	45%
1.25	232	48	68%	25%
1.90	222	48	60%	19%
Geslacht				
jongens	262	49	86%	47%
meisjes	237	48	71%	28%
Leermoment				
M7	218	51	56%	18%
E7	231	51	66%	25%
M8	269	49	88%	53%
E8	250	50	79%	38%
Afnamejaar				
1992	258	50	83%	44%
1997	255	49	82%	42%
2004	250	50	79%	38%
Doorstroom				
BB	187	36	26%	2%
KB	217	36	57%	9%
GL	243	36	82%	27%
HV	286	36	98%	72%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: lengte

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2 – 4	5 – 18
KB	1 – 3	4 – 7	8 – 18
GL	1 – 6	7 – 10	11 – 18
HV	1 – 8	9 – 11	12 – 18

Standaarden

Er is volgens de beoordelaars sprake van voldoende beheersing van de kerndoelen basisonderwijs wanneer de leerlingen op dit onderwerp een vaardigheidsniveau hebben bereikt dat hen in staat stelt de eerste zeven voorbeeldopgaven zonder problemen goed op te lossen en ook de voorbeeldopgaven 8 tot 10 redelijk goed beheersen. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheidsscore 265, een niveau dat slechts door 38 procent van de leerlingen wordt bereikt, terwijl de standaard Voldoende beoogd wordt bij 70 tot 75 procent van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt bij vaardigheidsscore 210, een niveau dat door 79 procent van de leerlingen wordt bereikt, terwijl deze standaard beoogd wordt bij 90 tot 95 procent van de leerlingen. De standaard minimum geeft een vaardigheidsniveau aan waarbij leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven zonder meer goed beheersen en een redelijke beheersing hebben in relatie tot de voorbeeldopgaven 4, 5 en 6. De vaardigheid, nodig voor het kunnen oplossen van de overige voorbeeldopgaven, overstijgt het niveau van de standaard Minimum. Voor beide standaarden geldt dat het volgens de beoordelaars gewenste vaardigheidsniveau dus in onvoldoende mate is gerealiseerd. De positie van de standaarden is vergelijkbaar met de criteria die beoordelaars in 1995 voor dit onderwerp hebben aangewezen. De **standaard Gevorderd** geeft aan dat een goede beheersing van de laatste drie voorbeeldopgaven het bereik van de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: lengte* (pag. 176) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Met een gemiddelde vaardigheidsscore van 259 bereikt 45 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van de standaard Voldoende. Daarop volgen de 1.25-leerlingen met een gemiddelde score van 232 waarvan 25 procent de standaard Voldoende bereikt en ten slotte de 1.90-leerlingen met gemiddelde score 222, waarvan 19 procent het mediaanniveau van de standaard Voldoende bereikt. In vergelijking met 1995 is de afstand tussen 1.00- en 1.90-leerlingen op dit onderwerp kleiner geworden en hebben de 1.90-leerlingen dus een deel van hun achterstand ingelopen. Het percentage 1.90-leerlingen dat de standaard Voldoende nu bereikt is in vergelijking met 1997 verdubbeld, terwijl dat van de 1.00-leerlingen dus ongeveer hetzelfde is gebleven.

Er is opnieuw een relatief groot verschil tussen jongens en meisjes, zodanig dat 47 procent van de jongens de standaard Voldoende bereikt tegen 28 procent van de meisjes. Vergelijken we de vaardigheidsverdelingen van de laatste vier leermomenten, dan bereiken de leerlingen medio jaargroep 8 het hoogste

vaardigheidsniveau. Op dat moment voldoet 53 procent van de leerlingen aan de standaard Voldoende en 88 procent aan de standaard Minimum. Daarna zien we dus een duidelijke terugval in gemiddeld vaardigheidsniveau. Er is weinig verandering opgetreden in de gemiddelde vaardigheidsniveaus vergeleken over de laatste drie peilingen. Er is sprake van een lichte negatieve trend.

De leerlingen van de vier doorstroomniveaus vertonen de inmiddels vertrouwde verschillen in vaardigheid. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt slechts 2 procent van de BB-leerlingen dit gewenste niveau, tegen 72 procent van de HV-leerlingen.

De vaardigheidsscore van de gemiddelde BB-leerling correspondeert met die van de percentiel-10 leerling in de totale populatie. Vervolgens correspondeert de gemiddelde vaardigheid van de KB-leerling met die van percentiel 25, van de gemiddelde GL-leerling met die van percentiel 50 en ten slotte de gemiddelde HV-leerling met percentiel 75. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

6.2 Meten: oppervlakte

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van oppervlakte, het bepalen en berekenen van oppervlakte en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen bij dit onderwerp zijn:

- vergelijken op het aspect oppervlakte. Bij een aantal opgaven worden onder andere roosters als achtergrond gebruikt om de vergelijking te vergemakkelijken en berekeningen overbodig te maken.
- bepalen van de oppervlakte door af te passen met een gegeven ongestandaardiseerde maat;
- het kiezen van de juiste maat in een gegeven situatie;
- precies en schattend berekenen van de oppervlakte van rechthoekige figuren en van driehoek of parallellogram via omvormen en met behulp van de formule lengte x breedte;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende oppervlaktematen;
- toepassingen van oppervlaktemetingen.

Wat leerlingen kunnen

Veel leerlingen hebben moeite met het begrip oppervlakte. **De percentiel-10 leerling** beheerst geen enkele voorbeeldopgave goed, voorbeeldopgave 1 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende.

Leerlingen van dit vaardigheidsniveau kunnen slechts in eenvoudige situaties een ongestandaardiseerde maat in gedachten afpassen. Ze beheersen een opgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel schoteltjes op het dienblad passen matig.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste 3 à 4 voorbeeldopgaven matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende.

Bij voorbeeldopgave 2 moet de oppervlakte bepaald worden door het aantal hokjes dat zwart gemaakt is te tellen. Daarbij moeten de leerlingen wel doorzien dat in een deel van de figuur de helft van 2 hokjes voor 1 hokje telt of de figuur in gedachten omvormen naar een vierkant van 2 bij 2. Bij voorbeeldopgave 3 moet de oppervlakte bepaald worden van een rechthoekig stuk land van 40 m bij 30 m. Percentiel-25 leerlingen hebben 50 procent kans om deze opgave goed te maken.

Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 4 waarbij de leerlingen een aantal tuinen qua oppervlakte moeten vergelijken. Ze kunnen dit doen door de hokjes in gedachten op het oppervlak af te passen.

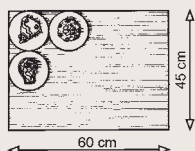
De gemiddelde leerling beheerst de eerste vier voorbeeldopgaven goed of bijna goed, de voorbeeldopgaven 5 tot en met 9 matig en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 18 onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben al enige notie van wat oppervlakte is en kunnen al redelijk goed zaken op het aspect oppervlakte vergelijken. Daarnaast hebben ze ongeveer 50 à 60 procent kans om oppervlakteberekeningen goed uit te voeren zoals bij de voorbeeldopgaven 5, 6, 7 en 9 van de leerling wordt gevraagd. Bij die opgaven moeten de leerlingen onder andere aangeven:

- hoeveel m² de oppervlakte ongeveer is van een kamer van 5,98 m bij 3,95 m (voorbeeldopgave 5);
- hoeveel m² de oppervlakte van een voetbalveld van 90 bij 50 m is (voorbeeldopgave 9);
- hoeveel m² de oppervlakte van een stuk grond van 40 m bij 30 m is (voorbeeldopgave 6);
- hoeveel m² de oppervlakte van een woonkamer is van 6 m bij 5 m, na met een liniaal gemeten te hebben (voorbeeldopgave 7).

Bij voorbeeldopgave 8 moeten de leerlingen bepalen hoeveel tegels nodig zijn om twee wanden te betegelen.

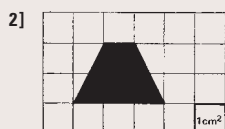
Metten: oppervlakte
Voorbeeldopgaven 1–9

- 1] De schoteltjes op het dienblad hebben een doorsnee van 15 cm.



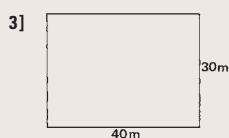
Hoeveel schoteltjes met een gebakje kunnen in totaal op het dienblad?

_____ schoteltjes



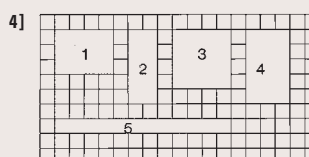
De oppervlakte van de zwarte figuur is

_____ cm²



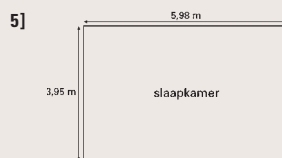
Hoe groot is de oppervlakte van dit stuk land?

_____ m²



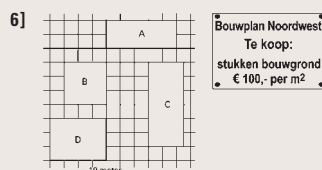
Welke twee tuinen hebben een even grote oppervlakte?

_____ en _____

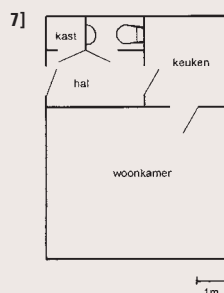


Hoeveel m² vloerbedekking heb je ongeveer nodig voor deze slaapkamer? Zet een rondje.

- A 15 m² C 20 m²
 B 18 m² D 24 m²

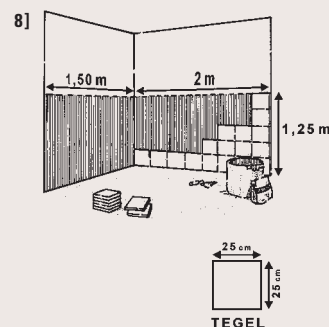


Hier zie je een gedeelte van de plattegrond van een nieuwe wijk. De familie De Vries heeft hier een stuk grond gekocht voor 120 000 euro. Welk stuk grond is dat?



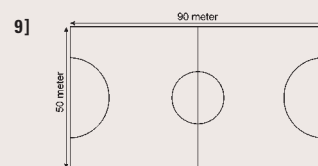
Gebruik je liniaal. Hoe groot is de oppervlakte van de woonkamer in vierkante meters?

_____ m²



Twee wanden in de badkamer worden betegeld tot 1,25 meter hoogte. Hoeveel tegels zijn daarvoor nodig?

_____ tegels



Wat is de oppervlakte van dit voetbalveld?

_____ m²

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste negen voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 10 tot en met 15 matig en de voorbeeldopgaven 16 tot en met 18 onvoldoende. Voorbeeldopgave 11, waar een stuk grond van 60 m bij 10 m in 3 even grote stukken moet worden verdeeld, wordt bijna goed beheerst door percentiel-75 leerlingen. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben 60 procent kans om voorbeeldopgave 10 (1 cm² = ... mm²) goed op te lossen. Deze opgave is door 44 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben,

goed beantwoord. 37 procent van de leerlingen gaf 10 als antwoord. Percentiel-75 leerlingen kunnen ook redelijk overweg met het in gedachte afpassen van maten, zoals bij voorbeeldopgave 12 waarbij bepaald moet worden hoeveel stukken papier van 25 cm bij 25 cm geknipt kunnen worden uit een rol papier van 2 m bij 50 cm. Ook voorbeeldopgave 13 (de oppervlakte van een muur bepalen en daar de oppervlakte van een deur vanaf trekken) wordt door deze leerlingen nog redelijk goed beheerst. Ook hebben de percentiel-75 leerlingen ongeveer 60 procent

kans om voorbeeldopgave 14 (berekenen hoeveel het opknappen van een tafel van 1,5 m bij 1 m kost als de prijs € 25,- per m² is) nog goed op te lossen. Bij voorbeeldopgave 15 moet de leerling de oppervlakte van een L-vormige woonkamer bepalen. Percentiel-75 leerlingen hebben ongeveer 50 procent kans om de opgave goed te maken en percentiel-90 leerlingen ongeveer 70 procent kans.

De percentiel-90 leerling beheerst, met uitzondering van voorbeeldopgave 10, de eerste 14 voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 10 en 15 tot en met 18 matig. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben enige notie van wat de verschillende oppervlaktematen voorstellen zoals blijkt uit hun antwoorden op voorbeeldopgave 16 waarbij bij twee situaties de juiste oppervlaktemaat moet worden ingevuld.

Voorbeeldopgave 17 vraagt van de leerlingen te bepalen hoeveel tapijttegels van 50 cm bij 50 cm kunnen worden gelegd in een lokaal van 9 m bij 6 m. Zou deze opgave misschien ook moeilijk zijn omdat de leerlingen 18 x 12 moeten uitrekenen? Percentiel-90 leerlingen hebben ongeveer 50 procent kans om deze opgave goed te maken. Voorbeeldopgave 18 is de moeilijkste voorbeeldopgave. Om de oppervlakte te kunnen berekenen, moeten de leerlingen eerst de lengte en de breedte van het gevraagde deel afleiden. Van alle leerlingen die deze opgave voorgelegd kregen, heeft ongeveer 30 procent het correcte antwoord gegeven. Ruim 17 procent heeft 10 als antwoord gegeven en heeft blijkbaar de maten van het gedeelte voor groente niet aan de gegeven maten van de tuinen gerelateerd.

Metten: oppervlakte
Voorbeeldopgaven 10–18

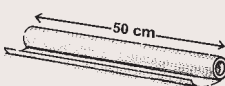
10] 1 cm^2

$1 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$

11] 

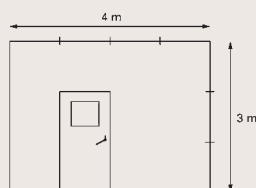
Dit stuk grond wordt in 3 even grote schooltuinen verdeeld.
Wat is de oppervlakte van elke schooltuin?

$\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

12] 

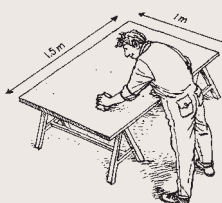
Op een rol zit 2 meter pakpapier.
Hoeveel stukken van 25 cm bij 25 cm kan ik in totaal uit 1 rol knippen?

$\underline{\hspace{2cm}}$ stukken

13] 

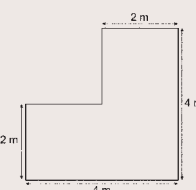
De muur wordt geverfd. De deur niet.
Voor hoeveel m² verf is er nodig?

$\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

14] 

De bovenkant van de tafel moet worden opgeknapt. De meubelmaker vraagt € 25,00 per vierkante meter.
Hoeveel kost het opknappen dan in totaal?

€ $\underline{\hspace{2cm}}$

15] 

Wat is de oppervlakte van deze kamer?

$\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

16] Vul de goede maat in.
Kies uit: mm², cm², dm², m², hm², km².

De oppervlakte van een vingernagel is ongeveer 1 $\underline{\hspace{2cm}}$

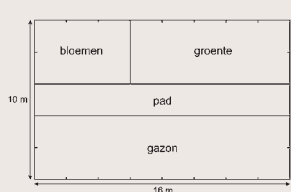
De oppervlakte van het blad waarop je

werkt is ongeveer 600 $\underline{\hspace{2cm}}$

17] 

Op de vloer van het klaslokaal worden tapijttegels gelegd.
Hoeveel tapijttegels van 50 cm bij 50 cm zijn nodig?

$\underline{\hspace{2cm}}$ tegels

18] 

Hoeveel m² van de tuin wordt voor groente gebruikt?

$\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Meten: oppervlakte

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	261	47	76%	27%
1.25	230	47	52%	10%
1.90	214	48	39%	6%
Geslacht				
jongens	253	50	69%	23%
meisjes	247	50	65%	19%
Leermoment				
M7	242	51	61%	17%
E7	237	51	57%	15%
M8	262	50	75%	28%
E8	250	50	67%	21%
Afnamejaar				
1992	235	50	56%	13%
1997	252	49	69%	22%
2004	250	50	67%	21%
Doorstroom				
BB	194	37	18%	0%
KB	213	36	35%	2%
GL	239	36	62%	8%
HV	288	35	96%	47%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: oppervlakte

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1	2 – 18
KB	1	2 – 3	4 – 18
GL	1	2 – 5	6 – 18
HV	1 – 9	10 – 15	16 – 18

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: oppervlakte* (pag. 184) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

De standaarden voor het onderwerpen Meten: oppervlakte liggen duidelijk hoger op de vaardigheidsschaal dan die van het vorige onderwerp Meten: lengte. De oordelen vallen

nu ook duidelijk hoger uit dan in 1995.

De **standaard Minimum** wordt met mediaan van de oordelen bij vaardigheidsscore 228 bereikt door 67 procent van de leerlingen. Dit niveau veronderstelt een vaardigheid waarbij de leerlingen zonder problemen de eerste voorbeeldopgave goed kunnen oplossen en een redelijke beheersing laten zien bij de voorbeeldopgaven 2, 3 en 4. Het niveau van de **standaard Voldoende** impliceert volgens de meeste beoordelaars toch een vaardigheidsniveau dat leerlingen in staat stelt de eerste elf voorbeeldopgaven – met uitzondering van voorbeeldopgave 10 – zonder problemen op te lossen. Dat betekent dat het mediaan oordeel voor deze standaard bij vaardigheidsscore 290 ligt, een niveau dat door 21 procent van de leerlingen wordt bereikt. Ondanks de hoge positie van deze standaard op de vaardigheidsschaal bestaat daarover relatief grote overeenstemming tussen de beoordelaars.

Een vaardigheid waarbij leerlingen ook de laatste twee voorbeeldopgaven goed beheersen zou volgens de beoordelaars het niveau van de kerndoelen basisonderwijs overstijgen.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: oppervlakte* (pag. 184) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

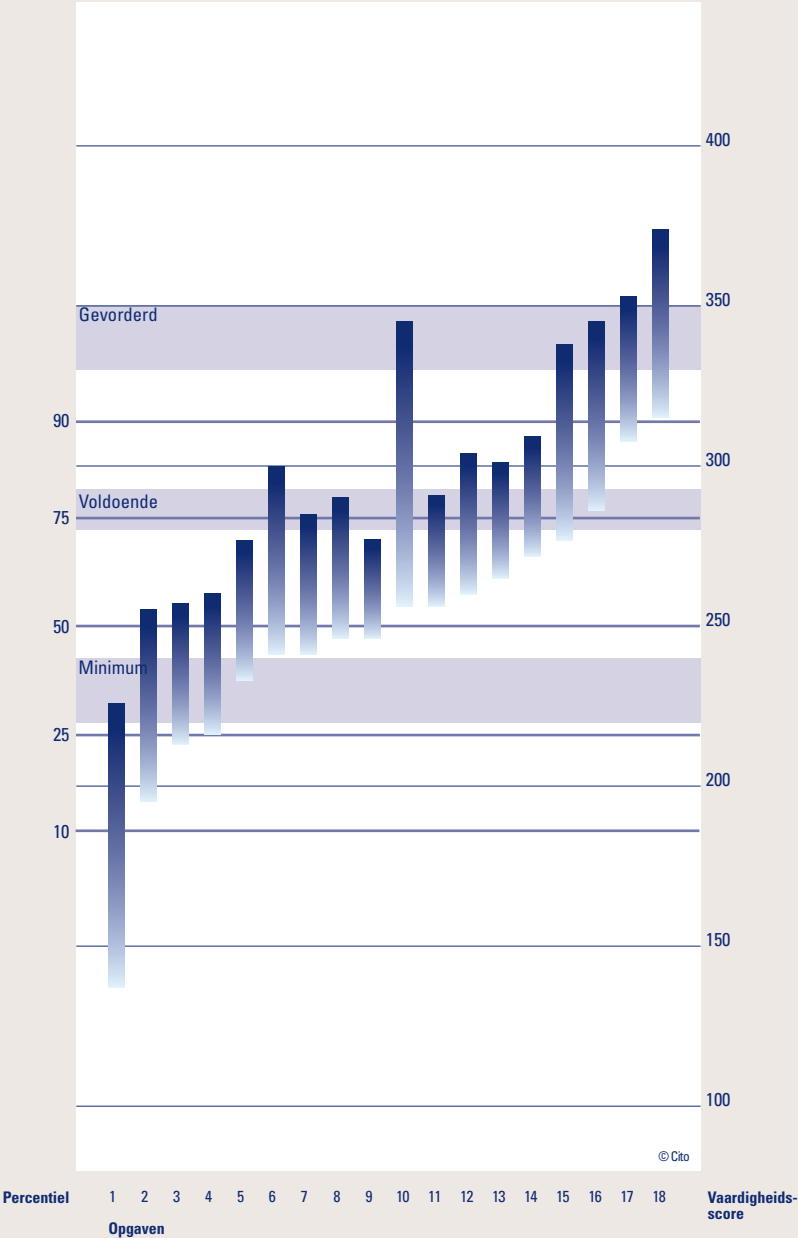
De verschillen tussen leerlingen met onderscheiden formatiegewicht zijn opnieuw groot en vergelijkbaar met de verschillen zoals die ook in 1997 zijn gevonden. Het verschil tussen de gemiddelde 1.00- en 1.25-leerling is ongeveer een halve standaarddeviatie, tussen 1.00- en 1.90-leerlingen bijna zelfs een hele standaarddeviatie. Van de 1.00-leerlingen bereikt 27 procent de standaard Voldoende en 76 procent de standaard Minimum, van de 1.25-leerlingen respectievelijk 52 en 10 procent en van de 1.90-leerlingen 39 en 6 procent.

De prestaties van jongens zijn iets beter dan die van meisjes, maar nu is het verschil klein. Ten opzichte van de vorige peiling in 1997 is het vaardigheidsniveau vrijwel hetzelfde gebleven.

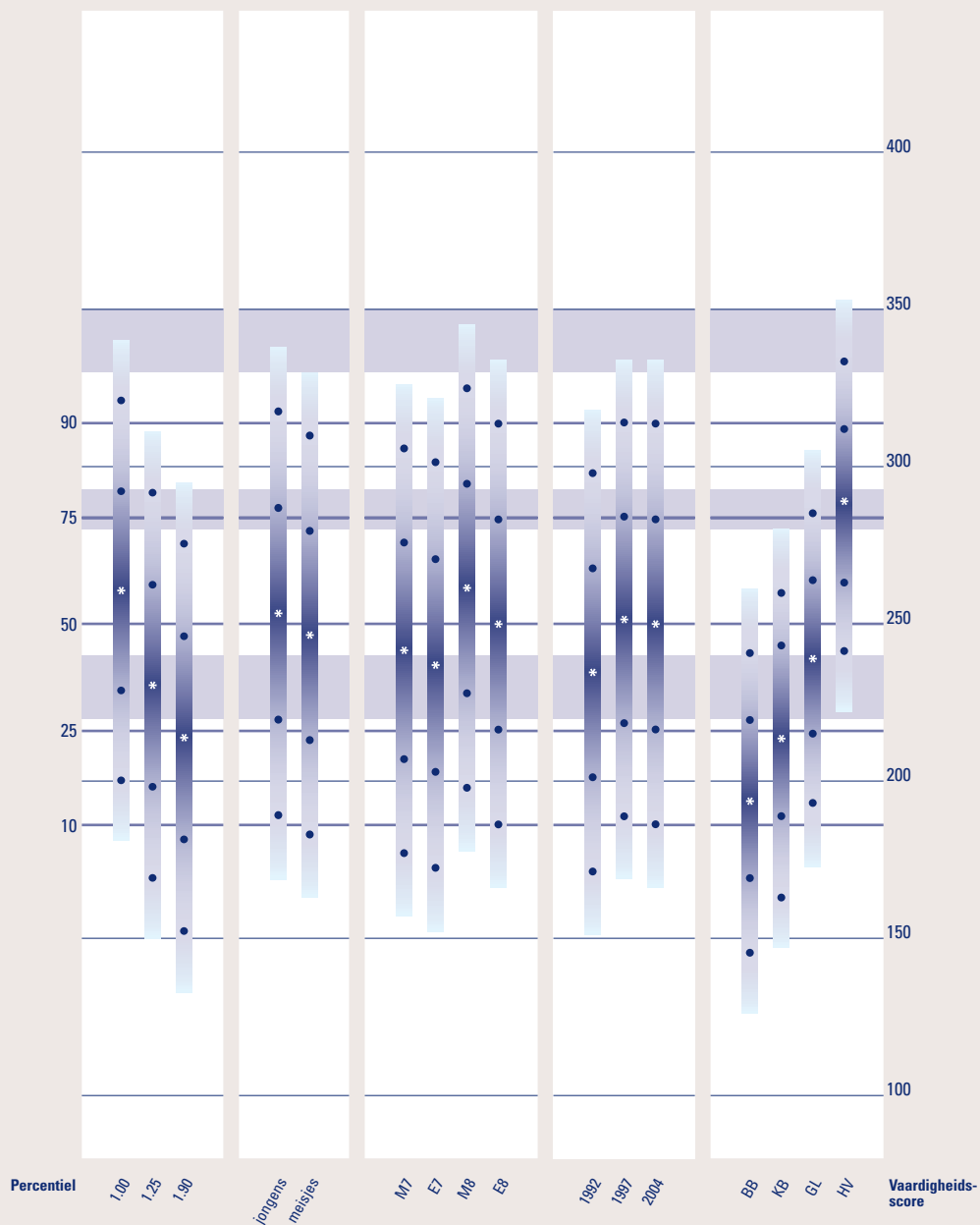
Ten slotte zien we op het niveau van de onderscheiden doorstroomniveaus de te verwachten verschillen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Meten: oppervlakte



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

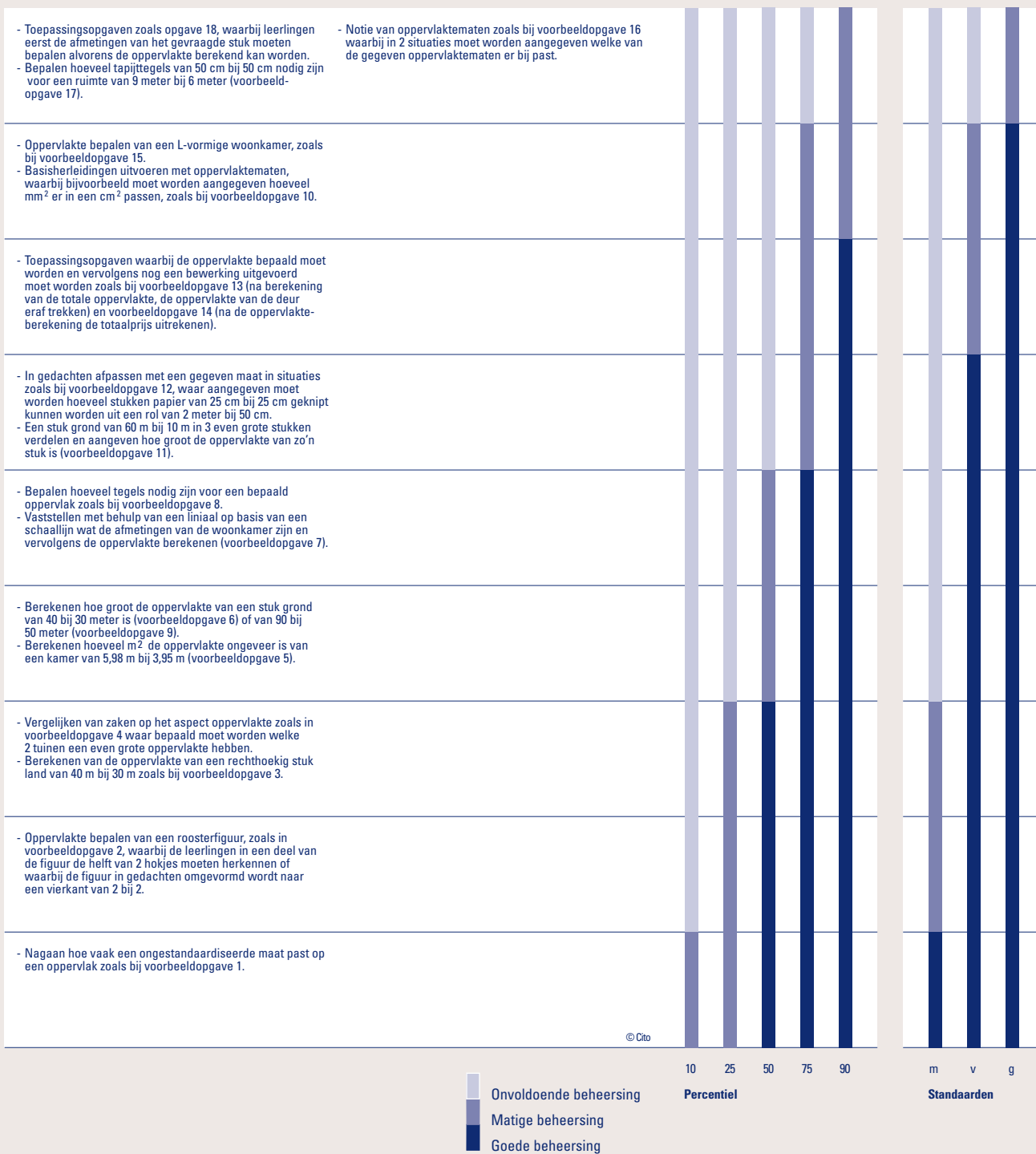
GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Met en: oppervlakte



Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 47 procent van de HV-leerlingen het gewenste niveau, en van de overige groepen zelfs minder dan tien procent. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

6.3 Meten: inhoud

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van inhoud en inhoudsmaten, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van deze kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen van de schaal zijn:

- vergelijken op het aspect inhoud;
- aflezen van de inhoud op een schaalverdeling zoals bij maatbekers;
- bepalen van de inhoud door een object (bijvoorbeeld een blokje) als natuurlijke maat te gebruiken;
- berekenen van de inhoud met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte;
- kiezen van de juiste maat (l, dl, cl en ml) in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende inhoudsmaten (ml, cl, dl, l, en cm^3 , dm^3 , m^3);
- vergelijken van inhoudsaanduidingen;
- oplossen van vraagstukjes door onder andere gebruik te maken van notie van inhoudsmaten, het maken van berekeningen en herleidingen.

Wat leerlingen kunnen

Het blijkt wel dat veel leerlingen moeite hebben met het begrip inhoud en met het kunnen bepalen en berekenen van inhoud.

De percentiel-10 leerling beheerst bijvoorbeeld al geen enkele van de voorbeeldopgaven goed, de eerste drie voorbeeldopgaven matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen het vergelijken op het aspect inhoud, zoals bij voorbeeldopgave 1 wordt gevraagd, matig. Bij die opgave moeten de leerlingen op basis van de vorm van de vazen aangeven welke vaas voor de helft gevuld is. Percentiel-10 leerlingen hebben ongeveer 60 procent kans deze opgave goed op te lossen.

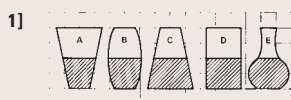
Ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord is er voor deze leerlingen bij de voorbeeldopgaven 2 en 3 waarbij respectievelijk gevraagd wordt aan te geven

hoeveel glazen van 25 cl je kunt vullen met 1,5 liter en hoeveel dl 2 liter is.

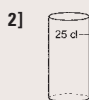
De percentiel-25 leerling beheerst eveneens geen enkele voorbeeldopgave goed, de eerste vijf voorbeeldopgaven matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij de voorbeeldopgaven 4 en 5 gaat het respectievelijk om het aangeven van het aantal bekertjes van 250 ml dat je kunt vullen met 3 liter en om de herleiding $0,7 \text{ liter} = \dots \text{ deciliter}$. Deze laatste opgave is door ruim 45 procent van de leerlingen aan wie de opgave is voorgelegd, goed gemaakt. Het meest voorkomende foutieve antwoord was 70. Dat antwoord werd door 23 procent van de leerlingen gegeven.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste vier opgaven goed of vrijwel goed, de voorbeeldopgaven 5 tot en met 12 matig en de voorbeeldopgaven 13 en volgende onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 6 moeten de leerlingen bepalen uit hoeveel blokjes het bouwwerk bestaat. De gemiddelde leerling heeft 60 à 70 procent kans op een goed antwoord. Voorbeeldopgave 7 betreft een herleiding van liter naar ml en bij voorbeeldopgave 8 moet de leerling eerst het aantal dozen bepalen en dat gegeven gebruiken om het gewicht per doos uit te rekenen. Voorbeeldopgave 9 vraagt van de leerlingen aan te geven hoeveel dobbelstenen van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm in een doosje van 5 cm bij 5 cm bij 5 cm passen en bij voorbeeldopgave 10 kan de inhoud berekend worden via $9 \times 5 \times 6$. Voorbeeldopgave 11 en 12 vragen kennis van omzettingen met ml, cl, dl en liter. De gemiddelde leerling heeft ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord bij deze opgaven. De conclusie is dan ook dat ook de gemiddelde leerling elementaire herleidingen met ml, dl en liter slechts zeer matig beheerst.

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste elf voorbeeldopgaven goed of bijna goed, de voorbeeldopgaven 12 tot en met 14 matig en de voorbeeldopgaven 15 tot en met 18 onvoldoende. Voorbeeldopgave 13 en 14 zijn toepassingsopgaven. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben 60 à 70 procent kans om deze opgaven goed op te lossen. Bij voorbeeldopgave 13 moeten de leerlingen niet alleen een berekening maken (24×30), maar ook een herleiding van cl naar liter uitvoeren ($30 \text{ cl} = 0,3 \text{ liter}$ of $720 \text{ cl} = 7,2 \text{ liter}$). Bij voorbeeldopgave 14 moet op basis van de inhoud en de lengte en de breedte, de hoogte berekend worden ($18000 = 100 \times 60 \times \text{de hoogte}$).



Welke vazen zijn voor de helft gevuld met water?



Renske schenkt in één glas 25 cl.
Ze heeft 1,5 liter cola.
Hoeveel glazen kan ze in totaal vullen?

_____ glazen

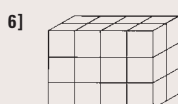
3] In een grote fles zit 2 liter cola.
Hoeveel dl is dat?

_____ dl

4] In elke beker wordt 250 ml melk gedaan.
Hoeveel bekers kan men in totaal vullen met 3 liter melk?

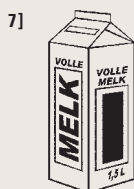
_____ bekers

5] 0,7 liter = _____ deciliter



Uit hoeveel kleine blokjes bestaat dit bouwwerkje?

_____ blokjes



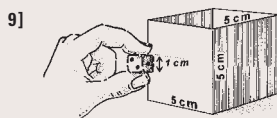
Hoeveel ml melk zit er in zo'n pak?

- A 15 ml
- B 150 ml
- C 1 500 ml
- D 15 000 ml



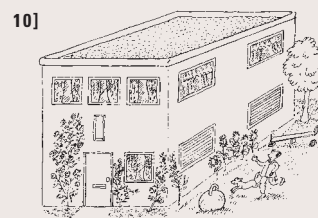
De dozen wegen samen 720 kg.
Hoeveel is dat per doos?

_____ kg



Hoeveel dobbelstenen van 1 cm bij 1 cm bij 1 cm kunnen in totaal in dit kistje?

_____ dobbelstenen



Het huis van de familie Pativa heeft een plat dak. Het is 9 meter lang, 5 meter breed en 6 meter hoog.
Wat is de inhoud van het huis?

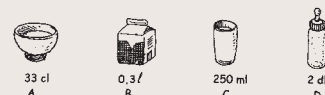
_____ m³



Hoeveel liter cassis is nodig voor dit recept?

_____ liter

12] Waar zit de meeste melk in?
Kies uit A, B, C of D.



De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 14 voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 15 en 16 matig en de voorbeeldopgaven 17 en 18 onvoldoende, dat wil zeggen met een kans kleiner dan 50 procent om de opgave goed te maken. Percentiel-90 leerlingen kunnen dus goed elementaire herleidingen uitvoeren met de inhoudsmaten liter, dl, cl, ml, inhouden berekenen met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte en deze kennis gebruiken bij toepassingsopgaven. Deze leerlingen kunnen

ook al redelijk goed overweg met omzettingen van kubieke meters naar liters, zoals blijkt uit voorbeeldopgave 15 waarbij moet worden aangegeven hoeveel liter 4 m³ is. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben ongeveer 50 procent kans om opgave 16 goed te maken. Bij deze opgave moeten de leerlingen de omzetting 1 m³ = 1000 dm³ inzetten. Voorbeeldopgave 17 en 18 zijn moeilijker toepassingsopgaven waarbij percentiel-90 leerlingen iets minder dan 50 procent kans hebben om ze goed te maken.

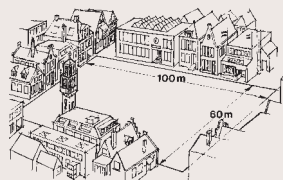
Meten: inhoud

Voorbeeldopgaven 13–18

13] In een krat zitten 24 flesjes limonade. Elk flesje heeft een inhoud van 30 cl.
Hoeveel liter limonade is dat in totaal?

_____ liter

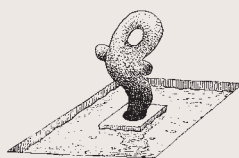
14]



Een kleine gemeente produceert per jaar 18 000 m³ huishoudafval.
Een milieugroep wil dat huisvuil een jaar lang op het marktplein storten.
Hoe hoog zou het afval dan liggen?

_____ m

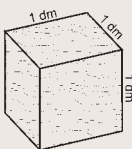
15]



In de vijver zit 4 m³ water.
Hoeveel liter water is dat?

_____ liter

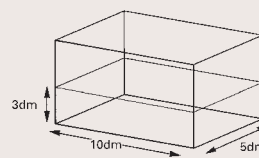
16]



1 m³ gedroogd kersenhout kost € 4000,-.
Hoeveel euro kost 1 dm³ gedroogd kersenhout dan?

€ _____

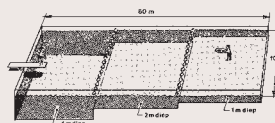
17]



Het water in het aquarium staat 30 cm hoog.
Hoeveel liter water moet Sandra erbij doen zodat het water 40 cm hoog staat?

- | | | | |
|---|----------|---|-----------|
| A | 5 liter | D | 50 liter |
| B | 10 liter | E | 500 liter |
| C | 40 liter | | |

18]



Hoeveel m³ water gaat er in dit zwembad?

_____ m³

Het betreft bij voorbeeldopgave 17 onder andere een omzetting van het kubieke systeem naar het litersysteem (via dm³ naar liters) en bij voorbeeldopgave 18 worden van de leerlingen meerdere inhoudsberekeningen met de formule lengte x breedte x hoogte gevraagd. Zo'n 15 à 20 procent van de leerlingen aan wie deze opgave in 2004 is voorgelegd, hebben het goede antwoord gegeven op deze moeilijke toepassingsopgaven.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: inhoud* (pag. 190) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

De oordelen voor de drie standaarden voor dit onderwerp wijken nauwelijks af van de oordelen die door de beoordelaars in 1995 zijn vastgesteld. De **standaard Voldoende** veronderstelt een vaardigheid waarbij leerlingen de eerste vier voorbeeldopgaven goed beheersen en tot en met voorbeeldopgave 12 de opgaven redelijk of voldoende beheersen. Afgaande op de mediaan van de oordelen op vaardigheidsscore 260 bereikt 42 procent van de leerlingen dit niveau. Deze standaard wordt beoogd bij de meerderheid van de leerlingen, ongeveer 70 tot 75 procent. Er zijn dus naar

het oordeel van de beoordelaars te weinig leerlingen die het gewenste niveau bereiken. Op het niveau van de **standaard Minimum** wordt van de leerlingen een vaardigheidsniveau verwacht dat niet veel verder reikt dan een redelijke beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven. De mediaan van de oordelen voor deze standaard ligt bij vaardigheidsscore 200 en daaraan voldoet 84 procent van de leerlingen. Een goede beheersing van de laatste drie voorbeeldopgaven ligt, gezien de positie van de **standaard Gevorderd**, buiten het bereik van de kerndoelen basisonderwijs.

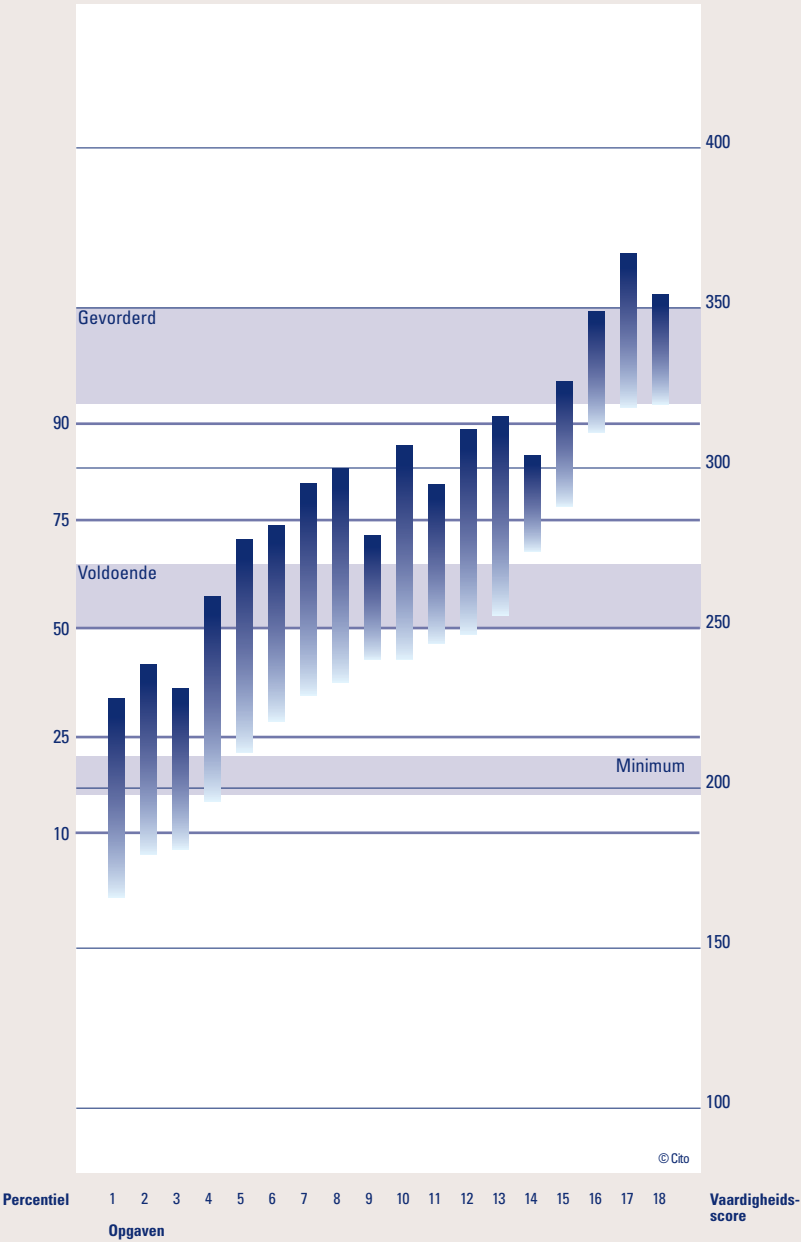
In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: inhoud* (pag. 190) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

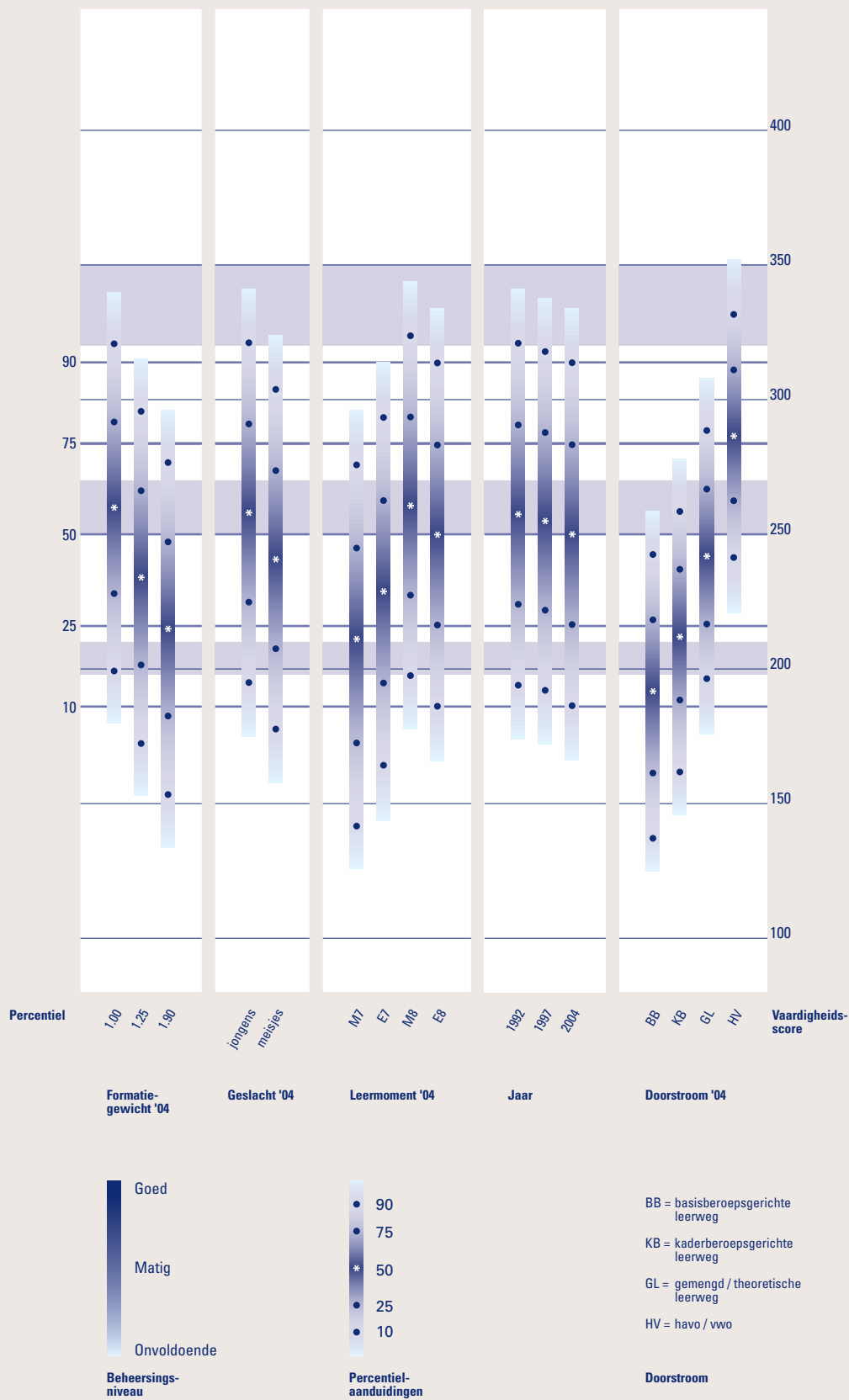
Constaterden we eerder bij onderwerpen binnen het domein Getallen en bewerkingen dat de achterstand van 1.90-leerlingen op die van de beide andere formatiegewichtscategorieën kleiner was geworden, voor de onderwerpen in het domein Meten blijkt dat niet meer het geval.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

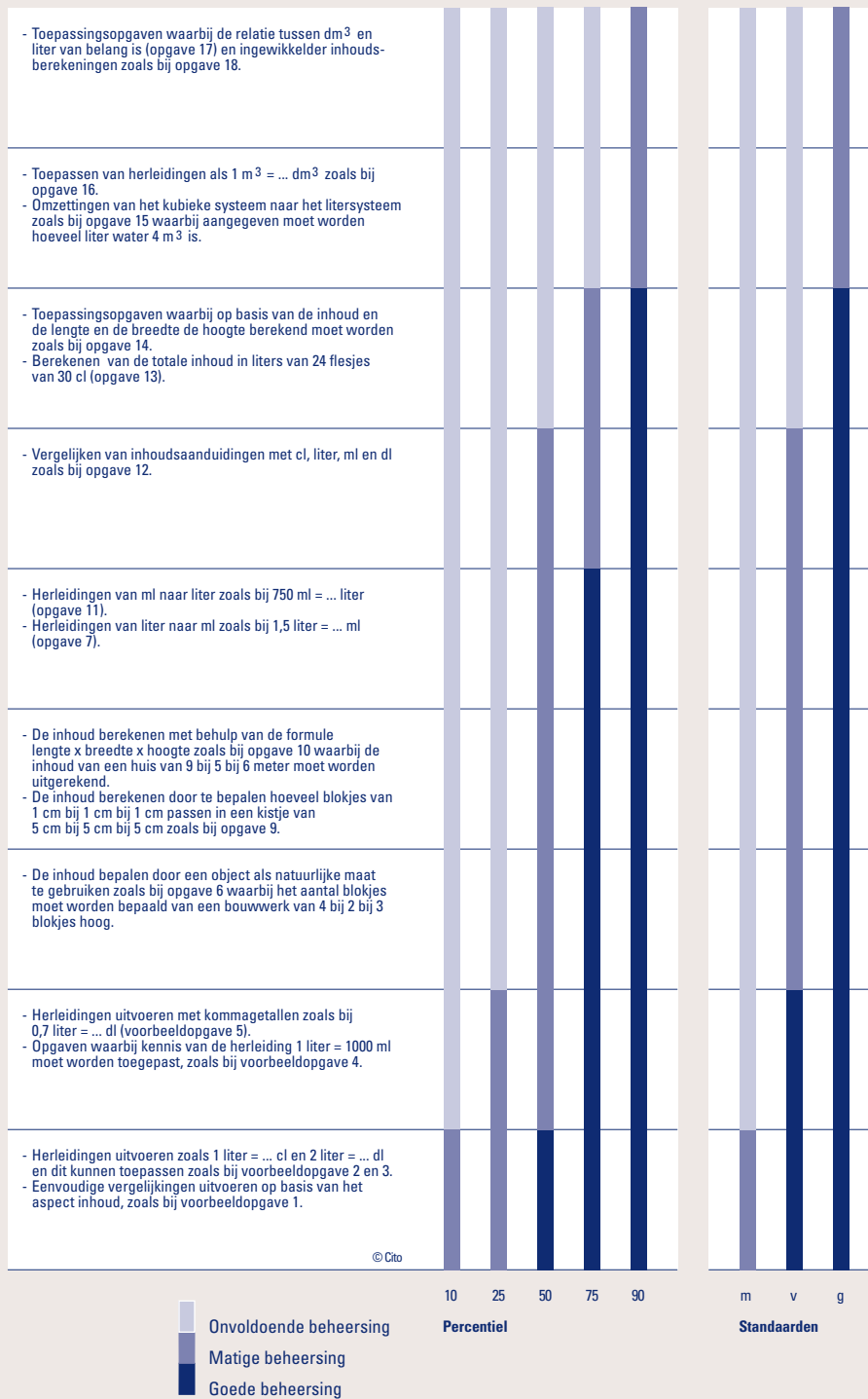
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Meten: inhoud



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: inhoud



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Meten: inhoud

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	260	47	90%	50%
1.25	234	47	76%	29%
1.90	215	48	62%	17%
Geslacht				
jongens	258	49	88%	48%
meisjes	241	49	80%	35%
Leermoment				
M7	211	51	59%	17%
E7	229	51	72%	27%
M8	261	50	89%	51%
E8	250	50	84%	42%
Afnamejaar				
1992	258	50	88%	48%
1997	255	49	87%	46%
2004	250	50	84%	42%
Doorstroom				
BB	192	37	41%	3%
KB	212	36	63%	9%
GL	242	36	88%	31%
HV	287	36	99%	77%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: inhoud

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 3	4 – 18
KB		1 – 4	5 – 18
GL	1 – 3	4 – 10	11 – 18
HV	1 – 9	10 – 14	15 – 18

De gemiddelde vaardigheidsscore van 1.00-leerlingen is 260, bijna een standaard-afwijking hoger dan de gemiddelde vaardigheidsscore van 1.90-leerlingen (215). De gemiddelde score van 1.25-leerlingen (234) neemt een middenpositie in. Afgezet tegen de standaard Voldoende bereikt 50 procent van de 1.00-leerlingen dit niveau tegen 29 procent van de 1.25-leerlingen en 17 procent van de 1.90-leerlingen. De afstanden zijn dus groot te noemen.

De gemiddelde score van meisjes is 241, van jongens 258, zodat 48 procent van de jongens en slechts 35 procent van de meisjes het niveau van de standaard Voldoende bereikt.

Opnieuw bereiken de leerlingen medio jaar-groep 8 het hoogste niveau. Er is vooral groei in vaardigheid in het eerste half jaar van jaar-groep 8. Daarna neemt de vaardigheid weer enigszins af. Medio jaargroep 8 bereikt 51 procent het niveau van de standaard Voldoende, maar dat zakt dus af naar 42 procent.

Over de periode 1992–2004 lijkt er sprake te zijn van een licht negatieve trend.

Afgezet tegen de standaard Voldoende zou in 1992 48 procent van de leerlingen dit niveau bereiken.

De vier doorstroomniveaus laten de gebruikelijke verschillen in vaardigheid zien. Voor de gemiddelde BB-leerling zijn vrijwel alle opgaven te moeilijk. Er zijn ook nauwelijks leerlingen in deze groep die de standaard Voldoende bereiken (3 procent) en 41 procent bereikt de standaard Minimum.

De gemiddelde KB-leerling heeft een vaardigheidsniveau vergelijkbaar met de percentiel-25 leerling in de totale populatie en de gemiddelde niveaus van GL- en HV-leerlingen zijn te vergelijken met die van respectievelijk de percentiel-50 en percentiel-75 leerlingen in de totale populatie.

Alleen binnen de groep HV-leerlingen wordt de standaard Voldoende door meer dan 70 procent van de leerlingen bereikt. In de tabel '*Het leerlandschap ...*' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

6.4 Meten: gewicht

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van gewicht en gewichtsmaten, het uitvoeren van herleidingen en het kunnen toepassen van de verworven kennis en inzichten in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- vergelijken op het aspect gewicht. Hierbij spelen weeginstrumenten (veren die meer of minder uitgerekt worden, balans-weegschalen) een belangrijke rol.
- globaal en precies aflezen van resultaten van wegingen op weeginstrumenten.
- kennis en inzicht in de opbouw van het maatsysteem door bijvoorbeeld het uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende weegmaten (kg, g, mg).
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context.
- oplossen van vraagstukjes waarbij onder andere weegresultaten afgelezen en herleidingen uitgevoerd moeten worden.

Wat leerlingen kunnen

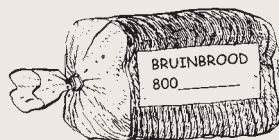
De percentiel-10 leerling beheerst geen van de voorbeeldopgaven van dit onderwerp goed, de eerste drie voorbeeldopgaven redelijk goed tot matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Percentiel-10 leerlingen weten al redelijk goed welke gewichtsaanduiding hoort bij een bepaald artikel (voorbeeldopgave 1). Ze kunnen ook al redelijk goed zaken op het aspect gewicht vergelijken (voorbeeldopgave 2). Het toepassen van het omzetten van kg naar gram, zoals bij voorbeeldopgave 3 wordt door deze leerlingen maar net voldoende beheerst. **De percentiel-25 leerling** beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgaven 4 tot en met 9 matig en voorbeeldopgave 10 en volgende onvoldoende. Percentiel-25 leerlingen hebben 60 à

70 procent kans om voorbeeldopgaven 4, 5 en 6 goed te maken. Voorbeeldopgave 4 vraagt van de leerling om zich te realiseren dat 1987 gram bijna 2 kg is. Bij voorbeeldopgave 5 moeten de leerlingen uitrekenen hoeveel de kaas per kg kost als 400 gram kaas € 6,- kost. Bij voorbeeldopgave 6 moeten leerlingen tot de conclusie komen dat 5×250 gram in totaal 1,25 kg is. Andere opgaven die door leerlingen op dit vaardigheidsniveau matig worden beheerst zijn opgaven waarbij de leerlingen onder andere moeten aangeven hoeveel gram 1,538 kg is (voorbeeldopgave 7), hoeveel gram 4,5 kg is (voorbeeldopgave 9) en een aanduiding in spreektaal: 1 kg en 5 gram omzetten naar een gewichtsaanduiding op een digitale weegschaal: 1,005 kilogram (voorbeeldopgave 8).

Metten: gewicht

Voorbeeldopgaven 1–9

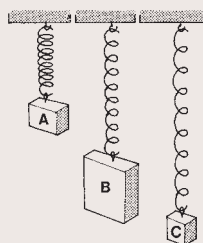
1]



Hoeveel weegt dit brood?

800 _____

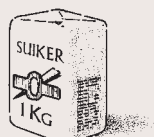
2]



Drie blokken worden na elkaar aan dezelfde veer gehangen. Welk blok heeft het grootste gewicht?

blok _____

3]

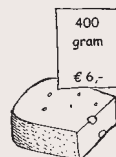


Moeder gebruikte bij het maken van jam de helft van dit pak. Hoeveel gram is dat?

_____ gram

4] 1987 gram is bijna _____ kg

5]



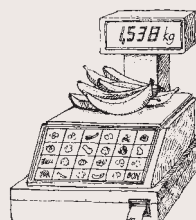
Hoeveel kost deze kaas per kilo?

€ _____

6] Marike maakt een aardappelschotel voor 5 personen. Per persoon heeft zij 250 gram aardappelen nodig. Hoeveel kg aardappelen moet ze dan in totaal afwegen?

- | | |
|-----------|-----------|
| A 0,5 kg | D 12,5 kg |
| B 1,25 kg | E 125 kg |
| C 5 kg | |

7]



Hoeveel gram wegen de bananen?

- | | |
|--------------|----------------|
| A 15,38 gram | D 15 380 gram |
| B 153,8 gram | E 153 800 gram |
| C 1538 gram | |

8]



Wat staat er op de weegschaal?

- | | |
|------------|------------|
| A 1,500 kg | C 1,005 kg |
| B 1,050 kg | D 0,105 kg |

9]



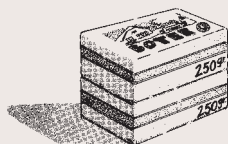
Deze kat weegt 4,5 kg. Hoeveel gram is dat?

_____ gram

Meten: gewicht

Voorbeeldopgaven 10–18

10]



Het winkelcentrum heeft 100 kilo boter besteld.

Hoeveel pakjes boter van 250 gram zijn dat?

_____ pakjes

13]



In elk pak koffie uit deze doos zit 250 gram.

Hoeveel kilogram koffie zit er in deze doos?

_____ kg

15] In een zak hondenbrokjes zit 2 kg.

De hond van Hanne krijgt 4 keer per dag 50 gram brokjes.

Na hoeveel dagen is de zak leeg?

Na _____ dagen

16]

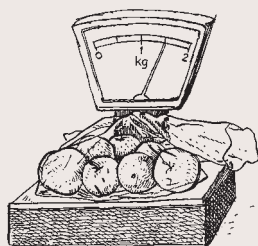


Moeder koopt 300 gram rundergehakt.

Hoeveel moet zij betalen?

€ _____

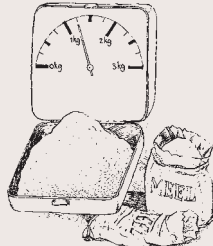
11]



Hoeveel gram wegen de appels op de weegschaal in totaal?

_____ gram

14]



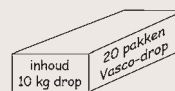
Pim moet in totaal 2 kg meel afwegen.

Hij heeft al wat op de weegschaal gedaan.

Hoeveel gram meel moet hij er nog bij doen om 2 kg meel te krijgen?

_____ gram

17]



Hoeveel gram weegt 1 pak drop?

_____ gram

12] 2,5 kg is 2 kg en _____ gram.

18] Daniëls cavia's Bruinwoet en Witwoet krijgen allebei 25 gram voer per dag. Daniëls vader heeft een zak voer van 2,5 kilogram gekocht. Hoeveel dagen kunnen Bruinwoet en Witwoet hiervan eten?

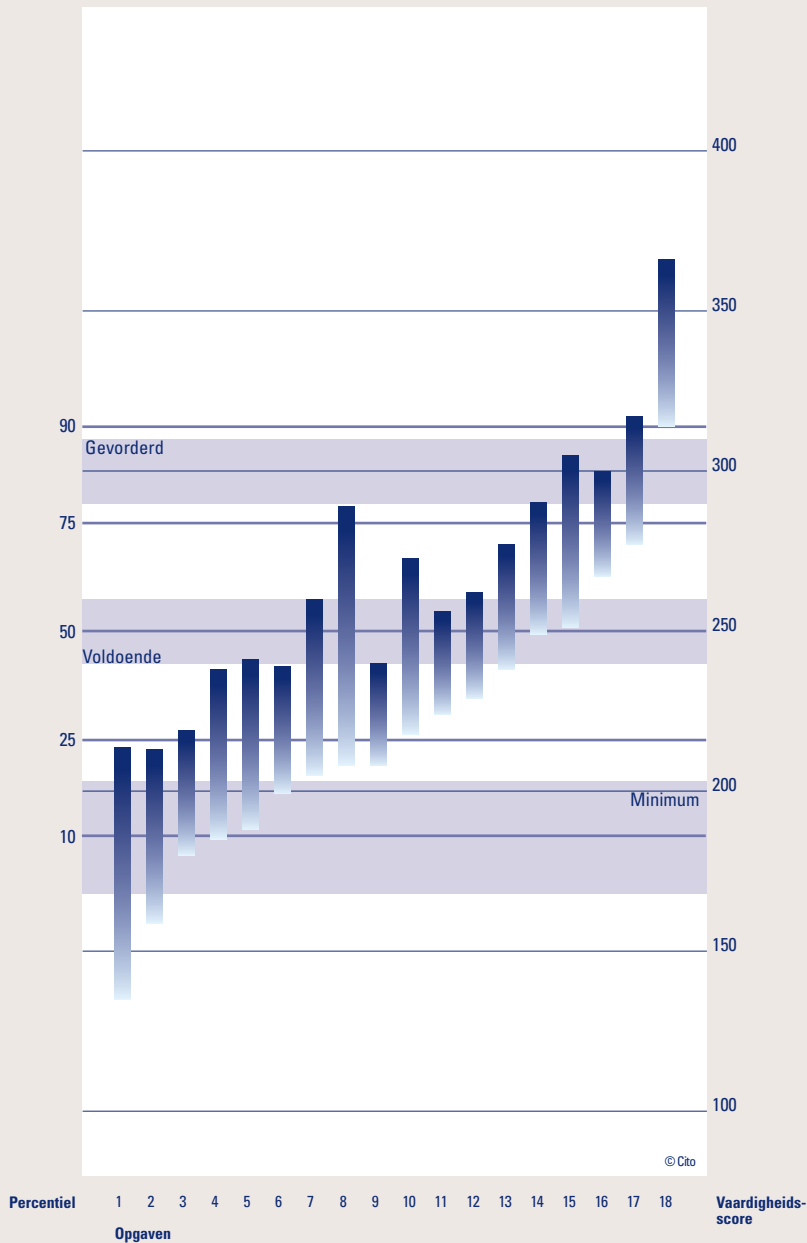
_____ dagen

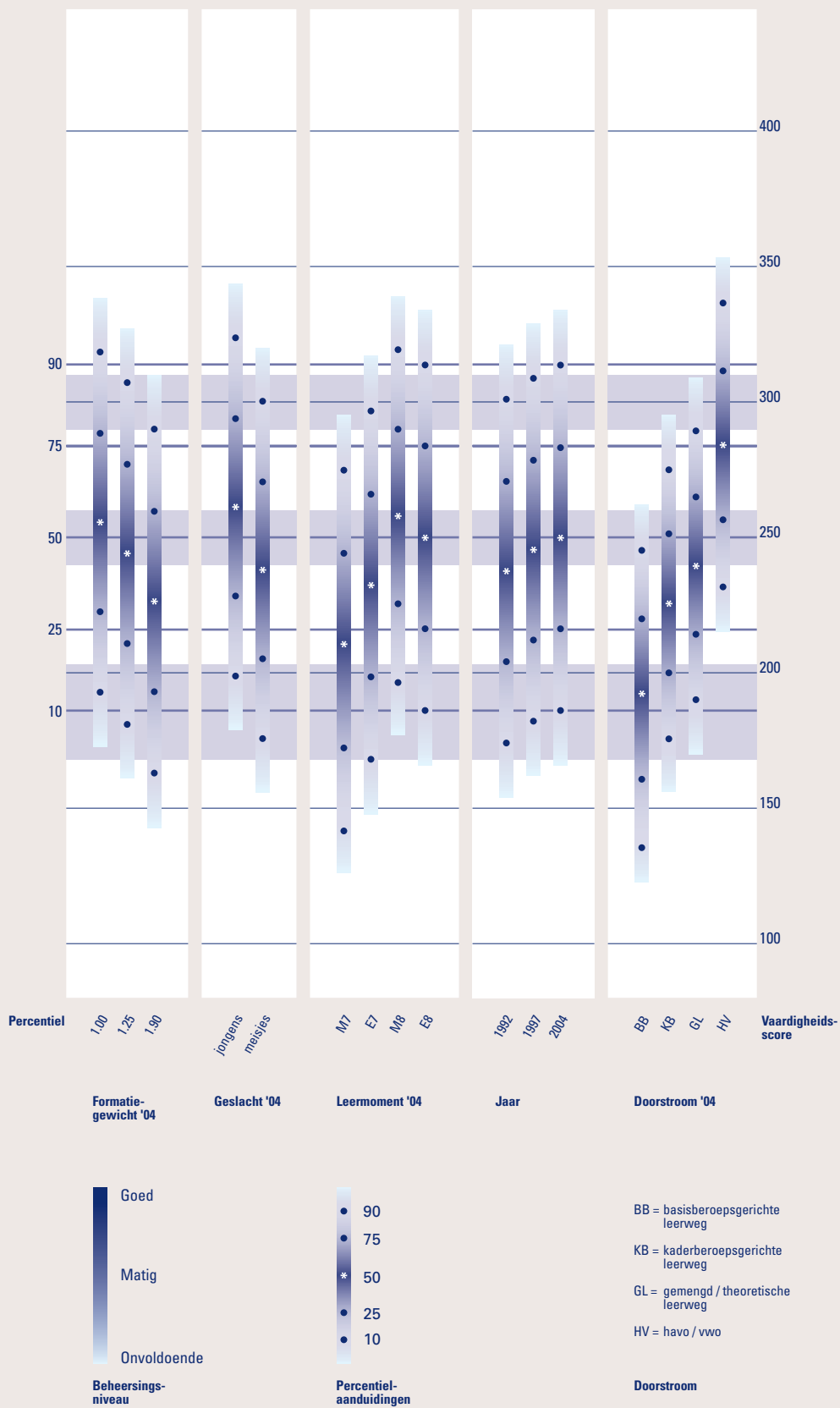
De gemiddelde leerling beheerst de eerste zes voorbeeldopgaven en voorbeeldopgave 9 goed, de voorbeeldopgave 7, 11 en 12 bijna goed en de voorbeeldopgaven 8, 10 en 13 matig. De voorbeeldopgaven 14 tot en met 18 worden door de gemiddelde leerling nog onvoldoende beheerst. Voorbeeldopgave 11 wordt door de gemiddelde leerling bijna goed beheerst. Leerlingen moeten op de weegschaal aflezen dat de appels 1,5 kg wegen en vervolgens aangeven hoeveel gram dat is. Voorbeeldopgave 10 is voor de gemiddelde leerling iets moeilijker dan voorbeeldopgave 11. Bij voorbeeldopgave 10 moet de leerling uitrekenen hoeveel pakjes boter van 250 gram besteld moeten worden als 100 kilo boter nodig is en bij opgave 12, waarbij de gemiddelde leerling 70 procent kans op een goed antwoord heeft, moet aangegeven worden hoeveel gram met het cijfer achter de komma bedoeld wordt (2,5 kg is 2 kg en ... gram). Bij voorbeeldopgave 13 heeft de gemiddelde leerling nog

ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord. Veel leerlingen maken geen gebruik van de in de tekening ingebouwde structuur waarbij één rij van 4 pakken samen 1 kg is. Ongeveer de helft van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord gegeven. De meest voorkomende fout bij deze opgave is het antwoord 6000 dat door 12 procent van de leerlingen gegeven is. Deze leerlingen hebben niet uitgerekend hoeveel kg het in totaal is, maar hoeveel gram. Bij voorbeeldopgave 14 en 15 heeft de gemiddelde leerling ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord. Bij voorbeeldopgave 14 moet de leerling zowel het gewicht goed aflezen als een bewerking uitvoeren om te bepalen hoeveel gram er bij 1,250 kg moet om 2 kg te krijgen. Bij voorbeeldopgave 15 moeten meerdere berekeningen gemaakt worden en een omzetting van kg naar grammen of omgekeerd.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

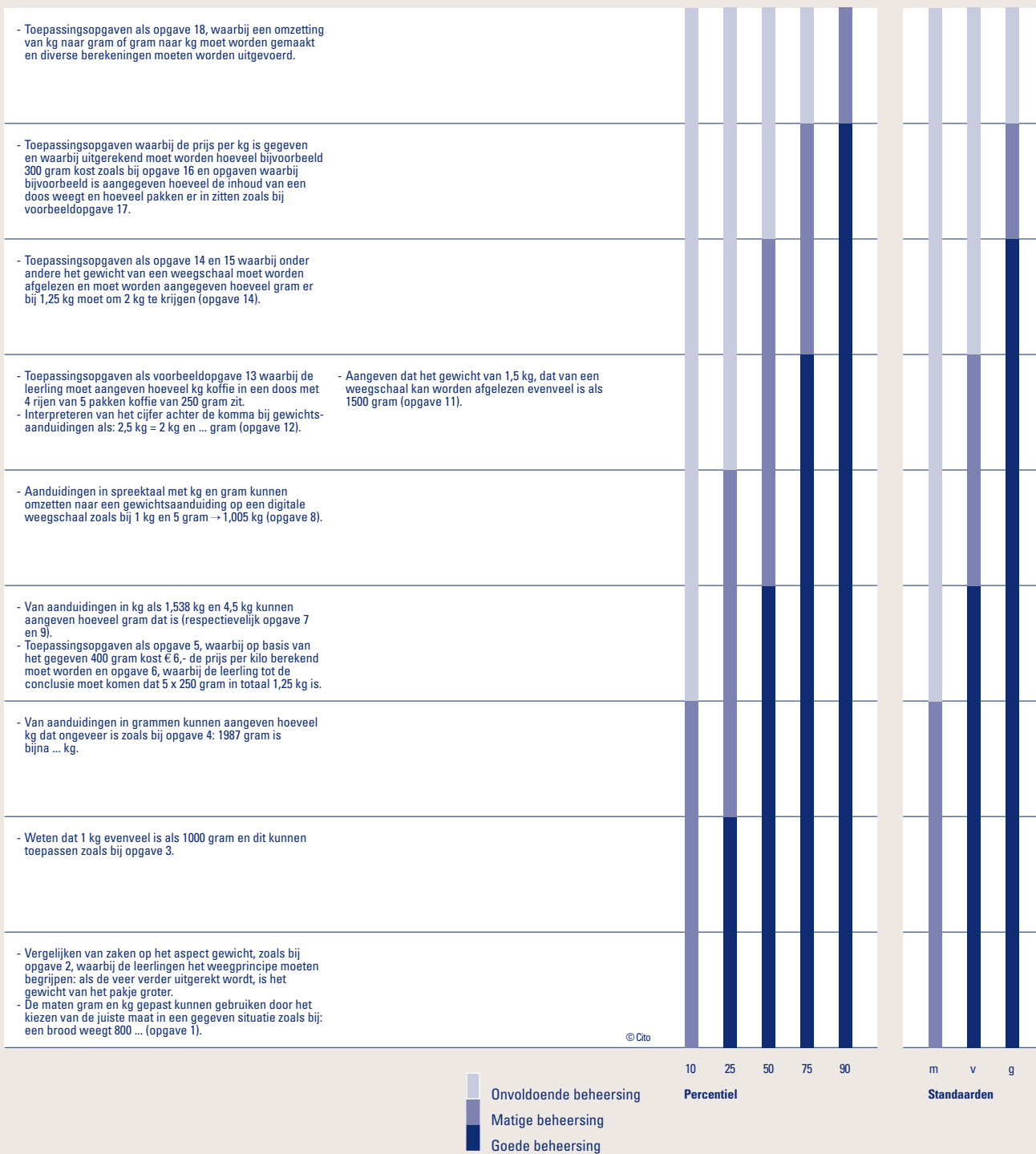
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Meten: gewicht





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Meten: gewicht



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Meten: gewicht

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	256	49	91%	63%
1.25	244	49	86%	53%
1.90	227	49	77%	39%
Geslacht				
jongens	261	49	93%	67%
meisjes	238	49	84%	49%
Leermoment				
M7	211	50	66%	28%
E7	232	50	80%	44%
M8	261	50	92%	66%
E8	250	50	88%	58%
Afnamejaar				
1992	237	50	83%	48%
1997	246	50	87%	55%
2004	250	50	88%	58%
Doorstroom				
BB	193	39	53%	11%
KB	226	39	82%	36%
GL	240	38	90%	50%
HV	284	38	99%	88%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: gewicht

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB		1 – 5	6 – 18
KB	1 – 3	4 – 10	11 – 18
GL	1 – 6 en 9	7 – 8 en 10 -12	13 – 18
HV	1 – 13	14 – 17	18

De percentiel-75 leerling beheerst de eerste 14 voorbeeldopgaven goed of vrijwel goed, de voorbeeldopgaven 15, 16 en 17 matig en voorbeeldopgave 18 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 16 is de prijs per kg gegeven (€ 4,- per kg) en moet de leerling uitrekenen hoeveel 300 gram kost. Bij voorbeeldopgave 17 is gegeven dat 20 pakken in totaal 10 kg wegen en moet de leerling uitrekenen hoeveel 1 pak weegt. Bij deze laatste opgave heeft een percentiel-75 leerling nog iets meer dan 50 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-90 leerling beheerst de eerste 17 voorbeeldopgaven goed. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben nog ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord bij de laatste voorbeeldopgave. Bij deze opgave moet uitgerekend worden voor hoeveel dagen een zak voer van 2,5 kg genoeg is als 2 konijnen elk 25 gram voer per dag krijgen.

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: gewicht* (pag. 196) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

De discussie over de **standaard Minimum** betreft vooral de vraag in hoeverre de leerlingen de eerste twee, drie voorbeeldopgaven zouden moeten beheersen. De meningen lopen enigszins uiteen zodat er een relatief breed interkwartielbereik ontstaat. Dit bereik ligt rondom het beoogde percentage leerlingen voor deze standaard. Met mediaan op vaardigheidsscore 190 bereikt 88 procent van de leerlingen het gewenste niveau voor deze standaard.

Het interkwartielbereik voor de **standaard Voldoende** ligt rondom percentiel 50 van de vaardigheidsverdeling. De mediaan ligt echter op 240, een niveau dat door 58 procent van de leerlingen wordt bereikt. Er bestaat redelijke overeenstemming tussen beoordelaars omtrent het gewenste vaardigheidsniveau. Met uitzondering van de voorbeeldopgaven 7 en 8 zouden de leerlingen de eerste negen voorbeeldopgaven zonder problemen goed moeten kunnen oplossen. Een aantal opgaven wordt dan matig beheerst en vanaf voorbeeldopgave 14 is er sprake van onvoldoende beheersing en hebben de leerlingen minder dan 50 procent kans op een correct antwoord. Gezien de positie van de **standaard Gevorderd** overstijgt met name voorbeeldopgave 18 volgens de beoordelaars het niveau van de kerndoelen basisonderwijs.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: gewicht* (pag. 196) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Opnieuw zijn de afstanden tussen de drie formatiegewichtscategorieën redelijk groot. Zetten we ze af tegen de standaard Voldoende dan bereikt 63 procent van de 1.00-leerlingen dit niveau tegen 39 procent van de 1.90-leerlingen.

Jongens scoren ook op dit onderwerp beter dan meisjes.

Er is sprake van een aanzienlijke groei in vaardigheid tussen medio jaargroep 7 en medio jaargroep 8, maar daarna neemt het vaardigheidsniveau van de leerlingen weer af. Medio jaargroep 8 bereikt 66 procent van de leerlingen de standaard Voldoende, eind jaargroep 8 nog 58 procent.

Er lijkt sprake te zijn van een lichte positieve tendens over de laatste drie peilingen vanaf 1992. Betrekken we daar echter ook 1987 bij, dan is de vaardigheid over de totale periode eerder stabiel te noemen.

Ten slotte laten de vier doorstroomniveaus de te verwachten verschillen in vaardigheid weer zien. In de tabel '*Het leerlandschap ...*' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

6.5 Meten: toepassingen

Inhoud

Bij de opgaven uit deze schaal moeten de leerlingen complexere meetproblemen oplossen. Bij een aantal opgaven moeten ze aangeven wat je in een bepaalde situatie moet weten of berekenen: de lengte, de omtrek, de oppervlakte, de inhoud of het gewicht. Bij een aantal andere opgaven gaat het om samengestelde grootheden als kg/m^2 , verbruik of snelheid. Soms komen in de opgaven meer maten voor en moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden of is er een relatie met een ander inhoudelijk terrein, bijvoorbeeld breuken. De diversiteit van vaardigheden waarop met de opgaven van dit onderwerp een beroep wordt gedaan, maakt het niet goed mogelijk op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven een ontwikkelingslijn te definiëren.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste twee voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgaven 3 tot en met 5 matig en voorbeeldopgaven 6 tot en met 16 onvoldoende. Percentiel-10 leerlingen zijn goed in staat de afmetingen van een stuk plaat dat ze nodig hebben te relateren aan de afmetingen van

een plaat zoals bij voorbeeldopgave 1 het geval is. Ze kunnen ook trends herkennen in meervoudige staafgrafieken zoals bij voorbeeldopgave 2. Bij voorbeeldopgave 3 moet uitgaande van een gegeven snelheid de relatie tussen afgelegde afstand en een bepaalde tijdsduur gelegd worden (60 km per uur is ... km per kwartier). Deze opgave wordt door percentiel-10 leerlingen nog matig beheerst. Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 4 waarbij uit een lijngrafiek moet worden afgelezen wie na 500 meter als eerste over de streep ging en in welke tijd. Bij voorbeeldopgave 5 moet de leerling eerst concluderen dat 1 kg vier keer zoveel is als 250 gram. Vervolgens kan hij dan via de berekening $4 \times \frac{1}{2}$ vaststellen dat 2 liter water nodig is. Percentiel-10 leerlingen hebben nog ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord bij opgave 5.

De percentiel-25 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 tot en met 4 goed, voorbeeldopgave 5, 6 en 7 matig en de voorbeeldopgaven 8 tot en met 16 onvoldoende. Percentiel-25 leerlingen beheersen naast voorbeeldopgave 5 ook voorbeeldopgave 6 matig en voorbeeldopgave 7 zeer matig. Bij voorbeeldopgave 6 moet op basis van een oppervlakteberekening ($20 \times 5 = 100 \text{ m}^2$) bepaald worden hoeveel pakken groeimest (1 pak is voldoende voor 10 m^2) gekocht moeten worden en bij voorbeeldopgave 7 moet uitgaande van een tekening van de grootte van verschillende afdelingen en een totale oppervlakte van 800 m^2 de oppervlakte van één van de afdelingen bepaald worden. Om dat te kunnen doen moet de leerling de grootte van de oppervlakte van die afdeling relateren aan de totale oppervlakte en concluderen dat de oppervlakte (van die afdeling) eenachtste deel van de totale oppervlakte is ($\frac{1}{8}$ van 800 m^2 is 100 m^2). Ook is het mogelijk via herhaald halveren naar de oplossing toe te werken: de oppervlakte van de afdeling levensmiddelen is de helft van 800 m^2 is 400 m^2 ; de oppervlakte van de afdeling groenten en fruit is de helft van 400 m^2 is 200 m^2 en de oppervlakte van de afdeling vleeswaren is weer de helft van de oppervlakte van groenten en fruit en is dus de helft van 200 m^2 is 100 m^2 . Ruim 65 procent van de leerlingen die voorbeeldopgave 7 gemaakt hebben, heeft het goede antwoord 100 gegeven. Ruim 8 procent gaf het antwoord 200, ongeveer 3 procent gaf het antwoord 400 en bijna 8 procent van de leerlingen heeft geen antwoord gegeven.

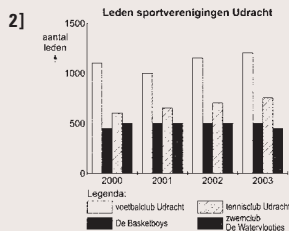
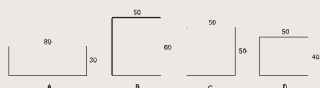
De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 6 goed, voorbeeldopgaven 7 tot en met 10 matig en voorbeeldopgaven 11 tot en met 16 onvoldoende.

Meten: toepassingen
Voorbeeldopgaven 1–10

- 1] Peter heeft een stuk plaat van onderstaande afmeting nodig.



Uit welke plaat kan hij die zagen?

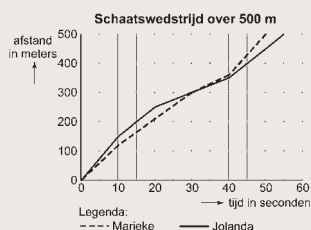


Welke vereniging ziet haar aantal leden ieder jaar groeien?

- A Voetbalclub Udracht
 B De Basketboys
 C Tennisclub Udracht
 D Zwemclub de Watervlootjes

- 3] Natalie rijdt met een snelheid van 60 km per uur.
 Hoeveel km legt zij dan in een kwartier af?

_____ km

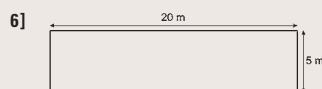


Wie wint de wedstrijd en in welke tijd?

_____ in _____ seconden

- 5] 250 gram rijst kook je in $\frac{1}{2}$ liter water.
 Hoeveel liter water is dan nodig voor 1 kg rijst?

_____ liter

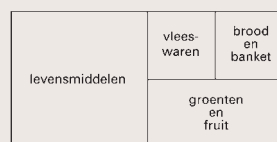


Aldo wil groeimest strooien op dit stuk grond.

Hoeveel pakken groeimest heeft hij nodig?

_____ pakken

- 7] **Plattegrond van een winkel**

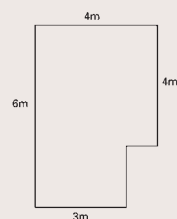


De totale oppervlakte van de winkel is 800 m².

Hoeveel ruimte neemt de afdeling "vleeswaren" in beslag?

_____ m²

- 8] **Plattegrond huiskamer**

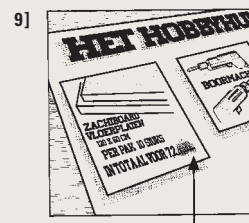


Dorien koopt een stuk vloerbedekking van 6 meter bij 4 meter.

Dit stuk vloerbedekking is te groot voor de huiskamer.

Wat zijn de afmetingen van het stuk dat overblijft?

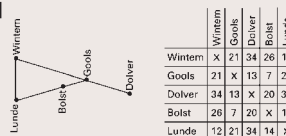
_____ m bij _____ m



Wat moet achter 7,2 staan?

- A cm C m
 B cm² D m²

- 10]



Charlotte wil van Lunde naar Dolver via Wintem.

Hoeveel kilometer is dat?

_____ kilometer

Bij voorbeeldopgave 8 moeten de leerlingen aangeven wat de afmetingen zijn van het stuk vloerbedekking dat overblijft. De afmetingen moeten de leerlingen afleiden door gegevens met elkaar te combineren. Ongeveer de helft van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord (1 m bij 2 m

of 2 m bij 1 m) gegeven. Bijna 7 procent van de leerlingen neemt de afmetingen van de dichtstbijzijnde zijden over en geeft als antwoord 3 m bij 4 m of 4 m bij 3 m. Dat veel leerlingen moeite met dit soort opgaven hebben, blijkt ook uit het feit dat ruim 15 procent van de leerlingen geen antwoord

gegeven heeft. Voorbeeldopgave 9 vraagt van de leerlingen aan te geven welke maat bij de gepresenteerde gegevens hoort. De leerlingen moeten aangeven of het een lengtemaat of een oppervlaktemaat moet zijn en daarnaast is ook de orde van grootte van de maat van belang (cm^2 of m^2). Bij voorbeeldopgave 10 wordt met behulp van een schematisch kaartje de ligging van plaatsen ten opzichte van elkaar gepresenteerd. Op basis van deze kaart moeten de leerlingen via het combineren van gegevens uit een afstandentabel de afstand tussen twee plaatsen bepalen. Ook bij deze opgaven heeft ongeveer de helft van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, het goede antwoord 46 gegeven. 12 procent van de leerlingen heeft 34 als antwoord gegeven. Zij lezen in de afstandstabel dat de afstand tussen de twee plaatsen 34 km is, maar ze hebben uit de andere gegevens niet de conclusie getrokken dat dat de afstand via Bolst is.

De percentiel-75 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 10 goed of bijna goed, de voorbeeldopgaven 11 tot en met 13 matig en de voorbeeldopgaven 14 tot en met 16 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 11 moeten de leerlingen naast een oppervlakteberekening

($5 \times 4 \text{ m}^2 = 20 \text{ m}^2$) uitrekenen hoeveel het voordeel per m^2 is ($\text{€ } 59,- - \text{€ } 39,- = \text{€ } 20,-$) en op basis van deze gegevens hoeveel het totale voordeel is ($20 \times \text{€ } 20,- = \text{€ } 400,-$). Voorbeeldopgave 12 is een toepassingsopgave waarbij leerlingen zich moeten voorstellen hoe een oppervlak van 12 bij 20 meter bedekt kan worden met banen van 4 meter breed. Bij voorbeeldopgave 13 moeten de leerlingen op basis van de gemiddelde snelheid (32 km per uur) en een tijdsduur (3 uur en 45 minuten) de gereden afstand bepalen ($3 \times 32 + 3/4 \times 32 = 96 + 24 = 120 \text{ km}$).

Ongeveer eenderde deel van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord 120 km gegeven. Dat deze opgave voor veel leerlingen moeilijk is, blijkt ook uit het feit dat bijna 20 procent van alle leerlingen geen antwoord heeft gegeven.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 13 goed of vrijwel goed en de voorbeeldopgaven 14 tot en met 16 matig. De voorbeeldopgaven 14 tot en met 16 zijn moeilijker toepassingsopgaven. Bij voorbeeldopgave 14 moeten de leerlingen aangeven wat de afmetingen worden van de stukken vloerbedekking die je krijgt als een stuk van 600 cm lang en 400 cm breed in 4 even grote stukken wordt verdeeld.

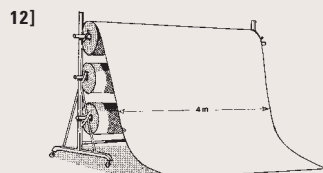
Metten: toepassingen

Voorbeeldopgaven 11–16



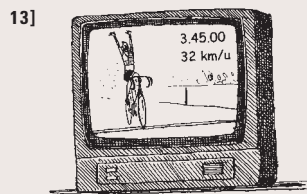
Petra krijgt een kurkvloer op haar kamer. Bruine kurktégels kosten € 39,- per m^2 . Grijs kurktégels kosten € 59,- per m^2 . Hoeveel gulden bespaart Petra als zij de bruine tegels koopt?

€ _____



De vloer is 12 bij 20 meter. Hoeveel meter zeil van 4 meter breed moet gekocht worden?

_____ meter

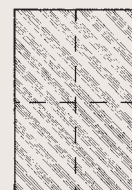


De wielrenner heeft 3 uur en 45 minuten gereden met een gemiddelde snelheid van 32 km per uur.

Hoe lang was de hele wedstrijd?

_____ km

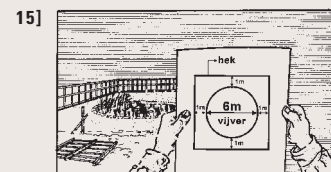
14] Een stuk vloerbedekking is 600 cm lang en 400 cm breed.



Het wordt op bovenstaande manier in 4 even grote stukken gesneden.

Hoe groot wordt elk stuk?

_____ cm bij _____ cm

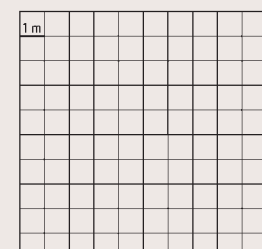


Op de tekening is te zien dat op enige afstand van de vijver een hek komt te staan.

Hoe lang wordt het hek?

_____ meter

16] Henri heeft een rechthoekig tuintje van 16 m^2 . Om zijn tuin spant hij draad. Hij heeft 20 meter draad nodig. Teken dat tuintje in het rooster hieronder en zet er de maten bij.



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Meten: toepassingen

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	260	47	96%	59%
1.25	229	48	85%	33%
1.90	219	49	79%	26%
Geslacht				
jongens	256	50	94%	55%
meisjes	244	49	90%	45%
Leermoment				
M7	208	51	71%	20%
E7	222	51	80%	29%
M8	259	50	94%	57%
E8	250	50	92%	50%
Afnamejaar				
1992	248	50	91%	48%
1997	257	49	94%	55%
2004	250	50	92%	50%
Doorstroom				
BB	185	35	56%	3%
KB	218	35	86%	18%
GL	242	35	96%	40%
HV	288	34	100%	86%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meten: toepassingen

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 2	3 – 5	6 – 16
KB	1 – 4	5 – 6	7 – 16
GL	1 – 6	7	8 – 16
HV	1 – 7	8 – 13	14 – 16

Iets meer dan eenderde deel van alle leerlingen heeft het goede antwoord 300 bij 200 cm of 200 bij 300 cm gegeven. Ondanks het feit dat een tekening de situatie verduidelijkt, doorzien veel leerlingen de situatie niet. Het meest gegeven foutieve antwoord (150 bij 100 cm of 100 bij 150 cm) komt tot stand doordat de leerling zowel 600 als 400 door 4 deelt. Bijna 30% van de leerlingen heeft dit foutieve antwoord gegeven. Voorbeeldopgave 15 is ook een complexe toepassingsopgave waarbij men de gegevens uit een tekening moet aflezen. Deze opgave is ongeveer even moeilijk als voorbeeldopgave 14. Bij de laatste voorbeeld-

opgave moeten de leerlingen op basis van een gegeven oppervlakte (16 m²) en een gegeven omtrek (20 m) een tuintje construeren in een roosterfiguur dat aan deze specificaties voldoet. Percentiel-90 leerlingen hebben bij de laatste 3 opgaven ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord.

Standaarden

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** is 180 en dat vaardigheidsniveau wordt door 92 procent van de leerlingen bereikt. De vaardigheid van de leerlingen beperkt zich dan tot een niveau dat hen in staat stelt tot een goede beheersing van de eerste voorbeeldopgave en redelijk tot matige beheersing van de voorbeeldopgaven 2, 3 en 4. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheids-scores 250 en dat niveau wordt bereikt door 50 procent van de leerlingen. Van de leerlingen wordt verwacht dat zij de eerste zes voorbeeldopgaven goed beheersen en voorbeeldopgave 7 matig. Beheersing van de laatste drie voorbeeld-opgaven overstijgt volgens de beoordelaars het niveau van de kerndoelen basisonderwijs, gezien de positie van de **standaard Gevorderd**.

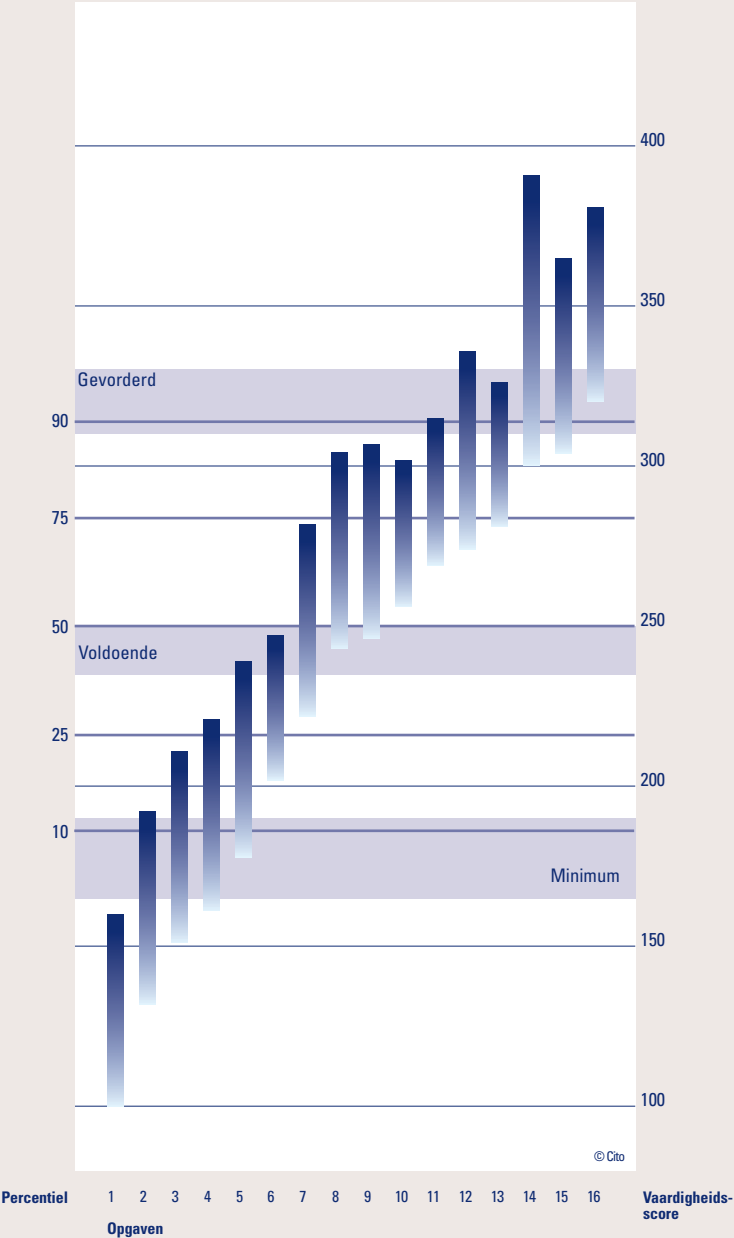
De beoordelaars hebben in 2004 iets milder geoordeeld dan in 1995, maar het verschil is klein.

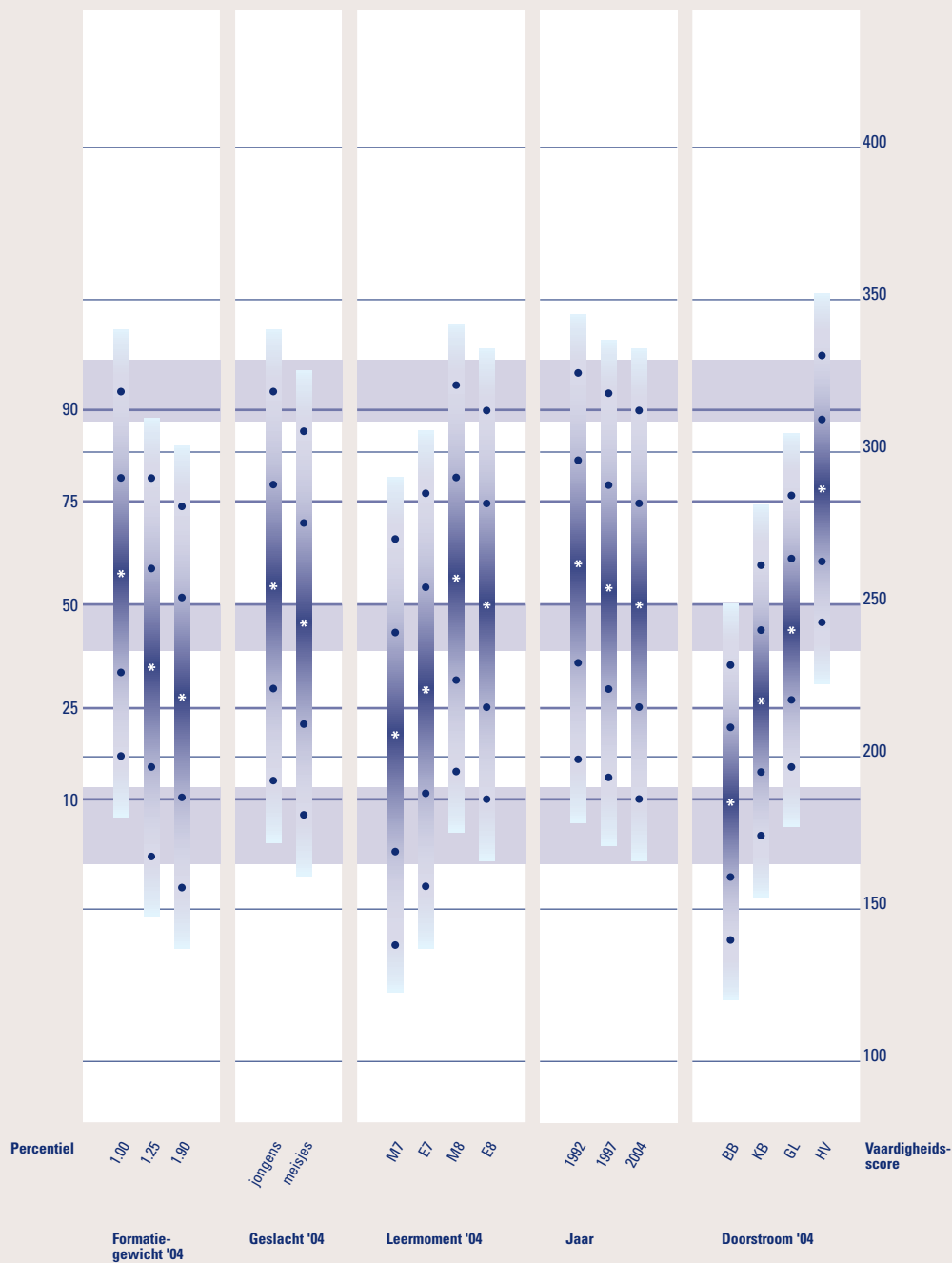
Verschillen tussen leerlingen

Op het niveau van de formatiegewichten tekent er zich een tweedeling af tussen enerzijds de 1.00-leerlingen en anderzijds de 1.25- en 1.90-leerlingen. De gemiddelde score van de 1.00-leerlingen is 260 en daarvan bereikt 59 procent de standaard Minimum en 96 procent de standaard Voldoende. De gemiddelde vaardigheidsscores van de 1.25- en 1.90-leerlingen zijn respectievelijk 229 en 219. Van de 1.25-leerlingen bereikt 33 procent het mediaanniveau van de oordelen voor de standaard Voldoende en 85 procent het mediaanniveau van de oordelen voor de standaard Minimum. Voor 1.90-leerlingen zijn de percentages respectievelijk 26 en 79 procent. Het vaardigheidsniveau van jongens is iets hoger dan dat van de meisjes. Tot medio jaargroep 8 is er sprake van toenemend vaardigheidsniveau, vooral in de eerste helft van jaargroep 8. Daarna zakt het vaardigheidsniveau weer iets terug, waarschijnlijk omdat de vaardigheid onvoldoende wordt onderhouden.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp
Meten: toepassingen





Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

Over de afgelopen periode van 10 jaar is er weinig verschuiving opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen op dit onderwerp.

Iets meer dan de helft van de BB-leerlingen bereikt het niveau van de standaard Minimum, maar er zijn nauwelijks leerlingen in deze groep die het niveau van de standaard Voldoende bereiken. Van de KB-leerlingen bereikt bijna 90 procent het niveau van de standaard Minimum, maar slechts 18 procent de standaard Voldoende. GL-leerlingen bereiken vrijwel allemaal het niveau van de standaard Minimum, maar het niveau van de standaard Minimum wordt door slechts 40 procent van de leerlingen gehaald.

Ten slotte bereikt bijna 90 procent van de HV-leerlingen het niveau van de standaard Voldoende. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. In de opgaven wordt een beroep gedaan op de vaardigheid 'ruimtelijk redeneren'. Dat gebeurt aan de hand van bouwsels, bouwplaten, plattegronden, kaarten, foto's en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal. Daarnaast zijn er enkele opgaven die het verklaren van schaduwbeelden als onderwerp hebben. Ook voor dit onderwerp geldt dat het niet goed mogelijk is een ontwikkelingslijn te construeren op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven omdat de opgaven inhoudelijk gezien een beroep doen op een breed scala aan vaardigheden.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst voorbeeldopgave 1 goed, de voorbeeldopgaven 2 tot en met 5 matig en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 12 onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau kunnen goed in eenvoudige situaties aangeven welke plattegrond hoort bij een bepaalde tekening. Bij voorbeeldopgave 1 moeten ze daarbij onder andere de relatie leggen tussen de plaats van de garage in combinatie met de ligging van de voordeur op de tekening en de plattegrond.

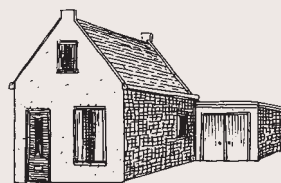
6.6 Meetkunde

Inhoud

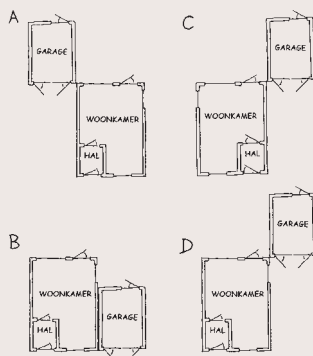
Bij dit onderwerp gaat het om eenvoudige noties en begrippen waarmee de ruimte

Meetkunde: toepassingen Voorbeeldopgaven 1–7

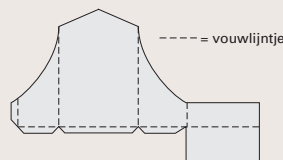
1]



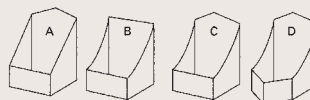
Welke plattegrond hoort bij dit huis met garage?



2]

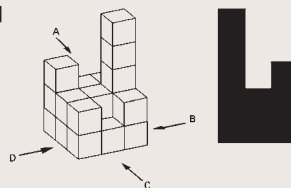


Welk bakje kun je van deze bouwplaat maken?



bakje _____

3]



Pieter heeft een zijaanzicht van het bouwwerk getekend.
Welk zijaanzicht heeft hij getekend?

Zijaanzicht _____

4] Kim, Thea en Bert zien in de verte een ballon achter de bomen de lucht in gaan.



Vul in:



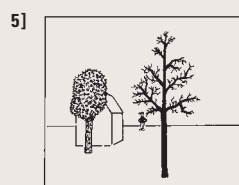
Zo ziet _____ de ballon



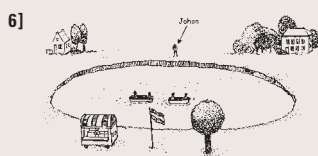
Zo ziet _____ de ballon



Zo ziet _____ de ballon

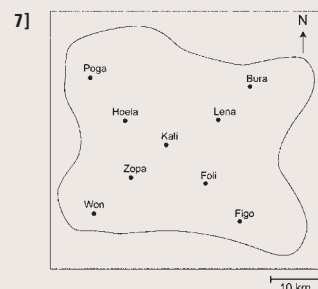
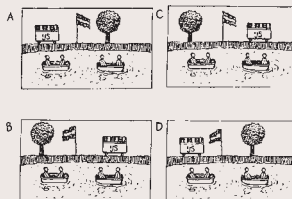


Wat ziet Peter?



Johan maakt nu een foto.

Welke foto is het geworden?



Welke plaats ligt 20 km ten zuidoosten van Kali?

Percentiel-10 leerlingen kunnen redelijk goed opgaven oplossen waarbij aangegeven moet worden welk object je met een bouwplaat kunt maken (voorbeeldopgave 2). Dat geldt ook voor voorbeeldopgave 3 waarbij leerlingen ruimtelijk moeten redeneren om een zij aanzicht van een bouwset te identificeren.

De voorbeeldopgaven 4 en 5 worden nog matig beheerst door percentiel-10 leerlingen. Bij beide opgaven moeten de leerlingen beredeneren hoe iemand de objecten in de ruimte ziet vanuit een bepaald standpunt. De percentiel-25 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende.

Net zoals bij de voorbeeldopgaven 4 en 5 moet ook bij voorbeeldopgave 6 ruimtelijk geredeneerd worden om te bepalen wat je vanuit het standpunt van de fotograaf ziet. Om voorbeeldopgave 7 goed op te kunnen lossen moeten de leerlingen onder andere vertrouwd zijn met ruimtelijke oriëntatiebegrippen als zuidoosten. Bij deze opgave hebben leerlingen van dit vaardigheidsniveau nog 50 procent kans op een goed antwoord.

De gemiddelde leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 5 goed of vrijwel goed, de voorbeeldopgaven 6 tot en met 9 matig en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 12 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 8 moeten de leerlingen net zoals bij voorbeeldopgave 4, 5 en 6 ruimtelijk redeneren om te bepalen wat je ziet vanuit een bepaald standpunt. Ook voorbeeldopgave 9 vraagt ruimtelijk inzicht. De leerling moet in gedachten beredeneren aan hoeveel kanten de blokjes geverfd zijn. Bij voorbeeldopgave 9 heeft de gemiddelde leerling nog 50 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 7 goed of bijna goed, de voorbeeldopgaven 8 tot en met 11 matig en voorbeeldopgave 12 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 10 moeten de leerlingen beredeneren hoe Tamara de auto ziet en bij voorbeeldopgave 11 moeten ze beredeneren vanuit welke richting de foto van de maquette gemaakt is. Voorbeeldopgave 12 wordt onvoldoende beheerst door percentiel-75 leerlingen. Bij deze opgave moeten de leerlingen uit vier uitslagen van kubussen er twee identificeren waarmee je dezelfde kubus kunt maken.

De percentiel-90 leerling beheerst voorbeeldopgaven 1 tot en met 10 goed of bijna goed en voorbeeldopgaven 11 en 12 matig.

Standaarden

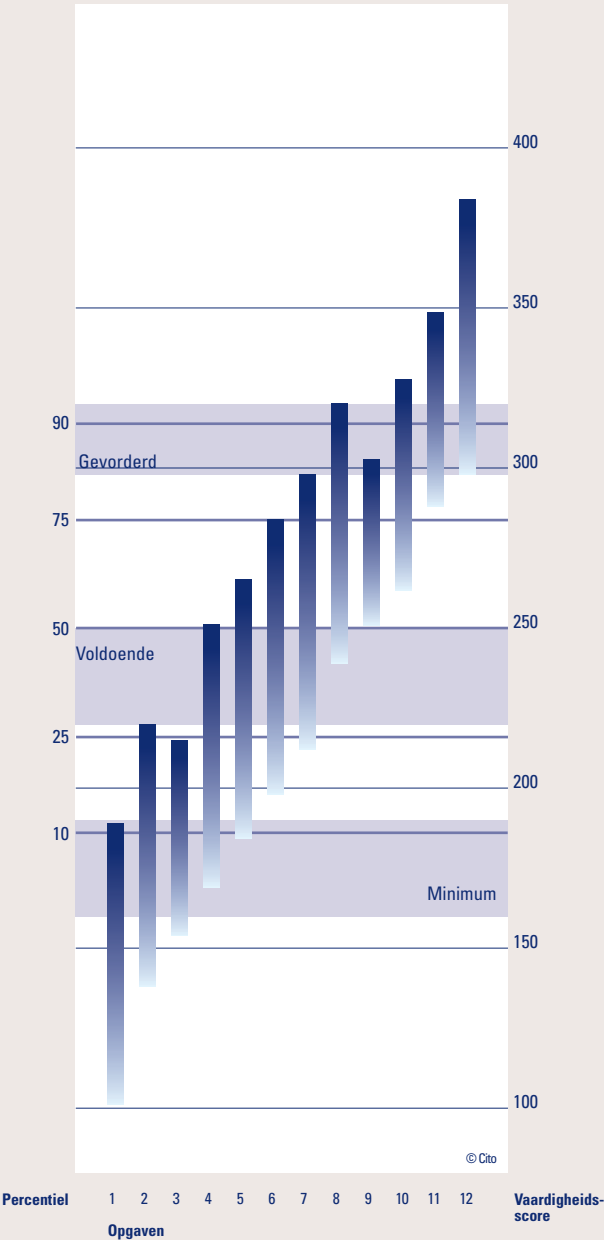
De oordelen voor de standaarden Minimum en Voldoende zoals die door beoordelaars in 2005 zijn vastgesteld komen overeen met de oordelen van beoordelaars uit 1995.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op vaardigheidsscore 170, een niveau dat door 95 procent van de leerlingen wordt bereikt. Op dit niveau beperkt de vaardigheid zich tot een redelijk tot matige beheersing van de eerste drie voorbeeldopgaven.

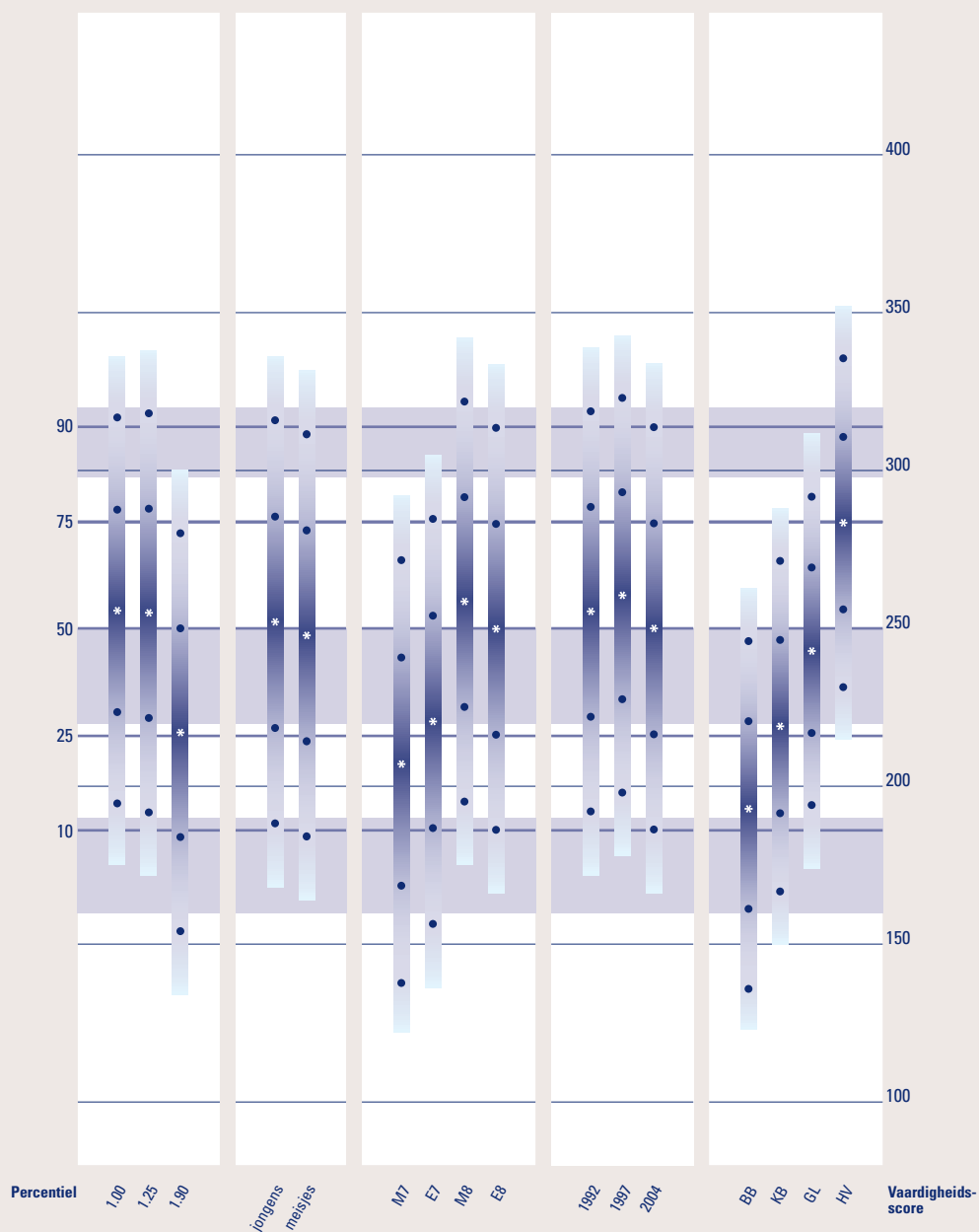
Het interkwartielbereik van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt tussen percentielen 25 en 50. Het mediane oordeel ligt bij vaardigheidsscore 235, een niveau dat door 62 procent van de leerlingen wordt bereikt. Op dat niveau is de vaardigheid van de leerlingen zodanig ontwikkeld dat zij de eerste drie opgaven zonder problemen kunnen oplossen en een redelijke kans maken om ook de voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 goed op te lossen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het
onderwerp **Meetkunde**



Standaarden



Goed

Matig

Onvoldoende

Beheersings-niveau

90

75

50

25

10

Percentiel-aanduidingen

BB = basisberoepsgerichte leerweg

KB = kaderberoepsgerichte leerweg

GL = gemengd / theoretische leerweg

HV = havo / vwo

Doorstroom

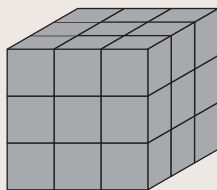
8] De molenaar staat voor de deur en kijkt in de richting van de vuurtoren.



Wat ziet hij dan?



9]



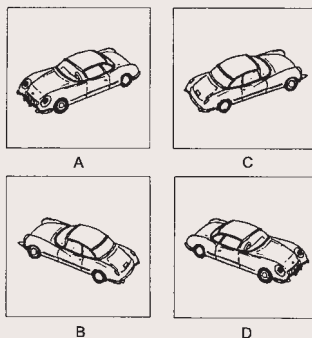
Marinus verft alle vlakken van dit blok hout, ook de boven- en onderkant. Daarna zaagt hij het blok langs alle lijnen om kleine kubussen te krijgen. Hoeveel van deze blokjes zijn aan **drie** kanten geverfd?

_____ blokjes

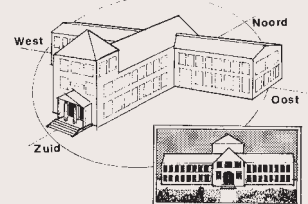
10]



Hoe ziet Tamara de auto?

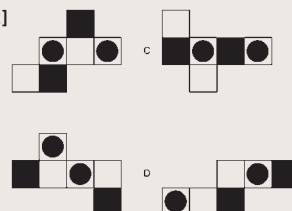


11] Dit is de maquette van een museum. Vanuit welke richting is deze foto van de maquette gemaakt?



Vanuit _____

12]



Hierboven zie je vier uitslagen. Met welke twee uitslagen kun je dezelfde kubus maken?

_____ en _____

Met de **standaard Gevorderd** hebben de beoordelaars aangegeven dat een vaardigheidsniveau hoger dan 300 het niveau van de kerndoelen basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Het onderwerp Meetkunde is het enige onderwerp waarop in 2004 het vaardigheidsniveau van 100- en 1.25-leerlingen vrijwel hetzelfde is. Voor beide groepen geldt dat vrijwel alle leerlingen het niveau van de standaard Minimum bereiken en tweederde deel ook het niveau van de standaard Voldoende. De 1.90-leerlingen blijven op vrij grote achterstand. In deze groep bereikt 83 procent de standaard Minimum en slechts 36 procent de standaard Voldoende. Het onderscheid in vaardigheid tussen jongens en meisjes is klein. Opnieuw is het vooral in de eerste helft van jaargroep 8 dat de leerwinst het grootst is. Na medio jaargroep 8 zet deze leerwinst niet meer door en is er sprake van een lichte terugval in gemiddeld vaardigheidsniveau.

Vergeleken met vorige peilingen in 1992 en 1997 is het gemiddelde vaardigheidsniveau van de leerlingen opnieuw iets afgenomen. Het verschil ten opzichte van 1997 is weliswaar klein en niet significant, maar ten opzichte van 1992 is er wel sprake van een significant effect.

Afhankelijk van het doorstroomniveau hebben leerlingen te verwachten verschillen in vaardigheidsniveau. In de tabel 'Het leerlandschap ...' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	256	48	96%	67%
1.25	255	49	96%	66%
1.90	217	49	83%	36%
Geslacht				
jongens	252	50	95%	63%
meisjes	248	50	94%	61%
Leermoment				
M7	207	51	77%	29%
E7	221	51	84%	39%
M8	258	49	96%	68%
E8	250	50	95%	62%
Afnamejaar				
1992	256	50	96%	66%
1997	261	49	97%	70%
2004	250	50	95%	62%
Doorstroom				
BB	193	39	72%	14%
KB	219	38	90%	34%
GL	243	38	97%	58%
HV	284	38	100%	90%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Meetkunde

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2 – 5	6 – 12
KB	1 – 3	4 – 7	8 – 12
GL	1 – 3	4 – 8	9 – 12
HV	1 – 6	7 – 10	11 – 12

6.7 Tijd

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in voor kinderen alledaagse situaties. In een aantal opgaven wordt het rekenen met tijd gecombineerd met andere grootheden zoals afstand, lengte en geld. Vaak moeten daarbij herleidingen uitgevoerd worden. De opgaven van deze schaal zijn allemaal toepassingsopgaven. Het aflezen van de kalender en klok als zodanig komt niet voor. Wel wordt bij een aantal opgaven een beroep gedaan op kennis van de kalender en van analoge en digitale tijdsaanduidingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed, de voorbeeldopgaven 4 tot en met 7 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Percentiel-10 leerlingen kunnen goed overweg met opgaven waarbij ze een tijdsduur in minuten moeten berekenen op basis van digitale tijds-aanduidingen als 19.45 en 20.10 uur zoals bij voorbeeldopgave 1. Percentiel-10 leerlingen hebben ook geen moeite met het aflezen van analoge en digitale tijden van klokken en kunnen de relatie tussen aanduidingen in spreektaal en digitale tijdsaanduidingen leggen zoals bij voorbeeldopgave 3 waarbij de relatie tussen vijf voor half zeven en de digitale tijdsaanduiding 18:25 gelegd moet worden. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau beheersen ook herleidingen als $2\frac{1}{2}$ uur = ... minuten (voorbeeldopgave 2) goed. Voorbeeldopgave 4 wordt door de percentiel-10 leerling nog redelijk goed beheerst. Bij deze opgave moeten de leerlingen gebruikmaken van de gegevens van een kalenderblad van juni om te bepalen op welke dag 3 juli valt. Percentiel-10 leerlingen kunnen ook nog redelijk overweg met opgaven waarin eenvoudige afstand – tijd relaties gelegd moeten worden zoals bij voorbeeldopgave 5 (in 10 minuten wordt 4 km afgelegd, in een half uur ... km). Ongeveer 50 procent kans op een goed antwoord hebben percentiel-10 leerlingen nog bij voorbeeldopgave 6, waarbij een herleiding van minuten naar seconden uitgevoerd moet worden: $3\frac{1}{2}$ minuut = ... seconden en bij voorbeeldopgave 7, waarbij de tijdsduur van een programma (dat van 20.35 tot 21.10 uur duurt) in minuten uitgerekend moet worden.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 6 bijna goed, voorbeeldopgave 7 tot en met 9 matig en de voorbeeldopgaven 10 tot en met 15 onvoldoende. Bij de voorbeeldopgaven 8 en 9 hebben percentiel-25 leerlingen nog ongeveer 50 procent kans om de opgave goed te maken. Bij deze opgaven moeten de leerlingen weten hoeveel kwartalen een jaar telt (voorbeeldopgave 8) en gegevens van een kalender kunnen lezen om te bepalen welke datum zes weken na 29 januari valt (voorbeeldopgave 9).

De gemiddelde leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed, voorbeeldopgave 9 tot en met 11 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij voorbeeldopgaven 10 en 11 heeft de gemiddelde leerling 60 à 70 procent kans op een goed antwoord.

Tijd:

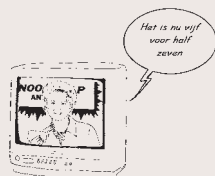
Voorbeeldopgaven 1–9

1] Het programma 'Wie heeft de schat' duurt van 19.45 tot 20.10 uur. Hoe lang duurt dit programma?

_____ minuten

2] $2\frac{1}{2}$ uur = _____ minuten

3]



Welk horloge geeft de goede tijd aan?



4]



Groep 6 gaat 29 juni op kamp. Ze komen

3 juli terug.

Op welke dag is dat?

Op _____

5] In 10 minuten fietst Henk 4 kilometer. Hoeveel kilometer zou Henk in een half uur afleggen?

_____ km

6] $3\frac{1}{2}$ minuut = _____ seconden

7]



Hoe lang duurt het programma 'Lopende zaken'?

_____ minuten

8]



Het tijdschrift 'Onze tijd' wordt 2 keer per kwartaal thuis bezorgd.

Hoe vaak komt het tijdschrift dan per jaar?

_____ keer per jaar

9]

Week nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	JANUARI					FEBRUARI					MAART			
Maandag	6	13	20	27		3	10	17	24	2	9	16	23	30
Dinsdag		7	14	21	28	4	11	18	25	3	10	17	24	31
Woensdag	1	8	15	22	29	5	12	19	26	4	11	18	25	
Donstag	2	9	16	23	30	6	13	20	27	5	12	19	26	
Vrijdag	3	10	17	24	31	7	14	21	28	6	13	20	27	
Zaterdag	4	11	18	25		8	15	22	29	7	14	21	28	
Zondag	5	12	19	26		9	16	23		8	15	22	29	

Martin is op 29 januari naar de tandarts geweest.

Hij moet over 6 weken terugkomen.

Op welke datum is dat?

Bij voorbeeldopgave 10 moeten de leerlingen bepalen hoeveel ballen in een machine moeten worden gedaan om 10 minuten lang iedere 10 seconden een bal uit de machine te kunnen laten werpen. Ongeveer 64 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, gaf het goede antwoord 60. De meest voorkomende foutieve antwoorden waren: 100 (14 procent van de leerlingen) en 600 (10 procent van de leerlingen). Bij voorbeeldopgave 11 kunnen de leerlingen gebruikmaken van hun kennis van uren en minuten in combinatie met breuken, zodat ze 45 minuten als drievierde deel van een uur zien.

De percentiel-75 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 11 goed, voorbeeldopgaven 12 en 13 matig en voorbeeldopgaven 14 en 15 onvoldoende. Voorbeeldopgave 12 gaat over het lezen en interpreteren van gegevens van een kalender en bij voorbeeldopgave 13 moet de leerling uitrekenen na hoeveel tijd een dagkaart voor

het parkeren voordeliger is dan te betalen per 20 minuten. Bij deze laatste opgave hebben percentiel-75 leerlingen nog ongeveer 50 à 60 procent kans op een goed antwoord.

De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 13 goed, voorbeeldopgave 14 matig en voorbeeldopgave 15 onvoldoende. Leerlingen van dit vaardigheidsniveau hebben bij voorbeeldopgave 14 nog ongeveer 60 procent kans op een goed antwoord. Bij deze opgave moeten de leerlingen eraan denken dat $0,90 \text{ sec.} + 0,18 \text{ sec.} + 0,02 \text{ sec.} = 1,1 \text{ sec.}$ en dat $27,0 \text{ sec.} + 28,0 \text{ sec.} + 26,0 \text{ sec.} = 81 \text{ sec.} = 1 \text{ minuut en } 21 \text{ sec.}$ Voorbeeldopgave 15, waarbij gebruik moet worden gemaakt van de omzettingen $60 \text{ seconden} = 1 \text{ minuut}$; $1 \text{ uur} = 60 \text{ minuten}$ en $1 \text{ dag} = 24 \text{ uur}$, wordt ook door percentiel-90 leerlingen onvoldoende beheerst.

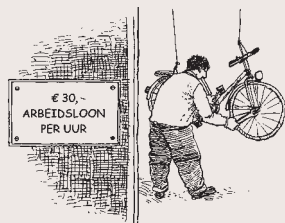
Tijd:

Voorbeeldopgaven 10–15

10] Op de tennisbaan staat een ballenmachine die iedere 10 seconden een tennisbal werpt. Hoeveel ballen moeten in deze machine gedaan worden om 10 minuten te kunnen oefenen?

_____ ballen

11]



De fietsenmaker repareert de fiets van Joke in 45 minuten.

Hoeveel arbeidsloon moet Joke betalen?

€ _____

12]

Mei 2003						
week	18	19	20	21	22	
Ma	28	5	12	19	26	
Di	29	6	13	20	27	
Wo	30	7	14	21	28	
Do	1	8	15	22	29	
Vr	2	9	16	23	30	
Za	3	10	17	24	31	
Zo	4	11	18	25	1	

De ouders van Nicky hebben net een nieuwe bank besteld. De bank wordt bezorgd in week 24 op dinsdag.

Wanneer wordt de bank bezorgd?

dinsdag _____

13]

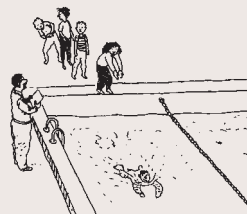


Bram parkeert zijn auto op deze parkeerplaats.

Na hoeveel tijd is de dagkaart voordeliger?

Wanneer Bram langer dan _____ uur en _____ minuten parkeert.

14]



De tussentijden van een estafetteploeg zijn:

Johan	27,18 sec.
Koos	28,02 sec.
Maarten	26,90 sec.
Simon	_____ sec.

De totaal tijd was 1 minuut en 47,97 seconde.

In hoeveel seconden heeft Simon de afstand gezwommen?

In _____ seconden

15] In 1985 werden er iedere seconde ergens op de aardbol 4 baby's geboren. Hoeveel baby's zijn dat per dag?

_____ baby's

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: tijd* (pag. 214) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

Volgens de meeste beoordelaars moeten de leerlingen op het niveau van de **standaard Minimum** een zodanige vaardigheid hebben dat zij zonder problemen de eerste drie voorbeeldopgaven goed kunnen oplossen. Tegelijk is er dan sprake van matige beheersing van de voorbeeldopgaven 4, 5 en 6. De mediaan van de oordelen ligt op vaardigheidsscore 180, een niveau dat door 92 procent van de leerlingen wordt bereikt. Op dit onderwerp wordt de standaard Minimum door de beoogde proportie van 90 tot 95 procent van de leerlingen bereikt. Voor ongeveer de helft van de beoordelaars ligt het gewenste niveau voor de **standaard Voldoende** op of boven percentielscore 50.

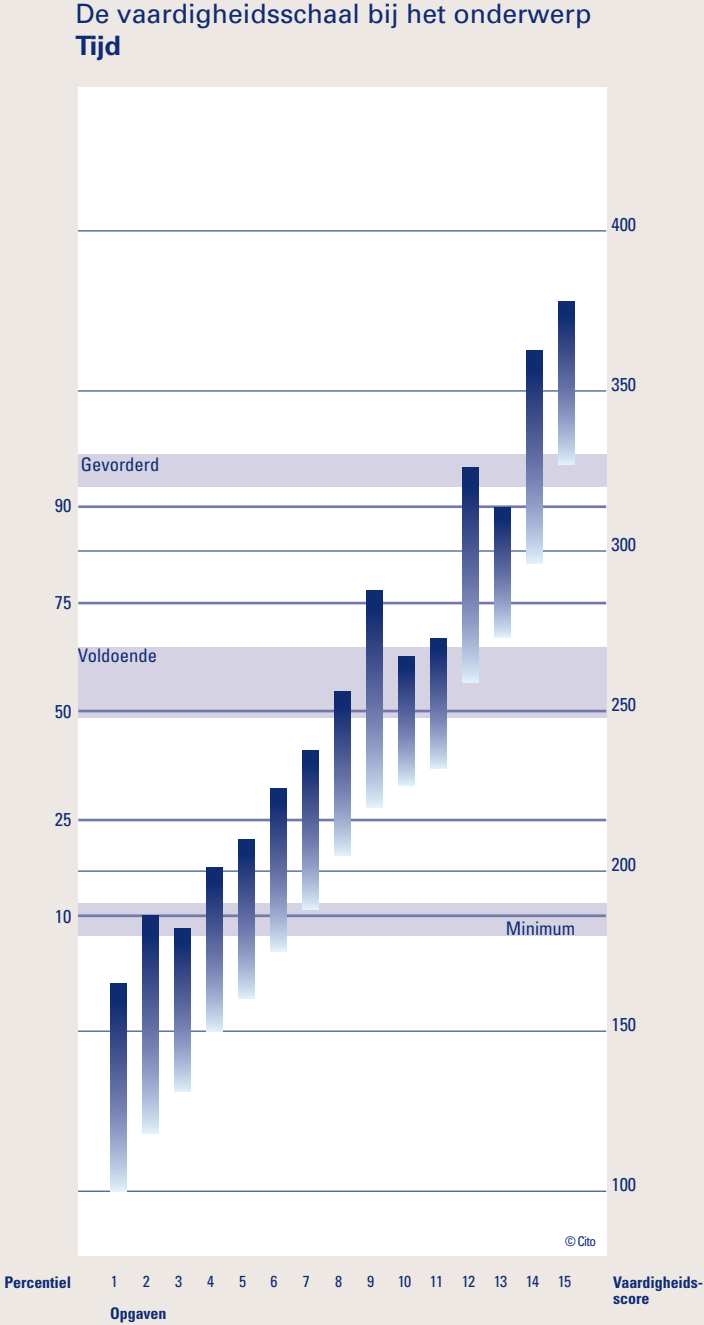
De mediaan van de oordelen is 250 en dat bereikt 50 procent van de leerlingen, minder dus dan de beoogde groep van 70 tot 75 procent. Er is pas sprake van voldoende beheersing van dit kerndoel wanneer de leerlingen de eerste acht voorbeeldopgaven goed en ook nog met een redelijke kans op succes de voorbeeldopgaven 9, 10 en 11 beheersen.

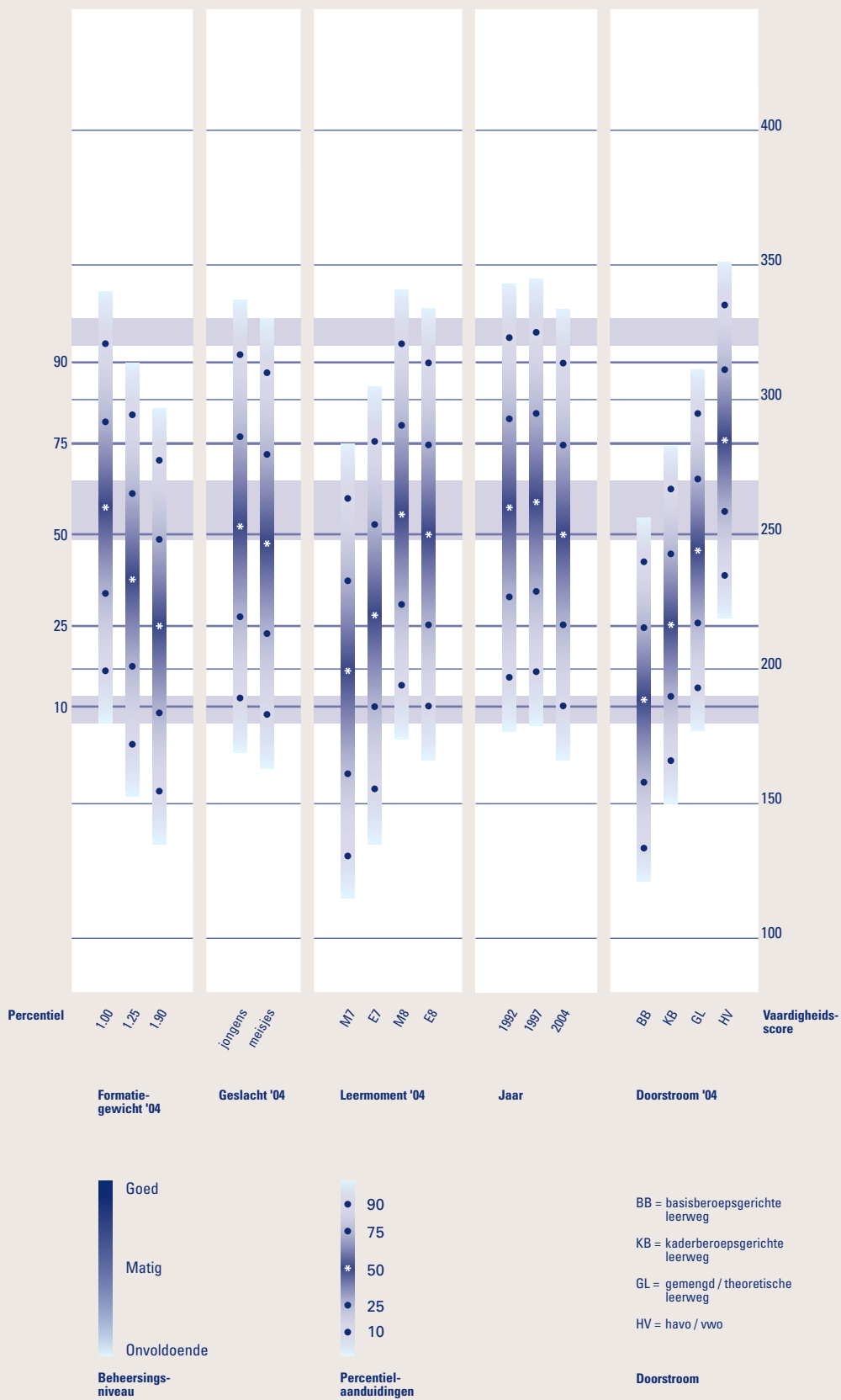
Vergeleken met oordelen in 1995 ligt de standaard Minimum nu iets lager, maar de standaard Voldoende ligt min of meer op hetzelfde niveau.

Gezien de positie van de **standaard Gevorderd** overstijgt een goede beheersing van de laatste twee voorbeeldopgaven het niveau van de kerndoelen basisonderwijs.

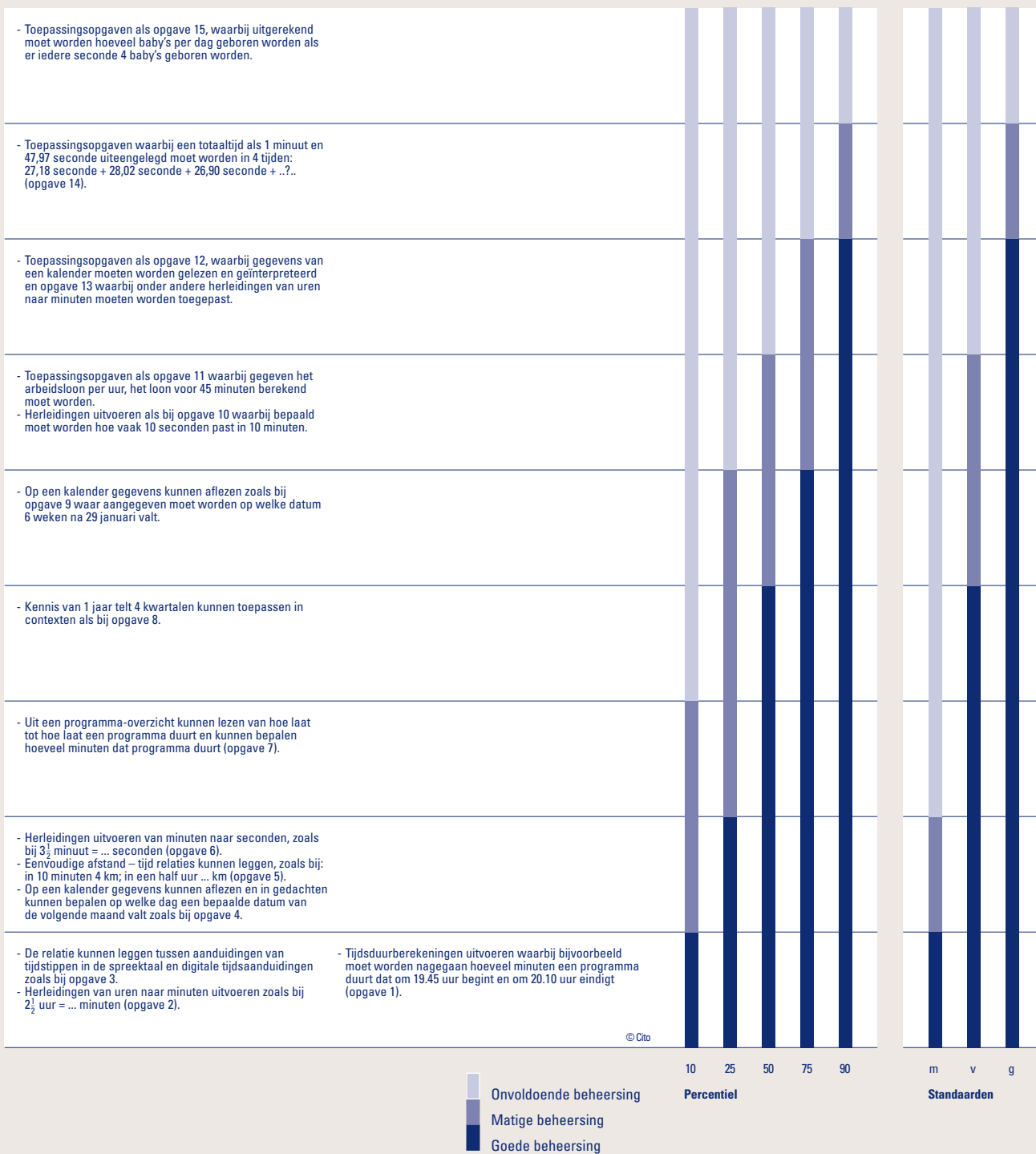
In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: tijd* (pag. 214) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6





De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Tijd



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Tijd

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	260	47	96%	58%
1.25	233	48	87%	36%
1.90	216	48	77%	24%
Geslacht				
jongens	253	50	93%	53%
meisjes	246	50	91%	47%
Leermoment				
M7	200	51	65%	16%
E7	220	51	79%	28%
M8	258	50	94%	56%
E8	250	50	92%	50%
Afnamejaar				
1992	260	50	95%	58%
1997	262	49	95%	60%
2004	250	50	92%	50%
Doorstroom				
BB	188	37	59%	5%
KB	216	37	84%	18%
GL	244	37	96%	44%
HV	285	36	100%	83%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Tijd

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1 – 3	4 – 6	7 – 15
KB	1 – 5	6 – 8	9 – 15
GL	1 – 7	8 – 11	12 – 15
HV	1 – 11	12 – 13	14 – 15

Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen de onderscheiden formatiegroepen is opnieuw groot. Met een gemiddelde vaardigheidsscore van 260 bereikt 58 procent van de 1.00-leerlingen het niveau van de standaard Voldoende. Dan volgen de 1.25-leerlingen met een gemiddelde score 233 en waarvan 36 procent de standaard Voldoende bereikt. Binnen de groep 1.90-leerlingen bereikt met een gemiddelde vaardigheidsscore 216 nog slechts 24 procent de standaard Voldoende. Het verschil tussen 1.00- en 1.90-leerlingen is bijna een standaard-afwijking groot.

Opnieuw zien we over de eerste drie afgebeelde leermomenten een duidelijke stijging van het vaardigheidsniveau van de leerlingen, waarna in de tweede helft van jaargroep 8 weer een lichte terugval wordt gevonden.

Leerlingen van de verschillende doorstroom-niveaus hebben te verwachten, duidelijk onderscheiden vaardigheidsniveaus. In de tabel '*Het leerlandschap ...*' (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeld-opgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.

6.8 Geld

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om toepassings-gericht rekenen met geld waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden, zoals:

- de totale waarde bepalen van munten en bankbiljetten;
- gepast betalen;
- bankbiljetten en munten inwisselen;
- aangeven welke munten en bankbiljetten men terugkrijgt;
- bijpassen om terugkrijgen te vergemakkelijken.

Daarnaast komen opgaven voor waarbij:

- afgerond moet worden;
- bedragen in Nederlands geld naar andere valuta omgerekend worden (en omgekeerd).

Bij dit onderwerp worden relaties gelegd met andere rekengebieden zoals hoofdrekenen, het uitvoeren van bewerkingen met uitrekenpapier, kommagetallen, meten en verhoudingen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst voorbeeld-opgave 1 goed, de voorbeeldopgaven 2 tot en met 5 matig en de overige voorbeeldopgaven onvoldoende. De percentiel-10 leerling kan goed overweg met opgaven waarbij bepaald moet worden welke munten men terugkrijgt in situaties met niet al te grote bedragen zoals bij voorbeeldopgave 1 (€ 1,95 betalen met een briefje van 5 en 3 munten terugkrijgen). Bij voorbeeldopgave 2 (€ 60,- is ... munten van 50 eurocent) hebben leerlingen van dit vaardigheidsniveau ruim 60 procent kans op een goed antwoord. Bij de voorbeeldopgaven 3 en 5 moeten de leerlingen aangeven hoeveel de munten en/of briefjes in totaal waard zijn.

Geld:

Voorbeeldopgaven 1–5

1] Op de rommelmarkt koopt opa het boek "De kameleon op reis" voor € 1,95.

Opa betaalt met een briefje van 5 euro.

Wat krijgt hij terug?

Zet een kruisje onder deze munten.



--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--

2] Wesley heeft € 60,-. Hij heeft alleen maar munten van 50 eurocent.

Hoeveel munten van 50 eurocent zijn dat?

3] Joeri heeft 2 briefjes van 50 euro, 3 briefjes van 10 euro, twee munten van 2 euro en 6 munten van 20 cent.

Hoeveel is dat samen?

€ _____

4]



Thomas koopt de auto van zijn buurman.

Hij geeft 9 briefjes van 500 euro. De rest

betaalt hij met briefjes van 20 euro.

Hoeveel briefjes van 20 euro geeft hij dan?

_____ briefjes

5] Marloes heeft

40 munten van 1 eurocent en

40 munten van 2 eurocent en

40 munten van 5 eurocent.

Hoeveel euro is dat in totaal?

€ _____

Bij voorbeeldopgave 3 zijn dat twee briefjes van 50 euro, drie briefjes van 10 euro, twee munten van 2 euro en zes munten van 20 cent en bij voorbeeldopgave 5 40 munten van 1 cent, 40 munten van 2 cent en 40 munten van 5 cent. Deze laatste opgave kan het handigst uitgerekend worden via $40 \times 8 \text{ cent} = 320 \text{ cent}$. Bij voorbeeldopgave 4 wordt € 4700,- betaald met 9 briefjes van 500 euro en ... briefjes van 20 euro. Percentiel-10 leerlingen hebben 50 à 60 procent kans om een goed antwoord te geven.

De percentiel-25 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 5 goed of nagenoeg goed, de voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 6 moet de leerling bepalen hoeveel bijbetaald moet worden bij € 48,25 als je 50 euro geeft en de kassier twee euro wil teruggeven. Ongeveer 70 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord 25 cent gegeven. Ongeveer 20 procent van de leerlingen gaf bij deze opgave echter het foute antwoord 75 cent. Bij voorbeeldopgave 7 (80 euro is evenveel als ... munten van 20 cent) heeft ruim 70 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben,

het goede antwoord 400 gegeven. De foutieve antwoorden die het meest voorkomen, zijn 40 (10 procent van de leerlingen), 1600 (4 procent van de leerlingen) en 160 (3 procent van de leerlingen). Voorbeeldopgave 8, waarbij de leerlingen moeten bepalen hoeveel munten de juffrouw achter de kassa moet teruggeven, wordt ook nog matig beheerst door percentiel-25 leerlingen.

De gemiddelde leerling beheerst de eerste vijf voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 bijna goed, voorbeeldopgaven 9 en 10 matig en de laatste twee voorbeeldopgaven onvoldoende.

De gemiddelde leerling beheerst de ingewikkelder opgaven waarbij leerlingen moeten bepalen hoeveel men terugkrijgt zoals bij opgave 9, matig. Daar wordt een bedrag van € 46,52 betaald met een briefje van 50 euro en nog 2 cent en moet aangegeven worden hoeveel je dan terugkrijgt. 56 procent van de leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft het goede antwoord € 3,50 gegeven. Ruim 20 procent van de leerlingen geeft € 4,50 als antwoord. Ruim 6 procent van de leerlingen blijkt moeite te hebben met de interpretatie van de 2 cent die extra gegeven wordt en komt tot antwoorden als € 3,46; € 3,48 en € 3,52.

Geld:**Voorbeeldopgaven 6–12****6]** Seda moet € 48,25 betalen.

Ze betaalt met een briefje van 50 euro.

De kassier wil één munt van 2 euro teruggeven.

Hoeveel cent moet Seda dan nog bijbetalen?

_____ cent



In de spaarpijp zitten alleen munten van 20 cent.

In totaal zijn de munten 80 euro waard.

Hoeveel munten van 20 cent zitten dan in de spaarpijp?

_____ munten



Carla werkt in de supermarkt achter de kassa. Ze geeft altijd zo weinig mogelijk munten terug. Mevrouw de Wit moet € 6,98 betalen en ze betaalt met een briefje van 10 euro.

Hoeveel munten geeft Carla terug?

_____ munten

9] Erik koopt een videospel van € 46,52.

Hij betaalt met een briefje van 50 euro en nog 2 cent.

Hoeveel krijgt Erik terug?

€ _____

10]

Jasper moet € 91,55 betalen.

Hij betaalt met een briefje van 100 euro en geeft er een muntje van 5 cent bij.

Hij krijgt een briefje van 5 euro terug en 3 munten.

Welke munten zijn dat?

Een munt van _____ én

een munt van _____ én

een munt van _____.

11]

Koos krijgt € 5,- mee voor deze boodschappen.

Hij levert 4 lege flessen in.

Hij krijgt 4 munten terug.

Welke? Vul in.

1 munt van _____ euro en

1 munt van _____ cent en

1 munt van _____ cent en

1 munt van _____ cent.

12]

Een Amerikaanse dollar is 90 eurocent waard. John is goedkoper uit dan Jan.

Hoeveel euro goedkoper?

_____ euro

Voorbeeldopgave 10 is iets ingewikkelder dan voorbeeldopgave 9. Een bedrag van € 91,55 wordt betaald met 100 euro en nog 5 cent. Jasper krijgt dan een briefje van 5 euro en 3 munten terug en de leerlingen moeten aangeven welke munten dat zijn. De gemiddelde leerling heeft bij deze opgave nog ongeveer 50 procent kans om het goede antwoord te geven.

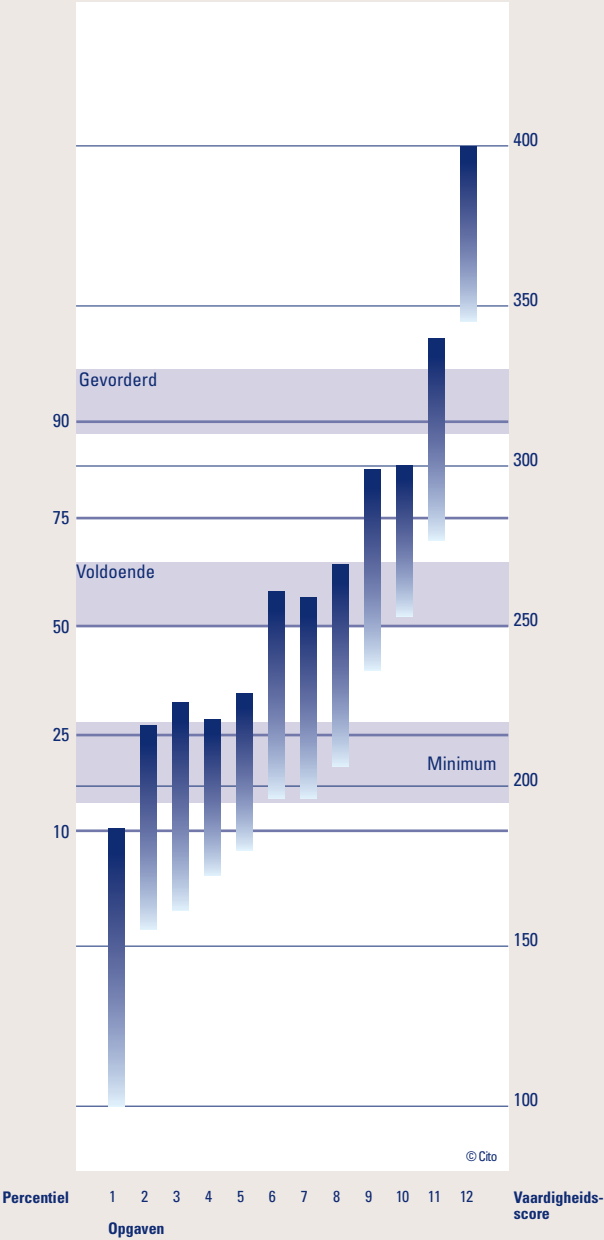
De percentiel-75 leerling beheerst de eerste acht voorbeeldopgaven goed en de voorbeeldopgaven 9 en 10 bijna goed, voorbeeldopgave 11 matig en voorbeeldopgave 12 onvoldoende. Voorbeeldopgave 11 is een toepassingsopgave waarbij leerlingen meerdere berekeningen moeten maken: optellen hoeveel de boodschappen kosten, daar een bedrag van aftrekken vanwege ingeleverde flessen,

vervolgens uitrekenen hoeveel men terugkrijgt en ten slotte bepalen welke munten dat zijn.

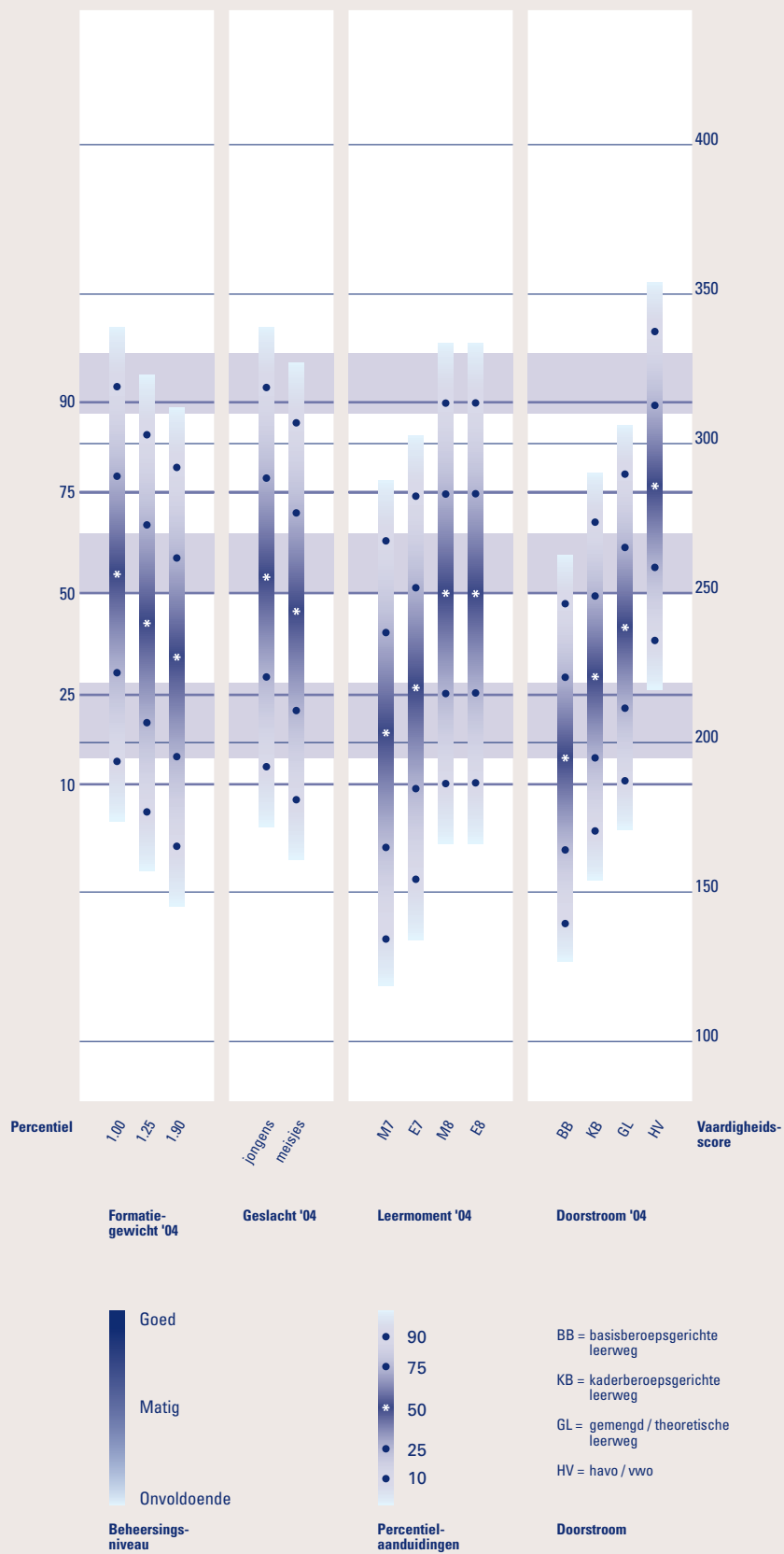
De percentiel-90 leerling beheerst de voorbeeldopgaven 1 tot en met 10 goed, voorbeeldopgave 11 matig en voorbeeldopgave 12 onvoldoende. Bij voorbeeldopgave 12 moet de waarde van € 600,- vergeleken worden met 650 dollar. Voor een Amerikaanse dollar moet 90 eurocent worden gerekend. Deze complexe opgave is ook voor percentiel-90 leerlingen nog zeer moeilijk. Van alle leerlingen die deze opgave gemaakt hebben, heeft 14 procent het goede antwoord gegeven. Ruim 20 procent van de leerlingen heeft geen antwoord gegeven en ongeveer 20 procent van de leerlingen gaf 50 euro als antwoord. Deze leerlingen begrijpen niet dat ze 650 dollar eerst naar euro's moeten omrekenen.

Zie ook de toelichting in
paragraaf 2.6

De vaardigheidsschaal bij het
onderwerp **Geld**



Standaarden



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld



Percentage leerlingen per categorie dat de standaard Minimum en Voldoende bereikt voor het onderwerp Geld

	gemiddelde score	standaard-afwijking	standaard Minimum	standaard Voldoende
Formatiegewicht				
1.00	256	49	87%	47%
1.25	240	49	79%	34%
1.90	229	50	72%	26%
Geslacht				
jongens	256	50	87%	46%
meisjes	244	50	81%	37%
Leermoment				
M7	204	50	53%	13%
E7	219	50	65%	21%
M8	250	50	84%	42%
E8	250	50	84%	42%
Doorstroom				
BB	195	38	45%	4%
KB	222	38	72%	16%
GL	238	37	85%	28%
HV	286	37	99%	76%

Het leerlandschap van leerlingen naar doorstroomkenmerk voor het onderwerp Geld

doorstroomkenmerk	opgaven die de gemiddelde leerling		
	goed beheerst	matig beheerst	onvoldoende beheerst
BB	1	2 – 5	6 – 12
KB	1 – 4	5 – 8	9 – 12
GL	1 – 5	6 – 9	10 – 12
HV	1 – 8	9 – 11	12

Het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld* (pag. 220) geeft een samenvattend overzicht van aspecten van dit onderwerp die leerlingen eind jaargroep 8 op verschillende niveaus van vaardigheid goed, matig of onvoldoende beheersen.

Standaarden

Een minimumniveau in de beheersing van de kerndoelen voor dit onderwerp wordt volgens de beoordelaars bereikt wanneer de leerlingen in staat zijn de eerste voorbeeldopgave zonder problemen op te lossen en ook een redelijke kans op succes hebben bij de oplossing van de voorbeeldopgaven 2 tot en met 5. De mediaan van de oordelen voor de **standaard Minimum** ligt op 200 en dat niveau wordt door 84 procent van de leerlingen bereikt.

De mediaan van de oordelen voor de **standaard Voldoende** ligt bij vaardigheids-score 260 en dat niveau wordt door 42 procent van de leerlingen bereikt. Het veronderstelt een goede beheersing van de eerste zeven à acht voorbeeldopgaven.

Deze standaarden liggen wel hoger op de vaardigheidsschaal dan in 1995 maar een vergelijking met eerdere peilingen is feitelijk goed mogelijk vanwege de verandering in het geldstelsel.

De **standaard Gevorderd** geeft aan dat de laatste twee voorbeeldopgaven buiten het bereik van de kerndoelen basisonderwijs vallen.

In het schema *De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Tijd* (pag. 220) is afgebeeld wat leerlingen op het niveau van de standaarden minimum en voldoende zouden moeten beheersen en wat een gevorderd vaardigheidsniveau inhoudt, dat wil zeggen welke opgaven de communale leerdoelen overstijgen.

Verschillen tussen leerlingen

Bij dit onderwerp treffen we weer de gebruikelijke verschillen in vaardigheids-niveau aan tussen leerlingen van verschillend formatiegewicht.

De vaardigheidsverdeling van jongens ligt iets hoger op de schaal dan die van meisjes.

Opnieuw zien we in de eerste helft van jaargroep 8 in relatie grote vooruitgang in het vaardigheidsniveau van de leerlingen die zich daarna stabiliseert.

Ook op het gebied van het rekenen met geld hebben leerlingen van de onderscheiden doorstroomniveaus de te verwachten verschillen in vaardigheid. In de tabel *'Het leerlandschap ...'* (vgl. par. 2.6) beschrijven we aan de hand van de voorbeeldopgaven de vaardigheid van de onderscheiden groepen leerlingen.



[07] Verschillen tussen leerlingen

In de hoofdstukken 4, 5 en 6 zijn verschillen in prestaties tussen groepen leerlingen gerapporteerd op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van deze groepen. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen.

Het betreft dan het differentiële effect van categorieën binnen de variabelen formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd voor de peiling in 2004. Vervolgens vergelijken we de rekenprestaties van leerlingen over de vier peilingen in de periode 1987–2004 en we besluiten het hoofdstuk met een paragraaf over het summatieve effect van rekenmethoden.

... Er zijn vooral veranderingen binnen het domein *Getallen en bewerkingen*. We zien een positieve ontwikkeling op het gebied van de basale gecijferdheid en een negatieve ontwikkeling op het gebied van de bewerkingen.



[07] Verschillen tussen leerlingen

7.1 Inleiding

In de voorgaande hoofdstukken hebben we bij ieder onderwerp aandacht besteed aan verschillen tussen groepen leerlingen op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen van de onderscheiden groepen. Deze verdelingen laten de verschillen tussen groepen zien zonder dat we ons afvragen of die groepen naar samenstelling op andere relevante variabelen wel vergelijkbaar zijn.

In dit hoofdstuk geven we een samenvattend overzicht van de bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen, waarbij we corrigeren voor de overige variabelen die in de analyse zijn meegenomen. We spreken van *gezuiverde effecten* omdat de andere kenmerken van de leerlingen, voor zover die ons bekend zijn, constant worden gehouden. Het verschil in vaardigheid tussen de groepen wordt statistisch getoetst en bij een overschrijdingskans $p < .05$ spreken we van een significant effect. Deze toetsing geeft echter geen informatie over de grootte van het verschil. En zeker bij grote aantallen subjecten, zoals in peilingsonderzoek vaak het geval is, kunnen relatief kleine verschillen al gauw een significant effect genereren. We rapporteren de verschillen daarom in termen van effectgrootten. De effectgrootte is het quotiënt van het verschil tussen de gemiddelden en de standaardafwijking van de twee groepen die onderling worden vergeleken. Voor de interpretatie van de effectgrootten volgen we de in de literatuur gebruikelijke kwalificaties.

Er zijn voor de volgende zes variabelen (zie paragraaf 2.1) effectschattingen uitgevoerd:

- voor formatiegewicht, met de niveaus 1.00, 1.25 en 1.90;
- voor stratum, met de niveaus 1, 2 en 3;
- voor geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- voor leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd;

- voor afnamejaar, met vier niveaus: 1987, 1992, 1997 en 2004,
- en voor het summatieve effect van reken-wiskundemethoden.

De resultaten zijn afkomstig uit diverse analysereeksen. De effectschattingen voor formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd zijn gebaseerd op uitsluitend de gegevens van het peilingsonderzoek in mei/juni 2004.

Het effect van afnamejaar is samengesteld uit gegevens van een heranalyse over de periode 1987–1997 en van een analyse over de periode 1992–2004. Het summatieve effect van methoden is beschreven op basis van effectschattingen met en zonder methode over de periode 1992–1997.

Een probleem bij de vergelijking over de verschillende peilingsjaren vormt de herdefinitie van formatiegewicht 1.25 (zie daarover paragraaf 2.1), waardoor de betekenis van en de verhoudingen tussen 1.00-leerlingen en 1.25-leerlingen niet meer over de jaren gelijk is. De variabele formatiegewicht is nu voor de vergelijking over jaren geherdefinieerd in de variabele herkomst met twee niveaus: herkomst Nederlands (omvat de leerlingen met de formatiegewichten 1.00 en 1.25) en herkomst buitenlands (leerlingen met formatiegewicht 1.90).

In de laatste rekenbalansen hebben we ook gerapporteerd over verschillen tussen leerlingen op basis van de methode die voor het reken-wiskundeonderwijs op de scholen wordt gebruikt. Vanwege de invoering van de euro hebben de meeste scholen op korte termijn een nieuwe rekenmethode aangeschaft. Voor de meeste leerlingen betekent dit dat zij in de jaargroepen 6 en vaak ook in jaargroep 7 nog rekenles hebben gehad met een andere methode dan in jaargroep 8 wordt gebruikt. Om die reden hebben we besloten in deze balansen geen vergelijkingen tussen individuele methoden op te nemen. Wel zullen we in meer samenvattende zin rapporteren over het summatieve effect van de methoden.

7.2 Het effect van formatiegewicht

Diverse factoren bepalen de omvang van de lerarenformatie op een school. Een van deze factoren – van oudsher aangeduid als het formatiegewicht – is gerelateerd aan de sociaal-economische achtergrond van de leerlingen. In de afbeelding *Effect van formatiegewicht per domein* zijn naast de

Effectgrootte	Kwalificatie
–0.8	groot negatief effect
–0.5	matig negatief effect
–0.2	klein negatief effect
0.0	geen effect
0.2	klein positief effect
0.5	matig positief effect
0.8	groot positief effect

individuele effectgrootten voor de verschillende onderwerpen ook per domein de gemiddelde effectgrootte en het bereik van de effectgrootten afgebeeld. Voor alle drie de domeinen geldt dat zowel 1.25-leerlingen als 1.90-leerlingen een achterstand hebben op 1.00-leerlingen. Voor de onderwerpen van het domein *Getallen en bewerkingen* varieert de effectgrootte voor 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen tussen $-0,21$ en $-0,55$. Met uitzondering van het onderwerp *Basisoperaties: optellen en aftrekken* is de effectgrootte in alle gevallen significant en varieert van klein tot matig. De effectgrootten zijn het grootst voor de onderwerpen *Schattend rekenen* ($-0,46$), *Getallen en getalrelaties* ($-0,50$) en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* ($-0,55$). De gemiddelde effectgrootte voor 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen is $-0,36$ en dat is vergelijkbaar met het resultaat van de peiling in 1997. Door de aanscherping van de definitie van leerlinggewicht 1.25 zou een vergroting van de afstand verwacht kunnen worden, maar deze heeft blijkbaar geen effect gehad op het verschil in rekenvaardigheidsniveau tussen beide groepen.

Voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen variëren de effectgrootten in het domein *Getallen en bewerkingen* tussen $-0,22$ en $-0,64$. De effectgrootten zijn het grootst voor de onderwerpen *Samengestelde bewerkingen* ($-0,63$) en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* ($-0,64$). Het verschil in rekenvaardigheidsniveau ten opzichte van 1.00-leerlingen is ook bij bijna alle onderwerpen significant; uitgezonderd de onderwerpen *Basisoperaties: optellen en aftrekken* en *Bewerkingen: optellen en aftrekken*. Ook voor 1.90-leerlingen varieert de effectgrootte van klein tot matig en met een gemiddelde effectgrootte van $-0,38$ is het verschil in rekenvaardigheidsniveau met 1.00-leerlingen wat deze onderwerpen betreft, vergelijkbaar met dat van 1.25-leerlingen. De gemiddelde effectgrootte voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.25-leerlingen is dan ook $-0,01$. Alleen voor het onderwerp *Samengestelde bewerkingen* is er een negatief significant effect voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.25-leerlingen, maar met een effectgrootte van $-0,24$ is er sprake van een klein effect. Dit resultaat wijkt af van de bevindingen in 1997 toen er voor de onderwerpen in dit domein wel een klein negatief effect is gevonden voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.25-leerlingen en de afstand tussen 1.90-leerlingen en 1.00-leerlingen dus groter was dan die tussen 1.25- en 1.00-leerlingen.

Binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* zijn effectgrootten berekend over vier onderwerpen. De gemiddelde effectgrootte voor 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen is $-0,47$ en datzelfde geldt ook voor 1.90-leerlingen. Bij alle vier de onderwerpen is er bij zowel 1.25- als 1.90-leerlingen sprake van een significant verschil in rekenvaardigheid ten opzichte van 1.00-leerlingen en is de effectgrootte matig te noemen. Het onderlinge verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen heeft een gemiddelde effectgrootte $-0,00$. De achterstand van 1.25-leerlingen en 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen is op deze onderwerpen dus vrijwel gelijk. De effectgrootten variëren tussen $0,09$ en $-0,17$, verschillen die nergens significant zijn.

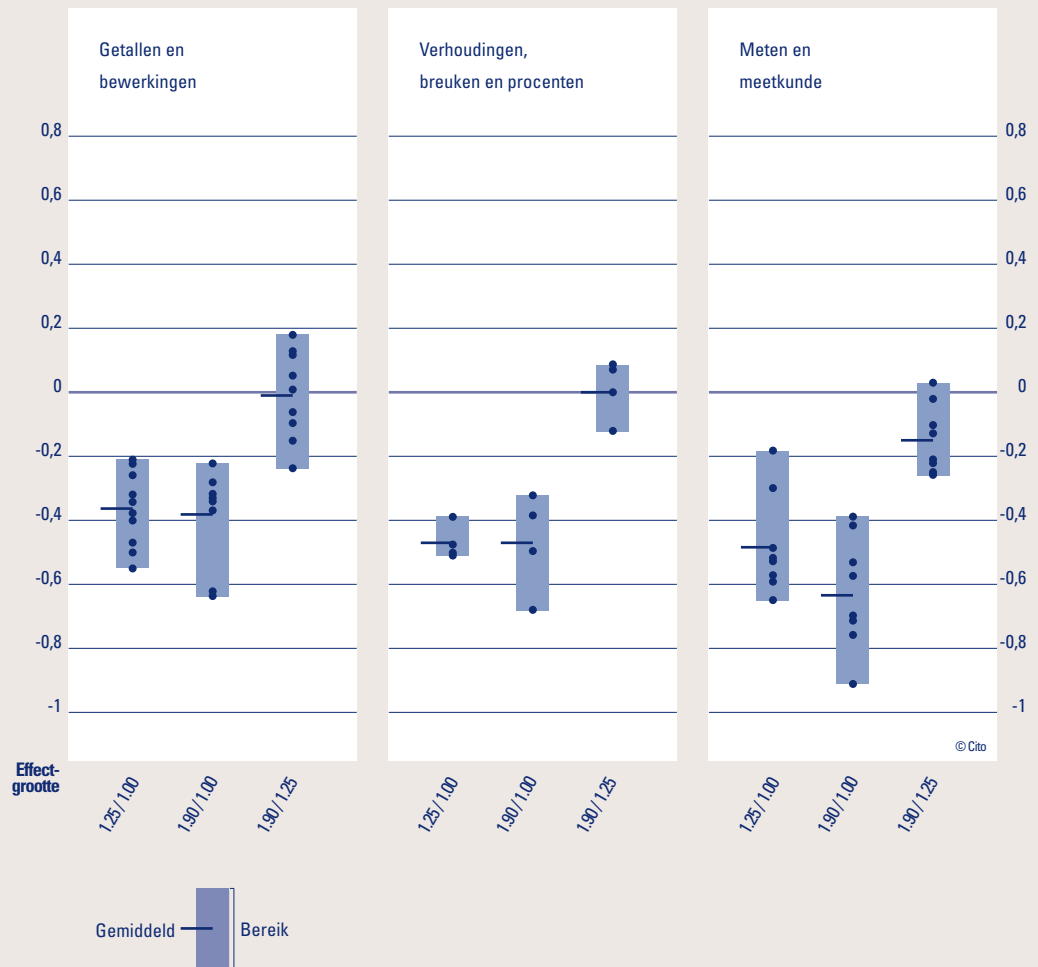
De afstand in vaardigheid tussen 1.25- en 1.00-leerlingen is vrijwel identiek aan de afstand in 1997. Wel was er in 1997 nog een kleine afstand tussen 1.25- en 1.90-leerlingen en die is nu dus verdwenen.

Het domein *Meten en meetkunde* omvat acht onderwerpen. De gemiddelde effectgrootte van 1.25-leerlingen ten opzichte van 1.00-leerlingen is $-0,48$. De effectgrootte varieert van $-0,18$ tot $-0,65$ en met uitzondering van het onderwerp *Meten: gewicht* is voor alle onderwerpen het verschil significant met de kwalificatie matig. De verschillen zijn het grootst voor de onderwerpen *Meten: oppervlakte* ($-0,58$), *Meten: toepassingen* ($-0,60$) en *Meetkunde* ($-0,65$).

Voor 1.90-leerlingen geldt dat de gemiddelde afstand tot 1.00-leerlingen iets groter is: het verschil is bij alle onderwerpen significant, varieert tussen $-0,39$ en $-0,91$ en heeft een gemiddelde effectgrootte van $-0,63$. Dit resulteert in een licht negatief gemiddelde effectgrootte van $-0,15$ voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.25-leerlingen, maar bij geen enkel onderwerp is dit verschil significant. Vergelijken we deze resultaten met die uit 1997 dan is het verschil tussen 1.25- en 1.00-leerlingen iets toegenomen, is het verschil tussen 1.90- en 1.00-leerlingen iets afgenomen en is dus het onderlinge verschil tussen 1.25- en 1.90-leerlingen verkleind, gemiddeld van $-0,30$ naar $-0,15$.

Samengevat kunnen we concluderen dat de aanscherping van de definitie van leerlinggewicht 1.25 nauwelijks of niet heeft geleid tot wijziging in de afstand tot de 1.00-leerlingen, maar dat 1.90-leerlingen hun afstand tot de beide andere groepen hebben weten te verkleinen.

Effect van formatiegewicht per domein



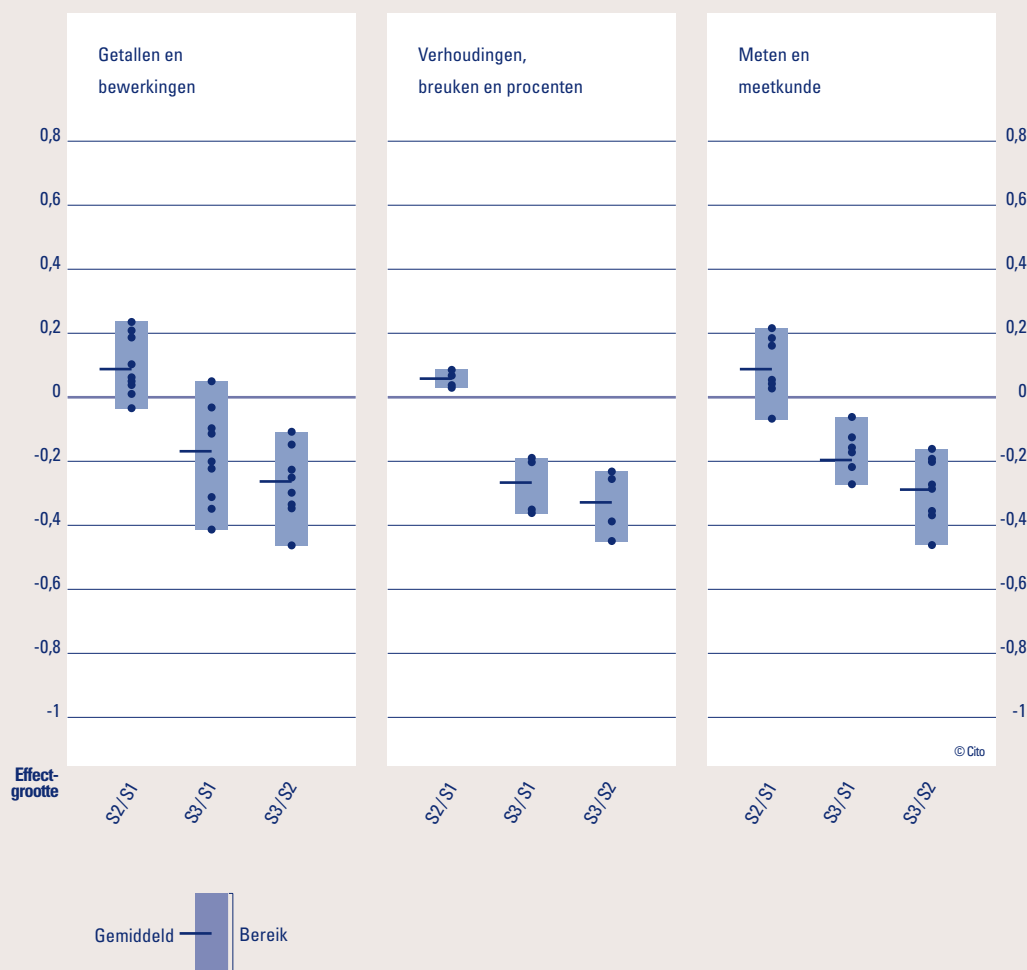
7.3 Het effect van stratum

Op basis van de formatiegewichten zijn schoolscores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking kenmerken (zie paragraaf 2.1). De vraag is of dit stratumniveau, als additionele factor op schoolniveau naast het formatiegewicht, de rekenprestaties van leerlingen verder beïnvloedt.

Binnen alle drie de domeinen vinden we een licht positief effect voor S2-scholen ten opzichte van S1-scholen. Voor de meeste onderwerpen geldt echter dat het verschil verwaarloosbaar klein is. De gemiddelde effectgrootten zijn 0,09 voor de onderwerpen in de domeinen *Getallen en bewerkingen* en *Meten en meetkunde*, en 0,06 voor de onderwerpen van het domein *Verhoudingen, breuken en procenten*. Slechts incidenteel is er sprake van een significant positief effect; de effectgrootte is dan echter nauwelijks groter dan 0,20 en dus klein te noemen. Voor S3-scholen is er in het algemeen sprake van een licht negatief effect ten opzichte van

S1-scholen met gemiddelde effectgrootten van -0,17 voor de onderwerpen van het domein *Getallen en bewerkingen*, -0,27 voor de onderwerpen van het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* en -0,19 voor de onderwerpen van het domein *Meten en meetkunde*. Significante negatieve effecten zijn gevonden bij de onderwerpen *Schattend rekenen* (-0,30), *Gebruik van de zakrekenmachine* (-0,45), *Verhoudingen* (-0,39) en *Tabellen en grafieken* (-0,45). Gegeven het eerder beschreven licht positieve effect van S2-scholen ten opzichte van S1-scholen zijn de effectgrootten van S3-scholen ten opzichte van S2-scholen dus iets groter en respectievelijk -0,26, -0,33 en -0,28. Er zijn significante negatieve effecten gevonden voor dezelfde onderwerpen met effectgrootten van respectievelijk -0,33, -0,46, -0,39 en -0,45 en daarnaast nu ook voor de onderwerpen *Procenten* (-0,25), *Meten: oppervlakte* (-0,32) en *Meten: toepassingen* (-0,46). Voor S3-scholen is er dus relatief vaak sprake van een additioneel negatief stratumeffect ten opzichte van de beide andere strata.

Effect van stratum per domein



Deze resultaten laten zich moeilijk vergelijken met die uit 1997 omdat de stratumdefinities ingrijpend zijn gewijzigd naar aanleiding van de herdefinitie van formatiegewicht 1.25.

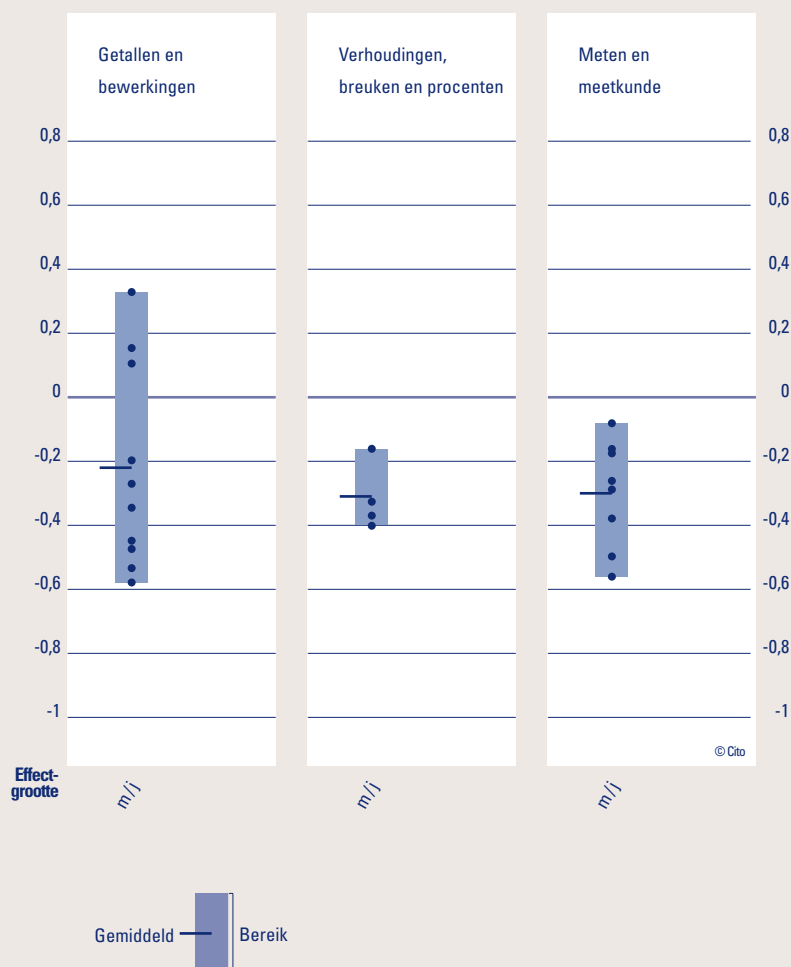
7.4 Het effect van geslacht

Wanneer we de rekenprestaties van meisjes vergelijken met die van jongens dan vinden we bij drie onderwerpen een klein tot matig positief effect in het voordeel van meisjes. Dit betreft dan de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken* (0,33), *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* (0,12) en *Samengestelde bewerkingen* (0,17).

In alle overige gevallen is er sprake van een meestal significant negatief effect variërend van -0,20 tot -0,58 voor het domein *Getallen en bewerkingen*, van -0,16 tot -0,41 voor het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* en van -0,08 tot -0,56 voor het domein *Meten en meetkunde*. De rekenprestaties van meisjes zijn dus minder goed dan die van jongens, behalve waar het de bewerkingen betreft die op papier uitgerekend mogen worden.

Dit resultaat volgt in grote lijnen het resultaat uit 1997. Ook toen onderscheidden zich de onderwerpen over de bewerkingen (toen aangeduid als *Cijferen*) in positieve zin van de andere onderwerpen binnen het domein *Getallen en bewerkingen*. Er tekent zich nu wel een licht positieve trend af op de bewerkings-onderwerpen, terwijl in 1997 de gemiddelde effectgrootte voor deze onderwerpen nog volledig neutraal was. Voor de overige onderwerpen in dit domein geldt dat de gemiddelde afstand tussen jongens en meisjes vrijwel gelijk is gebleven. Ook binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* is de afstand tussen jongens en meisjes ten opzichte van 1997 nauwelijks veranderd. Alleen is door de reductie van het aantal onderwerpen (in 1997 zeven onderwerpen en in 2004 vier) de spreiding kleiner geworden. Bij drie van de vier onderwerpen is er in 2004 sprake van een significant negatief effect. De uitzondering is het onderwerp *Tabellen en grafieken*. Binnen het domein *Meten en meetkunde* lijkt er sprake te zijn van een licht positieve tendens: de gemiddelde effectgrootte is nu

Effect van geslacht per domein



–0,30 terwijl deze in 1997 –0,40 bedroeg. Bij de meeste onderwerpen is er niettemin sprake van een significant negatief effect. Uitgezonderd zijn de onderwerpen *Meetkunde* (–0,08) en *Tijd* (–0,17).

voor het domein *Meten en meetkunde*. Vergeleken met 1997 is de afstand tussen vertraagde en reguliere leerlingen nauwelijks veranderd.

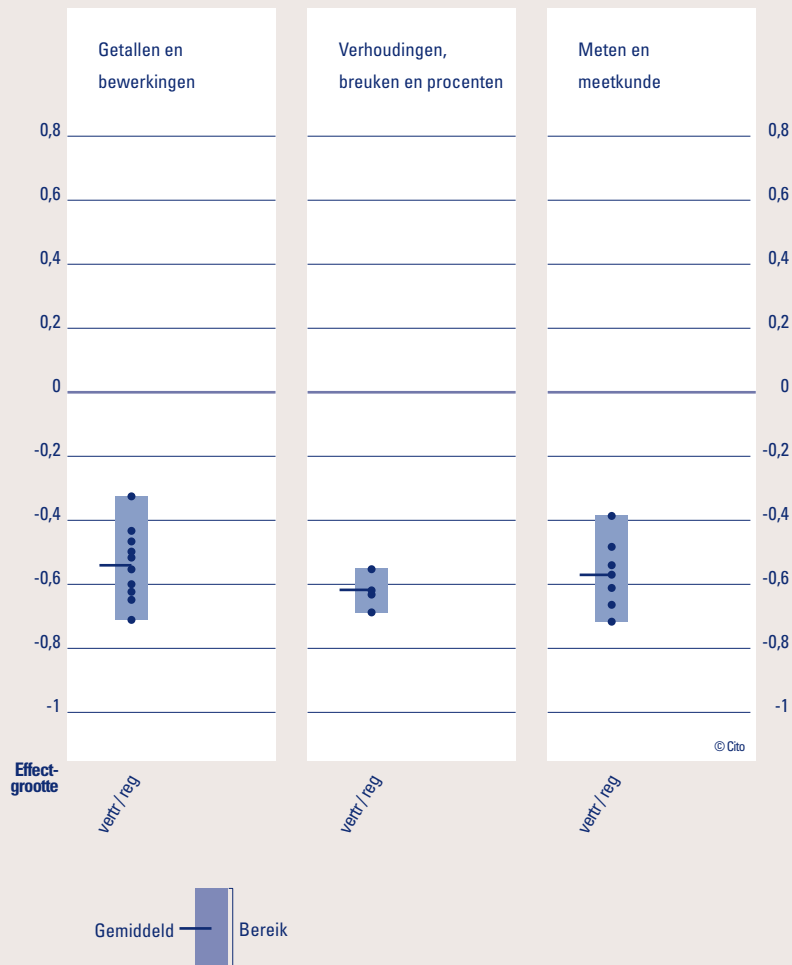
7.5 Het effect van leertijd

Op grond van hun leeftijd zijn de leerlingen in jaargroep 8 verdeeld in reguliere en vertraagde leerlingen. De reguliere leerlingen zijn vooral de leerlingen die gelet op hun leeftijd thuishoren in jaargroep 8, maar ook leerlingen in jaargroep 8 die jonger zijn worden tot deze categorie gerekend. De andere leerlingen hebben om welke reden dan ook in hun schoolloopbaan al enige vertraging opgelopen. Geconstateerd moet worden dat er onveranderlijk sprake is van een significant en matig negatief effect voor de vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. De gemiddelde effectgrootten zijn –0,54 voor het domein *Getallen en bewerkingen*, –0,62 voor het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* en –0,57

7.6 Het effect van afnamejaar

In de hoofdstukken 4, 5 en 6 is op basis van de geschatte vaardigheidsverdelingen gerapporteerd over verschillen in vaardigheid van de leerlingpopulaties in de drie peilingsjaren 1992, 1997 en 2004, althans voor zover de verschillende onderwerpen in deze peilingen voorkwamen en op gelijke wijze zijn afgenomen. De afnameprocedure voor de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*, *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* en *Schattend rekenen* is in 1997 veranderd, waardoor een vergelijking met de prestaties in 1992 niet goed mogelijk is. Voor het onderwerp *Tabellen en grafieken* zijn gegevens verzameld in het peilingsonderzoek voor Nederlandse taal in 1998.

Effect van leertijd per domein



We beschouwen ze hier als resultaat van de rekenpeiling uit 1997, maar een vergelijking met 1992 is voor dit onderwerp niet mogelijk. Vanwege de invoering van de euro is voor het onderwerp *Geld* geen vergelijking met eerdere peilingen te maken.

De eerste peiling rekenen-wiskunde uit 1987 is in deze vergelijkingen buiten beschouwing gelaten. Dat heeft te maken met de stabiliteit van de opgaven in een opgavenverzameling. Het onderwijs verandert in de loop van de jaren en een logisch gevolg daarvan is dat eigenschappen van opgaven mee gaan veranderen. Naarmate de periode waarover vergelijkingen worden gemaakt groter wordt, wordt de kans op instabiliteit van opgaven groter en zijn zij minder of niet meer geschikt voor de onderlinge vergelijking. De consequentie is dan dat opgaven bij de analyses verwijderd zouden moeten worden. Toch is juist een vergelijking over een wat langere periode interessant. Daarom presenteren we waar mogelijk naast de vergelijking over de periode 1992–2004 ook de vergelijking over de periode 1987–1997.

Daarvoor zijn de gegevens over de periode 1987–1997 opnieuw geanalyseerd en wel volgens hetzelfde model dat is gebruikt voor de vergelijking 1992–2004. Deze analyses wijken op twee punten af van die welke in de vorige balans zijn gepresenteerd. In de eerste plaats is de variabele methode niet meer in het model opgenomen en daarnaast is de variabele formatiegewicht gewijzigd in de variabele herkomst met de twee niveaus herkomst Nederlands (leerlinggewichten 1.00 en 1.25 samen) en herkomst buitenlands (leerlinggewicht 1.90), dit laatste vanwege de verandering in de definitie van leerlinggewicht 1.25 (vgl. paragraaf 2.1 en 7.1).

De vier afbeeldingen op de volgende pagina's laten per domein het effect van afnamejaar zien voor de verschillende onderwerpen. In de afbeeldingen is in principe het jaar 1987 op nul gezet. Afgebeeld is dan het verloop van de effectgrootte over de periode 1987–1997 en over de periode 1992–2004, waarbij de effectgrootte van 1992 in de tweede analyse gelijk is gesteld aan de effectgrootte uit de eerste analyse. Dat geeft een doorlopend beeld van

de jaareffecten over de periode 1987–2004. Merk op dat de analyse over de periode 1992–1997 zowel in beide periodes voorkomt en we verwachten in beide periodes dus een vergelijkbaar effect. Bij een aantal onderwerpen is een analyse over de periode 1987–1997 niet mogelijk en in dat geval presenteren we de jaareffecten over de periode 1992–2004 waarbij 1992 op nul is gesteld.

Jaareffecten in het domein Getallen en bewerkingen

De jaareffecten voor de onderwerpen in dit domein blijken onderling uiterst tegengesteld te zijn. Naast positieve ontwikkelingen worden met name op de bewerkingsonderwerpen forse negatieve tendensen gevonden.

We beschrijven de effecten per onderwerp.

1 Getallen en getalrelaties

Er is voor het onderwerp *Getallen en getalrelaties* sprake van een sterk positief jaareffect

over de gehele periode 1987–2004.

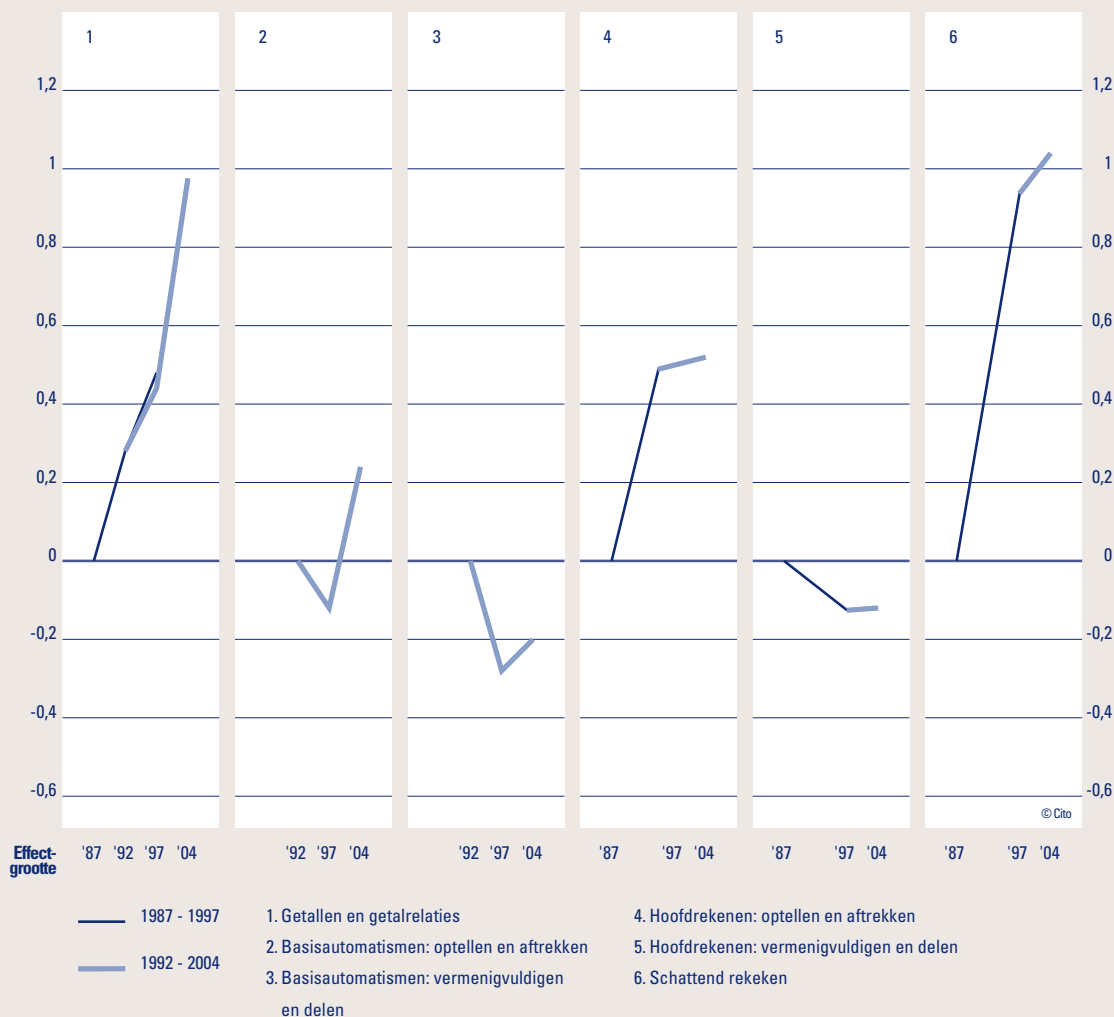
De ontwikkeling over de periode 1992–2004 sluit ook naadloos aan bij de ontwikkeling over de periode 1987–1997 en met name is er over de periode 1997–2004 een sterk positief effect te zien. De vaardigheid van de leerlingen in het doorzien van de getalstructuur en van de relaties tussen getallen is dus duidelijk toegenomen.

2 Basisautomatismen: optellen en aftrekken

Een vergelijking met de periode 1987–1997 wordt bemoeilijkt door het feit dat in aanvang het onderwerp *Basisautomatismen* alle vier de hoofdbewerkingen omvatte en nu is uitgesplitst naar de bewerkingen ‘optellen en aftrekken’ en ‘vermenigvuldigen en delen’ terwijl bovendien de afnameconditie in 1987 sterk afweek van die welke sinds 1992 wordt gebruikt.

Voor de periode 1992–2004 wordt een licht positief effect gevonden. Het effect voor de periode 1997–2004 compenseert een verwaarloosbaar klein negatief effect voor de periode 1992–1997.

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2004 voor het domein
Getallen en bewerkingen (1)



3 Basisautomatismen: vermenigvuldigen en delen

Ook voor dit onderwerp is alleen een vergelijking over de periode 1992–2004 mogelijk. Na een negatieve tendens over de periode 1992–1997 zien we een lichte positieve ombuiging over de periode 1997–2004.

In hun totaliteit zijn de effecten op het gebied van de basisoperaties klein. Het is niet onwaarschijnlijk dat dit mede wordt veroorzaakt door het basale karakter van dit onderwerp waardoor relatief veel opgaven door de meeste leerlingen goed worden beheerst en er dus sprake is van een plafond-effect.

4 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Door een afwijking van de afnameconditie in 1992 worden voor dit onderwerp de jaar-effecten 1987–1997 en 1997–2004 aansluitend afgebeeld. Over de totale periode 1987–2004 zien we een duidelijk positieve ontwikkeling die echter vooral is gerealiseerd in de periode 1987–1997. Vanaf 1997 is er weinig voortgang

geboekt in de verdere ontwikkeling van deze vaardigheid.

5 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

Om dezelfde reden als bij het vorige onderwerp is 1992 niet in de analyses betrokken en zijn aansluitend de jaareffecten 1987–1997 en 1997–2004 afgebeeld. Zoals de figuur laat zien is er sinds 1987 nauwelijks verandering opgetreden in de vaardigheid van de leerlingen op dit onderwerp.

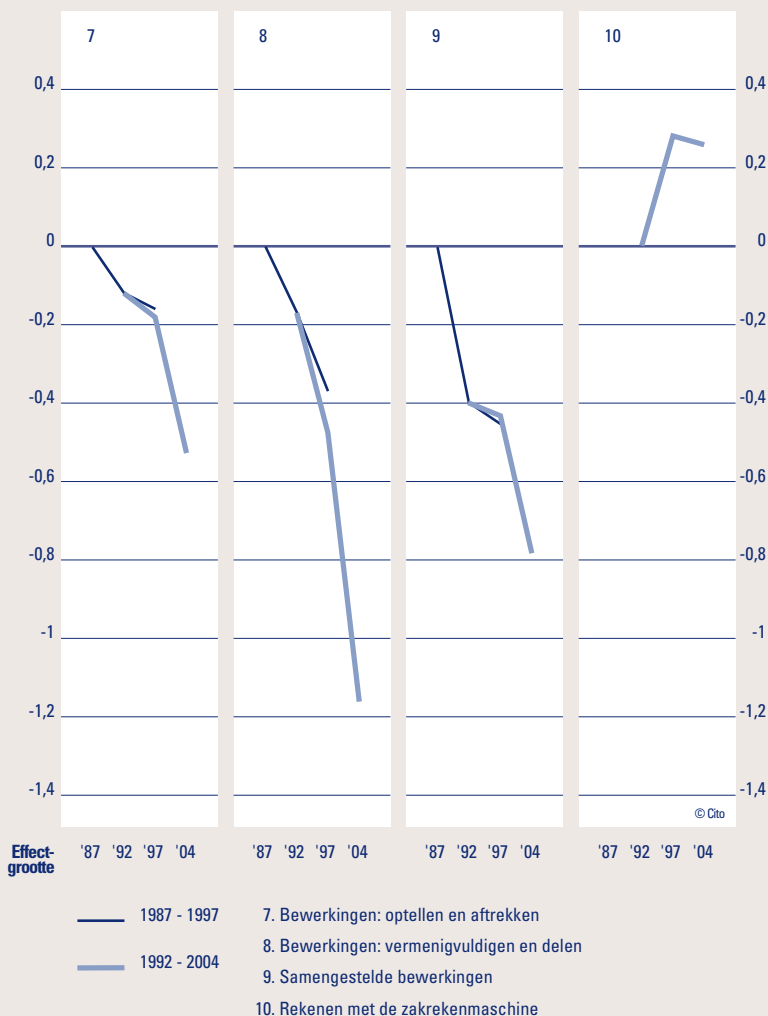
6 Schattend rekenen

Ook nu is vanwege het verschil in afnameconditie 1992 niet in de analyses betrokken. Wat we zien is een sterk positief effect in de vaardigheid 'schattend rekenen'. Dit positieve effect is echter vooral gerealiseerd in de periode 1987–1997. Over de periode 1997–2004 constateren we dan nog een lichte toename.

7 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Wat dit onderwerp betreft is er sprake van een duidelijk negatief effect van afnamejaar over de periode 1987–2004. Met name over de

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2004 voor het domein
Getallen en bewerkingen (2)



laatste periode 1997–2004 is er sprake van een duidelijk negatieve tendens.

8 *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*

De rekenvaardigheid van leerlingen met betrekking tot dit onderwerp is sinds 2004 sterk achteruitgegaan. Met name ten opzichte van 1997 is er sprake van een sterk negatieve tendens die echter al in 1987 is ingezet. Het kunnen vermenigvuldigen en delen stelt de leerlingen blijkbaar voor steeds grotere problemen.

9 *Samengestelde bewerkingen*

De ontwikkeling van de vaardigheid bij dit onderwerpen is vergelijkbaar met die op de voorgaande twee onderwerpen. De negatieve trend over de periode 1987–1992 leek zich te stabiliseren over de periode 1992–1997, maar zette daarna toch opnieuw fors door.

10 *Rekenen met de zakrekenmachine*

Dit onderwerp was nog niet vertegenwoordigd in de eerste peiling in 1987. De vergelijking beperkt zich dus over de periode 1992–2004. We zien dan een licht positieve tendens over met name de periode 1992–1997 die zich daarna min of meer heeft gestabiliseerd.

Jaareffecten in het domein Verhoudingen, breuken en procenten

In voorgaande peilingen bestonden de onderwerpen *Verhoudingen, Breuken en Procenten* elk uit twee of drie onderdelen waarover afzonderlijk werd gerapporteerd. Er werd toen een onderscheid gemaakt tussen deelvaardigheden als ‘basiskennis en begrip’, ‘bewerkingen’ en ‘toepassingen’. Dit onderscheid is in het peilingsonderzoek in 2004 verlaten. Voor de vergelijking over de periode 1992–2004 zijn de opgaven uit de onderscheiden onderwerpen samengenomen. In de herhaalde analyse over de periode 1987–1997 is het onderscheid wel gehandhaafd maar daarover rapporteren we nu per onderwerp het gemiddelde jaareffect van de eerder onderscheiden deelvaardigheden. Zoals de figuur laat zien sluiten de analyses over de periode 1992–2004 goed aan bij de gemiddelde jaareffecten over de periode 1987–1997.

11 *Verhoudingen*

De figuur laat zien dat er wat dit onderwerp betreft nauwelijks sprake is van enige ontwikkeling. Een licht positieve tendens is waargenomen over de periode 1987–1997, maar over 1997–2004 zien we weer een lichte achteruitgang. We merken op dat we eerder bij de beschrijving van individuele afnames bij dit onderwerp hebben geconstateerd dat, vergeleken met 1987, leerlingen in 2004 vaker

een effectieve oplossingsprocedure gebruikten. Het betrof weliswaar slechts één opgave (opgave M), maar men zou toch verwachten dat dan ook bij andere opgaven effectievere procedures worden toegepast. Om een of andere reden heeft zich dat toch niet vertaald in een positieve ontwikkeling van het effect voor afnamejaar over de periode 1987–2004.

12 *Breuken*

Het beeld omtrent de vaardigheid in het kunnen omgaan met breuken is vrijwel gelijk aan dat van het onderwerp Verhoudingen. Een lichte toename over de periode 1987–1997 wordt enigszins afgezwakt door de ontwikkeling over de periode 1997–2004. Ook hiervoor geldt dat we bij de beschrijving van individuele afnames hebben geconstateerd dat, vergeleken met 1987, leerlingen in 2004 vaker een effectieve oplossingsprocedure gebruikten. Het betreft nu twee opgaven (opgaven O en P) waarbij het percentage goede antwoorden tijdens de individuele afnames in 2004 aanzienlijk groter is dan in 1987. Toch geldt ook hier dat dit om een of andere reden zich niet heeft vertaald in een positieve ontwikkeling van het effect voor afnamejaar over de periode 1987–2004.

13 *Procenten*

Voor het onderwerp Procenten is er wel sprake van een continue positieve ontwikkeling die zich ook na 1997 vrij sterk heeft doorgezet. In dit geval correspondeert de positieve ontwikkeling die we eerder vaststelden op basis van de individuele afnames, wel met het effect voor afnamejaar over de periode 1987–2004.

14 *Tabellen en grafieken*

Dit onderwerp maakte vroeger deel uit van het domein Informatieverwerking uit de peilingen voor Nederlandse taal. Een vergelijking is daarom slechts mogelijk over de periode 1998–2004. We zien dan dat er slechts sprake is van een verwaarloosbaar klein positief effect.

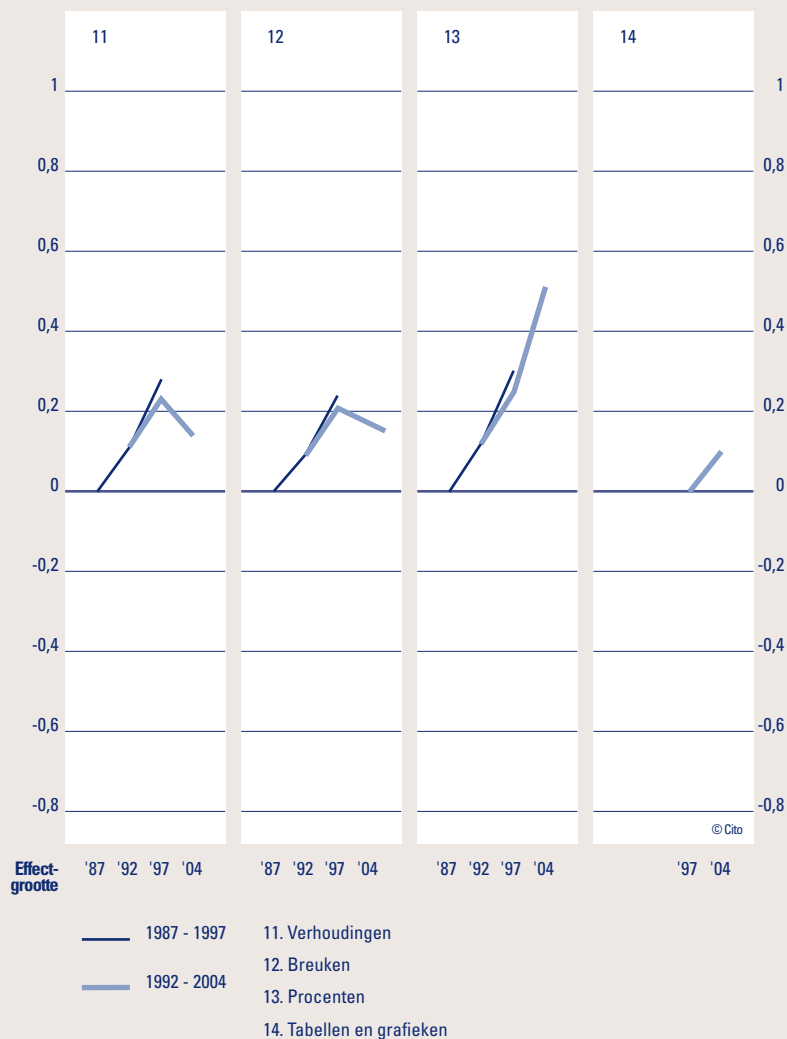
Jaareffecten in het domein Meten

Met uitzondering van het onderwerp *Geld* zijn voor alle onderwerpen uit het domein *Met en meetkunde* zowel analyses voor jaar-effecten uitgevoerd over de periode 1987–1997 als over de periode 1992–2004.

15 *Met en: lengte*

In de analyse over de periode 1987–1997 zijn de effectgrootten voor afnamejaar vrijwel gelijk aan nul. In de analyse over de periode 1992–2004 wordt voor de periode 1992–1997 een klein negatief effect geschat dat zich enigszins voortgezet heeft over de periode 1997–2004.

Effectgrootten voor afnamejaar over
de periode 1987 - 2004 voor het domein
Verhoudingen, breuken en procenten



Er lijkt dus sprake te zijn van een licht negatieve tendens maar het totale effect blijft verwaarloosbaar klein, al is het effect over de periode 1992–2004 wel significant.

16 Meten: oppervlakte

In de analyse over de periode 1987–1997 wordt na een daling over de eerste vijfjarige periode een licht herstel geschat over de tweede periode. Over de periode 1992–2004 is het geschatte herstel voor de periode 1992–1997 iets groter waarna de vaardigheid zich stabiliseert. Ten opzichte van 1987 is er – met uitzondering van 1992 – geen verandering van enige betekenis opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen over de jaren heen.

17 Meten: inhoud

Ook voor dit onderwerp geldt dat er over de totale periode 1987–2004 geen veranderingen van betekenis zijn opgetreden in het vaardigheidsniveau van de leerlingen. Na een lichte stijging over de periode 1987–1992 zien

we daarna weer een lichte daling, zonder effecten van betekenis.

18 Meten: gewicht

Bij het onderwerp *Meten: gewicht* wordt wel een duidelijk positief effect over de totale periode 1987–2004 geschat, waarbij de analyse over 1992–2004 vrijwel naadloos aansluit bij die over de periode 1987–1997. Over de totale periode is er sprake van een klein tot matig positief effect.

19 Meten: toepassingen

Er is voor dit onderwerp sprake van een voortgaande licht negatieve ontwikkeling over de periode 1987–2004, die in 2004 resulteert in een klein negatief effect ten opzichte van 1987.

20 Meetkunde

De effecten van afnamejaar voor het onderwerp *Meetkunde* bewegen zich rond de nullijn. Een licht positieve trend over de periode 1992–1997 wordt gevolgd door een licht negatieve trend over 1997–2004 met uiteindelijk als resultaat een fragiel negatief

effect. Over de periode 1987–2004 is dus nauwelijks enige beweging te constateren ten aanzien van de vaardigheden van de leerlingen op het gebied van Meetkunde, zoals dat is gemeten in de diverse peilingsonderzoeken.

21 Tijd

Nadat er zich over de periode 1987–1997 een licht positieve trend aftekende voor het onderwerp Tijd, wordt over de periode 1997–2004 een negatief effect geschat waardoor over de totale periode het effect gelijk wordt aan nul. Er is dus over de totale periode nauwelijks iets veranderd in de kennis van klok en kalender bij leerlingen aan het einde van het basisonderwijs.

Samenvatting

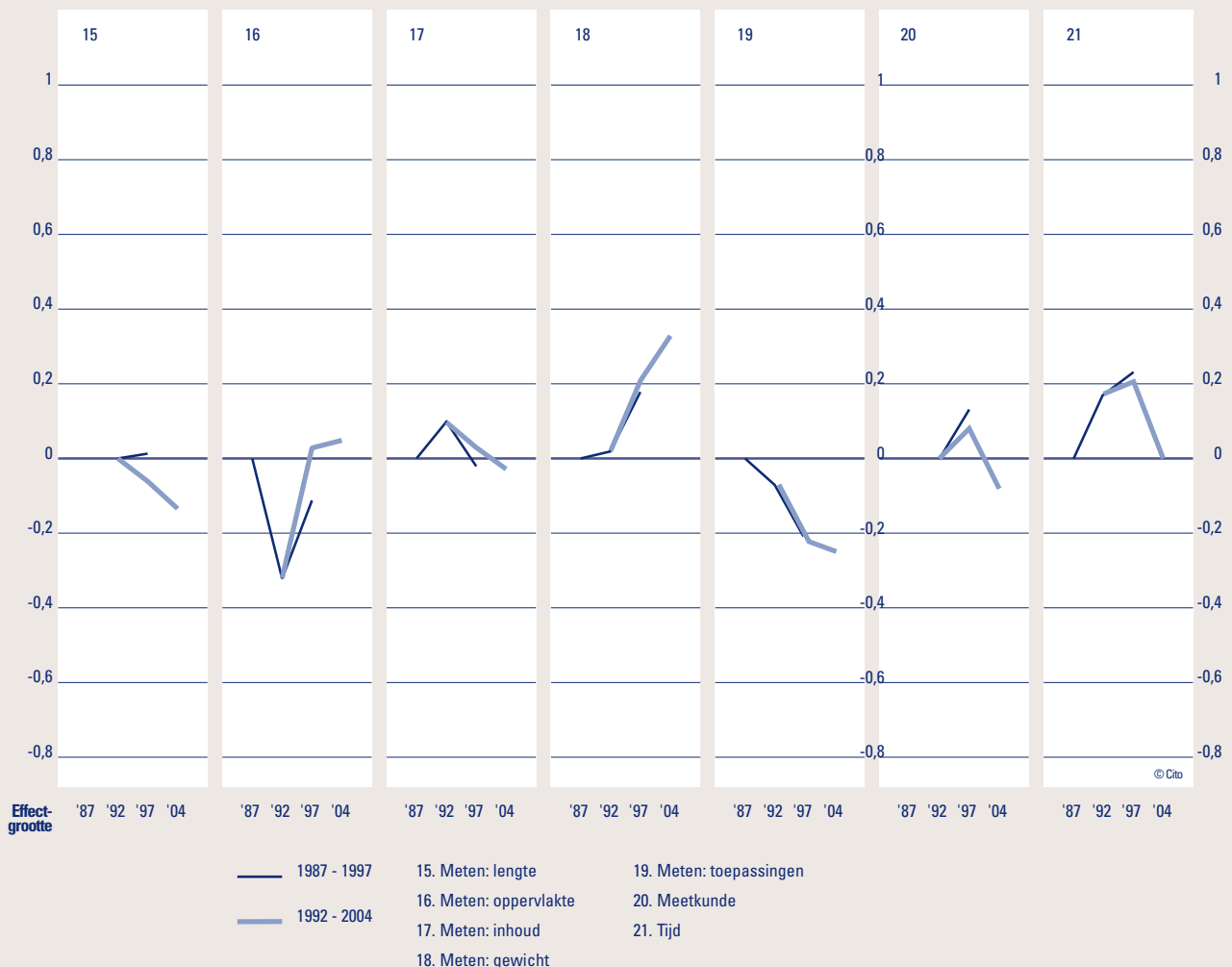
Voor zover er over de periode 1987–2004 veranderingen zijn waar te nemen in de rekenvaardigheid van de leerlingen betreffen dat vooral veranderingen binnen het domein *Getallen en bewerkingen*. Daarbij is duidelijk

sprake van een tweeledige ontwikkeling.

We zien een duidelijk positieve ontwikkeling op het gebied van de basale gecijferdheid zoals die wordt geëvalueerd met de vaardigheden als inzicht in getallen en getalrelaties, hoofdrekenen en dan met name voor optellen en aftrekken en het schattend rekenen. Niet uit te sluiten valt dat het uitblijven van effecten op de basisoperaties het gevolg is van een zeker plafondeffect doordat opgaven voor veel leerlingen te gemakkelijk zijn en groei in vaardigheid dus niet goed valt waar te nemen.

Op het gebied van de bewerkingen is er daarentegen duidelijk sprake van een negatieve ontwikkeling. Het is moeilijk om daarvoor een directe oorzaak aan te wijzen. Het zijn opgaven waarbij de leerlingen bij voorkeur een algoritmische oplossingsprocedure moeten gebruiken of die in ieder geval kunnen gebruiken. Maar opvallend genoeg maken zij daar weinig gebruik van, althans in de toetsboekjes worden weinig of geen algoritmische tussenoplossingen

Effectgrootten voor afnamejaar over de periode 1987 - 2004 voor het domein **Meten en meetkunde**



gevonden hoewel de leerlingen er expliciet op zijn geweest deze opgaven 'op papier in het boekje uit te rekenen'. Het lijkt wel of de leerlingen alle opgaven 'uit het hoofd' uitrekenen. Deze tendens was ook al bij de vorige peiling zichtbaar en nu opnieuw en zelfs sterker terug te vinden.

De vraag is dan waarom kinderen zo weinig gebruikmaken van de mogelijkheid de opgaven op papier uit te rekenen. Waarom menen zij, en dan vaak ten onrechte, deze opgaven wel uit het hoofd te kunnen oplossen? Zeker, als men naar de opgavenverzameling kijkt, dan zijn er duidelijk opgaven bij die uit het hoofd zijn uit te rekenen. Maar men zou denken dat de gelegenheid om daarbij uitrekenpapier te gebruiken met beide handen wordt aangegrepen om het succes op een goede oplossing te vergroten. Of biedt een algoritmische oplossing de leerlingen niet meer zekerheid dan een oplossing uit het hoofd? We zien dat de leerlingen voor alle vier de hoofdbewerkingen zowel de kolomsgewijze als traditionele cijferprocedure leren en dus niet vier maar acht oplossingsprocedures leren. Voeg daarbij een grote diversiteit aan mogelijke oplossingen die hen in het kader van het handig rekenen worden gepresenteerd en de eenduidigheid van aanpak is verdwenen. En we zien dat dit niet wordt gecompenseerd met positieve ontwikkelingen op het gebied van de basale gecijferdheid. De vraag is nog of deze negatieve ontwikkeling wordt gecompenseerd door het leren rekenen met de zakrekenmachine. De vooruitgang die leerlingen op dat gebied maken is slechts gering. Eigenlijk zijn hiermee de belangrijkste ontwikkelingen op het gebied van de rekenvaardigheid van leerlingen geschetst. Zowel binnen het domein *Meten en meetkunde* als binnen het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* is op een enkele uitzondering na nauwelijks enige vooruitgang of achteruitgang geconstateerd.

7.7 Het summatieve effect van methoden

Het reken-wiskundeonderwijs kent een breed scala aan methoden die over het algemeen in belangrijke mate de inhoud van het onderwijs bepalen. Vrijwel alle leraren geven aan dat zij bij het rekenonderwijs de methode volgen en slechts in incidentele gevallen wijkt men daarvan af. In de vorige balans hebben we gegevens gepresenteerd over het relatieve effect van een aantal methoden voor het reken-wiskundeonderwijs en daaruit bleek dat er tussen methoden duidelijk verschillen in effectiviteit kunnen bestaan en ook worden

gevonden. We vonden toen dat een aantal relatief nieuwe methoden een positief effect hebben op het rekenvaardigheidsniveau van de leerlingen. We hebben toen geconstateerd dat het effect in het algemeen echter klein was omdat dat in belangrijke mate wordt bepaald door de proportie leerlingen die met een relatief effectievere methode les krijgen. Immers wanneer een relatief klein deel van de leerlingen les krijgt met een meer effectieve methode dan zal het effect daarvan op de totale groep erg klein zijn.

Zoals gezegd worden in deze balans geen effectschattingen voor afzonderlijke methoden gepresenteerd. De belangrijkste reden is dat vrij kort voor het peilingsonderzoek scholen op grote schaal nieuwe of vernieuwde methoden hebben aangeschaft voor het reken-wiskundeonderwijs in verband met de wijziging van het valutasysteem. Het is dan onduidelijk in hoeverre de rekenvaardigheid van de onderzochte leerlingen bepaald wordt door de nieuwe methode dan wel alsnog op het conto van een vorige methode moet worden geschreven.

Er is echter wel enige evidentie dat in het algemeen nieuwere methoden een positieve invloed hebben op de rekenvaardigheid van de leerlingen. We vergelijken daarvoor de jaareffecten uit twee analyses: de analyses van jaareffecten zónder methodecorrectie en de analyse van de jaareffecten mét methodecorrectie. De gedachte is dat wanneer nieuwere methoden over het algemeen een positief effect hebben op de rekenvaardigheid van de leerlingen, het jaareffect zónder methodecorrectie groter zal zijn dan wanneer het jaareffect wordt gecorrigeerd voor methode. In de figuur *Summatieve effect van methoden* is het verschil tussen de effectgrootten voor afnamejaar uit de beide analyses afgebeeld. Een positief effect ontstaat wanneer het jaareffect zónder methodecorrectie groter is dan het jaareffect mét methodecorrectie en er dus geconcludeerd wordt voor een summatief positief methode-effect. We spreken van een summatief effect omdat het als het ware de optelsom is van de – zowel positieve als negatieve – effecten van de afzonderlijke methoden.

In het domein *Getallen en bewerkingen* vinden we in 2004 op de meeste onderwerpen een klein positief summatief methode-effect voor zowel 1997 als 1992. De grootste stap is daarbij gezet in periode 1997–2004. Overigens ontbreken in de vergelijking met 1992 de beide hoofdrekenonderwerpen en het schattend rekenen. De effecten zijn het grootst voor de onderwerpen *Basisautomatismen*,

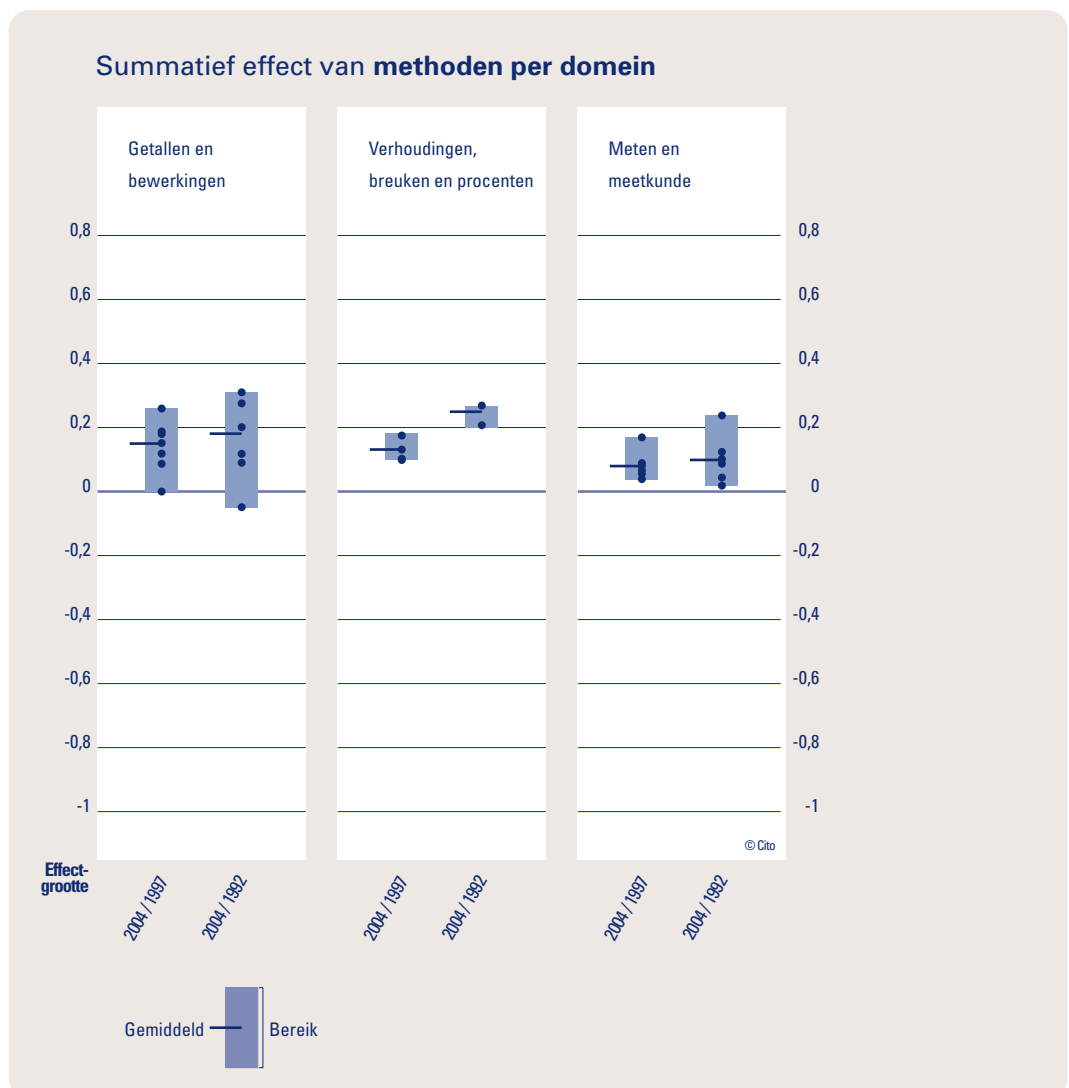
Getallen en getalrelaties, Rekenen met de zakrekenmachine en voor 1997 ook *Schattend rekenen*. Geen effect in 1997 en een negatief effect ten opzichte van 1992 vinden we voor het onderwerp *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*.

In het domein *Verhoudingen, breuken en procenten* vinden we over het algemeen een positief generaal methode-effect voor 1997 ten opzichte van 2004 en een duidelijk groter positief effect ten opzichte van 1992.

Op de onderwerpen in het domein *Meten en meetkunde* zijn summatieve methode-effecten nagenoeg afwezig, zowel ten opzichte van 1997 als ten opzichte van 1992. De bijdrage van nieuwere methoden is op dit vlak niet negatief maar ook nauwelijks positief te noemen.

Over het algemeen kan de conclusie zijn dat nieuwere methoden voor het reken-wiskunde-onderwijs in hun totaliteit een kleine positieve bijdrage leveren aan de rekenvaardigheid van de leerlingen. Men moet zich echter realiseren dat het hier summatieve effecten betreft en dat daarmee niet gezegd is dat alle nieuwe rekenmethoden een positieve bijdrage leveren aan het reken-wiskundeonderwijs.

De laatste vraag die we ons moeten stellen is: Hoe kunnen jaareffecten – met name binnen het domein *Getallen en bewerkingen* – soms zo groot zijn en met name op het gebied van de bewerkingen zo sterk negatief als toch positief wordt geoordeeld over het summatieve effect van de methode? Ook al hebben we vastgesteld dat het summatieve effect van methoden op het gebied van de bewerkingen klein is, zij verklaart niet de sterk negatieve tendens die eerder werd gevonden voor de bewerkingen. We zullen dan moeten wijzen op het feit dat er naast de methoden tal van andere factoren zijn die van invloed zijn op het onderwijs. De resultaten laten zien dat de methode daarbij soms maar een relatief gering effect heeft. Welke die andere factoren zijn, daarop geeft dit onderzoek geen direct antwoord.



Bokhove, J., F. van der Schoot & Th. Eggen (1996). *Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2. Uitkomsten van de tweede peiling rekenen/wiskunde einde basisonderwijs*. PPON-reeks nr. 8a. Arnhem, Cito.

Fosnot, C. & M.L.A.M. Dolk (2002). Het leerlandschap (1). *Panama-Post. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), pp. 29–37.

Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buys & A. Treffers (red.) (2000). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen. Bovenbouw basisschool*. Groningen, Wolters-Noordhoff.

Janssen, J., F. van der Schoot, B. Hemker & N. Verhelst (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. PPON-reeks nr. 13. Arnhem, Cito.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1993). *Besluit kerndoelen basisonderwijs*. 's-Gravenhage, Sdu.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1993a). *Besluit kerndoelen basisonderwijs*. 's-Gravenhage, Sdu.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1993b). *Besluit wijziging Formatiebesluit WBO 1992*. Staatsblad van het koninkrijk der Nederlanden, 608.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). *Kerndoelen basisonderwijs 1998. Over de relatie tussen de algemene doelen en kerndoelen per vak*. Den Haag, Sdu.

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (2004). *Voorstel herziene kerndoelen basisonderwijs*.

Verhelst, N.D., C.A.W. Glas & H.H.F.M. Verstralen (1993). *OPLM: One Parameter Logistic Model. Computer program and manual*. Arnhem, Cito.

Wijnstra, J.M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. PPON-reeks nr. 1. Arnhem, Cito.

Colofon

- Opdrachtgever: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen
- Productgroepmanager PPON: Frank van der Schoot
- Ontwerp peiling: Jan Janssen en Norman Verhelst
- Opgaven- en toetsconstructie: Jan Janssen, Floor Scheltens en Jean-Marie Kraemer in samenwerking met een commissie van rekendeskundigen en leraren basisonderwijs
- Coördinatie gegevensverzameling: Frank van der Schoot
- Secretariaat: Joke van Daal en Frances Liu
- Auteurs: Jan Janssen en Frank van der Schoot
- Externe bijdrage: Cornelis van Putten
- Psychometrische analyses: Bas Hemker
- Analyse individuele afnames: Floor Scheltens, Marian Hickendorff en Jan Janssen
- Analyse vragenlijsten: Frank van der Schoot
- Bureauredactie: Truus Peters
- Grafische vormgeving: Marianne Brouwer
- Ontwerp grafieken en advies: leesTekens, Jan Kamies
- Dtp opmaak: Ron Egbers
- Foto omslag: Paul Breuker

Artikelnummer 59163

© Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling, Arnhem (2005)

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit dit werk mag zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van Stichting Cito Instituut voor Toetsontwikkeling worden openbaar gemaakt en/of verveelvoudigd door middel van druk, fotokopie/reprografie, scanning, computersoftware of andere elektronische verveelvoudiging of openbaarmaking, microfilm, geluidskopie, film- of videokopie of op welke wijze dan ook.