

**BALANS VAN HET REKEN-
WISKUNDEONDERWIJS AAN HET
EINDE VAN DE BASISCHOOL 3**

Uitkomsten van de derde peiling in 1997

Jan Janssen
Frank van der Schoot
Bas Hemker
Norman Verhelst

Cito Instituut voor Toetsontwikkeling

Rekenen | Wiskunde

SAMENVATTING

In het voorjaar 1997 is het derde peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde einde basisonderwijs uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte een inventarisatie van enkele aspecten van het onderwijsaanbod in de jaargroepen 6, 7 en 8 en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in jaargroep 8. Standaarden bieden een referentiekader om de rekenprestaties van de leerlingen te interpreteren in het licht van de kerndoelen basisonderwijs. De belangrijkste conclusies van dit peilingsonderzoek zijn hier bij elkaar gezet.

Binnen het reken-wiskundeonderwijs wordt een onderscheid gemaakt tussen traditionele en realistische methoden. In de afgelopen tien jaar is het marktaandeel van traditionele methoden gedaald tot minder dan 10%. In diezelfde periode is het marktaandeel van realistische methoden gestegen van 12,5% tot 74%.

paragraaf 3.1 | pagina 30

In het reken-wiskundeonderwijs vindt slechts op beperkte schaal differentiatie plaats. De instructie is meestal voor alle leerlingen gelijk. Hoogstens wordt er bij de verwerking van de oefenstof gedifferentieerd naar niveau en tempo.

paragraaf 3.2 | pagina 32

Iets meer dan de helft van de scholen heeft een remedial teacher voor rekenen/wiskunde. Scholen met relatief veel leerlingen uit achterstandssituaties hebben echter vaker een remedial teacher dan de andere scholen. In de bovenbouw van het basisonderwijs neemt de inzet van een remedial teacher af met het jaargroepniveau.

paragraaf 3.2 | pagina 32

Door de toename van het gebruik van realistische reken-wiskunde-methoden is ook het gebruik van de zakrekenmachine in de jaargroepen 7 en 8 aanmerkelijk gestegen. Meestal blijft het gebruik van de zakrekenmachine beperkt tot specifieke lessen. Bijna alle leraren die het gebruik van een zakrekenmachine toestaan, instrueren de leerlingen in de basisfuncties optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

paragraaf 3.3 | pagina 33

Tijdens het hoofdrekenen gaat de meeste aandacht uit naar de basisbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. In vergelijking met 1992 is de aandacht voor aspecten van het schattend rekenen duidelijk toegenomen. De aandacht voor andere aspecten van het hoofdrekenen is in vergelijking met 1992 weinig veranderd.

paragraaf 3.4 | pagina 35

De vaardigheid van de leerlingen in het schattend rekenen is verder toegenomen. Daartegenover staat dat de vaardigheid bij de onderwerpen Basisoperaties en Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen de laatste vijf jaar achteruit is gegaan. Ook de vaardigheid in het cijferen of bewerkingen met papier is de afgelopen periode – met name voor het onderwerp vermenigvuldigen en delen – verder gedaald.

hoofdstuk 4 | pagina 40

Over het geheel genomen is de vaardigheid van de leerlingen binnen het domein Breuken, procenten en verhoudingen in de afgelopen tien jaar weinig veranderd. De zwakste 25% van de leerlingen beheerst de gemakkelijkste bewerkingen met breuken en procenten onvoldoende of slechts matig, terwijl de beste 25% praktische toepassingsproblemen met breuken en procenten goed tot zeer goed beheerst.

hoofdstuk 5 | pagina 96

Op het gebied van meten constateren we de afgelopen 10 jaar een negatieve tendens. Veel leerlingen kunnen redelijk goed overweg met de meest gangbare lengte- en gewichtsmaten. Ongeveer de helft van de leerlingen heeft echter nauwelijks enige notie van wat de verschillende oppervlaktematen voorstellen en heeft ook veel moeite met het uitvoeren van elementaire herleidingen met inhoudsmaten.

hoofdstuk 6 | pagina 136



Met uitzondering van het onderwerp Basisoperaties is voor ieder onderwerp de standaard Voldoende vastgesteld. Deze geeft aan welk niveau leerlingen moeten bereiken wil er sprake zijn van voldoende beheersing van de kerndoelen. De standaard Voldoende zou bereikt moeten worden door 70% tot 75% van de leerlingen. We constateren dat deze standaard bij de meeste onderwerpen door 50% of minder leerlingen wordt gehaald. De mate waarin leerlingen deze standaard bereiken is overigens sterk afhankelijk van het formatiegewicht: vaak blijkt een meerderheid van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende te halen, terwijl van de 1.90-leerlingen soms minder dan een kwart aan deze standaard voldoet.

hoofdstukken 4, 5 en 6 | pagina 40

Het formatiegewicht van de leerlingen blijkt in belangrijke mate van invloed op hun rekenvaardigheidsniveau. Zowel 1.25-leerlingen als 1.90-leerlingen hebben op alle onderwerpen van deze peiling een duidelijke achterstand ten opzichte van 1.00-leerlingen. Voor 1.25-leerlingen is er sprake van een klein tot matig negatief effect, voor 1.90-leerlingen is het negatieve effect matig tot groot. Daarnaast wordt er een klein tot matig additioneel negatief effect gevonden voor scholen met relatief veel leerlingen met een sociaal-economische achterstand.

paragraaf 7.2 | pagina 179

Op bijna alle onderwerpen zijn de prestaties van meisjes lager dan die van jongens. Alleen bij het onderdeel Bewerkingen met papier (cijferen) zijn de prestaties van jongens en meisjes gelijk.

paragraaf 7.3 | pagina 181

Leerlingen die vertraging hebben opgelopen in hun schoolloopbaan hebben gemiddeld een duidelijke achterstand ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. Er is onveranderlijk sprake van een matig tot groot negatief effect.

paragraaf 7.4 | pagina 181

Op basis van het gegevensbestand van de drie rekenpeilingen is een vergelijking gemaakt tussen methoden voor het reken-wiskundeonderwijs. Traditionele methoden als Naar zelfstandig rekenen en Niveaucursus rekenen blijken op bijna alle onderwerpen tot de zwakste methoden te behoren. Relatief nieuwe methoden als Pluspunt en Wereld in getallen (nieuwe versie) behoren vaak tot de groep van de betere reken-wiskundemethoden.

paragraaf 7.5 | pagina 182

In vergelijking met 1992 is er een toename van het aantal onderwerpen waarop ten opzichte van 1987 een negatief jaareffect wordt gevonden. Slechts op drie van de 24 onderwerpen wordt een positief effect gevonden. Er lijkt sprake te zijn van een geleidelijke negatieve ontwikkeling in de rekenprestaties van de leerlingen, zonder dat daarvoor overigens een duidelijke verklaring gegeven kan worden.

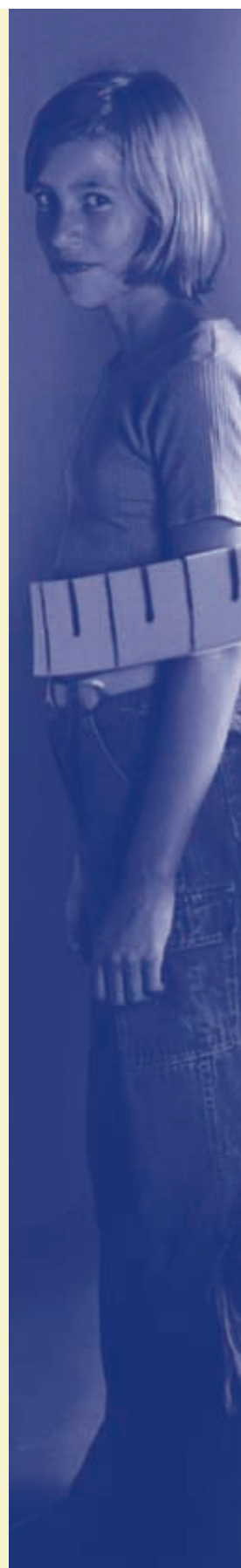
paragraaf 7.6 | pagina 187



INHOUD

Samenvatting	pagina 2
Inleiding	pagina 8
1 De domeinbeschrijving voor rekenen/ wiskunde einde basisonderwijs	pagina 12
2 Het peilingsonderzoek	pagina 20
2.1 De peilingsinstrumenten	pagina 20
2.2 De steekproef van scholen en leerlingen	pagina 22
2.3 De uitvoering van het onderzoek	pagina 24
2.4 Het vaststellen van de standaarden	pagina 24
3 Het onderwijsaanbod voor rekenen/wiskunde	pagina 30
3.1 Het gebruik van reken-wiskundemethoden	pagina 30
3.2 Differentiatie en remediëring	pagina 32
3.3 Het gebruik van een zakrekenmachine	pagina 33
3.4 Aspecten van het hoofdrekenen	pagina 35
4 Getallen en bewerkingen	pagina 40
4.1 Basiskennis en begrip van getallen	pagina 40
4.2 Hoofdrekenen: basisoperaties	pagina 47
4.3 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken	pagina 52
4.4 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen	pagina 59
4.5 Schattend rekenen	pagina 66
4.6 Bewerkingen: optellen en aftrekken	pagina 71
4.7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen	pagina 76
4.8 Samengestelde bewerkingen	pagina 81
4.9 Rekenen met een zakrekenmachine	pagina 86
5 Breuken, procenten en verhoudingen	pagina 96
5.1 Breuken: basiskennis en begrip	pagina 96
5.2 Breuken: optellen en aftrekken	pagina 102
5.3 Breuken: vermenigvuldigen en delen	pagina 107
5.4 Procenten: basiskennis en begrip	pagina 114
5.5 Procenten: toepassingen	pagina 120
5.6 Verhoudingen: basiskennis en begrip	pagina 125
5.7 Verhoudingen: toepassingen	pagina 130

6 Meten	pagina 136
6.1 Meten: lengte en omtrek	pagina 136
6.2 Meten: oppervlakte	pagina 142
6.3 Meten: inhoud	pagina 147
6.4 Meten: gewicht	pagina 152
6.5 Meten: toepassingen	pagina 157
6.6 Meetkunde	pagina 162
6.7 Tijd	pagina 167
6.8 Geld	pagina 171
7 Verschillen tussen leerlingen	pagina 178
7.1 Inleiding	pagina 178
7.2 Het effect van formatiegewicht en stratum	pagina 179
7.3 Het effect van geslacht	pagina 181
7.4 Het effect van leertijd	pagina 181
7.5 Het effect van de reken-wiskundemethode	pagina 182
7.6 Het effect van afnamejaar	pagina 187
Bijlagen:	
1 Toelichting bij de afbeeldingen	pagina 194
Literatuur	pagina 200



INLEIDING

In 1986 is in opdracht van de Minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen het project Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau PPON gestart. Het belangrijkste doel van het project is periodiek gegevens te verzamelen over het onderwijsaanbod en de onderwijsresultaten in het basisonderwijs en het speciaal basisonderwijs om daarmee een empirische basis te bieden voor de algemene maatschappelijke discussie over de inhoud en het niveau van het onderwijs. Het onderzoek richt zich op drie vragen:

- Waaruit bestaat het onderwijsaanbod in een bepaald leer- en vormingsgebied?
- Welke resultaten in termen van kennis, inzicht en vaardigheden zijn er gerealiseerd?
- Welke veranderingen of ontwikkelingen in aanbod en opbrengst zijn er in de loop van de tijd te traceren?

Peilingsonderzoek maakt zichtbaar wat leerlingen aan het einde van het basisonderwijs weten en kunnen en in hoeverre de kerndoelen basisonderwijs worden gerealiseerd. Daardoor is peilingsonderzoek een van de instrumenten van de overheid voor de externe kwaliteitsbewaking van het onderwijs (Netelenbos, 1995). Maar daarnaast zijn de resultaten van peilingsonderzoek van belang voor allen – onderwijsorganisaties, onderzoekers en ontwikkelaars van methoden, onderwijsbegeleiders en lerarenopleiders, leraren basisonderwijs en ouders – die betrokken zijn bij de discussie over en de vormgeving van het onderwijs in de basisschool.

In het voorjaar van 1997 is in jaargroep 8 van het basisonderwijs het derde peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde uitgevoerd. Eerder zijn peilingen uitgevoerd in 1987 (Wijnstra, 1988) en in 1992 (Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996). De opzet van de derde rekenpeiling is in belangrijke mate vergelijkbaar met die van de tweede rekenpeiling. De belangrijkste wijziging bestaat uit een herindeling van het domein Meten. Daarnaast zijn enkele onderwerpen uit de tweede peiling nu samengevoegd, waardoor het aantal onderwerpen waarover wordt gerapporteerd is gereduceerd van 29 naar 24.

De rapportage van de onderzoeksresultaten is in vergelijking met eerdere rapportages op een aantal onderdelen gewijzigd.

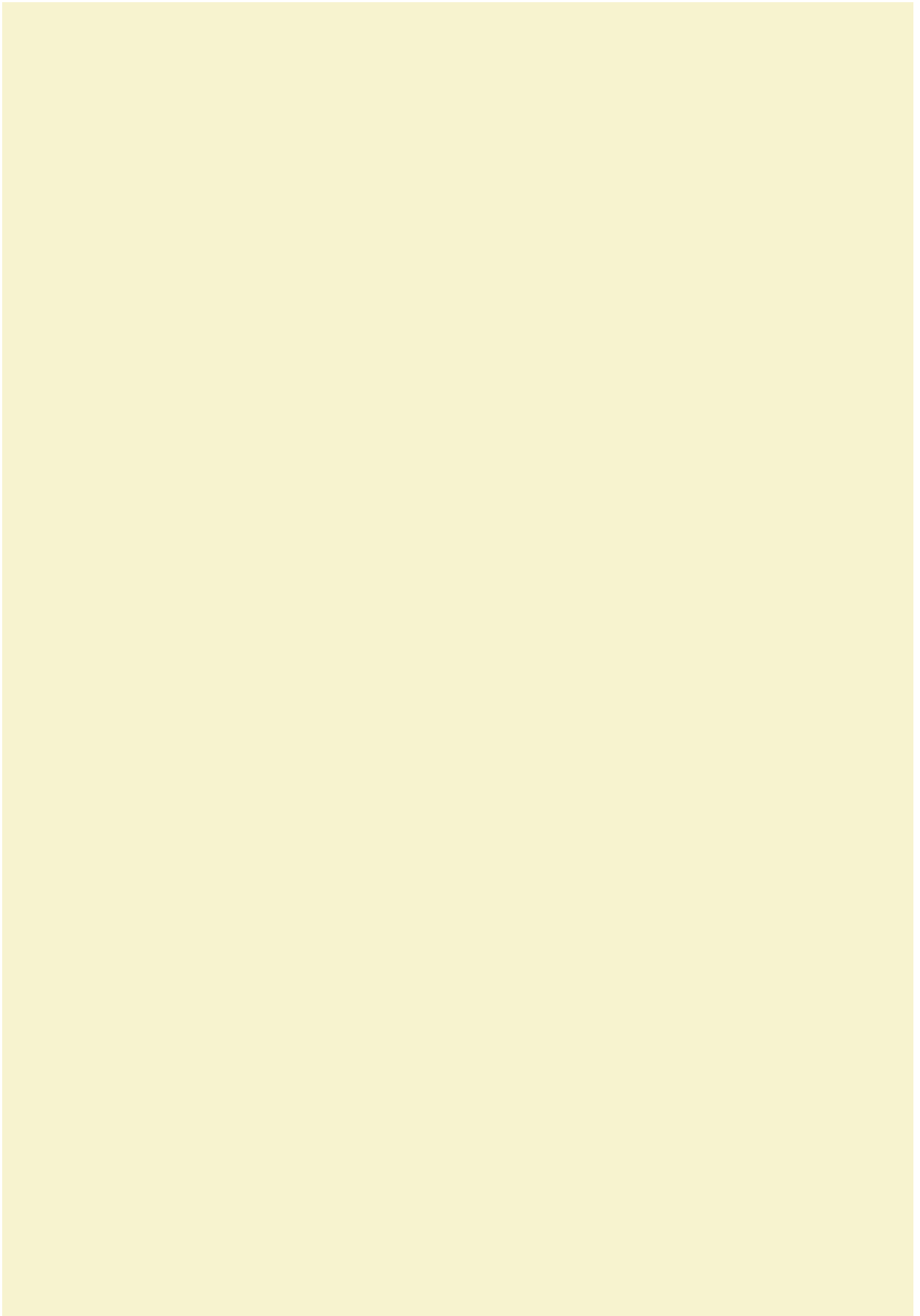
- Er is gekozen voor een nieuwe vormgeving van de balans. De voorbeeld-opgaven zijn niet meer in een afzonderlijk voorbeeldenboek opgenomen, maar staan nu bij de betreffende vaardigheidsschaal. We hopen daarmee te bereiken dat de relatie tussen de vaardigheidsschaal en de inhoudelijke aspecten van de opgaven gemakkelijker gelegd kan worden.
- Ook inhoudelijk is de rapportage op een aantal punten aangepast. Op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven is voor elk onderwerp een empirische ontwikkelingslijn vastgesteld. Deze ontwikkelingslijn geeft aan in welke volgorde leerlingen bepaalde opgaven of typen van opgaven gaan beheersen. Voor enkele markante posities op de vaardigheidsschaal kunnen we dan aangeven wat leerlingen goed, redelijk tot matig of onvoldoende beheersen. Dat leidt ertoe dat de vergelijking tussen leerlingen meer gericht kan zijn op inhoudelijke aspecten van het onderwijs. We weten dat leerlingen op percentiel 10 of percentiel 25 van de vaardigheidsverdeling lager scoren en dus minder rekenvaardig zijn dan de gemiddelde leerling. Nu echter kunnen we meer specifiek aangeven waarin de verschillende groepen leerlingen zich onderling onderscheiden.

Ook de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd zijn naast deze ontwikkelingslijnen afgebeeld. Daarmee kunnen we duidelijker aangeven wat beheersing van de kerndoelen op het niveau van de verschillende standaarden inhoudt.

- Bij de verschillende vaardigheidsschalen zijn nu ook de marginale scoreverdelingen afgebeeld voor verschillende groepen leerlingen. Daardoor wordt het mogelijk de prestaties van deze groepen leerlingen te vergelijken. In de figuren beelden we de scoreverdelingen af van groepen leerlingen binnen de variabelen formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90-leerlingen), geslacht (jongens en meisjes), en afnamejaar (1987, 1992 en 1997). Zeker wanneer de verschillen tussen groepen leerlingen groot zijn – zoals dat bij formatiegewicht vrijwel steeds het geval is – maakt dit zichtbaar waarin die groepen zich naar beheersingsniveau onderscheiden.
- In vorige balansen is steeds gerapporteerd over verschillen in prestaties tussen categorieën van methoden. Dit betrof dan een vergelijking tussen traditionele methoden, realistische methoden en de oude versie van de methode Operator rekenen. Intussen is het methodespectrum in het basisonderwijs voor rekenen/wiskunde drastisch gewijzigd. Traditionele methoden komen nauwelijks nog voor en ook het marktaandeel van de oude versie van Operator rekenen is sterk gedaald. Het gevolg is dat er vrijwel uitsluitend nog realistische methoden worden gebruikt. Verder is het zeer wel denkbaar dat binnen een categorie sommige methoden effectiever zijn dan andere. In deze balans rapporteren we dan ook over het effect van afzonderlijke methoden, waarbij we ons beperken tot methoden waarmee relatief veel leerlingen zijn onderwezen.

De opzet van deze balans is als volgt. In hoofdstuk 1 beschrijven we het leerstofdomein voor rekenen/wiskunde zoals dat voor dit peilingsonderzoek is uitgewerkt. De vormgeving en uitvoering van het onderzoek beschrijven we in hoofdstuk 2. De resultaten van de inventarisatie van het onderwijsaanbod worden gerapporteerd in hoofdstuk 3. De resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen beschrijven we per domein in de hoofdstukken 4, 5 en 6. Tenslotte doen we in hoofdstuk 7 verslag van het effect van verschillende achtergrondkenmerken van leerlingen op hun rekenprestaties.





DE DOMEINBESCHRIJVING VOOR REKENEN/
WISKUNDE EINDE BASISONDERWIJS

HOOFDSTUK I

Hoofdstuk I



I DE DOMEINBESCHRIJVING VOOR REKENEN/ WISKUNDE EINDE BASISONDERWIJS

De domeinbeschrijving vormt de basis voor de ontwikkeling van de instrumenten om vaardigheden bij leerlingen te meten. Zij bestaat uit een structurele beschrijving van het leerstofgebied in de vorm van een geordende lijst van leer- en vormingsdoelen. De domeinbeschrijving voor rekenen/wiskunde dekt de kerndoelen basisonderwijs voor dit leerstofgebied volledig.

De basis voor de domeinbeschrijving rekenen/wiskunde is gelegd in 1987 bij het eerste peilingsonderzoek (Wijnstra, 1988). Deze domeinbeschrijving is gebaseerd op beschikbare leergangen, handboeken, aanwezige expertise en voor commentaar voorgelegd aan vakinhoudelijke deskundigen, onderwijspractici en derden die niet noodzakelijk vakmatig bij het onderwijs zijn betrokken. Bij de tweede peiling in 1992 is van dezelfde domeinbeschrijving uitgegaan waaraan de onderwerpen Meetkunde en Rekenen met een zakrekenmachine zijn toegevoegd (Bokhove, Van der Schoot en Eggen, 1996).

De domeinbeschrijving voor deze derde peiling is op enkele onderdelen gewijzigd. De belangrijkste wijziging bestaat uit een herindeling van het domein Meten. In eerdere peilingen zijn onderwerpen binnen dit domein gedefinieerd op basis van zowel vaardigheidsaspecten als inhoudelijke aspecten. Nu is gekozen voor een indeling die uitsluitend is gebaseerd op inhoudelijke aspecten. Daarnaast zijn nu enkele onderwerpen samengevoegd. De onderwerpen Gehele getallen: basiskennis en begrip en Kommagetallen: basiskennis en begrip zijn samengevoegd tot Basiskennis en begrip van getallen. De bewerkingen – in eerdere peilingen aangeduid als cijferen – optellen en aftrekken zijn tot één onderwerp samengevoegd evenals de bewerkingen vermenigvuldigen en delen. En tenslotte zijn de onderwerpen Breuken: toepassingen en Handig procentrekenen in deze peiling vervallen en zijn de opgaven toegevoegd aan de andere onderwerpen over breuken en procenten. Daardoor is het aantal onderwerpen, waarover gerapporteerd wordt, gereduceerd van 29 naar 24. De onderwerpen zijn verdeeld over drie domeinen:

- het domein Getallen en bewerkingen met negen onderwerpen;
- het domein Breuken, procenten en verhoudingen met zeven onderwerpen;
- het domein Meten met acht onderwerpen.

Het domein Getallen en bewerkingen

Het domein Getallen en bewerkingen vormt een samenhangend gebied dat belangrijke aspecten van gecijferdheid van leerlingen omvat. Gecijferdheid verwijst naar verschillende aspecten van getalbegrip en rekenvaardigheid waarbij getallen, operaties en toepassingen aan elkaar gerelateerd zijn. Het domein omvat negen onderwerpen:

1 Basiskennis en begrip van getallen

Bij dit onderwerp staan centraal het doorzien van de structuur van de telrij, de structuur van getallen en relaties tussen getallen.

2 Hoofdrekenen: basisoperaties

Hierbij gaat het om elementaire basisbewerkingen, die snel en vaardig

DOMEINEN EN ONDERWERPEN VOOR DE PEILING VAN 1997

Domeinen	Onderwerpen
1 Getallen en bewerkingen	1 Basiskennis en begrip van getallen 2 Hoofdrekenen: basisoperaties 3 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 4 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen 5 Schattend rekenen 6 Bewerkingen: optellen en aftrekken 7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 8 Samengestelde bewerkingen 9 Rekenen met een zakrekenmachine
2 Breuken, procenten en verhoudingen	10 Breuken: basiskennis en begrip 11 Breuken: optellen en aftrekken 12 Breuken: vermenigvuldigen en delen 13 Procenten: basiskennis en begrip 14 Procenten: toepassingen 15 Verhoudingen: basiskennis en begrip 16 Verhoudingen: toepassingen
3 Meten	17 Meten: lengte en omtrek 18 Meten: oppervlakte 19 Meten: inhoud 20 Meten: gewicht 21 Meten: toepassingen 22 Meetkunde 23 Tijd 24 Geld

uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van parate kennis, gememoriseerde en geautomatiseerde kennis, begrip van getallen, relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen en bewerkingen. De opgaven van dit onderwerp worden onder condities met een tijdslimiet afgenomen.

3 **Hoofdrekenen: optellen en aftrekken**

Bij dit onderdeel gaat het om bewerkingen, die leerlingen vlot, handig en inzichtelijk moeten kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten.

4 **Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen**

Bij dit onderdeel gaat het om bewerkingen, die leerlingen vlot, handig en inzichtelijk moeten kunnen uitvoeren. Daarbij kan de leerling kennis van getallen, basisoperaties en eigenschappen van bewerkingen inzetten.

5 **Schattend rekenen**

Ook bij schattend rekenen spelen eigenschappen van bewerkingen, het kunnen uitvoeren van basisoperaties en het inzicht in getallen (onder andere in de orde van grootte, de ligging in de getallenrij en de structuur) een belangrijke rol. Vooral afronden en weten wat de orde van grootte van

een getal is, zijn bij dit onderdeel erg belangrijk. Bij schattend rekenen wordt van leerlingen verwacht dat zij bewerkingen met afgeronde getallen uitvoeren om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven.

6 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Bij dit onderdeel mogen de leerlingen (in tegenstelling tot het onderdeel: Hoofdrekenen: optellen en aftrekken) uitrekenpapier gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven van dit onderdeel is zodanig dat het nodig is tussenuitkomsten te noteren of de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan.

7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Bij dit onderdeel mogen de leerlingen (in tegenstelling tot het onderdeel: Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen) uitrekenpapier gebruiken. De getallenkeuze bij de opgaven van dit onderdeel is zodanig dat het nodig is tussenuitkomsten te noteren of de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan.

8 Samengestelde bewerkingen

Bij de opgaven van dit onderdeel moeten meerdere operaties (bijvoorbeeld zowel een optelling als een deling) uitgevoerd worden. Daarbij mogen de leerlingen uitrekenpapier gebruiken om tussenuitkomsten te noteren of de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan.

9 Rekenen met een zakrekenmachine

Het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine is bij dit domein opgenomen omdat het qua soort opgaven hier het best bij past.

Bij alle onderwerpen van dit domein zijn opgaven met gehele getallen en kommagetallen opgenomen. Bij de onderwerpen Schattend rekenen en Rekenen met een zakrekenmachine komen daarnaast opgaven voor met breuken, gemengde getallen en procenten.

Bij elk onderwerp bevat de opgavenverzameling opgaven zonder context en opgaven met context, waarbij de leerlingen in diverse situaties met numerieke gegevens moeten opereren.

Bij de onderwerpen 2, 3, 4 en 5 mogen de leerlingen geen gebruik maken van uitrekenpapier. De getallenkeuze is bij deze onderwerpen zodanig dat bij het uitvoeren van de bewerking zo weinig mogelijk een beroep op het geheugen wordt gedaan. Bij die onderwerpen is er door de toetsleiders bij de instructie aan de leerlingen expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Daarnaast is bij deze onderwerpen de uitrekenruimte in de boekjes van een raster voorzien om te voorkomen dat de leerlingen toch gaan cijferen.

De onderwerpen 6, 7 en 8 waren in de rapportages van de peilingen in 1987 en 1992 onder het domein cijferen opgenomen. De naamgeving is veranderd omdat sommige kinderen bij de opgaven van de onderwerpen (die we in 1992 aanduiden met cijferen) een procedure gebruiken waarbij tussenuitkomsten worden opgeschreven. De standaardcijferprocedure wordt dan gezien als een van de procedures waarvan de leerling gebruik kan maken.

Het domein Breuken, procenten en verhoudingen

Het domein Breuken, procenten en verhoudingen omvat de volgende onderwerpen:

10 Breuken: basiskennis en begrip

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die

nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken. Concreet betekent dat onder andere: breuken op een getallenlijn plaatsen, breuken omzetten in kommagetallen, breuken vereenvoudigen en breuken als gemengd getal schrijven.

11 Breuken: optellen en aftrekken

Bij dit onderwerp staat het uitvoeren van de elementaire operaties optellen en aftrekken centraal en het kunnen toepassen van die vaardigheid in contexten. De breuken en gemengde getallen die daarbij voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde. Ook combinaties van optellen en aftrekken komen voor.

12 Breuken: vermenigvuldigen en delen

Hierbij gaat het om het uitvoeren van de elementaire operaties vermenigvuldigen en delen en het kunnen toepassen van die vaardigheid in contexten. De breuken en gemengde getallen die bij dit onderwerp voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde. Naast combinaties van vermenigvuldigen en delen komen ook combinaties voor van vermenigvuldigen of delen met optellen en aftrekken.

13 Procenten: basiskennis en begrip

Centraal bij dit onderwerp staat het begrijpen van wat procenten zijn. Dat betekent onder andere inzien dat het geheel 100% is en de grootte van een deel van een geheel met procenten kunnen aanduiden. Ook moet de relatie tussen procenten enerzijds en breuken en verhoudingen anderzijds voorzien worden.

14 Procenten: toepassingen

Bij dit onderwerp worden percentages gebruikt in allerlei contexten. Daarbij staan niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Naast het toepassen van de procedure waarbij eerst 1% uitgerekend wordt is het soms efficiënter het percentage om te zetten naar een breuk of van verhoudingen gebruik te maken.

15 Verhoudingen: basiskennis en begrip

Verhoudingen kunnen beschreven worden in verhoudingentaal (één op de tien kinderen), in breukentaal (een kwart van de bevolking) en met procenten (20% van de aanwezigen). Basiskennis en begrip van verhoudingen houdt in dat de relatie kan worden gelegd tussen die verschillende beschrijvingen van verhoudingen.

16 Verhoudingen: toepassingen

Bij dit onderwerp gaat het om het oplossen van elementaire verhoudingsproblemen waarbij berekeningen uitgevoerd moeten worden. Schaalberekeningen en het verhoudingsgewijs vergelijken maken ook deel uit van dit onderwerp.

Het domein Meten

Voor de peiling van 1997 is gekozen voor een indeling die primair is gebaseerd op inhoudelijke aspecten. Het domein Meten bevat nu de volgende onderwerpen:

17 Meten: lengte en omtrek

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van lengtematen, aflezen van meetinstrumenten, onderling herleiden van maten, notie van maten en het toepassen van deze aspecten.

18 Meten: oppervlakte

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van oppervlaktematen, afpassen met natuurlijke maten, onderling herleiden van enkele veel voorkomende oppervlaktematen, notie van maten en het toepassen van deze aspecten.

19 Meten: inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van inhoudsmaten, afpassen met natuurlijke maten, onderling herleiden van enkele veel voorkomende inhoudsmaten, notie van maten en het toepassen van deze aspecten.

20 Meten: gewicht

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van gewichtsmaten, aflezen van meetinstrumenten, onderling herleiden van maten, notie van maten en het toepassen van deze aspecten.

21 Meten: toepassingen

Bij dit onderwerp worden de afzonderlijke meetgebieden overschreden. Dat is bijvoorbeeld het geval als een relatie gelegd moet worden tussen tijd en afstand of tussen omtrek en oppervlakte of oppervlakte en prijs.

22 Meetkunde

Hierbij gaat het om eenvoudige noties en begrippen waarmee de ruimte meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. Centraal bij dit onderwerp staat de vaardigheid 'ruimtelijk redeneren'.

23 Tijd

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in toepassingssituaties.

24 Geld

Hierbij gaat het om toepassingsgericht rekenen met geld, waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden.

De relatie tussen de kerndoelen basisonderwijs en de domeinbeschrijving

In 1993 zijn kerndoelen voor het basisonderwijs vastgesteld en gepubliceerd (*Besluit kerndoelen basisonderwijs*, 1993). De kerndoelen beschrijven de leerstof die in het basisonderwijs moet worden onderwezen. Bij de rapportage van de tweede peiling hebben we de domeinbeschrijving voor het peilingsonderzoek getoetst aan de kerndoelen basisonderwijs uit 1993. Daaruit bleek dat de domeinbeschrijving de kerndoelen volledig bestreek. In de recente publicatie *Kerndoelen basisonderwijs 1998* zijn voor het leerstofgebied rekenen/wiskunde dezelfde kerndoelen gehandhaafd. Bij de wijzigingen binnen de domeinbeschrijving voor de derde rekenpeiling is ervoor gezorgd dat de volledige dekking van de kerndoelen gehandhaafd blijft. De relatie tussen de kerndoelen en de domeinbeschrijving voor de derde rekenpeiling wordt op de volgende pagina's in kaart gebracht.

Relatie tussen de kerndoelen basisonderwijs* en de onderwerpen van het peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde einde basisonderwijs.

DOMEINEN / KERNDOELEN	ONDERWERPEN PEILING REKENEN/WISKUNDE
A VAARDIGHEDEN	
1 De leerlingen kunnen met wisselende eenheden tellen en terugtellen.	Vormt een onderdeel van de Rekenpeiling Medio Basisonderwijs.
2 De leerlingen kennen uit het hoofd optel- en vermenigvuldigtafels tot tien.	Vormt een onderdeel van de Rekenpeiling Medio Basisonderwijs.
3 De leerlingen kunnen eenvoudige hoofdrekenopgaven vlot uitrekenen, waarbij ze verschillende bewerkingen inzichtelijk toepassen.	2 Hoofdrekenen: basisoperaties 3 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken 4 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen 5 Schattend rekenen
4 De leerlingen kunnen schattend rekenen, ook met breuken en decimale breuken, door de uitkomst globaal te bepalen.	
5 De leerlingen hebben inzicht in de structuur van de gehele getallen en inzicht in het positie-systeem van de decimale getallen.	1 Basiskennis en begrip van getallen
6 De leerlingen kunnen de rekenmachine met inzicht gebruiken.	9 Rekenen met een zakrekenmachine
7 De leerlingen kunnen een eenvoudige, niet in wiskundige taal aangeboden probleemstelling zelf in wiskundige termen omzetten.	Contextopgaven zijn feitelijk bij alle onderwerpen opgenomen en meer specifiek bij de onderwerpen met toepassingsopgaven 12, 14, 16 en 21
B CIJFEREN	
8 De leerlingen kunnen de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens standaardprocedures of varianten daarvan uitvoeren en deze in eenvoudige situaties toepassen.	6 Bewerkingen: optellen en aftrekken 7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen 8 Samengestelde bewerkingen
C VERHOUDINGEN EN PROCENTEN	
9 De leerlingen kunnen verhoudingen vergelijken.	15 Verhoudingen: basiskennis en begrip 16 Verhoudingen: toepassingen
10 De leerlingen kunnen eenvoudige verhoudingsproblemen oplossen.	15 Verhoudingen: basiskennis en begrip 16 Verhoudingen: toepassingen
11 De leerlingen kennen het begrip 'procent' en kunnen in eenvoudige situaties praktische procentberekeningen uitvoeren.	13 Procenten: basiskennis en begrip 14 Procenten: toepassingen
12 De leerlingen begrijpen het verband tussen verhoudingen, breuken en decimale breuken.	13 Procenten: basiskennis en begrip 15 Verhoudingen: basiskennis en begrip
D Breuken en decimale breuken	
13 De leerlingen weten dat aan een breuk en een decimale breuk op verschillende manieren betekenis kan worden gegeven.	1 Basiskennis en begrip van getallen 10 Breuken: basiskennis en begrip
14 De leerlingen kunnen breuken en decimale breuken op een getallenlijn plaatsen en breuken in decimale breuken omzetten, ook met een rekenmachine.	1 Basiskennis en begrip van getallen 9 Rekenen met een zakrekenmachine 10 Breuken: basiskennis en begrip

DOMEINEN / KERNDOELEN	ONDERWERPEN PEILING REKENEN/WISKUNDE
15 De leerlingen kunnen in eenvoudige toepassingssituaties, met gebruik-making van modellen eenvoudige breuken en decimale breuken vergelijken, optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen.	10 Breuken: basiskennis en begrip 11 Breuken: optellen en aftrekken 12 Breuken: vermenigvuldigen en delen
E METEN	
16 De leerlingen kunnen klok kijken en tijdsintervallen berekenen, ook met behulp van de kalender.	23 Tijd
17 De leerlingen kunnen in alledaagse situaties met geld rekenen.	24 Geld
18 De leerlingen hebben inzicht in de relatie tussen de belangrijkste grootheden en de bijbehorende maateenheden.	17 Meten: lente en omtrek 18 Meten: oppervlakte 19 Meten: inhoud 20 Meten: gewicht 21 Meten: toepassingen
19 De leerlingen kennen de gangbare maten van lengte, oppervlakte, inhoud, tijd, snelheid, gewicht en temperatuur en kunnen deze in eenvoudige toepassingssituaties hanteren.	eveneens de onderwerpen: 17-21 en 23
20 De leerlingen kunnen eenvoudige tabellen en grafieken lezen en deze in eenvoudige situaties op grond van eigen metingen zelf samenstellen.	Dit onderwerp maakte als onderdeel van het domein 'Informatieverwerking' deel uit van de peiling Nederlandse taal. Wordt in de toekomst ondergebracht bij rekenen/wiskunde.
F MEETKUNDE	
21 De leerlingen beschikken over eenvoudige noties en begrippen waarmee zij ruimte meetkundig kunnen ordenen en beschrijven.	22 Meetkunde
22 De leerlingen kunnen ruimtelijk redeneren. Zij bedienen zich daarbij van bouwsels, plattegronden, kaarten, en foto's en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal.	22 Meetkunde (voor het 'schaalbegrip': de onderwerpen 15 en 16 Verhoudingen; komt verder voor in de peiling Nederlandse taal (informatieverwerking) en de peiling wereldoriëntatie.
23 De leerlingen kunnen schaduwbeelden verklaren, figuren samenstellen en bouwplaten van regelmatige objecten ontwerpen en herkennen.	22 Meetkunde

* Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). Kerndoelen basisonderwijs 1998. Den Haag, Sdu.

HOOFDSTUK 2

Hoofdstuk 2



2 HET PEILINGSONDERZOEK

De belangrijkste aspecten van het peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde zijn de verschillende peilingsinstrumenten zoals vragenlijsten en toetsen, de steekproef van scholen en leerlingen, de wijze waarop het onderzoek wordt uitgevoerd en de procedure die is gevolgd voor het vaststellen van de standaarden.

2.1 DE PEILINGSINSTRUMENTEN

Met de peilingsinstrumenten wordt informatie verzameld over het onderwijsaanbod, de rekenvaardigheid van de leerlingen en over enkele achtergrondkenmerken van de leerlingen. Het onderwijsaanbod wordt - op overigens bescheiden schaal - geïnventariseerd met een aanbodvragenlijst. De rekenvaardigheid van de leerlingen wordt onderzocht met schriftelijke toetsen. Daarnaast zijn een aantal opgaven individueel bij leerlingen afgenomen om na te gaan welke oplossingsprocedures de leerlingen daarbij gebruiken. Met de leerlingenlijst worden gegevens over de leerlingen verzameld.

De aanbodvragenlijst

Gegevens over het onderwijsaanbod voor rekenen/wiskunde worden geïnventariseerd met behulp van een schriftelijke aanbodvragenlijst. De vragenlijst is voorgelegd aan leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8, zodat in grote lijnen een beeld kan worden geschetst van het onderwijsaanbod in de bovenbouw van het basisonderwijs. De lijst bevat vragen over:

- de methode die voor het reken-wiskundeonderwijs wordt gebruikt;
- vormen van differentiatie, zorgverbreding en remediëring voor het reken-wiskundeonderwijs;
- het onderwijs in het gebruik van de zakrekenmachine;
- het onderwijs met betrekking tot hoofdrekenen.

In hoofdstuk 3 beschrijven we de resultaten van deze inventarisatie van het onderwijsaanbod.

De toetsen

Voor het peilingsonderzoek zijn 24 toetsen samengesteld, één voor elk van de onderwerpen uit de domeinbeschrijving (zie hoofdstuk 1). Vrijwel alle opgaven zijn open vragen, waarbij de leerling dus zelf het antwoord moet opschrijven. De toetsen voor de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken*, *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen* en *Schattend rekenen* zijn in twee versies aan de leerlingen voorgelegd. In de eerste versie is het rechter deel van de bladzijden in het toetsboekje voorzien van een raster. De leerlingen zijn geïnstrueerd dat er in dat geval niets op papier uitgerekend mag worden. In de tweede versie ontbrak deze bewerking van de bladzijden en daarmee ook de instructie om niets op papier uit te rekenen. Dit stelt ons in staat na te gaan in hoeverre leerlingen bij dit type opgaven spontaan gebruik maken van uitrekenpapier en of dat een effect heeft op de prestatie van de leerlingen.

De toets voor het onderwerp *Hoofdrekenen: basisoperaties* is ingesproken op cassetteband en is de leerlingen auditief aangeboden. De leerlingen kregen voor

deze toets een klein toetsboekje met op elke bladzijde één opgave. Een opgave werd één keer voorgelezen. Na een antwoordtijd van 7 seconden of 14 seconden werd een geluidssignaal gegeven en werd de volgende opgave voorgelezen.

De individuele afnames

De individuele afnames zijn bedoeld om oplossingsstrategieën van de leerlingen te inventariseren. Er zijn daarvoor drie sets van vijf opgaven samengesteld: een set met opgaven voor het onderwerp Hoofdrekenen: aftrekken, een set met opgaven uit het domein Breuken, procenten en verhoudingen en een set met opgaven uit de toets Rekenen met een zakrekenmachine. De toetsleider legde de leerling een opgave voor en vroeg de leerling vervolgens om de opgave hardop uit te rekenen. De toetsleider protocollarde de oplossingsprocedure of, waar het de opgaven met de zakrekenmachine betrof, het gebruik van de zakrekenmachine. In de hoofdstukken 4 en 5 geven we van een aantal opgaven een overzicht van de gebruikte procedures.

De leerlingenlijst

Met de leerlingenlijst worden achtergrondkenmerken van de leerlingen opgevraagd. Deze gegevens worden gebruikt voor de analyses van verschillen tussen leerlingen (zie de hoofdstukken 4 tot en met 7). Het betreft dan gegevens over geslacht, leeftijd en het formatiegewicht van de leerling. De variabele leeftijd vervangen we door de variabele leertijd met de volgende twee categorieën:

- regulier, de leerlingen in jaargroep 8 die in dat schooljaar 12 jaar worden of jonger zijn;
- vertraagd, de oudere leerlingen.

De variabele formatiegewicht heeft misschien enige toelichting. Het formatiegewicht wordt gebruikt voor de bepaling van de formatieomvang op een school. Voor de bepaling van het formatiegewicht worden leerlingen gecategoriseerd naar een combinatie van opleidingsniveau, sociaal-economische status en etnische herkomst van de ouders. Er worden vijf formatiegewichten onderscheiden:

- 1.25 voor Nederlandse arbeiderskinderen (in termen van opleidings- en/of beroepsniveau van de ouders);
- 1.40 voor schipperskinderen in internaat of pleeggezin;
- 1.70 voor kinderen uit de reizende en trekkende bevolking;
- 1.90 voor kinderen uit gezinnen waarvan ten minste een van de ouders van niet-Nederlandse herkomst is (en beperkingen kent in opleidings- en beroepsniveau);
- 1.00 voor alle andere kinderen.

De formatiegewichten 1.40 en 1.70 komen nauwelijks of niet in de steekproef voor. Voorzover deze leerlingen voorkomen, worden zij gerekend tot de categorie 1.25. Veel scholen inventariseren deze gegevens overigens niet omdat te weinig leerlingen een gewicht hoger dan 1.00 hebben en er dus geen effect van uitgaat op de formatiebepaling van de school. In dat geval krijgen alle leerlingen het gewicht 1.00.

2.2 DE STEEKPROEF VAN SCHOLEN EN LEERLINGEN

De stratumindeling voor de steekproeftrekking op basis van schoolscores

Peilingsonderzoek vindt altijd plaats bij een steekproef van basisscholen. Het peilingsonderzoek voor rekenen/wiskunde in 1997 is uitgevoerd in combinatie met een peilingsonderzoek voor muziek. De gewenste steekproefomvang was bepaald op 270 basisscholen. Voor de steekproeftrekking zijn de scholen verdeeld in drie groepen of strata op basis van de schoolscores. De schoolscore is gebaseerd op de formatiegewichten van de leerlingen (zie paragraaf 2.1) en bestaat uit de ratio van het gewogen aantal leerlingen en het nominale aantal leerlingen, na aftrek van een correctieterm van het gewogen aantal leerlingen. Deze correctieterm bedraagt 9% van het nominale aantal leerlingen, waardoor de schoolscore een bereik heeft van 0.91 tot 1.81. Op basis van de schoolscores zijn de basisscholen voor de steekproeftrekking in drie strata verdeeld. Deze stratumindeling weerspiegelt in globale termen een indeling van de schoolpopulatie op basis van de sociaal-economische achtergrond van de schoolbevolking.

De stratumindeling van de basisscholen in 1997 (N=7123)

Stratum	School-score	Omschrijving	Omvang* in de populatie
Stratum 1	≤ 1.05	Overwegend kinderen van ouders met afgeronde voortgezette opleidingen, weinig allochtone kinderen.	57,4%
Stratum 2	1.06 - 1.15	Relatief meer Nederlandse arbeiderskinderen, weinig allochtone kinderen.	24,0%
Stratum 3	≥ 1.16	Vooraf Nederlandse arbeiderskinderen en allochtone kinderen.	18,6%

* teldatumbestand oktober 1996

De respons van scholen

Naar rato van de omvang van ieder stratum binnen de populatie basisscholen is een basissteekproef van 270 scholen getrokken. Voor elke school in de basissteekproef worden reservescholen getrokken met dezelfde of meest naastgelegen schoolscore. Gegeven de geringe respons uit de basissteekproef zijn in tweede instantie voor elke niet-deelnemende school uit de strata 1 en 2 drie reservescholen benaderd, uit stratum 3 vier reservescholen. In totaal zijn er 920 scholen benaderd, waarvan er 253 (dat is 27,5%) aan het peilingsonderzoek hebben meegedaan. De redenen waarom scholen niet meedoen zijn verschillend, maar hebben vaak te maken met de werkdruk. De definitieve steekproefomvang is 94% van de beoogde omvang van 270 scholen. De toetsen zijn door voldoende leerlingen gemaakt om een betrouwbaar beeld te kunnen schetsen van de vaardigheid in de populatie leerlingen.

De respons binnen de steekproef naar stratum

	Stratum 1			Stratum 2			Stratum 3		
	omvang	respons	%	omvang	respons	%	omvang	respons	%
Basissteekproef	155	52	34	65	16	25	50	14	28
Reservesteekproef	345	103	30	153	43	28	152	25	16
Totaal / % beoogd		155	100		59	91		39	78

De verdeling van de formatiegewichten in de drie steekproefstrata

Stratum	Formatiegewicht		
	1.00	1.25	1.90
Stratum 1	76%	21%	3%
Stratum 2	51%	43%	6%
Stratum 3	35%	34%	31%
Totaal	63%	29%	8%

De samenstelling van de steekproef van leerlingen (N=5314)

Kenmerk	% lln.
Stratum	
● 1	59
● 2	25
● 3	16
Geslacht	
● jongens	49
● meisjes	51
Leertijd	
● regulier	82
● vertraagd	18

Kenmerk	% lln.
Formatiegewicht	
● 1.00	63
● 1.25-1.70	29
● 1.90	8
Herkomst 1.90 lln.	
● Turkije	1,8
● Marokko, Tunesië	2,1
● Griekenland, Joegoslavië	0,2
● Spanje, Italië, Portugal	0,3
● Suriname, Nederlandse Antillen, Aruba	1,6
● overig/onbekend	1,8

De representativiteit van de steekproef van scholen

Binnen elk stratum is de verdeling van de steekproef van scholen over de schoolscores representatief voor de verdeling in de populatie. Wat de regionale spreiding betreft, is er binnen stratum 1 sprake van een duidelijke onder-

vertegenwoordiging van scholen uit Noord-Holland, zonder dat gesproken kan worden van een oververtegenwoordiging van andere regio's. In de beide andere strata is de regionale spreiding van scholen in de steekproef representatief voor de spreiding in de populatie.

2.3 DE UITVOERING VAN HET ONDERZOEK

Ongeveer 20% van de leerlingen deed mee aan de muziekpeiling. De toetsen voor muziek zijn in hun geheel auditief via een cassette recorder met hoofdtelefoons aangeboden. De toetsleider maakte daarvoor aan het begin van de ochtend een opstelling. Vóór de leerlingen met de muziekopgaven begonnen, maakten zij eerst de toets Hoofdrekenen: basisoperaties, die ook auditief via de cassette recorder werd aangeboden.

De andere leerlingen maakten schriftelijke toetsen voor rekenen/wiskunde. Zij kregen bij het begin van de toetsafnames een set met drie of vier toetsboekjes. Een set werd steeds samengesteld uit toetsen van hetzelfde domein, uitgezonderd de toets Rekenen met een zakrekenmachine die was toegevoegd aan het domein Meten. In totaal zijn er 26 toetsen verdeeld over 27 sets:

- voor het domein Getallen en bewerkingen 10 toetsen verdeeld over 7 sets van drie toetsen;
- voor het domein Breuken, procenten en verhoudingen 7 toetsen verdeeld over 7 sets van drie toetsen;
- voor het domein Meten (waaraan toegevoegd het rekenen met de zakrekenmachine) 9 toetsen verdeeld over 13 sets van vier toetsen.

Samen met de sets voor muziek zijn de sets voor rekenen/wiskunde zodanig vergaard en aan de leerlingen uitgedeeld dat er een maximale spreiding van toetsen over iedere groep leerlingen werd verkregen.

Het peilingsonderzoek vond plaats in de periode mei/juni 1997. Het onderzoek is uitgevoerd door toetsleiders die gedurende een ochtend een school bezochten. Vóór de ochtendpauze zijn de toetsen voor rekenen/wiskunde en muziek in jaargroep 8 afgenomen. Aan het begin van de ochtend kreeg elke leerling een set met de toetsen die hij of zij die ochtend zou gaan maken. Leerlingen die een set met muziekttoetsen kregen, gingen vervolgens bij de opstelling van cassette recorder en hoofdtelefoons zitten.

Op een deel van de scholen heeft de toetsleider na de pauze aan enkele leerlingen de opgaven voor de individuele afnames voorgelegd. De leerling kreeg dan een set met vijf opgaven en de toetsleider noteerde op een formulier per opgave het hardopdenkprotocol en de oplossing van de leerling. Voor de individuele afnames selecteerde de toetsleider zes leerlingen uit een groep, evenredig verdeeld over de leerlingenlijst.

2.4 HET VASTSTELLEN VAN DE STANDAARDEN

Bij de rapportage van de resultaten worden steeds standaarden vermeld. Deze standaarden zijn ontleend aan het standaardenonderzoek dat voor de tweede peiling rekenen/wiskunde is uitgevoerd. Deze standaarden zijn aangepast aan de nieuwe vaardigheidsschalen waarover in de hoofdstukken 4 tot en met 6 wordt gerapporteerd. In Bokhove, Van der Schoot en Eggen (1996) is uitvoerig

gerapporteerd over het vaststellen van deze standaarden. Voor de lezer van deze publicatie lichten we daaruit de belangrijkste elementen.

Kerdoelen voor het basisonderwijs

De kerndoelen voor het basisonderwijs vormen een belangrijk referentiekader voor de beoordeling van de kwaliteit van het basisonderwijs. Het is dus van belang om na te gaan in hoeverre de kerndoelen worden gerealiseerd. Kerndoelen zijn echter vrij globale beschrijvingen van vaardigheden binnen een vakgebied. Het standaardenonderzoek voor de kerndoelen rekenen/wiskunde had tot doel voor elk onderwerp niveaus van vaardigheid vast te stellen waarbij sprake is van minimum, voldoende of gevorderd niveau van beheersing. De standaarden hebben geen voorschrijvend karakter. Zij zijn bedoeld als referentiekader voor de discussie over de kwaliteit van het onderwijs in het licht van de kerndoelen.

Drie standaarden

Er zijn voorafgaande aan het onderzoek drie standaarden geformuleerd: Minimum, Voldoende en Gevorderd. De standaard Voldoende is de belangrijkste standaard, omdat daarmee het niveau wordt aangegeven waarbij de kerndoelen voldoende worden beheerst. Het is niet reëel te veronderstellen dat alle leerlingen de kerndoelen in voldoende mate kunnen bereiken. Dan zouden de kerndoelen op een wel zeer elementair niveau geformuleerd moeten worden. Anderzijds moeten de kerndoelen uiteraard wel voor de meerderheid van de leerlingen gelden, waarbij in de beschrijving van de standaard is gekozen voor 70% tot 75%. Voorzover leerlingen de standaard Voldoende niet bereiken, dient het basisonderwijs te streven naar een minimaal vaardigheidsniveau. Dit niveau wordt geformuleerd met de standaard Minimum, dat door vrijwel alle leerlingen (90% tot 95%) bereikt zou moeten worden. Tenslotte wordt met de standaard Gevorderd een niveau aangegeven dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt. De leerstof op en boven het niveau van deze standaard behoeft niet aan alle leerlingen in het basisonderwijs te worden voorgelegd.

Definities van de standaarden voor de kerndoelen basisonderwijs

Standaarden	Omschrijving
Minimum	Deze standaard geeft het niveau aan waarop de kerndoelen basisonderwijs minstens moeten worden beheerst. In het basisonderwijs moet ernaar worden gestreefd dat 90% tot 95% van de leerlingen de standaard Minimum bereikt.
Voldoende	Op dit niveau beheersen de leerlingen de kerndoelen in voldoende mate. Verwacht mag worden dat de meeste leerlingen in het basisonderwijs dit niveau bereiken. In het basisonderwijs zou een meerderheid van de leerlingen – dat wil zeggen 70% tot 75% – de standaard Voldoende moeten bereiken.
Gevorderd	Deze standaard geeft een niveau aan dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt. Op dit niveau behoeft het onderwijsaanbod niet aan alle leerlingen te worden voorgelegd.

Het vaststellen van de standaarden

Over het antwoord op de vraag wat leerlingen moeten kunnen om de verschillende standaarden te bereiken, zullen de meningen verdeeld zijn. Voor het bepalen van de standaarden zijn daarom met een zorgvuldig opgezette onderzoeksprocedure de oordelen van geïnformeerde beoordelaars gevraagd. Voor dit onderzoek zijn twee groepen van 25 beoordelaars samengesteld die elk voor de helft van de onderwerpen de standaarden hebben bepaald. Elke groep bestaat voor de helft uit leraren basisonderwijs met minstens drie jaar ervaring in jaargroep 8, voor een kwart uit schoolbegeleiders en voor een kwart uit Pabo-docenten met specifieke deskundigheid op het gebied van rekenen/wiskunde. Het vaststellen van de standaarden voor een onderwerp verloopt in drie fasen.

Fase 1

In de eerste fase krijgen de beoordelaars een boekje met alle beschikbare opgaven, gerangschikt in volgorde van moeilijkheidsgraad (van gemakkelijk naar moeilijk). Zij maken de opgaven, controleren hun antwoorden en geven vervolgens voor iedere standaard een eerste oordeel. Deze oordelen worden gegeven op vaardigheidsschalen zoals die in deze publicatie bij iedere onderwerp zijn afgebeeld. De vaardigheidsschaal laat voor elk scorepunt zien wat leerlingen goed, redelijk of onvoldoende beheersen. De beoordelaar kiest voor elke standaard een scorepunt op de vaardigheidsschaal dat het beste past bij zijn oordeel. De vaardigheidsschaal op deze beoordelingsformulieren is echter aangepast, zodat de beoordelaars niet geïnformeerd worden over de werkelijke vaardigheidsverdeling in de populatie. Ook de percentielindeling is verwijderd. De eerste oordelen zijn daardoor persoonlijke oordelen en alleen gebaseerd op inhoudelijke afwegingen.

Fase 2

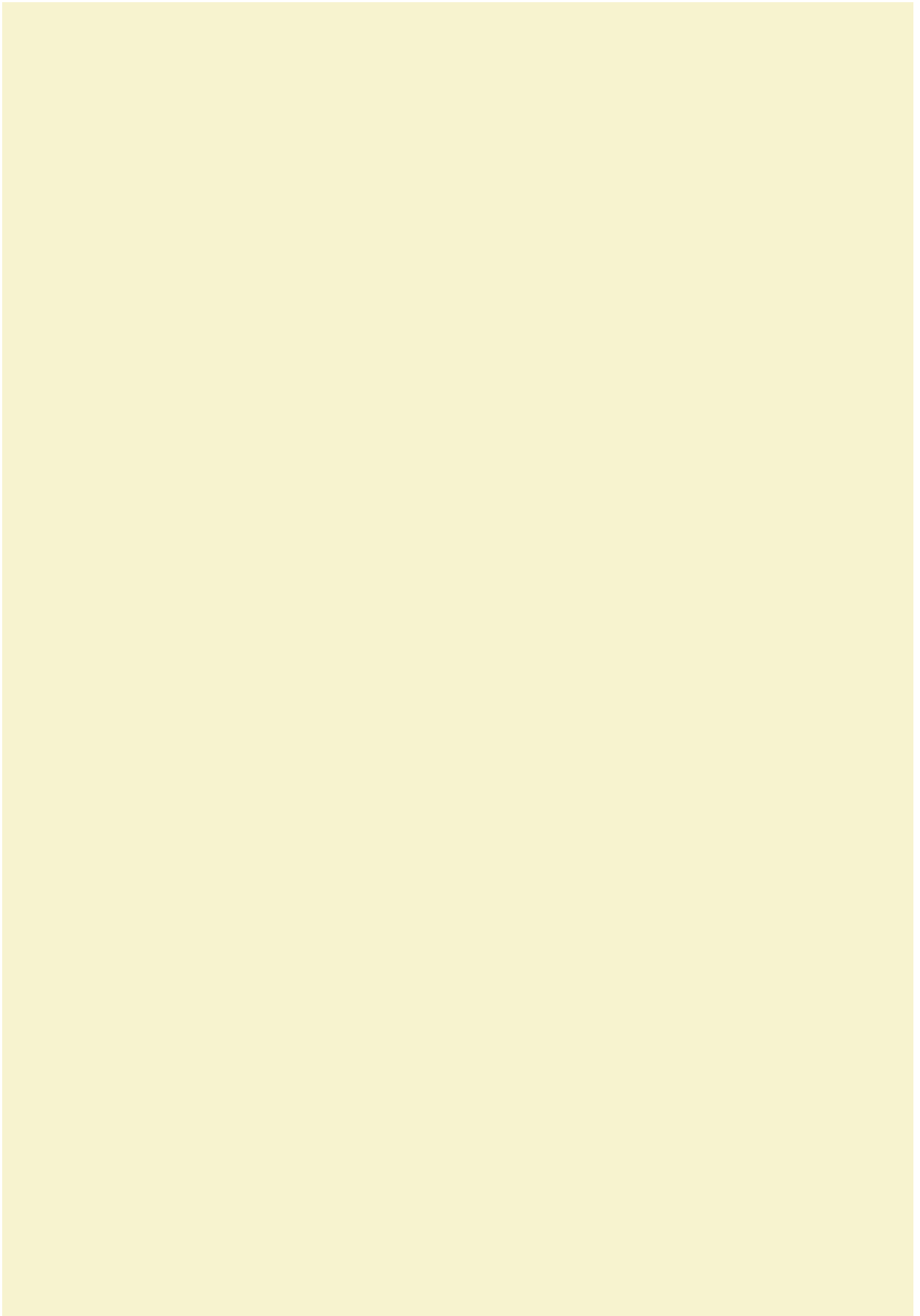
Vervolgens discussiëren de beoordelaars in kleine groepen van gemengde samenstelling over hun eerste oordelen. Deze discussies geven de beoordelaars de gelegenheid over en weer argumenten uit te wisselen voor de gemaakte keuzen en het eigen oordeel ook inhoudelijk aan dat van anderen te toetsen. Na afloop van de discussies geeft iedere beoordelaar een tweede oordeel voor iedere standaard en ook dit oordeel wordt op een fictieve vaardigheidsschaal gegeven, zoals in de vorige fase. De beoordelaars worden erop gewezen dat de discussies niet primair gericht zijn op consensus, maar dat anderzijds de mate van consensus de validiteit van de standaard versterkt. Het tweede oordeel wordt in de computer ingevoerd en voor iedere standaard wordt de mediaan, de interkwartielrange (dat is het bereik van de middelste 50% van de oordelen) en de totale range van oordelen berekend.

Fase 3

In de derde en laatste beoordelingsfase krijgen de beoordelaars de vaardigheidsschaal uitgereikt met de juiste vaardigheidsverdeling waarop ook de percentielen zijn afgebeeld. De beoordelaars worden dus nu geïnformeerd over de feitelijke vaardigheidsverdeling in de populatie. Deze vaardigheidsschaal wordt ook op een projectiescherm aan de groep gepresenteerd met de

gegevens van de groepsoordelen. Iedere beoordelaar kan nu nagaan hoe de eigen oordelen zich verhouden tot de werkelijke vaardigheidsverdeling en welke positie deze oordelen innemen in het totaal van de groepsoordelen. De onderzoeksleider bespreekt met de groep de verhouding tussen de feitelijke vaardigheidsverdeling en de gewenste beheersingsniveaus voor de standaarden binnen de groep. Na kennis te hebben genomen van deze aanvullende informatie geeft iedere beoordelaar voor elke standaard een definitief oordeel op de werkelijke vaardigheidsschaal.

Op de vaardigheidsschalen in de hoofdstukken 4 tot en met 6 is voor iedere standaard de interkwartielrange van de oordelen uit de derde fase afgebeeld. De interkwartielrange laat de spreiding zien van de oordelen van de middelste 50% van de beoordelaars. Hoe meer beoordelaars onderling overeenstemmen over het gewenste niveau, hoe smaller deze spreiding zal zijn.



HOOFDSTUK 3

Hoofdstuk 3



3 HET ONDERWIJSAANBOD VOOR REKENEN/WISKUNDE

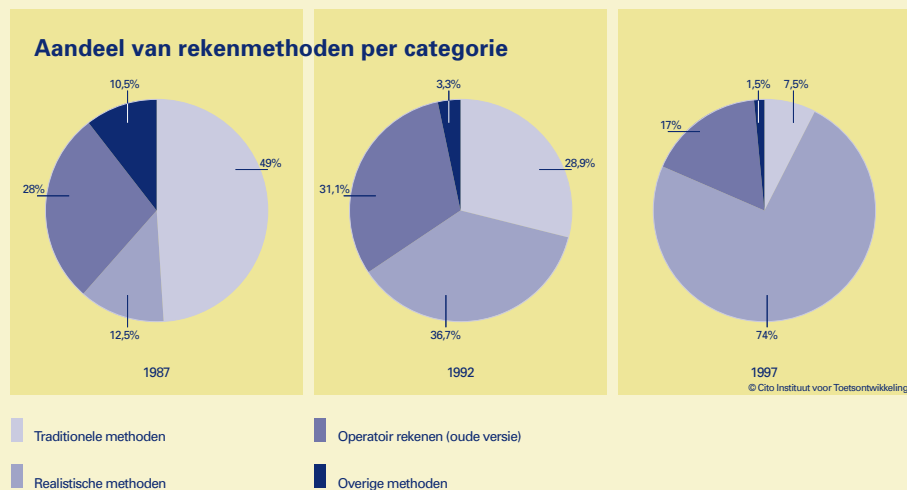
Het onderwijsaanbod voor rekenen/wiskunde in de bovenbouw van het basisonderwijs is met behulp van een schriftelijke vragenlijst geïnventariseerd. Deze vragenlijst is grotendeels gelijk aan de vragenlijst van het peilingsonderzoek in 1992, zodat op de meeste onderdelen een vergelijking met het vorige onderzoek gemaakt kan worden. De vragenlijst is ingevuld door leraren van de jaargroepen 6, 7 en 8. De aanbodinventarisatie betreft het gebruik van rekenmethoden, aspecten van differentiatie en remediëring, het gebruik van de zakrekenmachine bij het rekenonderwijs en de aandacht die in het onderwijs aan het hoofdrekenen wordt geschonken. Bijna alle leraren van de scholen die aan het onderzoek hebben meegedaan hebben ook de vragenlijst ingevuld: 93% van de leraren uit jaargroep 6, 95% van de leraren uit jaargroep 7 en 98% van de leraren uit jaargroep 8.

3.1 HET GEBRUIK VAN REKEN-WISKUNDEMETHODEN

De gegevens over het gebruik van reken-wiskundemethoden in de jaargroepen 6, 7 en 8 laten voor enkele methoden een duidelijke ontwikkeling zien. De methoden Pluspunt en de nieuwe versie van De wereld in getallen zijn in jaargroep 6 sterker vertegenwoordigd dan in hogere leerjaren. Dit wijst op een geleidelijke toename van het marktaandeel voor deze methoden. Een duidelijk afnemend marktaandeel vinden we voor de methode Operator rekenen (oude versie). Voor de methoden Rekenen en wiskunde en De wereld in getallen (oude versie) is het marktaandeel over de drie jaargroepen stabiel. Er wordt, zij het op min of meer informele gronden, binnen het reken-wiskundeonderwijs een onderscheid gemaakt tussen traditionele en realistische methoden. De traditionele methoden zijn de inmiddels verouderde methoden die het accent leggen op de training en de beheersing van formele aspecten van het rekenen, zoals de rekenalgoritmen. Realistische methoden leggen het accent op het omgaan met getallen binnen de huidige en toekomstige leefwereld van de kinderen. Sommige methoden worden wel als hybride aangeduid, omdat zij kenmerken van beide groepen hebben. De oudere versie van de methode Operator rekenen wordt wel als zodanig aangemerkt. Moderne rekenmethoden proberen de uitgangspunten van het realistisch rekenen vorm te geven. Daardoor is het methodespectrum over de afgelopen tien jaar drastisch gewijzigd. In 1987 gebruikte bijna 50% van de scholen nog een traditionele rekenmethode. Dat is in 1997 gereduceerd tot minder dan 10%. Daartegenover staat een forse groei van het marktaandeel van de realistische rekenmethoden. In 1987 gebruikte 12,5% van de scholen een realistische methode en in 1997 is dat gegroeid tot 74% van de scholen. Het aandeel van de oude versie van de methode Operator rekenen is ten opzichte van eerdere peilingen bijna gehalveerd van 31% in 1992 naar 17% nu.

Het gebruik van reken-wiskundemethoden in de jaargroepen 6, 7 en 8 in 1997 en in jaargroep 8 in 1992 (% scholen)

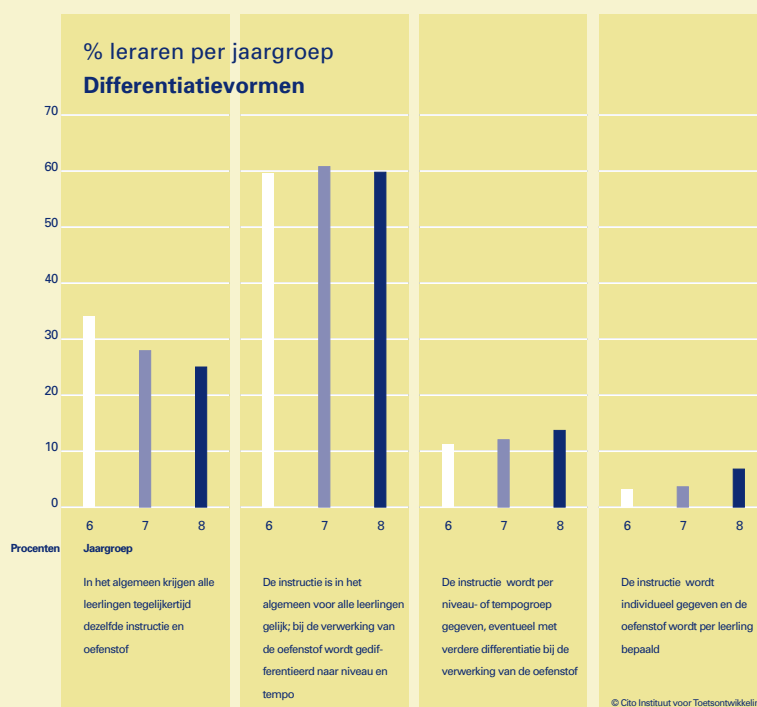
Methodecategorie/methode	Jaargroep			
	6	7	8	8 ('92)
Traditionele reken-wiskundemethoden				
● Naar aanleg en tempo	0,0	0,0	0,4	2,6
● Naar zelfstandig rekenen	3,8	5,3	6,3	15,4
● Nieuw rekenen	0,0	0,4	0,4	6,1
● Niveaucursus rekenen	0,4	0,4	0,4	4,8
Realistische reken-wiskundemethoden				
● Rekenwerk	4,2	4,5	4,3	2,7
● Rekenen en wiskunde	21,3	21,3	22,1	10,3
● De wereld in getallen (oude versie)	19,2	20,9	20,6	20,5
● De wereld in getallen (nieuwe versie)	14,2	12,7	11,1	0,0
● Pluspunt	20,4	15,2	11,9	0,0
● Operator rekenen (nieuwe versie)	2,1	2,5	2,8	0,0
● Taltaal	1,3	1,2	1,2	3,2
Operator rekenen (oude versie)	11,7	14,3	17,0	31,1
Overige methoden	1,7	1,2	1,6	3,3



Gemiddeld wordt volgens de opgave van de leraren 5 uur per week aan het reken-wiskundeonderwijs besteed. Dat is gelijk aan de onderwijstijd in 1992. Net als in 1992 worden er ook nu geen verschillen in lestijd gevonden naar jaargroep, methode of stratum.

3.2 DIFFERENTIATIE EN REMEDIËRING

We hebben aan de leraren gevraagd of zij in het rekenonderwijs differentiatie toepassen naar niveau en/of tempo. Zij konden daarbij uit vier vrij globale omschrijvingen kiezen. Iets meer dan de helft van de leraren koos voor een differentiatievorm waarbij de instructie voor alle leerlingen gelijk is, maar vervolgens wordt bij de verwerking van de oefenstof gedifferentieerd naar niveau en tempo. Ongeveer een kwart van de leraren past geen differentiatie toe en bij iets meer dan 10% van de leraren vindt niveaudifferentiatie plaats zowel tijdens de instructie als bij de verwerking van de oefenstof. Geïndividualiseerd onderwijs komt nauwelijks voor. Ongeveer 5% van de leraren heeft een combinatie van differentiatievormen aangekruist. Vrijwel alle combinaties komen dan voor, maar meestal betreft het een combinatie van klassikale en groepsgewijze instructie.



Er zijn slechts geringe verschillen in de mate van differentiatie tussen de drie jaargroepen in de bovenbouw van het basisonderwijs. Er zijn ook geen verschillen gevonden naar stratum. Voor de vijf meest gebruikte methoden hebben we gekeken naar de samenhang tussen methode en differentiatievorm, maar die blijkt voor alle methoden vrijwel gelijk te zijn. Dezelfde vraag is ook in 1992 aan de leraren voorgelegd. De resultaten in 1997 wijken slechts in geringe mate af van de resultaten in 1992.

Op ongeveer 25% van de scholen is een interne begeleider/rekenspecialist aanwezig die – anders dan een remedial teacher – belast is met de uitvoering van de zorgverbreding voor rekenen/wiskunde. 55% van de scholen heeft een remedial teacher voor rekenen/wiskunde. Het percentage scholen met een

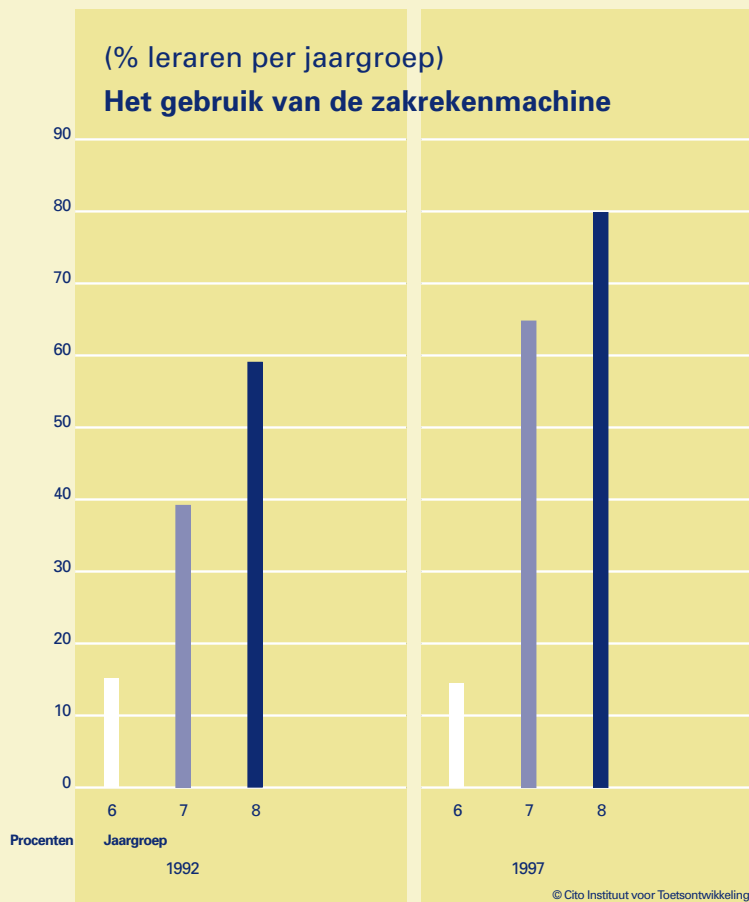
remedial teacher loopt op met het stratumniveau. In stratum 1 heeft 49% van de scholen een remedial teacher, in stratum 2 is dat 59% en in stratum 3 is dat 74% van de scholen. Evenals bij het vorige peilingsonderzoek neemt het percentage leraren met kinderen in de groep die door een remedial teacher worden geholpen, af met het jaargroepsniveau: in jaargroep 6 betreft het 39% van de leraren, in jaargroep 7 is dat 34% en in jaargroep 8 nog 23%. Gemiddeld worden twee tot drie leerlingen per groep door een remedial teacher geholpen, maar ook hierin zien we een lichte daling over de jaargroepen: in jaargroep 6 is het gemiddeld aantal leerlingen per groep 2,9, in jaargroep 7 is dat 2,5 en in jaargroep 8 nog 2,3. Ongeacht de jaargroep wordt ongeveer 80% van deze leerlingen een keer per week door een remedial teacher geholpen, ongeveer 6% van de leerlingen wordt vaker geholpen en voor 14% wordt de extra hulp een of twee keer per maand gegeven. In vergelijking met 1992 is er sprake van een lichte toename van de inzet van een remedial teacher in de bovenbouw van het basisonderwijs. In de jaargroepen 6 en 7 is het aantal groepen met een remedial teacher gegroeid met 9%, in jaargroep 8 met 3%.

3.3 HET GEBRUIK VAN EEN ZAKREKENMACHINE

Het gebruik van een zakrekenmachine bij het reken-wiskundeonderwijs is in de jaargroepen 7 en 8 gedurende de laatste vijf jaar aanmerkelijk gestegen. In jaargroep 7 is er een toename van 39% naar 65% en in jaargroep 8 is er een toename van 59% naar 80%. In jaargroep 6 komt het gebruik van een zakrekenmachine nog steeds weinig voor. Als belangrijkste reden om een zakrekenmachine niet bij het reken-wiskundeonderwijs te gebruiken geven leraren aan dat het gebruik ervan niet voorkomt in de methode. Vergelijken we het gebruik van een zakrekenmachine voor de vijf meest gebruikte methoden, dan zien we dat leraren die voor het rekenonderwijs een realistische rekenmethode gebruiken ook bijna allemaal de leerlingen met een zakrekenmachine laten werken. Leraren die de oude versie van de methode Operator rekenen gebruiken, blijven daar duidelijk bij achter; de zakrekenmachine komt dan pas in jaargroep 8 wat frequenter aan de orde. Wanneer we de resultaten vergelijken met die uit 1992, dan is de toename in het gebruik van een zakrekenmachine duidelijk toe te schrijven aan het verdwijnen van de traditionele reken-wiskundemethoden en de verkleining van het marktaandeel van de oude versie van Operator rekenen.

Het gebruik van een zakrekenmachine bij vijf methoden (% leraren)

reken-wiskundemethoden	Jgr 6	Jgr 7	Jgr 8
● Rekenen en wiskunde	16	83	93
● De wereld in getallen (oude versie)	16	68	89
● Operator rekenen (oude versie)	7	21	67
● Pluspunt	13	87	90
● De wereld in getallen (nieuwe versie)	6	90	93



Van de leraren in de jaargroepen 7 en 8 geeft 53% aan dat een zakrekenmachine door de school wordt verstrekt en 15% van de leraren zegt dat de kinderen gebruik maken van een zakrekenmachine die ze zelf hebben meegebracht. In 12% van de groepen kunnen de leerlingen kiezen en gebruik maken van een zakrekenmachine die door de school wordt verstrekt of zij kunnen zelf een zakrekenmachine meebrengen. In 19% van de groepen is de herkomst van de zakrekenmachine niet bekend.

De meeste leraren (77%) geven aan dat leerlingen een zakrekenmachine alleen mogen gebruiken tijdens specifieke lessen in het leren omgaan met de zakrekenmachine. Slechts een enkele leraar laat de leerlingen geheel vrij in het gebruik van een zakrekenmachine. Hoewel dat niet direct aan de leraren is gevraagd, kunnen we daaruit afleiden dat ongeveer 30% van de leraren het gebruik van een zakrekenmachine onder controle houdt, maar het gebruik niet beperkt tot de genoemde specifieke lessen.

Van de leraren die het gebruik van een zakrekenmachine toestaan, geeft 90% aan dat zij de leerlingen instrueren in het gebruik van een zakrekenmachine. In alle drie de jaargroepen instrueren vrijwel alle leraren de leerlingen in het gebruik van de bewerkingfuncties voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Ongeveer de helft van de leraren in de jaargroepen 6 en 7 en driekwart van de leraren in jaargroep 8 instrueren de leerlingen ook in het gebruik van de procentfunctie. Het gebruik van de geheugenfuncties wordt door ongeveer 25% van de leraren in de jaargroepen 6 en 7 onderwezen en door de helft van de

leraren in jaargroep 8. Het gebruik van de functies voor worteltrekken en voor tekenverandering wordt slechts door een enkele leraar in de instructie betrokken.

3.4 ASPECTEN VAN HET HOOFDREKENEN

Op dezelfde manier als in de vorige peiling hebben we ook in 1997 het hoofdrekenen in de aanbodvragenlijst aan de orde gesteld. Onder hoofdrekenen wordt dan verstaan:

- het beheersen van de basisvaardigheden op basis van inzicht in getalstructuren;
- het rekenen op basis van eigenschappen van bewerkingen;
- het schattend rekenen.

Een additioneel kenmerk voor hoofdrekenen is dat de bewerkingen uit het hoofd worden uitgevoerd, zonder de ondersteuning van uitrekenpapier. Voor vrijwel alle leraren is de eigen rekenmethode de belangrijkste bron waaraan zij oefenstof voor het hoofdrekenen ontleen. Ongeveer een kwart van de leraren maakt gebruik van speciaal hoofdrekenenmateriaal. Naast Hoofdrekenen van Ajodakt uitgeverij worden nu ook computerprogramma's gebruikt als oefenmateriaal.

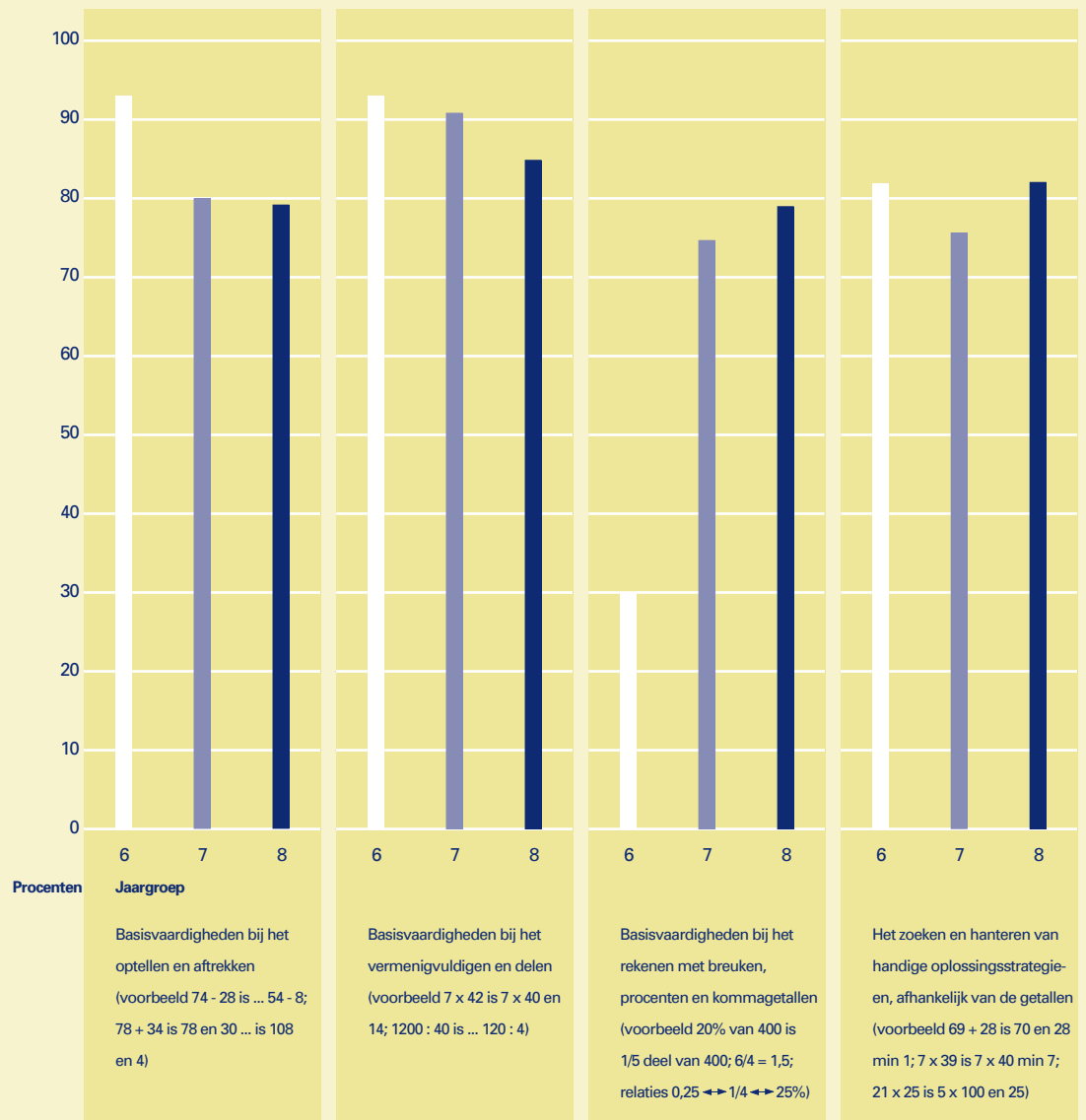
Vrijwel alle leraren besteden minstens een keer per week aandacht aan het hoofdrekenen en 70% tot 80% van de leraren besteedt daar zelfs vaker aandacht aan. Ongeacht de jaargroep besteedt men gemiddeld 70 minuten per week aan het hoofdrekenen.

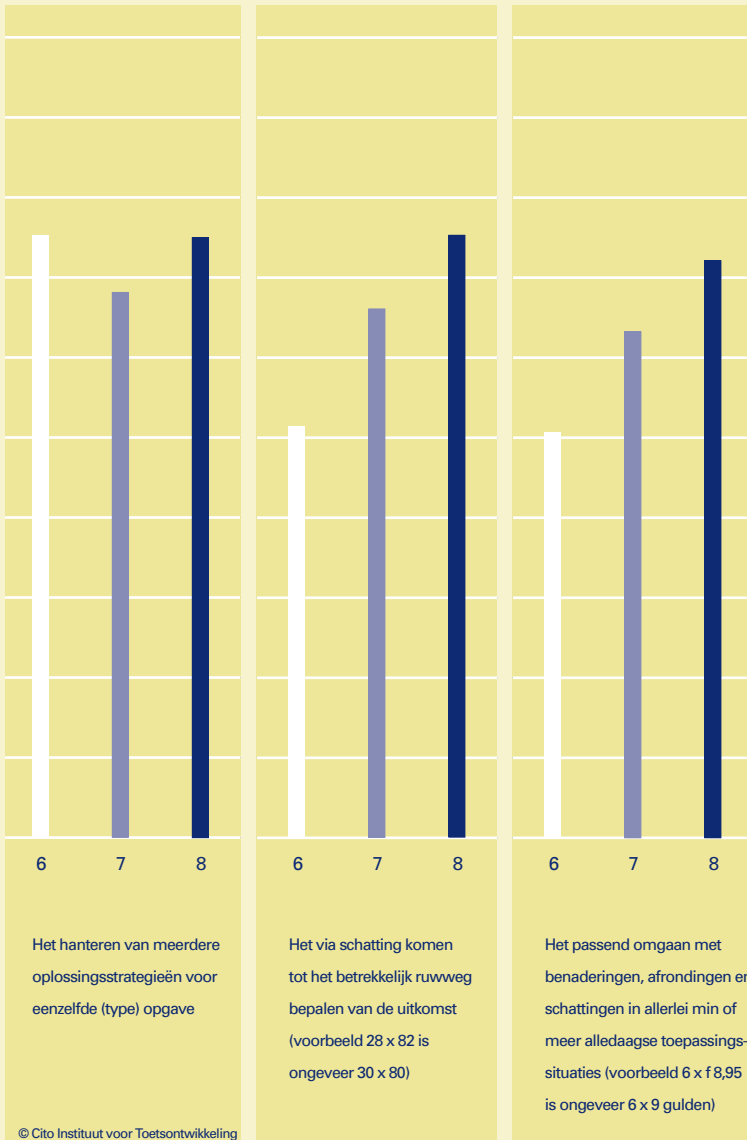
We hebben de leraren gevraagd in hoeverre zij aan bepaalde aspecten van het hoofdrekenen aandacht besteden. De verschillende aspecten en de resultaten zijn opgenomen in een tabel. De tabel laat zien hoeveel procent van de leraren in de jaargroepen 6, 7 en 8 regelmatig tot vaak (dat wil zeggen minstens een keer per twee weken) aandacht besteedt aan de verschillende aspecten van het hoofdrekenen.

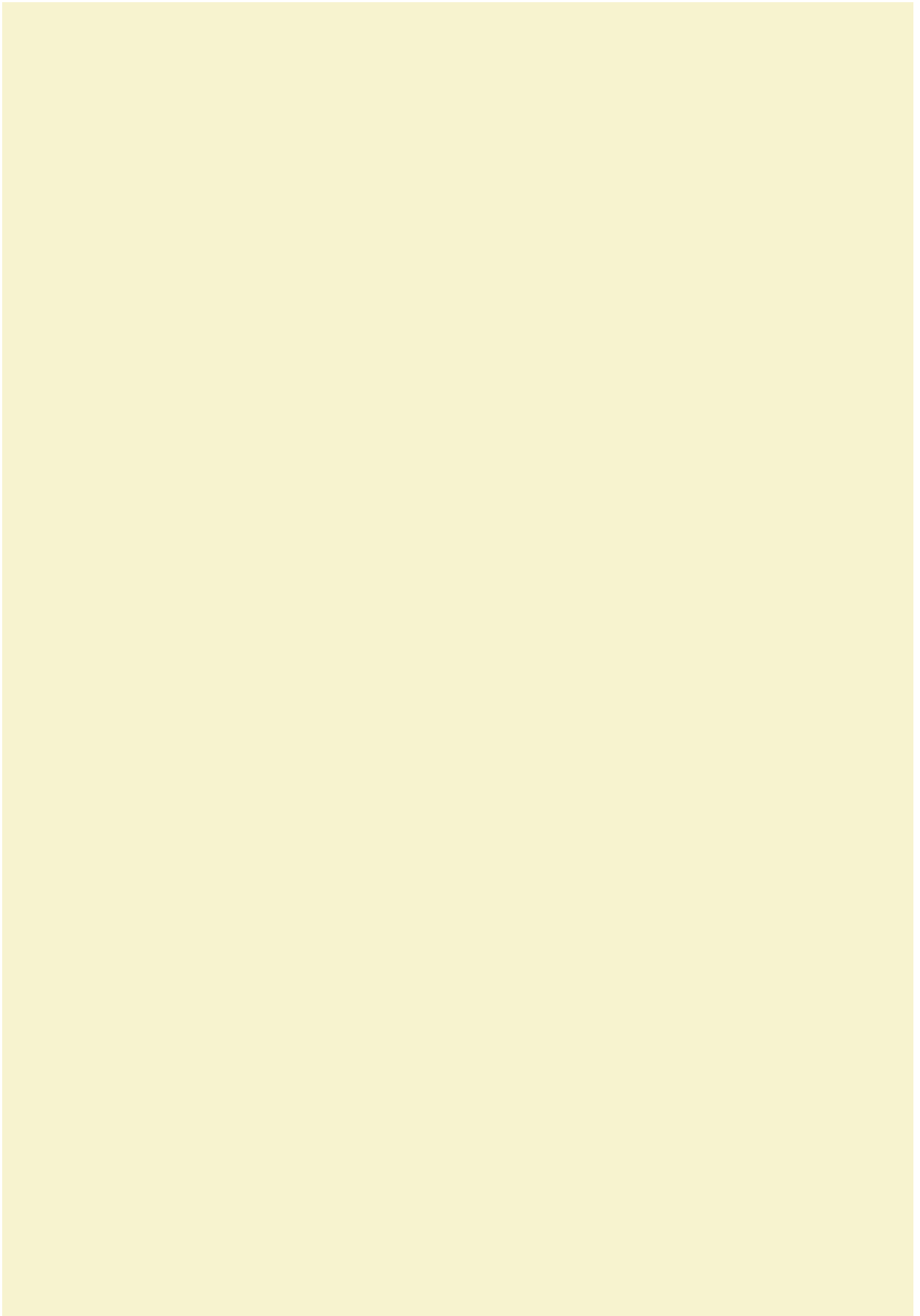
In de jaargroepen 7 en 8 besteden de meeste leraren – 75% of meer – regelmatig tot vaak aandacht aan basisvaardigheden voor de vier hoofdbewerkingen en voor het rekenen met breuken, procenten en kommagetallen (aspecten 1, 2 en 3). In jaargroep 6 geldt dat ook voor de hoofdbewerkingen. Op grond van de opbouw van rekenmethoden is het te verwachten dat er in jaargroep 6 weinig aandacht is voor breuken, procenten en kommagetallen.

Het zoeken en hanteren van handige oplossingsstrategieën wordt in alle leerjaren door ongeveer driekwart van de leraren regelmatig tot vaak aan de orde gesteld; de andere leraren geven aan dat zij dat soms (ongeveer 1 keer per maand) doen. De aandacht voor de aspecten die het schattend rekenen betreffen (aspecten 6 en 7) neemt duidelijk toe met het jaargroepniveau. Voor de eerste vijf aspecten geldt dat er in vergelijking met 1992 steeds een kleine toename wordt gevonden in het percentage leraren dat aan deze aspecten regelmatig tot vaak aandacht besteedt. In vergelijking met 1992 is de aandacht voor de beide aspecten van het schattend rekenen in alle drie de leerjaren duidelijk toegenomen. Het percentage leraren dat regelmatig tot vaak aandacht aan het schattend rekenen besteedt, ligt nu gemiddeld ongeveer 17% hoger.

Percentage leraren dat regelmatig aandacht besteed aan Zeven aspecten van hoofdrekenen







HOOFDSTUK 4

Hoofdstuk 4



4 GETALLEN EN BEWERKINGEN

Het domein Getallen en bewerkingen omvat negen onderwerpen. Een onderwerp begint steeds met een uitvoerige schets van de inhoud, vervolgens beschrijven we wat leerlingen kunnen en zouden moeten kunnen en schenken we aandacht aan verschillen in vaardigheid tussen groepen leerlingen. Bij het hoofdrekenen en schattend rekenen gaan we na wat er gebeurt als leerlingen toch uitreken-papier mogen gebruiken en bij een drietal onderwerpen beschrijven we voor enkele opgaven de oplossingsprocedures van de leerlingen.

4.1 BASISKENNIS EN BEGRIIP VAN GETALLEN

Inhoud

Basiskennis en begrip van getallen houdt in dat leerlingen betekenis kunnen geven aan getallen, zowel in allerlei gebruikssituaties als in het geheel van de getallenrij. Bij dit onderwerp komen formele aspecten van gehele getallen en kommagetallen aan de orde. Deze formele aspecten worden ook in toepassings-gerichte contexten aangeboden. De volgende aspecten komen aan de orde:

- uitspraak en schrijfwijze van getallen;
- verder- en teruggestellen met eenheden en sprongen van bijvoorbeeld 0,1 en 0,01 en sprongen van 100 en 250;
- vergelijken en ordenen van getallen en meetuitkomsten;
- analyseren en samenstellen van getallen;
- aanvullen tot ronde getallen;
- afronden van getallen;
- het aangeven van de plaats van getallen op de getallenlijn, zowel precies als globaal schattend;
- het omzetten van breuken (en aanduidingen uit de omgangstaal als anderhalf en driekwart) naar kommagetallen.

Dit onderwerp was in het peilingsonderzoek van 1987 en 1992 verdeeld over twee onderwerpen, namelijk basiskennis en begrip van gehele getallen en basiskennis en begrip van kommagetallen. Aangezien het inhoudelijk dezelfde aspecten betreft zijn de opgaven nu in één vaardigheidsschaal ondergebracht. Dit maakt het mogelijk op de vaardigheidsschaal de relatie tussen opgaven met kommagetallen en opgaven met gehele getallen te zien. Daarnaast is de ontwikkeling van de vaardigheid van basiskennis en begrip van gehele getallen en basiskennis en begrip van kommagetallen in twee aparte afbeeldingen uitgewerkt.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 47 opgaven. 21 van die opgaven hebben betrekking op basiskennis en begrip van gehele getallen en 26 opgaven op basiskennis en begrip van kommagetallen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan goed verdertellen met **gehele getallen** waarbij bijvoorbeeld 5000 gepasseerd wordt en sprongen van 250 vanaf bijvoorbeeld

1250 maken. Ook kan hij goed aanvullen tot ronde gehele getallen als 1000 en 10 000. Het aanvullen tot grotere gehele getallen (als 100 000) kan hij al redelijk goed.

De gemiddelde leerling beheerst het aanvullen tot grotere gehele getallen goed. Hij kan goed grotere gehele getallen ordenen en verder- en terugtellen met eenheden waarbij getallen als bijvoorbeeld 54 000 en 728 000 gepasseerd worden. Hij kan goed getallen als 14 653 afronden op een honderdtal of duizendtal. Hij kan al redelijk overweg met opgaven waarbij bijvoorbeeld 4000×1000 naar miljoenen omgezet moet worden of een half miljard naar miljoenen.

De percentiel-90 leerling kan dat allemaal goed. Hij kan ook al redelijk overweg met het afronden van grotere getallen als 918 273 645 op miljoenen.

Het begrip van **kommagetallen** is met name bij zwakke leerlingen en gemiddelde leerlingen minder ver ontwikkeld dan het begrip van gehele getallen. Zwakke rekenaars (**percentiel-10 leerlingen** en lager) beheersen geen van de voorgelegde opgaven met kommagetallen goed. Slechts enkele eenvoudige ordeningsopgaven met kommagetallen (opgave 1) worden door hen matig beheerst. Begrip van kommagetallen is bij hen dan ook nauwelijks aanwezig.

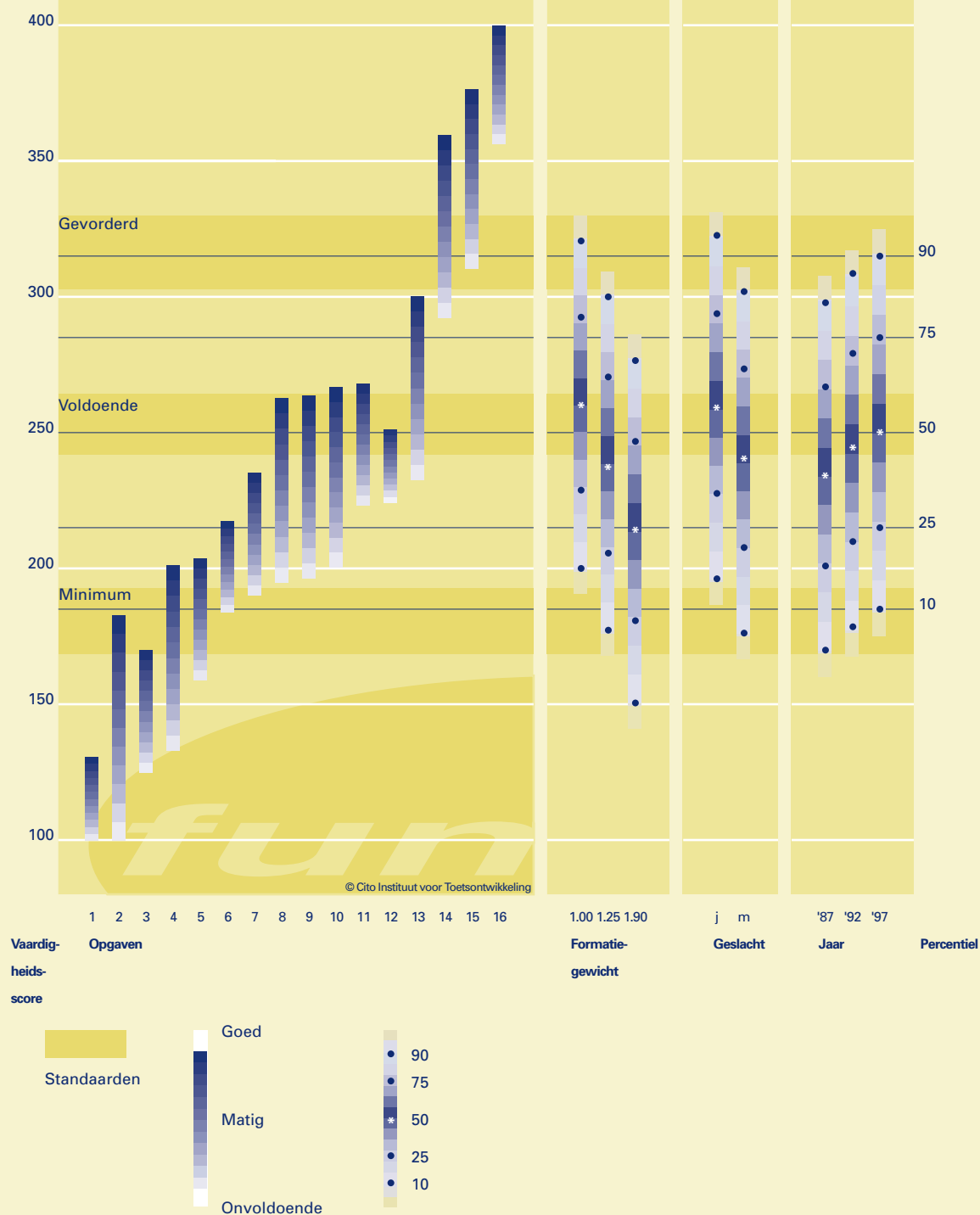
De gemiddelde leerling kan goed kommagetallen ordenen (bijvoorbeeld de getallen 1,001 1,01 en 1,0001 in volgorde zetten van klein naar groot). Hij kan ook goed aangeven hoeveel duizendsten twee kommagetallen (als 160,391 en 160,392) van elkaar verschillen en aangeven hoeveel een bepaald cijfer in een getal als 42,685 waard is. Daarnaast kan hij al redelijk overweg met opgaven waarbij aangegeven moet worden welk getal in het midden tussen 2,5 en 2,6 ligt, hoe vaak 0,001 past in 1 en hoeveel het verschil is tussen 10,00 en 10,06.

De percentiel-90 leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten allemaal goed. Daarnaast kan hij kommagetallen als 6237,48 goed afronden op het dichtstbijzijnde gehele getal en is hij in staat op een getallenlijn aan te geven waar een kommagetal met 3 cijfers achter de komma moet staan.

Standaarden

Uitgaande van de mediaan van de oordelen voor de standaard **Voldoende** (op vaardigheidsscore 254) is er van voldoende beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste zeven voorbeeldopgaven en opgave 12 goed beheersen. De laatste drie opgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Iets minder dan de helft van de leerlingen voldoet aan deze standaard. Dat is minder dan de beoogde 70% tot 75% van de leerlingen die de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen. De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidscore 179. Dat betekent dat de leerlingen op het niveau van deze standaard de eerste drie opgaven goed zouden moeten beheersen en de opgaven 4 en 5 matig. Tegelijk impliceert deze standaard dat opgave 6 en volgende onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat blijkt ook inderdaad het geval te zijn. De standaard **Gevorderd** geeft aan welke opgaven het niveau van de kerndoelen voor het basisonderwijs overschrijden. De opgaven 15 en 16 zijn daar voorbeelden van. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard (op vaardigheidsscore 314) bereikt ongeveer 10% van de leerlingen bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Basiskennis en begrip van getallen



1 Tel verder. 4997 - 4998 - 4999 -

2 Hoeveel moet je er bijtellen om
10 000 te krijgen?

4207 + _____ = 10 000

3 In de makelaarskrant staan huizen
te koop:

blz. 1 van f 50 000 tot f 100 000

blz. 2 van f 100 000 tot f 150 000

blz. 3 van f 150 000 tot f 200 000

blz. 4 van f 200 000 tot f 250 000

De familie Hermesen wil een huis
kopen van ongeveer f 180 000.

Op welke bladzijde moeten ze
zoeken? bladzijde _____

4 2,05 ton 2,005 ton 2,5 ton

Zet in volgorde van groot naar
klein. ____ ton, ____ ton, ____ ton

5 Hoeveel moet je er bij tellen om
100 000 te krijgen?

98 750 + _____ = 100 000

6 Wereldkampioenschappen
schaatsen 1991 Klassement beste
Nederlanders

3e Bart Veldkamp 160,391 punten

4e Leo Visser 160,392 punten

Hoe groot was het verschil in
punten?

A 0,1 punt

B 0,01 punt

C 0,001 punt

1,001	1,0001
1,01	

Zet in volgorde van klein naar
groot.

8 Rond af op het dichtstbijzijnde
honderdtal.
14653 _____

KIJKCIJFERS PROGRAMMA'S	
	aantal kijkers x1000
Journal	4000
SportStudio	2487
Bedrijfsnieuws	148
Nieuw proza	96

Naar het Journal keken

4000 x 1000 mensen.

Hoeveel miljoen mensen zijn dat?
_____ miljoen

10 $3\frac{1}{2}$ miljard is de afronding van:

A 3525428109

B 34513725

C 3546892

D 346148

11 De beste tijd van een hardloper op
de 100 meter is 10,06 sec.
Hoeveel seconden moet hij sneller
lopen om een tijd van 10,00
seconden te halen?

12 42,685

Hoeveel is de 6 waard in dit getal?

13 Dit jaar geeft de regering

$2\frac{1}{2}$ miljard gulden uit aan het

openbaar vervoer.

Het volgende jaar wil de regering
daar nog maar 2 miljard gulden
aan uitgeven.

Hoeveel is dat minder?

A 500 duizend gulden

B 5 miljoen gulden

C 50 miljoen gulden

D 500 miljoen gulden

E 5 miljard gulden

14 918273645 ton is ongeveer _____
miljoen ton (rond af op miljoenen)

15 Op een kaasmarkt kan het gewicht
van een stuk kaas geschat worden.

Het stuk kaas weegt 2,100 kg.

De vier beste schattingen zijn:

mevrouw Waanders 2,19 kg

mevrouw Eissink 2 kg

de heer Caspers 1,99 kg

de heer Alfrink 2,02 kg

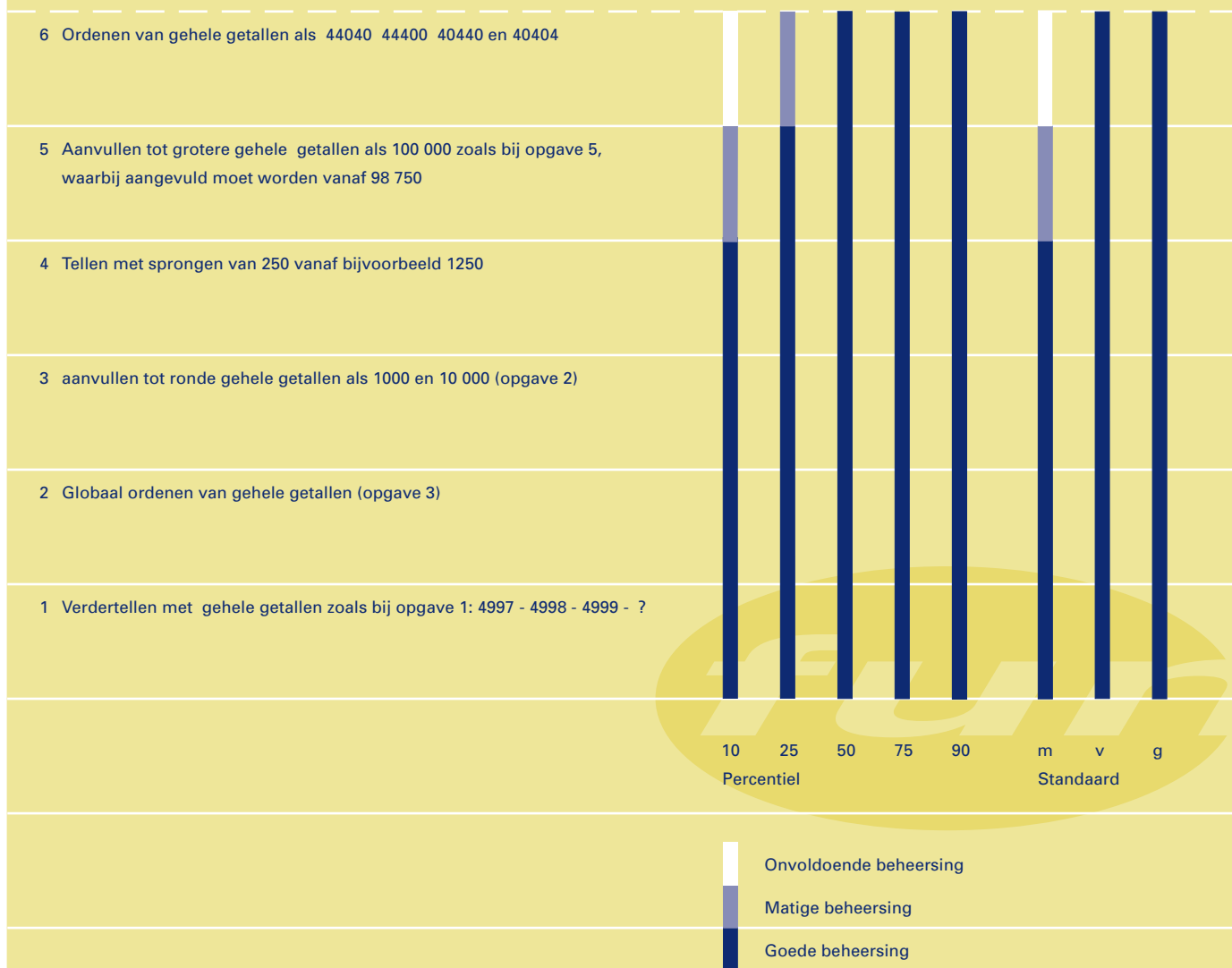
Wie van de vier is de winnaar?

16 Stand van een gasmeter:

0	9	8	3	7	,6	9	5	m ³
---	---	---	---	---	----	---	---	----------------

Hoeveel m³ gas kan er nog
gebruikt worden voordat de meter
weer 00000,000 m³ aanwijst?
_____ m³ gas

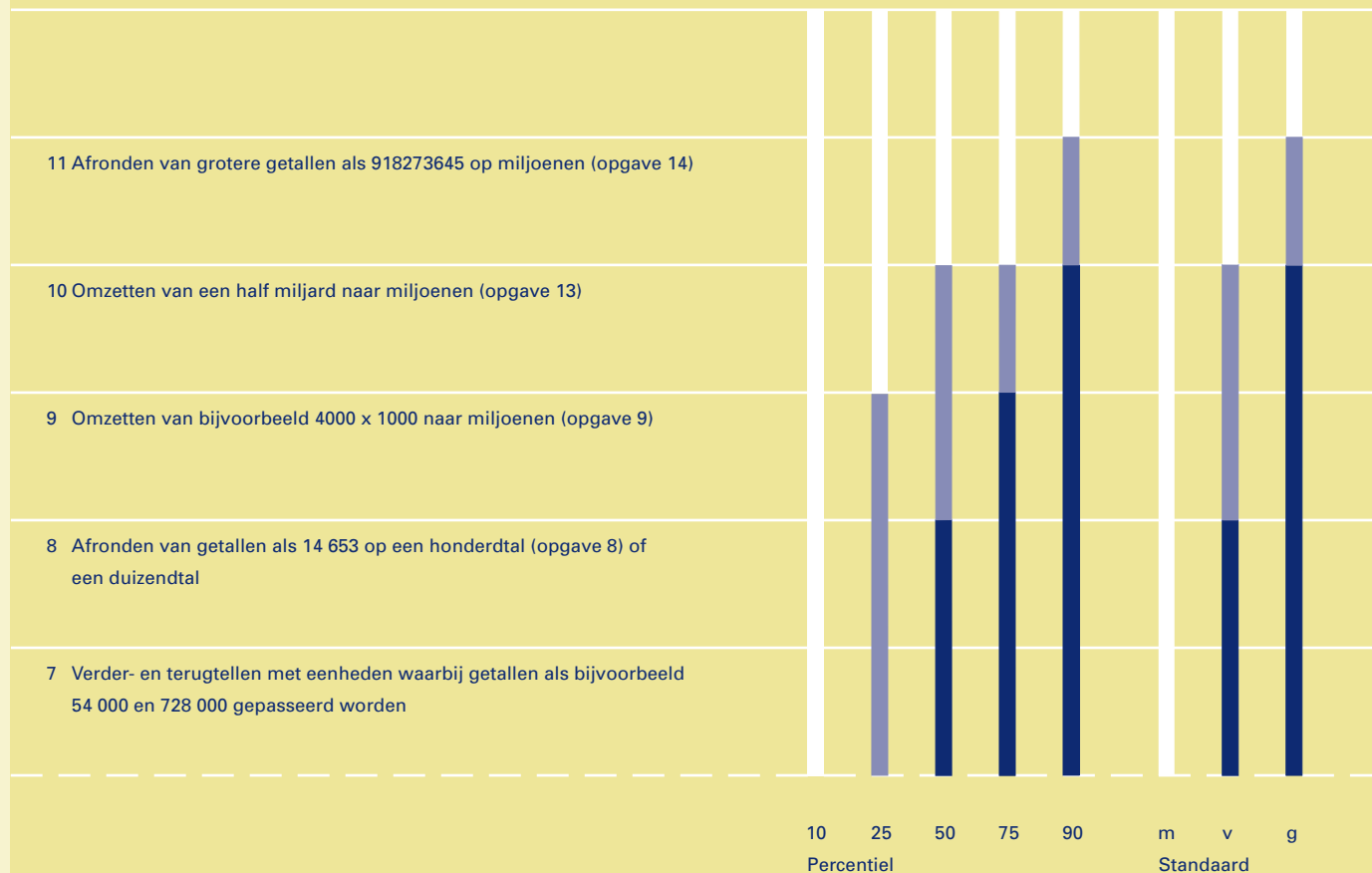
De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basiskennis en begrip van gehele getallen



Verschillen tussen leerlingen

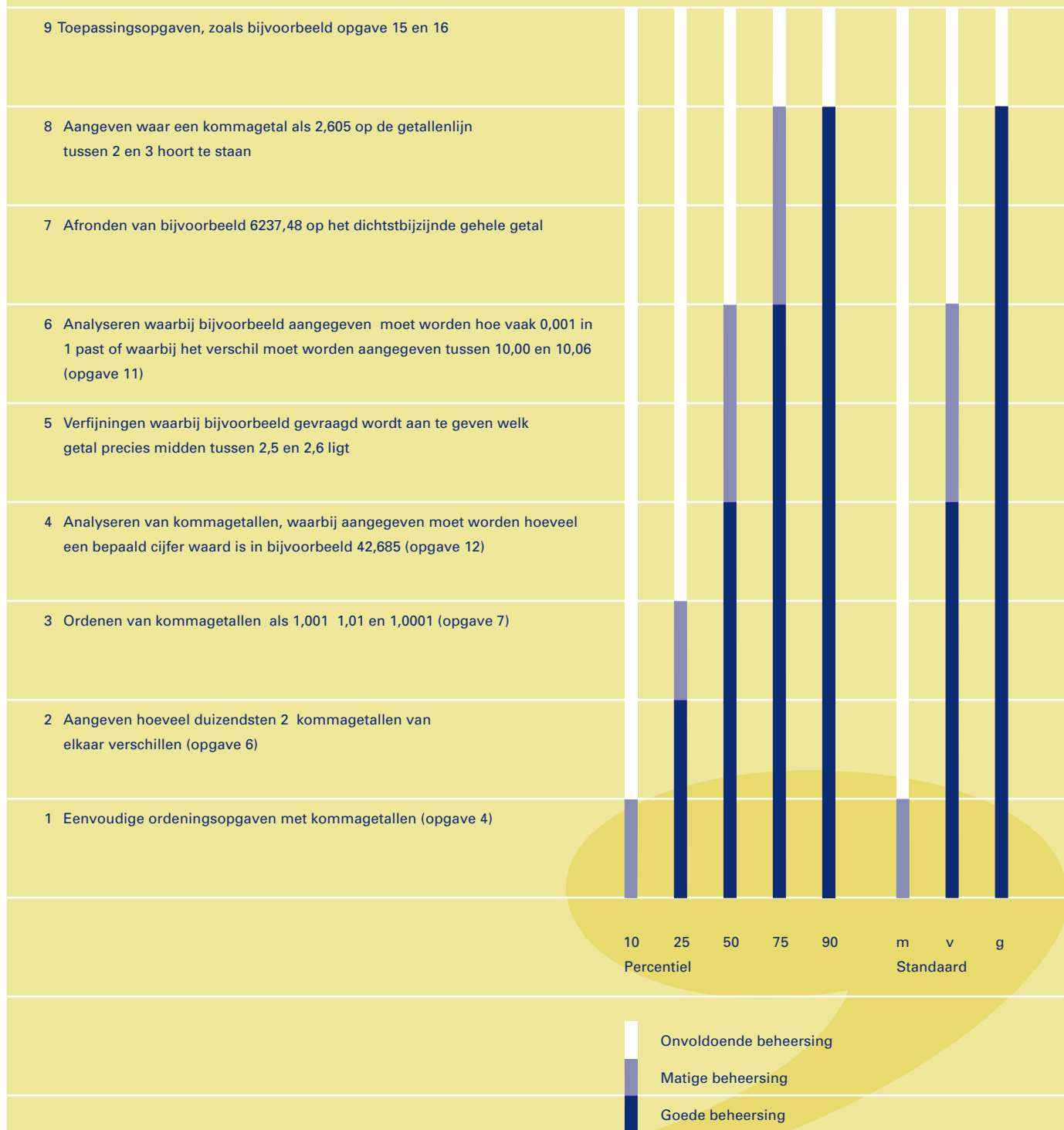
Er is een aanmerkelijk verschil tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90). Vergelijken we de prestaties van de onderscheiden groepen leerlingen met de positie van de standaard Voldoende dan zien we dat iets meer dan 50% van de 1.00-leerlingen deze standaard bereikt, maar van de 1.90-leerlingen bereikt minder dan 25% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste 6 opgaven goed, terwijl de

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basiskennis en begrip van gehele getallen



gemiddelde 1.00-leerling de eerste 12 opgaven goed of nagenoeg goed beheerst. Leerlingen met formatiegewicht 1.25 vertonen op dit onderwerp ook een achterstand ten opzichte van de 1.00-leerlingen. De standaard Voldoende wordt in deze groep door ongeveer 40% van de leerlingen bereikt. Het vaardigheidsniveau van de jongens is bij dit onderwerp hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes. Bij dit onderwerp is het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987 en 1992.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basiskennis en begrip van kommagetallen



4.2 HOOFDREKENEN: BASISOPERATIES

Inhoud

Onder basisoperaties verstaan we opgaven die snel en vaardig uitgerekend moeten kunnen worden door gebruik te maken van basiskennis, automatismen, getalrelaties en eigenschappen van getallen en bewerkingen.

Het gaat daarbij om:

- optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met gehele getallen onder de honderd;
- opgaven met grotere (ronde) getallen zoals bijvoorbeeld bij $10\,000 - 9750$;
- opgaven van gehele getallen met nullen, analoog aan de tafels van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen zoals: $60 + 50 = \dots$, $170 - 80 = \dots$, $420 : 6 = \dots$, $5 \times 900 = \dots$;
- optellen en aftrekken waarbij kommagetallen worden gebruikt, zoals bijvoorbeeld $100 - 0,5 = \dots$
- vermenigvuldigen met en delen door 10, 100 en 1000 van gehele getallen en kommagetallen zoals bijvoorbeeld bij $1000 \times 45 = \dots$, $3,75 \times 100 = \dots$, $2,5 : 10 = \dots$ en $75 : 1000 = \dots$

Ongeveer een kwart van de opgaven is in een eenvoudige context aangeboden. De opgaven zijn op geluidscassette opgenomen en de leerlingen via koptelefoons aangeboden. Tegelijkertijd kon de leerling de opgaven zien staan in een boekje met op iedere bladzijde één opgave, zodat de leerling er later niet meer op kon terugkomen. Door de opgaven auditief aan te bieden kan de antwoordtijd van de leerlingen onder controle worden gehouden. Nadat de opgave voorgelezen was, kregen de leerlingen voor contextloze opgaven 7 seconden antwoordtijd en voor opgaven met context 14 seconden.

In vergelijking met 1992 is dit onderwerp uitgebreid met opgaven met grotere gehele getallen, met kommagetallen en met vermenigvuldigen met en delen door 10, 100 en 1000. Dit onderwerp bestaat uit 33 opgaven, waarvan er 11 als voorbeeldopgave zijn opgenomen.

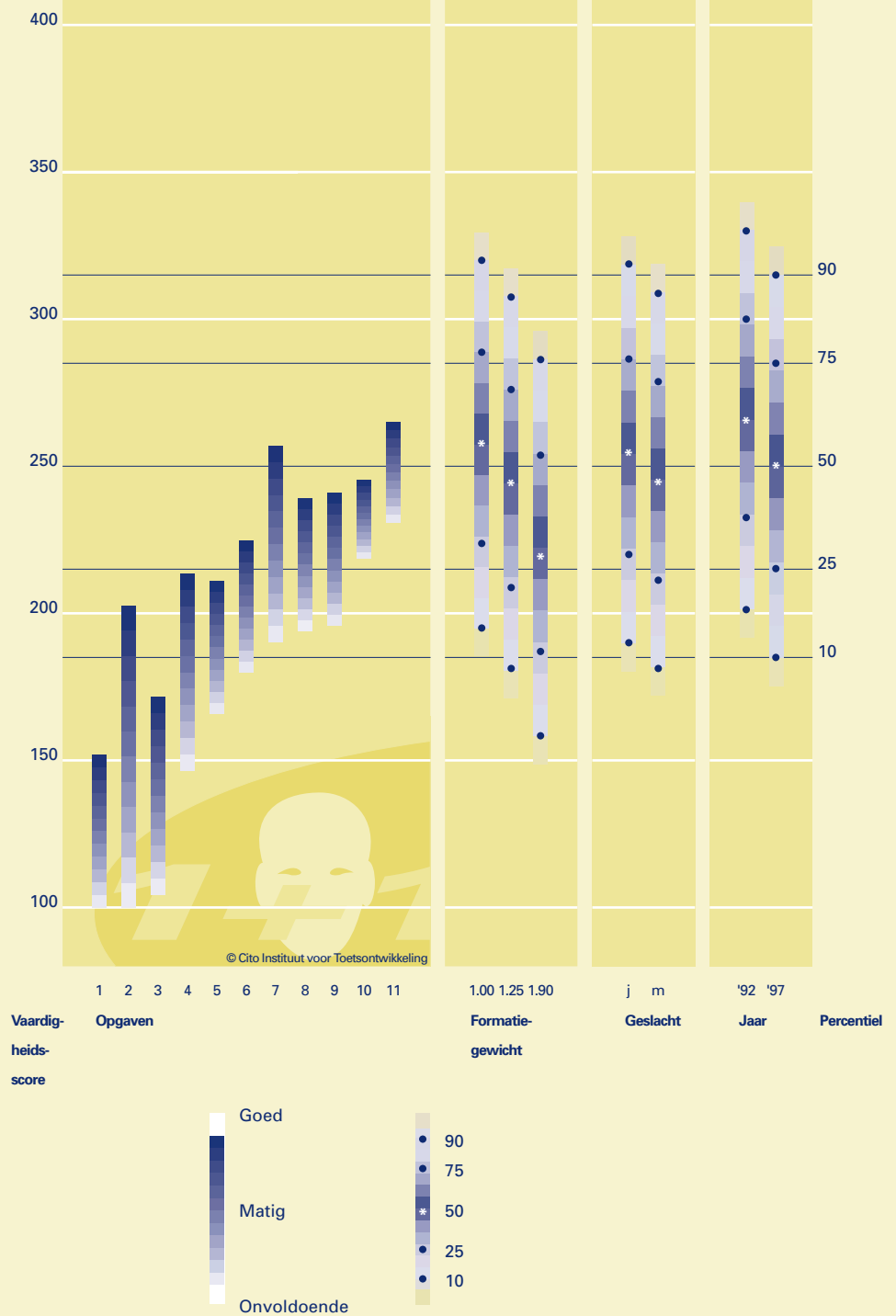
Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling beheerst de eerste 3 onderdelen goed. Hij beheerst de optel- aftrek-, vermenigvuldig- en deeltafels tot en met 10, opgaven met nullen analoog aan de tafels tot en met 10 (in het getallengebied tot 1000), alsmede de meeste typen optel- en aftrekopgaven onder de 100. De moeilijkste typen optel- en aftrekopgaven onder de 100, zoals bijvoorbeeld $36+29$ en $81-12$ beheersen ze matig. Zwakke leerlingen (percentiel-25 en lager) beheersen nagenoeg alle opgaven met kommagetallen onvoldoende. Dit sluit aan bij de conclusie in paragraaf 4.1: bij zwakke rekenaars is begrip van kommagetallen nauwelijks aanwezig.

De gemiddelde leerling beheerst de basisoperaties met gehele getallen goed. Hij kan ook goed, zowel gehele getallen als kommagetallen, vermenigvuldigen met 100 en 1000. Maar met deelopgaven als $7,5 : 10 =$ en $75 : 1000 =$ heeft de gemiddelde leerling nog wat moeite.

De beste 40 à 50% van de leerlingen beheerst, op enkele opgaven na, alle getoetste basisoperaties goed tot zeer goed. De moeilijkste opgaven van dit onderwerp (opgaven als $75 : 1000 =$) worden door **de percentiel-75 leerling** matig en door **de percentiel-90 leerling** goed beheerst.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Hoofdrekenen: basisoperaties



1 $80 + 70 =$ _____

5 $81 - 12 =$ _____

8 Een groep van 27 kinderen wordt in auto's vervoerd. In iedere auto kunnen 6 kinderen worden vervoerd. Hoeveel auto's zijn er nodig? _____ auto's

2 Hoe groot is de afstand van Boorn naar Mers? _____ km



6 Uit een grote ketel met koffie kunnen 12 kannen worden gevuld. Uit 1 kan worden 8 kopjes koffie gehaald.

Hoeveel kopjes koffie gaan uit zo'n grote ketel?

_____ kopjes koffie

9 $8 \times 17 =$ _____

10 $1000 \times 3,75 =$ _____

3 $170 - 90 =$ _____

7 Zeven kinderen verdelen

57 knikkers.

Hoeveel knikkers kan ieder kind krijgen?

_____ knikkers

11 $7,5 : 10 =$ _____

4 $80 \times 60 =$ _____

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Hoofdrekenen:
basisoperaties

Verschillen tussen leerlingen

De verschillen tussen de leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90) zijn iets kleiner dan bij het onderwerp basiskennis en begrip van getallen, maar zijn zeker tussen de 1.00-leerlingen en de 1.90-leerlingen nog vrij aanzienlijk. Terwijl de gemiddelde 1.00-leerling alle elf voorbeeldopgaven goed of nagenoeg goed beheerst, beheerst de gemiddelde 1.90-leerling alleen de eerste zes opgaven goed en de andere opgaven matig of onvoldoende.

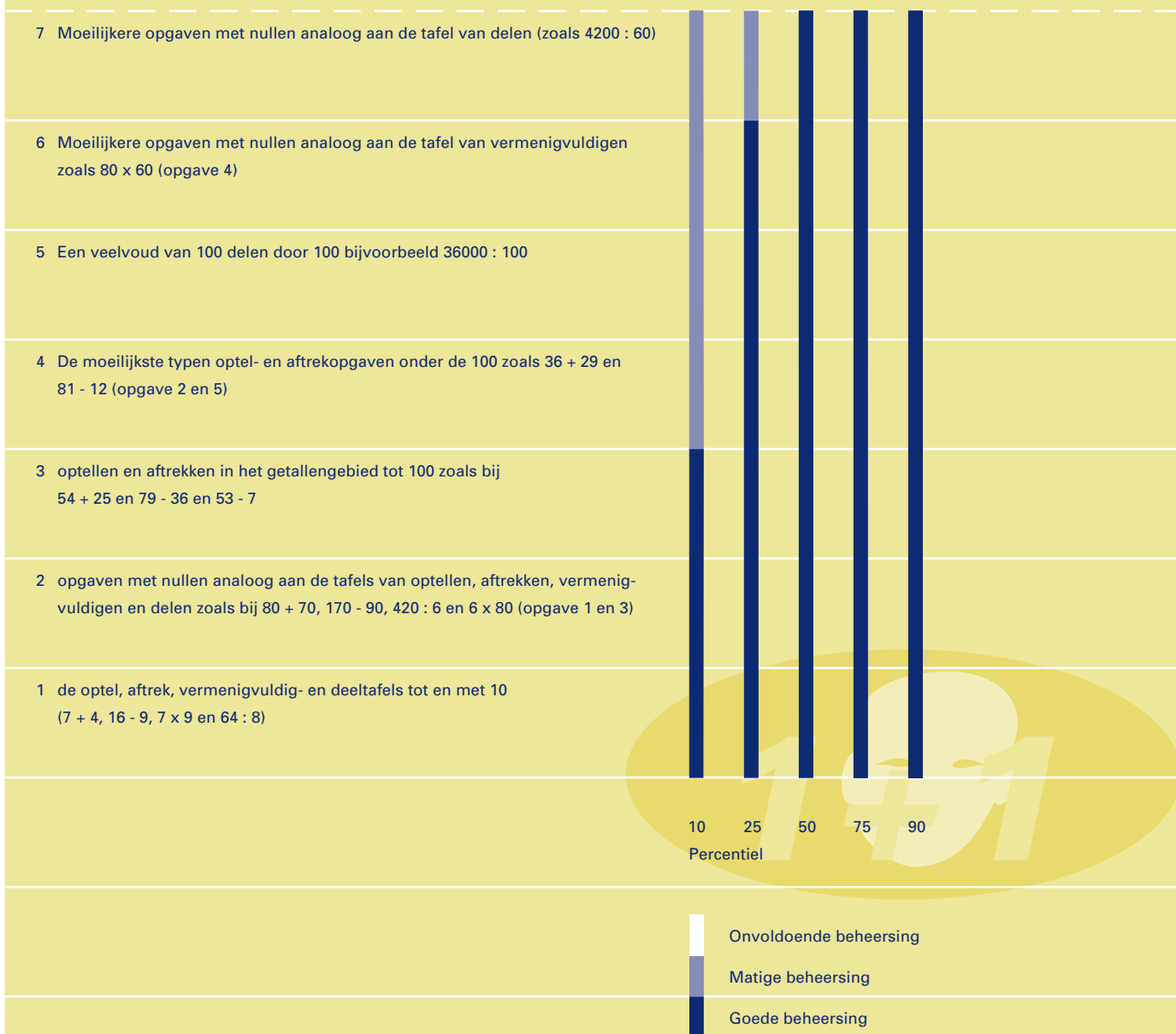
Er is bij dit onderwerp geen groot verschil tussen het vaardigheidsniveau van de jongens en het vaardigheidsniveau van de meisjes.

De vergelijking om na te gaan of er een verschuiving heeft plaatsgevonden in de beheersing van de basisoperaties kan alleen gemaakt worden voor 1997-1992.

De afnamecondities in 1987 verschillen sterk met die van 1992 en 1997. In 1987 zijn de opgaven aan de leerlingen aangeboden op een soort flapover, terwijl in 1992 en in 1997 de opgaven auditief met behulp van een cassette recorder zijn aangeboden.

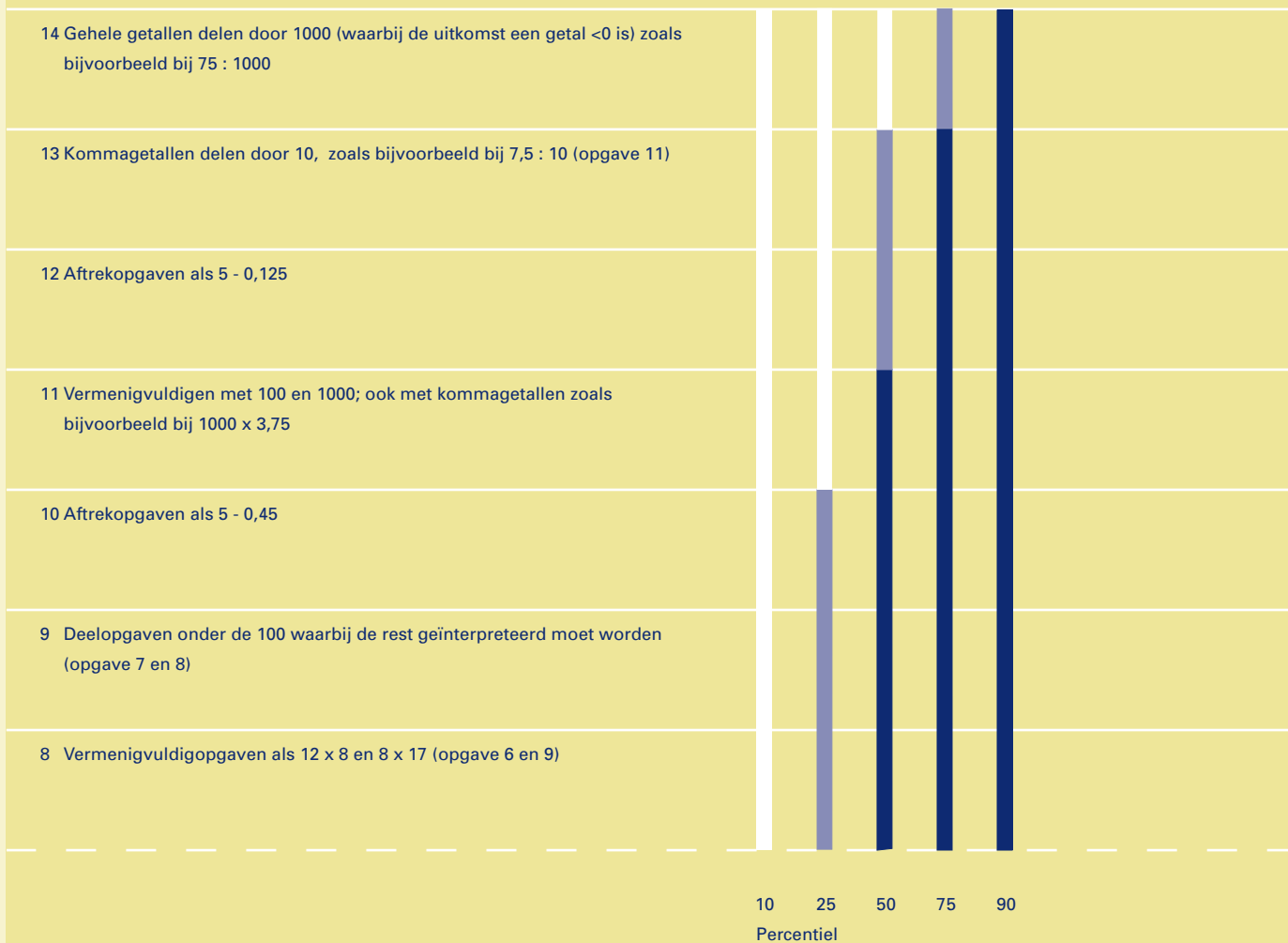
Bij dit onderwerp is er in 1997 een duidelijke achteruitgang in vaardigheid ten opzichte van 1992.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: basisoperaties



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Hoofdrekenen: basisoperaties



4.3 HOOFDREKENEN: OPTELLEN EN AFTREKKEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om optel- en aftrekepgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat hij een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden.

De **optelopgaven**, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:

- het verwisselen of hergroeperen: $483 + 59 + 17 = 483 + 17 + 59 = 500 + 59 = 559$;
- het splitsen en rekenen via een rond getal: $8,96 + 0,16 = 8,96 + 0,04 + 0,12 = 9,12$;
- het vervangen van de oorspronkelijke getallen door één van de getallen te vergroten en het andere getal in dezelfde mate te verkleinen of omgekeerd ($194 + 210 = 200 + 204 = 404$);
- het vervangen van één of meer van de getallen door een afgerond getal en daarvoor achteraf compenseren ($99+99$ als $100+100-2$);

Bij de **aftrekepgaven** gaat het om procedures zoals:

- hergroeperen;
- splitsen en rekenen via een rond getal;
- het vergroten of verkleinen van beide getallen in gelijke mate;
- het vervangen van één getal door een rond getal en daarvoor achteraf compenseren;
- aanvullen;
- het in één keer aftrekken van twee of meer getallen.

Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Om te voorkomen dat leerlingen deze hoofdrekenopgaven toch 'op papier' zouden gaan uitrekenen, zijn in de afnameboekjes de pagina's voorzien van een raster waarin eventueel opgeschreven getallen onleesbaar zijn.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 31 opgaven. Daarvan zijn er 11 als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan goed eenvoudige optellingen en aftrekkingen met gehele getallen uitvoeren, waarbij geen overschrijdingen over een honderdtal of duizendtal gemaakt hoeven te worden, zoals bijvoorbeeld bij opgave 1 (het verschil bepalen tussen 1959 en 1935). Hij kan al redelijk overweg met eenvoudige optellingen met kommagetallen (die een gelijk aantal cijfers achter de komma hebben), zoals bijvoorbeeld bij $2,75 + 3,25 + 1,18 =$, en hij kan ook al redelijk overweg met optellingen met gehele getallen waarbij de getallen gehergroepeerd kunnen worden (zoals bij $588 + 643 + 112$) of gesplitst kunnen worden, zoals bij $33000 + 8000 =$.

De gemiddelde leerling beheerst al de hiervoor genoemde aspecten goed. Hij kan goed optellen en aftrekken in situaties waarin een honderdtal overschreden wordt, zoals bij opgave 5 waarbij het verschil bepaald moet worden tussen 1475 en 1600. Hij kan goed optellen en aftrekken met kommagetallen < 100 en die een gelijk aantal cijfers achter de komma hebben (zoals bij de opgave waar het verschil bepaald moet worden tussen 87,6 en 84,9). Daarnaast kan hij ook al

redelijk overweg met optellingen en aftrekkingen waarbij het gebruik van een compensatiestrategie voor de hand ligt, zoals bij $1743 - 997 = \dots$, $2537 + 198 = \dots$ en $0,99 + 1,99 + 0,99 + 1,99 + 1,99 = \dots$. Dat geldt ook voor optellingen en aftrekkingen met grotere getallen, waarbij een rijgstrategie voor de hand ligt. Voorbeelden zijn: het bepalen van het aantal kaartjes dat nog niet verkocht is, als 28500 van de 55000 kaartjes wel verkocht zijn en opgaven met kommagetallen waarbij een tiental overschreden wordt, zoals bijvoorbeeld het verschil bepalen tussen 153,6 en 146,7 of tussen 13,4 en 5,6.

Percentiel-75 leerlingen beheersen de hiervoor genoemde opgaven allemaal goed. Zij hebben geen moeite meer met opgaven waarbij een compensatiestrategie voor de hand ligt. Ze hebben alleen nog enige moeite met opgaven met kommagetallen zoals bijvoorbeeld $18,73 + 0,7 = \dots$, waarbij de getallen die opgeteld moeten worden een ongelijk aantal cijfers achter de komma hebben. In zijn algemeenheid geldt:

- Hoofdrekenend optellen en aftrekken met gehele getallen is voor veel leerlingen aanzienlijk gemakkelijker dan rekenen met kommagetallen. Dit komt overeen met de bevindingen bij het eerste onderwerp. Daar constateerden we dat het begrip van kommagetallen met name bij zwakke leerlingen en gemiddelde leerlingen minder ver ontwikkeld is dan het begrip van gehele getallen.
- Optellingen zijn gemakkelijker dan aftrekkingen.
- Opgaven waarbij leerlingen getallen kunnen hergroeperen of een rijgstrategie kunnen toepassen zijn gemakkelijker dan opgaven waarbij een compensatiestrategie voor de hand ligt.

Standaarden

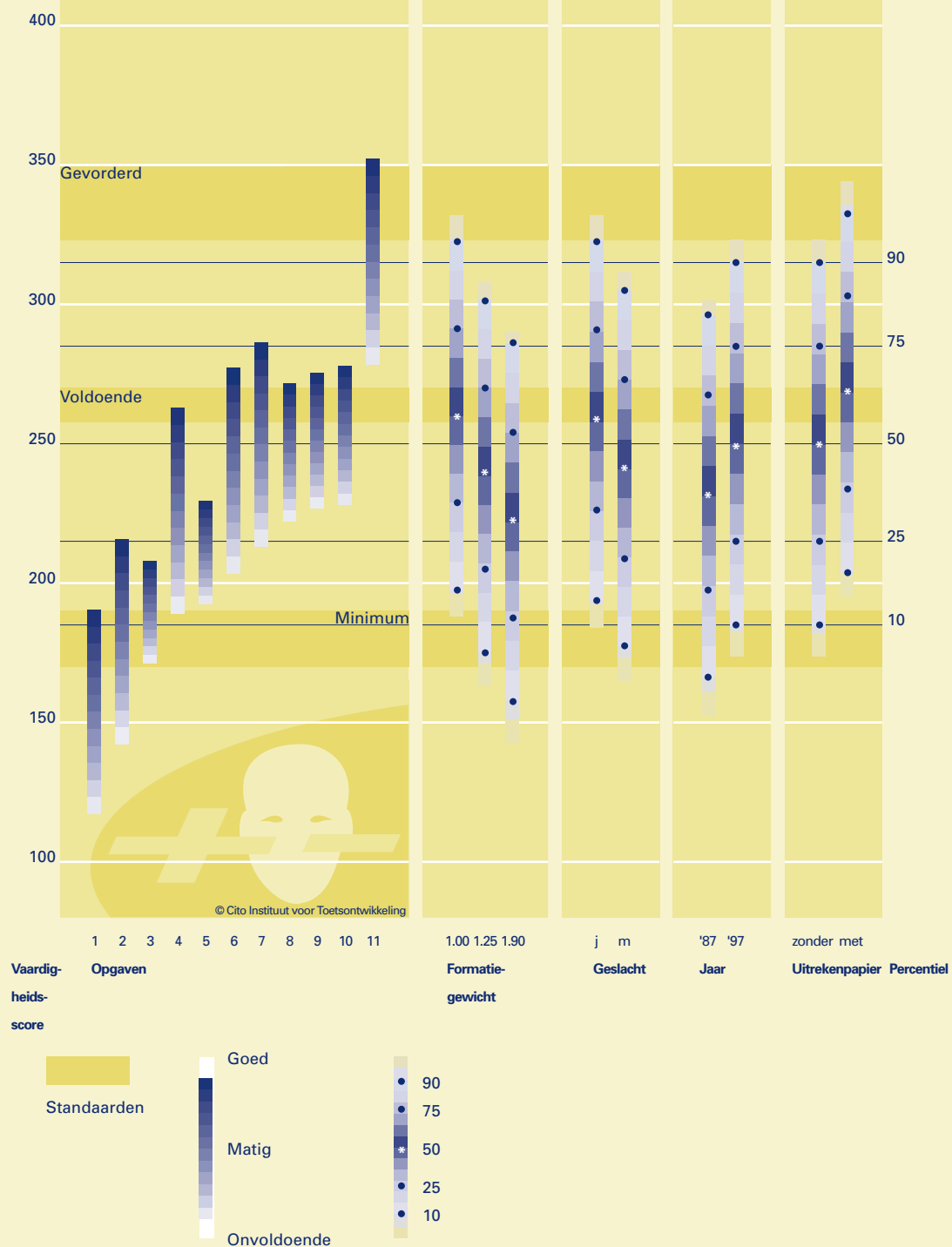
Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste vijf voorbeeldopgaven goed beheersen en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 10 matig. De laatste voorbeeldopgave hoeft op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van mediaan 260 wordt deze standaard door ruim 40% van de leerlingen gehaald. De standaard **Voldoende** wordt in het onderwijs dus niet door het beoogde percentage leerlingen van 75% gehaald. De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 190. Dat betekent dat er van minimale beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen en de voorbeeldopgaven 2 en 3 matig. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Dit niveau zouden we gerealiseerd willen zien bij 90% à 95% van de leerlingen en dit blijkt ook nagenoeg het geval te zijn.

Geen van de voorbeeldopgaven overstijgt het niveau van de kerndoelen. Op het niveau van de standaard **Gevorderd** moeten alle opgaven goed beheerst worden. Smalle marges van interkwartielranges duiden op een grote consensus tussen de beoordelaars over het niveau van de betreffende standaard.

Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende, terwijl van de 1.90-leerlingen minder dan 25% deze standaard bereikt. Vergelijken we de vaardigheidsverdeling van de 1.90-leerlingen met de positie van de opgaven, dan zien we dat de gemiddelde 1.90-leerling de eerste drie voorbeeldopgaven

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken



- 1 Vader is geboren in december 1935.
De zoon in december 1959.
Hoeveel jaar is vader ouder?
_____ jaar

2 $588 + 643 + 112 =$ _____

3 $14 - 0,35 =$ _____

4 $1743 - 997 =$ _____

- 5 In een frisdrankfabriek vulde de machine 1475 flessen per uur.
De machine is verbeterd en vult nu 1600 flessen per uur.
Hoeveel flessen zijn dat per uur meer? _____ flessen

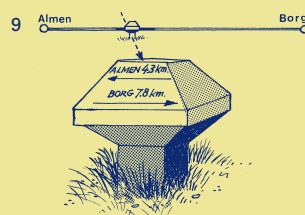
6

Jan Vinders supermarkt	
Bruine bonen	f 0,99
Erwtensoepp	f 1,99
Bakmeel	f 0,99
Ontbijtkoek	f 1,99
Kersenjam	f 1,99
TOTAAL	f 

Hoeveel kosten deze boodschappen in totaal? f _____

- 7 Voor een voetbalwedstrijd zijn 55 000 kaartjes beschikbaar.
Er zijn al 28500 kaartjes verkocht.
Hoeveel kaartjes kunnen nog in totaal verkocht worden?
_____ kaartjes

- 8 Wilma is 153,6 cm lang. Vorig jaar was haar lengte 146,7 cm.
Hoeveel is Wilma sinds vorig jaar gegroeid? _____ cm



Hoe ver liggen Almen en Borg van elkaar? _____ km

10



11 $18,73 + 0,7 =$ _____

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Hoofdrekenen:
optellen en aftrekken

goed beheerst en de laatste vier opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste vijf opgaven goed en alleen de laatste voorbeeld-opgave onvoldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 35% de standaard Voldoende.

Bij dit onderdeel is het vaardigheidsniveau van de jongens hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is bij dit onderdeel 18 vaardigheids-punten.

Op dit onderdeel deden de leerlingen het in 1997 beter dan de leerlingen in 1987. Het verschil tussen het gemiddelde van de leerlingen in 1997 en het gemiddelde van de leerlingen in 1987 bedraagt ook 18 punten op de vaardigheidsschaal. Gegevens over het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992 ontbreken. Dit komt omdat er in het peilingsonderzoek in 1992 bij de afname van dit onderwerp een procedurefout gemaakt is. Hier wordt in de paragraaf 'gebruik van uitrekenpapier' nader op ingegaan.

Gebruik van uitrekenpapier

In 1992 bleken bij dit onderdeel de prestaties ten opzichte van 1987 verbeterd. Naar later is gebleken is de verbetering voor ongeveer de helft toe te schrijven aan een verschil in afnameconditie bij beide peilingen. Bij de eerste peiling in

1987 zijn de leerlingen er door de toetsleiders tijdens de instructie expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Om te voorkomen dat de leerlingen deze opgaven toch op papier zouden gaan uitrekenen is in de afnameboekjes de uitrekenruimte voorzien van een raster. Bij de tweede peiling in 1992 is het raster achterwege gebleven en is verzuimd de leerlingen er op te wijzen geen berekeningen op papier te maken.

Door in 1997 een groep leerlingen de opgaven te laten maken onder de condities van 1987 en een andere groep leerlingen de opgaven te laten maken onder de condities van 1992 is het effect van deze twee aanbestedingswijzen op het vaardigheidsniveau nagegaan.

De groep leerlingen die berekeningen naast de opgaven mocht maken doet het beter dan de groep leerlingen die de opgaven uit het hoofd moest berekenen. Het verschil tussen een gemiddelde leerling die de opgaven uit het hoofd moet uitrekenen en een gemiddelde leerling die een berekening naast de opgave mag maken is 19 punten op de vaardigheidsschaal in het voordeel van de leerling die een berekening naast de opgave mag maken.

Als leerlingen gebruik maken van de uitrekenruimte naast een opgave noteren ze meestal het standaard cijferalgoritme. Slechts een enkele leerling gebruikt de uitrekenruimte voor het noteren van tussenantwoorden.

Gemiddeld genomen is in de boekjes zonder raster bij iets minder dan 40% van de opgaven een berekening naast de opgave gemaakt.

Ongeveer 1 op de 8 leerlingen heeft geen enkele berekening op papier uitgevoerd, maar er zijn ook leerlingen die bij alle opgaven berekeningen maakten.

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 7

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
● rekenen op rij: aftrekken van 55 000	30%	90%
● rekenen op rij: aanvullen vanaf 28 500	36%	83%
● cijferend uit het hoofd (van achter naar voren)	20%	68%
● compensatiestrategie, waarbij één of beide getallen veranderd worden	7%	50%
● anders	8%	35%
totaal	100%	76%

De opgave is bij 210 leerlingen individueel afgenomen. 76% van deze leerlingen kwam op het goede antwoord 26 500 uit.

Ongeveer tweederde deel van de 210 leerlingen rekent op rij. Het aanvullen vanaf 28 500 komt iets vaker voor dan het aftrekken van 55 000. Bij beide vormen komen meer en minder uitgebreide varianten voor, zoals bijvoorbeeld:

Voorbeeldopgave 7

Voor een voetbalwedstrijd zijn 55 000 kaartjes beschikbaar.

Er zijn al 28 500 kaartjes verkocht.

Hoeveel kaartjes kunnen nog in totaal verkocht worden?

_____ kaartjes

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

9 Opgaven met een ongelijk aantal cijfers achter de komma, zoals bijvoorbeeld bij $18,73 + 0,7$ (opgave 11)

8 Optellingen en aftrekkingen met grotere getallen waarbij een rijgstrategie voor de hand ligt zoals bij het bepalen van het aantal kaartjes dat nog niet verkocht is als 28 500 van de 55 000 kaartjes inmiddels verkocht zijn. (opgave 7)

7 Opgaven met kommagetallen waarbij bijvoorbeeld 7,8 bij 4,3 opgeteld moet worden (opgave 9) of het verschil bepaald moet worden tussen 153,6 en 146,7 (opgave 8) en 13,4 en 5,6 (opgave 10)

6 Optellingen en aftrekkingen waarbij compensatiestrategieën voor de hand liggen, zoals bij $1743 - 997$ (opgave 4), $2537 + 198 = ..$; en opgave 6, waarbij uitgerekend moet worden hoeveel $0,99 + 1,99 + 0,99 + 1,99 + 1,99$ is

5 Optellen en aftrekken van kommagetallen <100 met een gelijk aantal cijfers achter de komma zoals bijvoorbeeld in opgaven, waarbij het verschil bepaald moet worden tussen bijvoorbeeld 87,6 en 84,9

4 Optellen en aftrekken van gehele getallen zowel formeel als in context, waarbij rijgstrategieën voor de hand liggen, zoals in opgave 5 waar het verschil bepaald moet worden tussen 1475 en 1600

3 Optellingen met gehele getallen waarbij leerlingen de gehele getallen kunnen hergroeperen, zoals bij opgave 2 ($588 + 643 + 112$) of splitsen, zoals bijvoorbeeld bij het optellen van $33\ 000 + 98\ 000$

2 Eenvoudige optellingen met kommagetallen waarbij een gelijk aantal cijfers achter de komma staat, zoals bijvoorbeeld bij $2,75 + 3,25 + 1,18 =$ en aftrekkingen als $14 - 0,35$ (opgave 3)

1 Eenvoudige optellingen en aftrekkingen, zoals bijvoorbeeld opgave 1 waarbij het verschil tussen 1959 en 1935 bepaald moet worden

10 25 50 75 90 m v g
Percentiel Standaard

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

55 000 - 28 000 - 500;
 55 000 - 8 000 - 20 000 - 500;
 van 28 500 naar 55 000 via 30 000 en 50 000;
 van 28 500 naar 55 000 via 29 000 en 35 000.

Rekenen op rij is bij deze opgave een succesvolle strategie. Van de leerlingen die kozen voor het aftrekken van 55 000 kwam 90% tot het goede antwoord en van de leerlingen die kozen voor het aanvullen vanaf 28 500 kwam 83% tot het goede antwoord.

20% van de leerlingen loste de opgave cijferend uit het hoofd, van achteren naar voren, op. Ongeveer tweederde deel van die leerlingen maakte de opgave goed. 7% van de leerlingen koos voor een compensatiestrategie, door bijvoorbeeld 30 000 van 55 000 af te trekken en daarna 1500 erbij te doen. Deze strategie is hier minder succesvol: maar in de helft van de gevallen leidt dat tot een goed antwoord.

Andere oplossingsprocedures zijn:

- gericht proberen (28 000 bij 28 500 optellen; de uitkomst wordt te groot; dus kleiner getal nemen en opnieuw proberen);
- cijferend van links naar rechts werken en het kleinste van het grootste cijfer aftrekken;
- combinaties van strategieën, bijvoorbeeld optellen en aftrekken.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 6

Voorbeeldopgave 6

**Jan Vinders
supermarkt**

Bruine bonen f 0,99
 Ervtensoep f 1,99
 Bakmeel f 0,99
 Ontbijtkoek f 1,99
 Kersenjam f 1,99

TOTAAL f 

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
● alle bedragen afronden op hele guldens en daarna corrigeren of niet	57%	88%
● cijferend uit het hoofd (van achter naar voren)	36%	82%
● anders	7%	80%
totaal	100%	85%

De opgave is bij 210 leerlingen individueel afgenomen. 85% van de 210 leerlingen gaf het goede antwoord.

Meer dan de helft van de leerlingen kiest voor een oplossingsprocedure waarbij alle bedragen op hele guldens worden afgerond. 88% van de leerlingen die deze procedure volgt komt tot een goed antwoord. De fouten bij deze oplossingsprocedure komen voort uit het nemen van verkeerde hele guldens en bij 8 van de 210 leerlingen doordat ze niet compenseren. Een enkeling 'vergat' het teveel er af te halen, maar het merendeel van de leerlingen haalde het teveel er bewust niet af. Immers als je f 0,99 moet betalen geef je f 1,00. De andere strategie die bij deze opgave frequent voorkwam was cijferen uit het hoofd van achter naar voren. Ruim een derde deel van de leerlingen loste de opgave op deze manier op. 82% van de leerlingen die cijferen kwam tot het goede antwoord. De overige 18% maakte optel- en/of inwisselfouten.

Andere oplossingsprocedures zijn:

- de opgave cijferend op papier uitrekenen;
- stapsgewijs werken: eerst de eerste twee bedragen optellen, vervolgens het derde bedrag erbij doen, enzovoort;
- eerst 5 x 99 cent uitrekenen en daar f 3,- bij optellen.

4.4 HOOFDREKENEN: VERMENIGVULDIGEN EN DELEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldig- en deelopgaven met gehele en kommagetallen die de leerling vlot, handig en inzichtelijk moet kunnen maken. Op basis van de gegeven getallen wordt van de leerling verwacht dat hij een adequate aanpak kiest. Bij een aantal opgaven moet de leerling eerst uit de context afleiden welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele deelopgaven wordt geen exacte uitkomst op basis van een deling met de gegeven getallen gevraagd, maar speelt afronden en interpreteren van de rest een rol. De vermenigvuldigopgaven, zowel formeel als in context, nodigen uit tot het hanteren van oplossingsprocedures zoals:

- verwisselen of hergroeperen: $4 \times 7 \times 25 = 4 \times 25 \times 7$;
- splitsen: $7 \times 23 = 7 \times 20 + 7 \times 3$;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: $8 \times 98 = 8 \times 100 - 8 \times 2$;
- vervangen van de opgave door een opgave met dezelfde uitkomst, door één van de factoren te vermenigvuldigen met een getal en de andere factor door datzelfde getal te delen: $18 \times 3,5 = 9 \times 7$;

Bij de deelopgaven gaat het om procedures zoals:

- splitsen van het deeltal: $1608 : 8$ als $1600 : 8$ en $8 : 8$;
- veranderen van één van de getallen in een rond getal en daarvoor een correctie toepassen: $1592 : 8 = 1600 : 8$ minus $8 : 8$;
- aanpassen van de opgave door beide getallen met eenzelfde getal te delen of te vermenigvuldigen: $22,5 : 2,5 = 45 : 5$;
- afronden van de uitkomst: de leerling moet uit de context afleiden welke betekenis aan de rest moet worden toegekend en of naar boven of naar beneden moet worden afgerond.

Bij de instructie aan de leerlingen is er door de toetsleiders expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden. Om te voorkomen dat leerlingen deze hoofdrekenopgaven toch op papier zouden gaan uitrekenen, zijn in de afnameboekjes de pagina's voorzien van een raster waarin eventueel opgeschreven getallen onleesbaar zijn.

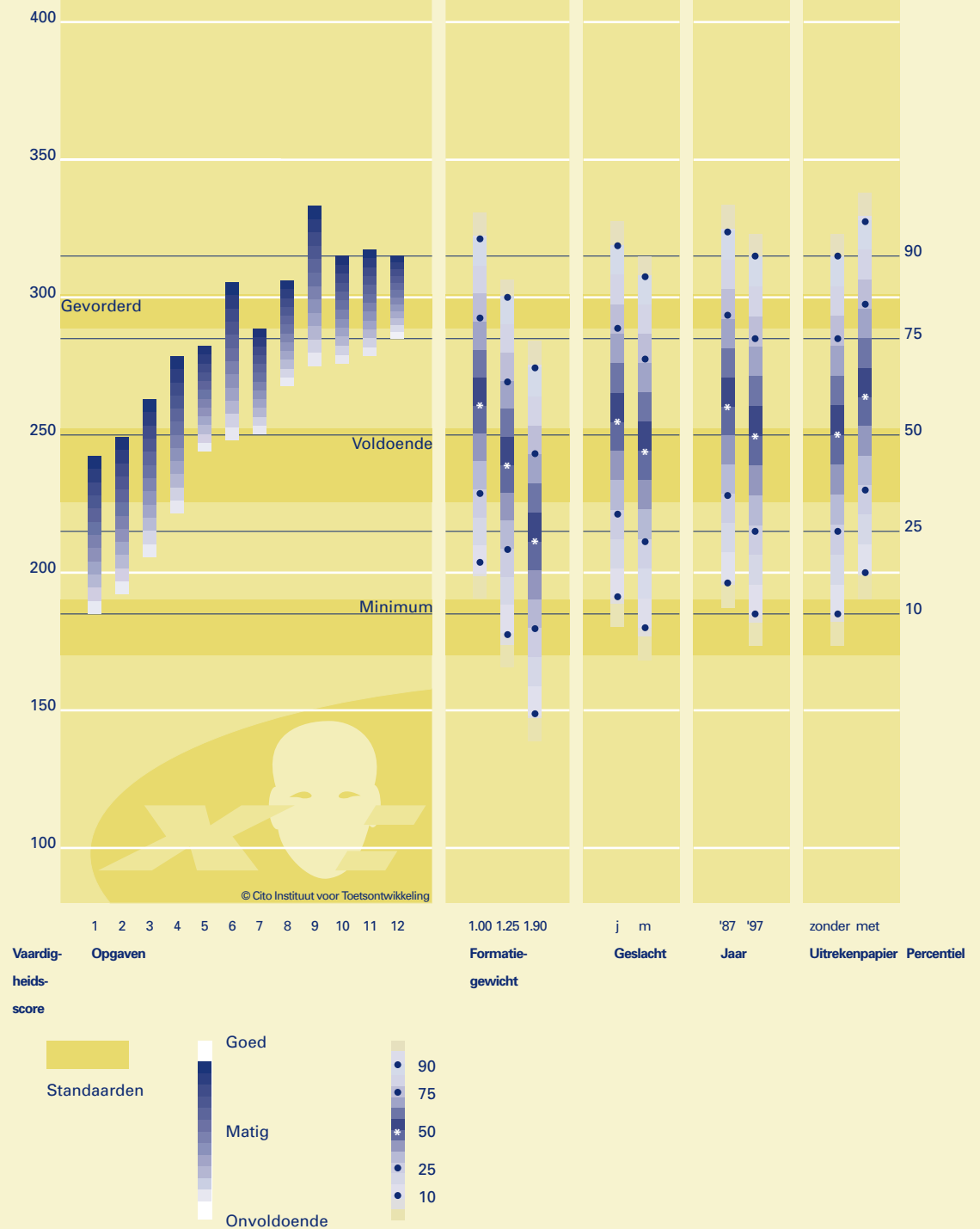
De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 29 opgaven. Van die 29 opgaven zijn er 12 als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Hoofdrekenend vermenigvuldigen is voor de leerlingen gemakkelijker dan hoofdrekenend delen en het uitvoeren van bewerkingen met gehele getallen is gemakkelijker dan het uitvoeren van bewerkingen met kommagetallen. Dit ligt in het verlengde van conclusies bij onderwerp 3 (optellen is gemakkelijker dan aftrekken) en onderwerp 1 (begrip van kommagetallen is met name bij zwakke leerlingen en gemiddelde leerlingen minder ver ontwikkeld dan het begrip van gehele getallen).

Hoofdrekenend vermenigvuldigen en delen is erg moeilijk. Voor de **10% zwakste rekenaars** waren ook de gemakkelijkste opgaven van dit onderwerp al te moeilijk.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen



Voorbeelden bij
de vaardigheidsschaal
Hoofdrekenen:
vermenigvuldigen
en delen

1 $20 \times 2400 =$ _____

5 $17,9 \times 100 =$ _____

8 $43,8 : 100 =$ _____

2 $256 : 8 =$ _____

6



9 Kees verdient met het
rondbrengen van folders
f 7,50 per keer.
Na hoeveel keer kan hij zijn fel
begeerde draagbare televisie van
f 299,- kopen? _____ keer

3 Joop vergist zich.
Hij vermenigvuldigt een getal met
10 in plaats van dat getal door 10
te delen. Hij krijgt als antwoord 400.
Wat had het goede antwoord
moeten zijn?

De chef van een restaurant koopt
10 kilo kuikenbouten in. Hoeveel
moet hij betalen? f _____

10 $8 \times 1,5 \times 12,5 =$ _____

11 $4 : 0,25 =$ _____

4 Parkeren in de parkeergarage in
het centrum van de stad kost f 2,-
voor het eerste uur en f 1,25 voor
ieder volgend uur.
Hoeveel kost 4 uur parkeren in deze
garage? f _____

7 Meneer Fluiters koopt vijf paar
sokken voor f 8,-.
Hoeveel kosten die sokken per
paar? f _____

12 Mijn bromfiets verbruikt 2,5 liter
benzine op elke 100 kilometer.
Hoeveel kilometer kan ik nog
rijden op 1,5 liter benzine?
_____ km

De gemiddelde leerling kan goed vermenigvuldigen en delen met gehele getallen waarbij met nullen gerekend moet worden, zoals bijvoorbeeld bij opgaven als 20×2400 en $60\ 000 : 300$. Hij kan delingen uitvoeren met gehele getallen zoals $256 : 8$ waarbij het deeltal wordt gesplitst ($240 : 8$ en $16 : 8$ of $200 : 8$ en $56 : 8$). Hij kan ook al redelijk overweg met vermenigvuldigopgaven als 8×199 waarbij rekenen met een rond getal voor de hand ligt via 8×200 en een correctie daarop. Maar kommagetallen vermenigvuldigen met 100 of delen door 100 waarbij de uitkomst een kommagetal is of uitrekenen hoeveel f 8,- : 5 is, wordt door de gemiddelde leerling zeer matig beheerst.

De percentiel-90 leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten allemaal goed. Ze hebben geen moeite meer met opgaven als $5 \times 8,98$ waarbij het rekenen met een rond getal voor de hand ligt en ze hebben ook geen moeite meer met opgaven als $8 \times 1,5 \times 12,5$ waarbij hergroeperen het rekenwerk kan vergemakkelijken. Ze kunnen goed delen door 100, ook als de uitkomst < 1 wordt (zoals bij $43,8 : 100$) of een heel getal door een veel voorkomend kommagetal delen (zoals bij $4 : 0,25$). De percentiel-90 leerling kan ook al redelijk overweg met niet opgaande delingen, zoals bij opgave 9, waarbij het best gerekend kan worden met een rond getal.

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste twee voorbeeldopgaven goed beheersen. Voorbeeldopgave 5 en volgende hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de

mediaan op 241 wordt de standaard Voldoende door ruim 55% van de leerlingen gehaald en dat is minder dan het beoogde percentage leerlingen van 70% à 75%. De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 178. Dat betekent dat de beoordelaars vinden dat de leerlingen voor een minimale beheersing van de kerndoelen geen van de voorbeeldopgaven hoeven te beheersen. Dit niveau zouden we gerealiseerd willen zien bij 90% à 95% van de leerlingen en dit blijkt ook het geval te zijn. Gegeven de positie van de standaard **Gevorderd** hoeven de laatste vier voorbeeldopgaven op het niveau van deze standaard niet goed, maar slechts matig beheerst te worden.

Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer tweederde deel van de leerlingen met formatiegewicht 1.00 bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt ongeveer 25% deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste drie voorbeeldopgaven matig en de andere negen opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste drie opgaven goed en de laatste vijf voorbeeldopgaven onvoldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer de helft de standaard Voldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is bij dit onderwerp iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is bij dit onderwerp 11 punten op de vaardigheidsschaal.

De leerlingen doen het op dit onderdeel in 1997 minder goed dan de leerlingen in 1987. Hier ontbreken, net zoals bij het vorige onderwerp, gegevens over het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992.

Gebruik van uitrekenpapier

In 1992 bleken bij dit onderdeel de prestaties ten opzichte van 1987 verbeterd. Later is gebleken dat die verbetering bij dit onderwerp nagenoeg geheel kan worden toegeschreven aan een verschil in afnameconditie bij beide peilingen (zoals beschreven in paragraaf 4.3 onder 'gebruik van uitrekenpapier').

De groep leerlingen die berekeningen naast de opgaven mocht maken doet het ook bij dit onderwerp beter dan de groep leerlingen die de opgaven uit het hoofd moest berekenen. Het verschil tussen een gemiddelde leerling die de opgaven uit het hoofd moet uitrekenen en een gemiddelde leerling die wel berekeningen naast de opgaven mag maken is 14 punten op de vaardigheidsschaal in het voordeel van de leerling die berekeningen naast de opgaven mag maken. Het verschil is iets kleiner dan bij hoofdrekend optellen en aftrekken. Als leerlingen gebruik maken van de uitrekenruimte naast een opgave, noteren ze meestal een standaard cijferalgoritme. Slechts een enkele leerling gebruikt de uitrekenruimte voor het noteren van tussenantwoorden.

Gemiddeld genomen is in de boekjes (in de conditie waarin dat was toegestaan) bij bijna 40% van de opgaven een berekening naast de opgave gemaakt. Dat komt overeen met het percentage berekeningen bij het onderwerp Hoofdrekenen: optellen en aftrekken. Ongeveer 15% van de leerlingen heeft bij geen enkele opgave een berekening op papier uitgevoerd, maar er zijn ook leerlingen die alle opgaven op papier uitrekenen.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

8 Opgaven met niet opgaande delingen, waarbij gestuurd door de context en de getallen, gerekend kan worden met een rond getal (opgave 9)

7 Delen van een kommagetal door 100, waarbij de uitkomst < 1 wordt (opgave 8) en deelopgaven waarbij een heel getal door een veel voorkomend kommagetal wordt gedeeld (opgave 11)

6 Vermenigvuldigopgaven met kommagetallen zoals $5 \times 8,98$ (opgave 6) waarbij het rekenen via een rond getal voor de hand ligt

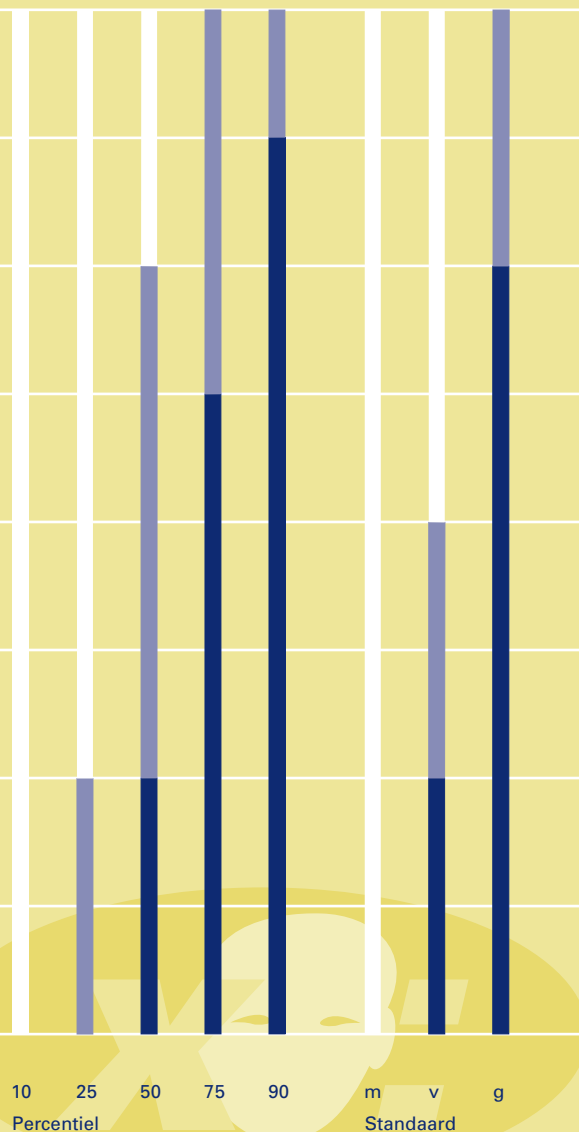
5 Vermenigvuldigopgaven met kommagetallen zoals $17,9 \times 100$ (opgave 5) en deelopgaven met gehele getallen, waarbij de uitkomst een kommagetal is, zoals $685 : 100$ en $8,- : 5$ (opgave 7)

4 Praktische opgaven met een combinatie van bewerkingen waarbij uit de context de uit te voeren bewerking ($1 \times f 2,- + 3 \times f 1,25$) moet worden afgeleid (opgave 4)

3 Vermenigvuldigingen (met gehele getallen) zoals 8×199 waarbij een aanpak voor de hand ligt via 8×200 en het toepassen van een correctie daarop

2 Delingen met gehele getallen zoals $256 : 8$, waarbij het deeltal gesplitst kan worden in 240 en 16 of 200 en 56 (opgave 2)

1 Vermenigvuldig- en deelopgaven met gehele getallen waarbij met nullen gerekend moet worden, zoals bij 20×2400 (opgave 1) en $60\,000 : 300$



Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

Oplossingsprocedures

Van twee opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 10

Voorbeeldopgave 10

$$8 \times 1,5 \times 12,5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
• eerst uitrekenen $8 \times 1,5 = 12$ daarna $12 \times 12,5$ via $12 \times 12 + 12 \times 0,5$	37%	73%
• eerst uitrekenen $8 \times 1,5 = 12$ daarna $12 \times 12,5$ via $10 \times 12,5 + 2 \times 12,5$	15%	88%
• eerst uitrekenen $8 \times 12,5 = 100$ en daarna $1,5 \times 100 = 150$	16%	91%
• verdubbelen en halveren $8 \times 1,5 = 4 \times 3 = 12$ $12 \times 12,5 = 6 \times 25 = 150$	3%	100%
• anders	30%	6%
totaal	100%	59%

De opgave is bij 210 leerlingen individueel afgenomen. 59% van die leerlingen maakte de opgave goed.

Ruim de helft van de leerlingen rekt de opgave van links naar rechts uit. 37% van alle leerlingen rekt $12 \times 12,5$ uit via 12×12 en $12 \times 0,5$ en 15% van alle leerlingen kiest voor een andere splitsing, namelijk $10 \times 12,5 + 2 \times 12,5$ of $12 \times 10 + 12 \times 2,5$.

De twee meest effectieve procedures bij deze opgave waren het eerst uitrekenen van $8 \times 12,5 = 100$ (gedaan door 16% van de leerlingen) en de verdubbel- en halveerstrategie (gekozen door 3%). Van de leerlingen die eerst $8 \times 12,5$ uitrekenen kwam 91% tot het goede antwoord. Slechts 3% van de leerlingen koos bij het oplossen consequent voor de verdubbel- en halveerstrategie, maar alle leerlingen die voor deze procedure kozen kwamen op het goede antwoord uit.

Opvallend bij deze opgave is dat er zeer veel andere oplossingsprocedures gehanteerd worden, die in bijna alle gevallen tot een verkeerd antwoord leiden.

Andere oplossingsprocedures zijn:

- eerst $1,5 \times 12,5$ uitrekenen;
- voor en achter de komma apart uitrekenen;
- 1,5 en 12,5 optellen en dat 8x doen;
- cijferend met en zonder papier.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 7

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
• $f\ 8,- : 5$ uitrekenen uit het hoofd via $f\ 5,- : 5 = f\ 1,-$ en $f\ 3,- : 5 = f\ 0,60$ of via $f\ 1,- : 5 = f\ 0,20$ en $8 \times f\ 0,20 = f\ 1,60$	56%	89%
• de opgave veranderen door een tien- of honderdvoud van 8 te nemen; bv. $f\ 8,- = 800$ cent ($800c : 5 = 160\ c. = f\ 1,60$) of $f\ 8,- = 80$ dubbeltjes ($80:5=16\ d. f\ 1,60$)	9%	95%
• de opgave veranderen door uit te gaan van 10 paar of 10 sokken	3%	100%
• gericht proberen: een getal kiezen en dat $5 \times$ doen Op basis van de uitkomst opnieuw een getal kiezen etc.	9%	63%
• cijferend uit het hoofd	7%	79%
• anders	16%	6%
totaal	100%	73%

Voorbeeldopgave 7

Meneer Fluiters koopt vijf paar sokken voor $f\ 8,-$.
Hoeveel kosten die sokken per paar?

f _____

Deze opgave is bij 210 leerlingen individueel afgenomen. 73% van deze leerlingen heeft het goede antwoord $f\ 1,60$ gegeven.

De meerderheid van de leerlingen kiest bij deze opgave voor een stapsgewijze oplossingsprocedure voor het uitrekenen van $f\ 8,- : 5$. De oplossingsprocedure is meer of minder uitgebreid, maar loopt via het uitrekenen van $f\ 5,- : 5 = f\ 1,-$ en $f\ 3,- : 5 = f\ 0,60$ of via $f\ 1,- : 5 = f\ 0,20$ en $8 \times f\ 0,20 = f\ 1,60$. 9% van de leerlingen verandert de opgave door een tien- of honderdvoud van 8 te nemen. Ze zorgen ervoor dat de uitkomst van de deling in eerste instantie geen kommagetal is. Uitrekenen hoeveel $80 : 5$ of $800 : 5$ is, is voor leerlingen kennelijk gemakkelijker dan $f\ 8,- : 5$ uitrekenen. Het blijkt een effectieve strategie te zijn: 95% van de leerlingen die deze strategie volgt komt tot de goede uitkomst.

3% van de leerlingen verandert de opgave zodanig dat ze door 10 kunnen delen. De meeste van die leerlingen redeneren als volgt: als 5 paar sokken $f\ 8,-$ kosten, dan kosten 10 paar $f\ 16,-$ en 1 paar dus $f\ 1,60$. Enkele leerlingen gaan uit van 10 sokken die $f\ 8,-$ kosten. Dat is per sok dan $f\ 0,80$. Dus per paar $f\ 1,60$. Er zijn weliswaar weinig leerlingen die de opgave volgens de derde procedure oplossen, maar ze komen wel allemaal tot het goede antwoord.

7% van de leerlingen voert een standaardcijferalgoritme uit het hoofd uit. Opvallend bij deze opgave is dat bijna 10% van de leerlingen tracht via gericht proberen tot een oplossing te komen. Deze leerlingen kiezen een bedrag en toetsen vervolgens of dat het juiste bedrag is voor een paar sokken door het bedrag te vermenigvuldigen met 5. Op basis van de uitkomst kiezen ze vervolgens een nieuw bedrag dat hoger of lager is. 63% van de leerlingen die deze procedure volgt komt uiteindelijk bij het goede antwoord uit.

Andere oplossingsprocedures zijn onder andere $5 : 8$ uitrekenen, niet te categoriseren antwoorden en antwoorden als: 'dit kan niet'.

4.5 SCHATTEND REKENEN

Inhoud

Bij schattend rekenen gaat het om opgaven die niet exact uitgerekend hoeven te worden. De leerlingen moeten daarbij bewerkingen uitvoeren met afgeronde getallen.

De volgende typen opgaven komen voor:

- aangeven welke berekening de beste schatting geeft;
- nagaan of de werkelijke uitkomst groter of kleiner is dan de met afgeronde getallen berekende uitkomst;
- uitvoeren van een globale berekening om de orde van grootte van de uitkomst aan te geven of te beslissen waar de komma komt te staan;
- gebruik maken van ervaringsgegevens, bijvoorbeeld om aan te geven op welke schaal de tekening van een auto is gemaakt.

Bij dit onderwerp komen naast opgaven met gehele getallen en kommagetallen opgaven voor met breuken en procenten. Daarbij is van essentieel belang dat leerlingen de relatie zien tussen gegeven getallen en die relatie kunnen aangeven met breuken of procenten (398 van de 795 stemmers; dat is ongeveer de helft van de stemmers oftewel 50%)

In vergelijking met andere onderwerpen komen bij dit onderwerp vrij veel meerkeuze-opgaven voor.

Bij de instructie door de toetsleiders is aangegeven dat de leerlingen deze opgaven al hoofdrekend moeten oplossen. Dus zonder gebruik te maken van uitrekenpapier.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 28 opgaven. Van die 28 opgaven zijn er negen als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan redelijk overweg met opgaven waarbij aangegeven moet worden met welke bewerking de orde van grootte van de uitkomst geschat moet worden bij bijvoorbeeld 203×496 (~200 x 500). Dat geldt ook voor het aangeven of de werkelijke uitkomst groter of kleiner is dan de geschatte uitkomst bij bijvoorbeeld 51×41 ☐ 2000.

De gemiddelde leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten goed.

Hij kan ook al redelijk overweg met opgaven waarbij aangegeven moet worden hoeveel procent bijvoorbeeld 397 van de 809 ongeveer is. Opgaven waarbij de uitkomst van optellingen en aftrekkingen (zowel met gehele getallen als met kommagetallen) geschat moet worden, zoals bijvoorbeeld bij $17000 - 2997 - 2999 - 2996 \sim \dots$ beheerst hij zeer matig. Dat geldt eveneens voor het maken van een schatting van de uitkomst van delingen als $6327,25 : 8$ is ongeveer $f \dots$, waarbij het deeltal in de buurt ligt van een goed deelbaar getal.

De percentiel-90 leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten goed. Ook kan hij goed aangeven dat 25 van de 2497 ongeveer $\frac{1}{100}$ deel is en kan hij de komma op de juiste plaats in de uitkomst zetten op basis van een schatting van de uitkomst zoals bijvoorbeeld bij $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$ (Waar moet de komma in de uitkomst staan?). Daarnaast kan hij redelijk overweg met opgaven als $0,497 \times 48 \sim \dots$, waarbij een getal wordt vermenigvuldigd met een kommagetal dat in de buurt van $0,5$ ($= \frac{1}{2}$) ligt. Maar de uitkomst schatten van

een vermenigvuldiging van 2 gemengde getallen die dicht bij gehele getallen liggen (zoals bij $5 \frac{1}{49} \times 7 \frac{19}{20}$ is ongeveer) is zelfs voor percentiel-90 leerlingen nog te moeilijk.

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste vijf voorbeeldopgaven goed beheersen en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 8 matig. De laatste voorbeeldopgave hoeft op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen wordt de standaard Voldoende maar door ruim 20% van de leerlingen gehaald. Dat is heel wat minder dan de beoogde 70% à 75% van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 205. Dat betekent dat er van minimale beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen en de tweede voorbeeldopgave matig. De overige voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Dit niveau wordt door zo'n 80% van de leerlingen gehaald, terwijl we dit niveau gerealiseerd zouden willen zien bij 90% à 95% van de leerlingen.

Gezien de positie van de standaard **Gevorderd** hoeft de laatste voorbeeldopgave op het niveau van deze standaard maar matig beheerst te worden.

Verschillen tussen leerlingen

Vergelijken we de vaardigheidsverdelingen van de groepen leerlingen met formatiegewicht 1.00, 1.25 en 1.90 met de standaard Voldoende, dan zien we dat ongeveer een kwart van de 1.00-leerlingen deze standaard bereikt, terwijl van de 1.90-leerlingen minder dan 10% deze standaard bereikt. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave goed en de laatste zeven opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste twee opgaven goed en alleen de laatste twee opgaven onvoldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 10 à 15% de standaard Voldoende. Bij dit onderdeel is het vaardigheidsniveau van de jongens hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is bij dit onderdeel 22 vaardigheidspunten, iets minder dan een halve standaarddeviatie.

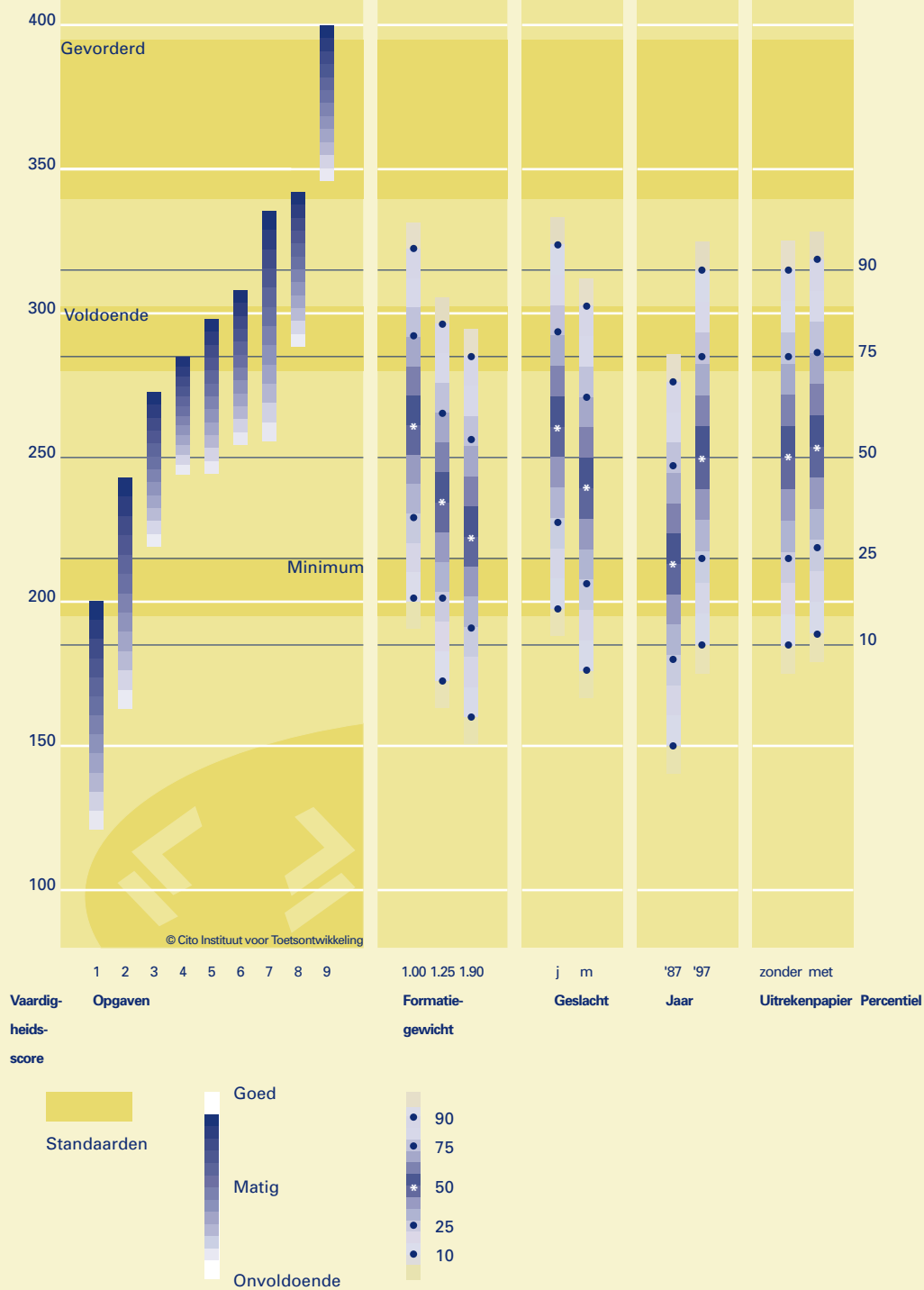
De leerlingen deden het in 1997 op dit onderdeel veel beter deden dan de leerlingen in 1987. Het verschil tussen het gemiddelde in 1997 en het gemiddelde in 1987 bedraagt 36 punten op de vaardigheidsschaal.

Evenals bij de vorige twee onderwerpen ontbreken hier gegevens over het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992.

Gebruik van uitrekenpapier

De opgaven van dit onderwerp zijn (evenals de opgaven van de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* en *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen*) in 1992 onder andere condities afgenomen dan in 1987. Bij de peiling in 1987 zijn de leerlingen er door de toetsleider tijdens de instructie expliciet op gewezen dat deze opgaven uit het hoofd uitgerekend moeten worden en was de uitrekenruimte voorzien van een raster. Bij de peiling van 1992 is het raster en de instructie achterwege gebleven.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Schattend rekenen



- 1 Op een aantal cijfers van de volgende opgave is inkt terechtgekomen. Onder de opgave staan drie antwoorden. Twee van de antwoorden zijn duidelijk fout en één is goed.
Wat is het goede antwoord?

$$\begin{array}{r} 7 \\ 3 \end{array} \overline{) 0} +$$

- A 700
B 400
C 1090

- 2 Welk teken moet er in het hokje staan?
Kies uit: < , > en =
(< betekent: is minder dan
> betekent: is meer dan
= betekent: is evenveel als)

$$51 \times 41 \quad \boxed{} \quad 2000$$

- 3 Uitslag stemming over de aanleg van een nieuw fietspad

Vóór	412 mensen
Tegen	397 mensen
Totaal aantal stemmers	809 mensen

Hoeveel procent ongeveer van het totaal aantal stemmers was tegen de aanleg van een nieuw fietspad?

- A $\frac{1}{2}$ %
B $\frac{2}{2}$ %
C 50 %
D 200 %
E 400 %

- 4 $17\,000 - 2997 - 2999 - 2996 =$
Rond de getallen die je aftrekt eerst af. De uitkomst van deze aftrekking is iets meer dan _____

- 5 In de prijzenpot zit f 6327,75.
Er zijn 8 winnaars die dit met elkaar moeten delen.
Hoeveel geld moet ieder dan ongeveer krijgen?
Rond af op honderd gulden.
f _____

- 6 Yvonne rekent uit op haar rekenmachine:
 $715,347 + 589,2 + 4,553 = 13091$
Bij het opschrijven van het antwoord is ze de komma vergeten.
Waar moet de komma staan?
1 3 0 9 1

- 7 Ik reken uit op de rekenmachine:
 $1846 : 46 =$
Bij het opschrijven van het antwoord ben ik de komma vergeten. Waar moet de komma staan?
4 0 1 3 0 4 3 5

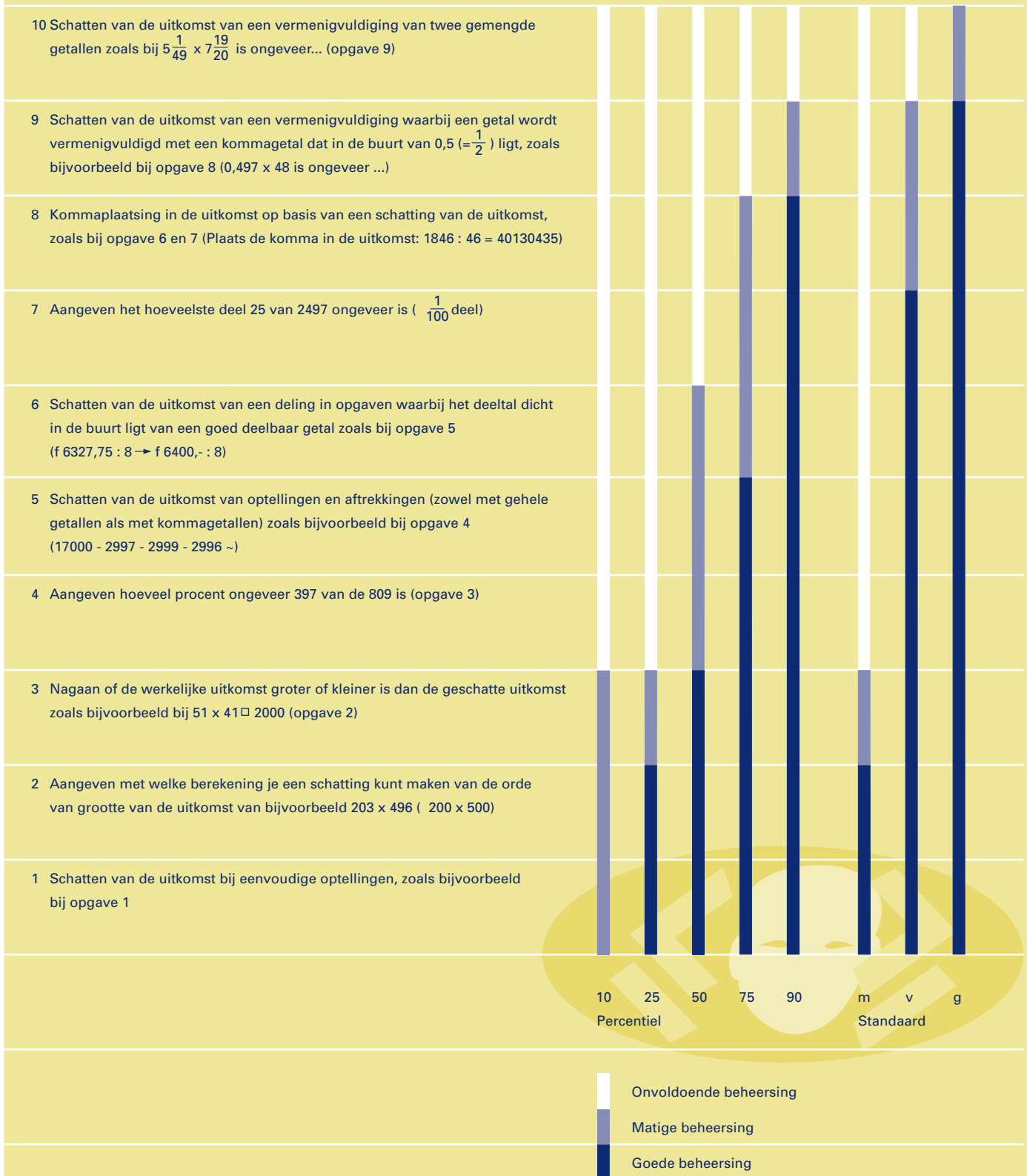
- 8 $0,497 \times 48$ is ongeveer _____

- 9 $5\frac{1}{49} \times 7\frac{19}{20}$ is ongeveer _____
(rond af op een heel getal)

In 1997 heeft een groep leerlingen de opgaven gemaakt onder de condities van 1987 en een andere groep leerlingen heeft de opgaven gemaakt onder de condities van 1992. Uit dit onderzoek is gebleken dat deze twee aanbestedingswijzen geen differentieel effect op het vaardigheidsniveau van de leerlingen hebben: het vaardigheidsniveau van de beide groepen leerlingen bleek nagenoeg gelijk te zijn. Het mogen maken van berekeningen naast de opgave leidt bij schattend rekenen (in tegenstelling tot het maken van berekeningen naast de opgaven bij de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* en *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen*) dus niet tot betere resultaten.

Gemiddeld genomen is in de boekjes zonder raster bij ongeveer een kwart van de opgaven een berekening naast de opgave gemaakt. Dat is beduidend minder dan bij de onderwerpen *Hoofdrekenen: optellen en aftrekken* en *Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen*, waarbij bij ongeveer 40% van de opgaven een berekening naast de opgave gemaakt is. Ruim eenderde deel van de leerlingen heeft bij geen enkele opgave een berekening gemaakt.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Schattend rekenen



4.6 BEWERKINGEN: OPTELLEN EN AFTREKKEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het optellen en aftrekken van gehele getallen en kommagetallen. De leerling mag bij deze opgaven uitrekenpapier gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om de standaardcijferprocedure uit te voeren.

In ongeveer de helft van de opgaven worden twee of meer gehele en/of kommagetallen sec aangeboden. De andere opgaven zijn in een eenvoudige context geplaatst. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het rekenen met geld en aan het meetdomein, zonder dat daarbij herleidingen of specifieke kennis van rekenprocedures bij het meten een rol spelen.

De taal speelt een belangrijke rol in de contextopgaven. Het optellen komt voor zowel in de betekenis van 'eraan toevoegen' als in de betekenis van samennemen. Het woord 'verschil', dat vaak bijna automatisch leidt tot een aftrekking kan niettemin ook het signaal voor een optelling zijn, bijvoorbeeld wanneer het verschil tussen het hoogste en het laagste punt in Nederland moet worden bepaald. In feite wordt dan met negatieve en positieve getallen gewerkt zonder dat die termen gebruikt worden.

Aftrekken kan betrekking hebben op er iets afnemen of op vergelijken. In dat laatste geval gaat het om het verschil. De vraag kan dan luiden: 'Hoeveel kan er nog bij?' of 'Hoe lang is het geleden?'

Dit onderwerp is de samenvoeging van de onderwerpen *Cijferen: optellen* en *Cijferen: aftrekken* uit de peilingen van 1987 en 1992. Door de samenvoeging is de indeling meer in overeenstemming met de indeling bij hoofdrekenen waar optellen en aftrekken ook één onderwerp vormen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden van de leerlingen op 45 opgaven. Hiervan zijn er 17 als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan redelijk overweg met optellingen en aftrekkingen met gehele getallen, zoals bijvoorbeeld $2027 + 9768 = ..$, $7635 - 847 = ..$ en $100\,000 - 78\,853 = ..$. Dat geldt ook voor het optellen van meerdere gehele getallen en van optellen en aftrekken met kommagetallen die een gelijk aantal cijfers achter de komma hebben, zoals bij $3,25 + 18,85 + 7,36 = ..$.

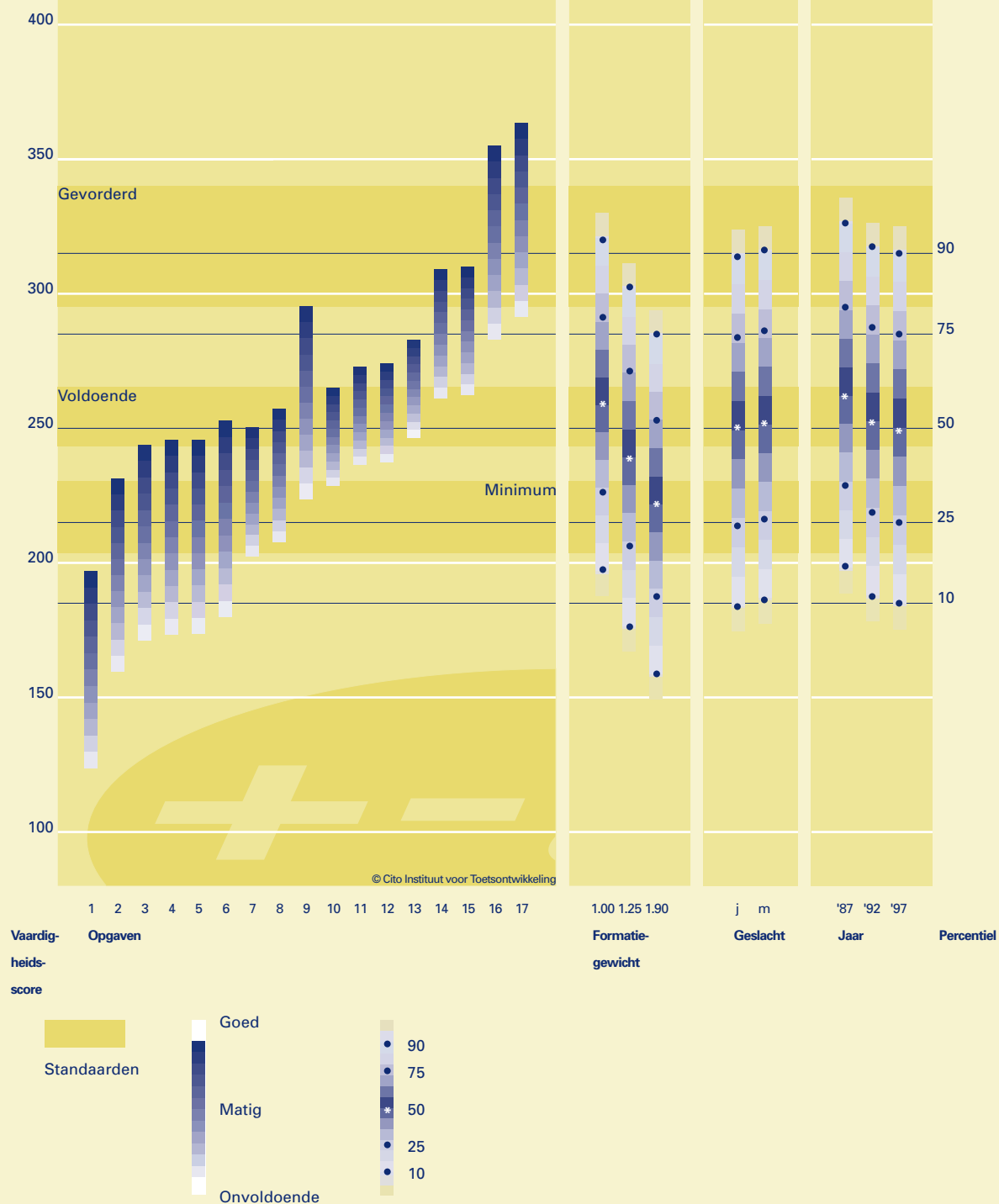
De gemiddelde leerling beheerst de hiervoor genoemde opgaven goed.

Daarnaast beheerst hij nagenoeg goed opgaven waarbij twee kommagetallen < 1 met een ongelijk aantal cijfers achter de komma opgeteld moeten worden ($0,092 + 0,56 = ..$). Ook kan hij al redelijk overweg met opgaven waarbij het verschil uitgerekend moet worden tussen bedragen als f 2923,95 en f 3618,88 op bankafschriften (opgave 12) en aantallen als 12,03 miljoen en 10,34 miljoen (opgave 13) en met opgaven als $37,5 + 224 + 3,36$ (opgave 10), waarbij de getallen zowel voor als na de komma een ongelijk aantal cijfers hebben.

De percentiel-90 leerling beheerst de tot nu genoemde aspecten goed.

Daarnaast kan hij goed berekeningen met grotere getallen uitvoeren zoals bijvoorbeeld bij opgave 15, waar het exacte gasverbruik moet worden berekend, gegeven de beginstand van $5639,998\text{ m}^3$ en de eindstand van $6150,347\text{ m}^3$. Hij kan al redelijk goed overweg met ingewikkelder opgaven waarbij naast het

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Bewerkingen: optellen en aftrekken



1 $2027 + 9768 =$ _____

2 $7635 - 847 =$ _____

3 Het afgelopen jaar verkocht garage Jansen de volgende aantallen auto's:

1e kwartaal	348
2e kwartaal	186
3e kwartaal	93
4e kwartaal	206

Hoeveel auto's verkocht garage Jansen in totaal? _____ auto's

2 kilo soepvlees met klein beentje	13.50
2 kilo braadvlees	35.50
Zuurkoolpakket	
500 gram zuurkool	} SAMEN 5.25
250 gram zuurkoolpek	
rookworst, fijn	
Blik boterhamworst plm. 1600 gram	7.50
3 blikken soep naar keuze	8.00
250 gram kookworst	1.50

Jasperien koopt: 2 kilo braadvlees, 250 gram kookworst, 1 zuurkoolpakket, 1 blik boterhamworst
Wat moet ze nu betalen?
f _____

5 In een voetbalstadion, waarin 100 000 mensen kunnen, zaten 78 853 mensen. Hoeveel mensen hadden er nog bij gekund?
_____ mensen

6 Aan het begin van 1990 zijn op een school 938 leerlingen. Aan het einde van dat jaar zijn er 1026 leerlingen. Met hoeveel leerlingen is het aantal gestegen?
_____ leerlingen

7 Bij een fabriek moeten 417 van de 1309 arbeidsplaatsen verdwijnen. Hoeveel arbeidsplaatsen blijven er dan nog over?
_____ arbeidsplaatsen

8 $0,092 + 0,56 =$ _____

9 De 80-jarige oorlog begon in 1568. Hoeveel jaar is dat nu geleden?
_____ jaar

10 $37,5 + 224 + 3,36 =$ _____

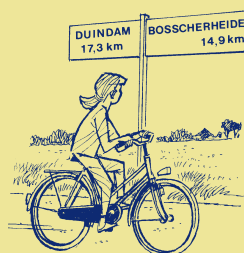
11 Aan het begin van de reis stond de kilometerteller op 47318,4. Na 1798 km rijden staat die teller op _____

DE BANK		REKENINGAFSCHRIJF 188612.01.77
1-1-1995	SPAARREKENING TEGOED	2.923,95
1-1-1996	SPAARREKENING TEGOED	3.618,88
D.E. SALDO CENTENLAAN 3 1111 DE GULDEN		

Hoeveel stond er op 1-1-1996 meer op de rekening dan op 1-1-1995?
f _____

13 In 1990 zijn 12,03 miljoen mensen door de lucht vervoerd. In 1989 waren er dat 10,34 miljoen. Met hoeveel miljoen is het aantal luchtreizigers toegenomen?
_____ miljoen

14



Irene fietst van Duindam naar Bosscherheide. Tijdens de tocht passeert ze deze richtingwijzer. Hoeveel kilometer liggen deze twee plaatsen van elkaar?
_____ km

15 Gasmeter.

Stand op 1 januari : 5639,998 m³
Stand op 1 februari: 6150,347 m³
Hoeveel kubieke meter gas werd er in januari verbruikt?
_____ m³

16 De hoogste bergtop op aarde is de Mount Everest. Zijn hoogte is 8848 m boven de zeespiegel. Het laagste punt van de aardkorst ligt in de Stille Oceaan 11034 m onder de zeespiegel. Hoe groot is het verschil tussen het diepste en het hoogste punt op aarde?
_____ m

17 De familie Klabbbers doet mee aan een puzzeltoertocht met de auto. De tocht is 195 km lang. Bij de start staat hun kilometerteller op:
0 2 5 7 8 9
Aan het eind staat hun kilometer-teller op:
0 2 6 0 9

Hoeveel hebben ze omgereden?
_____ km

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Bewerkingen: optellen en aftrekken

uitvoeren van berekeningen het juist interpreteren van de context van belang is, zoals bij de laatste twee voorbeeldopgaven.

Standaarden

Er is van **voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste acht voorbeeldopgaven goed tot zeer goed beheersen en de voorbeeldopgaven 9 tot en met 13 matig tot goed. De laatste vier voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op vaardigheidsniveau 251 voldoet ongeveer de helft van de leerlingen aan deze standaard en dat is minder dan het beoogde percentage leerlingen van 75%.

De mediaan van de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 216. Dat betekent dat de beoordelaars vinden dat er van minimum beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen. De laatste negen voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Ongeveer 75% van de leerlingen voldoet aan deze standaard en dat is minder dan het beoogde percentage van 90% à 95%. Gegeven de positie van de standaard **Gevorderd** hoeven de laatste twee voorbeeldopgaven op het niveau van deze standaard maar matig beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard bereikt ongeveer 10% van de leerlingen op dit onderdeel een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

De verschillen tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90) is redelijk groot. Vergelijken we de vaardigheidsverdelingen van die groepen met de standaard Voldoende dan zien we dat ongeveer 55% van de 1.00-leerlingen deze standaard bereikt. Van de 1.90-leerlingen bereikt iets meer dan 25% deze standaard. Terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste acht voorbeeldopgaven goed beheerst, beheerst de gemiddelde 1.90-leerling alleen de eerste twee voorbeeldopgaven (nagenoeg) goed. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 40% de standaard Voldoende.

De vaardigheid van de jongens en de vaardigheid van de meisjes is bij dit onderdeel nagenoeg van gelijk niveau.

De leerlingen in 1997 en 1992 deden het bij dit onderdeel minder goed dan de leerlingen in 1987.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Bewerkingen: optellen en aftrekken

- | | |
|---|---|
| 9 | Interpreteren van ingewikkelder contexten als opgave 17 en opgave 16 (8848 m boven de zeespiegel en 11 034 m onder de zeespiegel. Hoe groot is het verschil tussen het hoogste en het diepste punt?) |
| 8 | Verbruik berekenen door het verschil te bepalen tussen 6150,347 en 5639,998 (opgave 15) |
| 7 | Moeilijker te interpreteren contexten als opgave 9 (1568; Hoeveel jaar is dat nu geleden?) en opgave 14 (Hoeveel km liggen die 2 plaatsen van elkaar? → 17,3 + 14,9 km) |
| 6 | Verskil bepalen tussen bedragen als f 2923,95 en f 3618,88 op bankafschriften (opgave 12) en tussen getallen als 12,03 en 10,34 (opgave 13) |
| 5 | Optellen van getallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma en ook een ongelijk aantal cijfers voor de komma (opgave 10: $37,5 + 224 + 3,36 = ..$ en opgave 11: $47318,4 + 1798 = ..$) |
| 4 | Optellen van getallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma en getallen < 0 zoals bij opgave 8: $0,092 + 0,56 =$ |
| 3 | Optellen van meerdere gehele getallen (opgave 3) of geldbedragen (opgave 4) of kommagetallen met een gelijk aantal cijfers achter de komma. Opgaven waarbij het verschil moet worden bepaald tussen bijvoorbeeld 938 en 1026 (opgave 6) |
| 2 | Het aftrekken van gehele getallen in formele en contextopgaven zoals bij opgave 2 ($7635 - 847$) en opgave 5 ($100\ 000 - 78\ 853$) |
| 1 | Het optellen van gehele getallen in formele en contextopgaven zoals bij opgave 1 ($2027 + 9768$) |

10 25 50 75 90 m v g
 Percentiel Standaard

Onvoldoende beheersing

Matige beheersing

Goede beheersing

4.7 BEWERKINGEN: VERMENIGVULDIGEN EN DELEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldigen en delen van gehele getallen en kommagetallen. De leerling mag bij deze opgaven uitrekenpapier gebruiken om bijvoorbeeld tussenuitkomsten op te schrijven van hoofdrekenprocedures of om de standaardcijferprocedure uit te voeren of een aangepaste vorm daarvan. De getallen zijn zo gekozen dat niet al te veel rekentijd nodig is.

Ongeveer een derde deel van de opgaven is zonder context aangeboden en de overige opgaven zijn in een eenvoudige context geplaatst. De contexten zijn voor het merendeel ontleend aan het meten en het rekenen met geld.

In de contexten bij het vermenigvuldigen ligt het accent op verschillende aspecten van het vermenigvuldigen zoals herhaald optellen, het verhoudings-aspect (1 kg kost f 3,25. Hoeveel kost 7 kg?) het sprongkarakter (7 dagen op pad, elke dag 25 km) en de rooster- of rechthoekstructuur (aantal stoelen in een zaal).

Bij deelopgaven vereist de situatie soms dat er afgerond wordt of dat een verstandige beslissing wordt genomen over de rest. In de contexten kan het accent liggen op verschillende aspecten van het delen zoals: het verdelen, de verhouding en het delen als omgekeerd vermenigvuldigen. Bij het delen door een kommagetal in opgaven zonder context worden relatief eenvoudige getallen gebruikt waarbij men zich gemakkelijk een meet- of geldcontext kan voorstellen, zoals bijvoorbeeld bij $85 : 0,25 =$

Dit onderwerp is de samenvoeging van de onderwerpen *Cijferen:*

vermenigvuldigen en *Cijferen: delen* uit de peilingen van 1987 en 1992. Door de samenvoeging is de indeling meer in overeenstemming met de indeling bij hoofdrekenen waar vermenigvuldigen en delen ook één onderwerp vormen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 47 opgaven. Daarvan zijn er 15 als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan alleen redelijk overweg met eenvoudige vermenigvuldigingen met niet al te grote gehele getallen, zoals bijvoorbeeld 25×22 .

De gemiddelde leerling kan goed vermenigvuldigen met gehele getallen in contexten en formele opgaven als 80×72 . Ook kan hij goed de uitkomst bepalen van delingen met gehele getallen zoals $806 : 26$ en kan hij goed uitrekenen hoeveel een kwart is van 872. De gemiddelde leerling kan al redelijk goed overweg met delingen zonder rest met gehele getallen > 1000 zoals bij $1050 : 3$. Daarnaast kan de gemiddelde leerling redelijk goed vermenigvuldigen met grotere gehele getallen zoals bijvoorbeeld 236×405 . Ook kan hij redelijk goed vermenigvuldigingen uitvoeren met geldbedragen (bijvoorbeeld berekenen hoeveel $837 \times f 0,25$ is, hoeveel $53 \times f 4,35$ is en $41\ 000 \times f 0,65$).

De percentiel-90 leerling beheerst al de hiervoor genoemde aspecten goed. Daarnaast kan hij goed gehele getallen en kommagetallen delen door een kommagetal zoals bijvoorbeeld bij opgave 8 ($75,6 : 1,4$), opgave 10 ($28 : 0,25$) en opgave 12 ($1860 : 7,50$). De percentiel-90 leerling kan al redelijk overweg met moeilijker contexten waarbij een vermenigvuldiging als $3,5 \times 8,6$ uitgevoerd moet worden of waarbij de rest geïnterpreteerd moet worden, zoals bij de laatste opgave (326 foto's inplakken; 12 op een blad; hoeveel bladen nodig?).

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven goed beheersen en de voorbeeldopgaven 4 tot en met 8 matig. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan op vaardigheidsniveau 247 wordt deze standaard door iets meer dan de helft van de leerlingen gehaald. De standaard Voldoende wordt in het onderwijs dus niet door het beoogde percentage leerlingen van 75% gehaald.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 205. Dat betekent dat van minimale beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven matig beheersen. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Ongeveer 80% van de leerlingen voldoet aan deze standaard, terwijl we dit niveau gerealiseerd zouden willen zien bij 90% à 95% van de leerlingen.

Gelet op de positie van de standaard **Gevorderd** gaat de laatste voorbeeldopgave het niveau van de kerndoelen te boven. Deze opgave hoeft op het niveau van deze standaard dus niet door leerlingen einde basisonderwijs beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan voor deze standaard bereikt ruim 20% van de leerlingen op dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

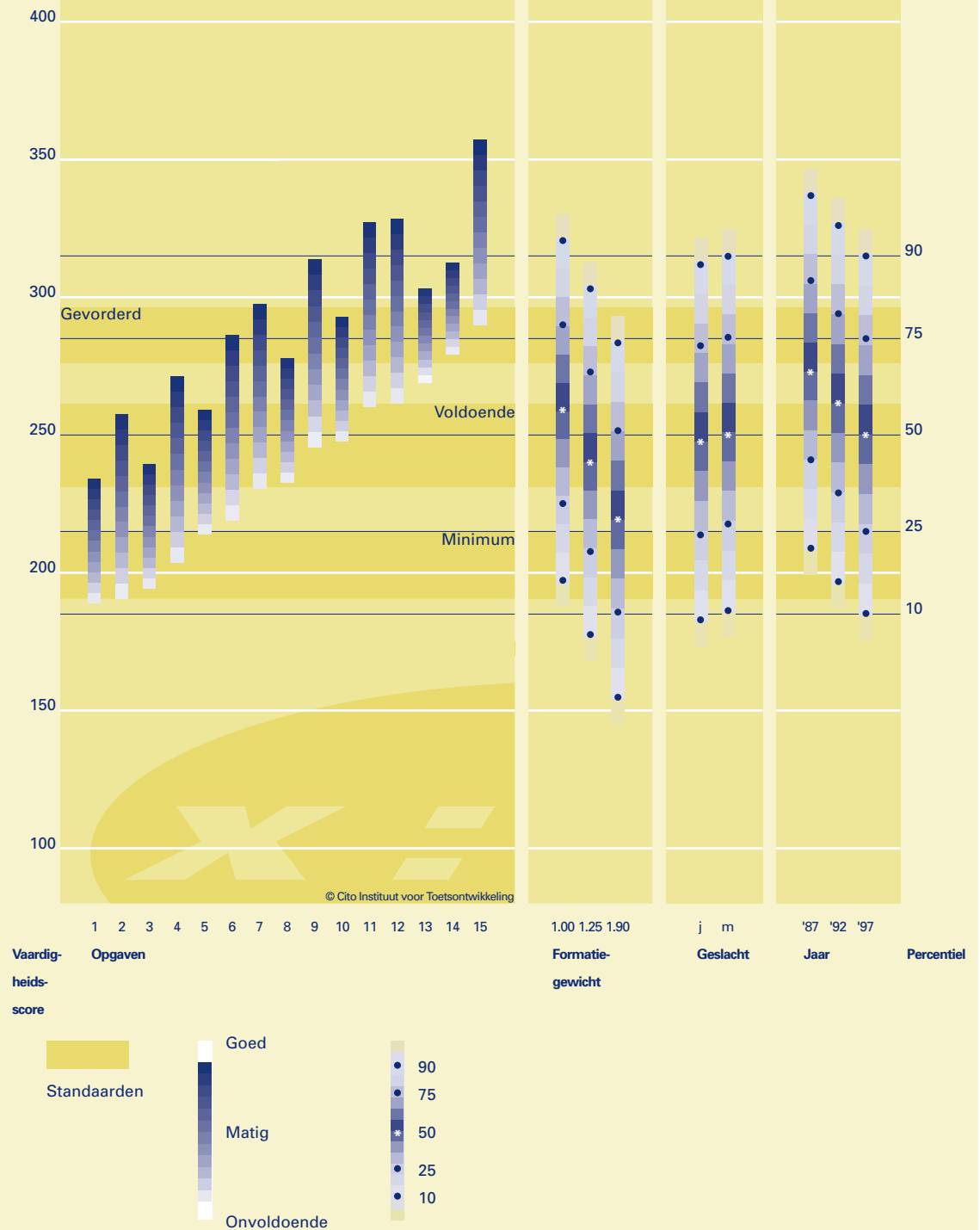
Terwijl van de 1.00-leerlingen ongeveer 60% de standaard Voldoende bereikt, voldoet maar ongeveer een kwart van de 1.90-leerlingen aan deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst geen enkele opgave van dit onderwerp goed.

Hij beheerst de eerste vijf opgaven matig, maar de andere opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste vijf opgaven goed en opgave 6 tot en met 10 matig. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt iets minder dan 50% de standaard Voldoende.

Bij dit onderdeel verschilt het vaardigheidsniveau van de jongens en de meisjes nauwelijks van elkaar.

De leerlingen deden het op dit onderdeel in 1997 minder goed dan de leerlingen in 1992, terwijl de leerlingen in 1992 het ook al minder goed deden dan de leerlingen in 1987.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



1 $80 \times 72 =$ _____

- 2 Charles moet 37 bladzijden kopiëren. Hij moet 24 kopieën hebben van elke bladzijde. Hoeveel kopieën zijn dat in totaal? _____ kopieën

3 $806 : 26 =$ _____

4 $236 \times 405 =$ _____

- 5 Vader betaalt zijn belasting in drie gelijke delen. Hij moet in totaal f 1050,- betalen. Hoeveel betaalt vader per keer? f _____

- 6 Een auto rijdt 1 op 17 (1 liter benzine voor 17 km). In de tank zit 45 liter. Hoe ver kan die auto daarmee rijden? _____ km

7



Moeder koopt 17 meter van deze gordijnstof. Hoeveel moet zij betalen?

f _____

- 8 Vader legt tegelrijen van 23 tegels naast elkaar. Hij heeft 621 tegels. Hoeveel van deze rijen kan hij leggen? _____ rijen

- 9 In Doetinchem wonen ongeveer 41000 mensen. Als al die mensen met elkaar een lange rij vormen hoe lang wordt die rij dan? Reken per persoon 0,65 m. _____ m

10 $75,6 : 1,4 =$ _____

- 11 Per 100 km verbruikt mijn auto gemiddeld 8,6 liter benzine. Voor een afstand van 350 km is dat dan _____ liter

- 12 Een machine spoelt flessen. Je telt hoeveel flessen er in 5 minuten gespoeld worden. Dat zijn er 85. Hoeveel flessen zal die machine per uur spoelen? _____ flessen

13 $28 : 0,25 =$ _____

- 14 De toegangsprijs voor een toneelvoorstelling is f 7,50. Totaal wordt aan de kassa f 1860,- ontvangen. Hoeveel kaartjes zijn er verkocht? _____ kaartjes

- 15 Jolien heeft 326 vakantiefoto's. Er passen 12 foto's op een pagina. Hoeveel pagina's heeft Jolien nodig om al deze foto's op te plakken? _____ pagina's

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Bewerkingen:
vermenigvuldigen
en delen

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen



4.8 SAMENGESTELDE BEWERKINGEN

Inhoud

De opgaven van dit onderwerp zijn allemaal contextopgaven. De gegevens worden in een tekst, een tabel of schema aangeboden. Bij de meeste opgaven moeten meerdere operaties (bijvoorbeeld zowel een optelling als een deling) uitgevoerd worden. Bij de opgaven gaat het naast het berekenen ook om de keuze van de relevante bewerkingen. Bij een aantal opgaven is afronden noodzakelijk. Daarnaast zijn er opgaven waarbij het gemiddelde uitgerekend moet worden. De benaming van dit onderwerp in 1992 was *Cijferen: toepassingen*. De grens tussen contextopgaven en toepassingsopgaven is moeilijk aan te geven, vandaar dat nu gekozen is voor de neutralere benaming: *Samengestelde bewerkingen*. De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 26 opgaven; 12 van die opgaven zijn als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

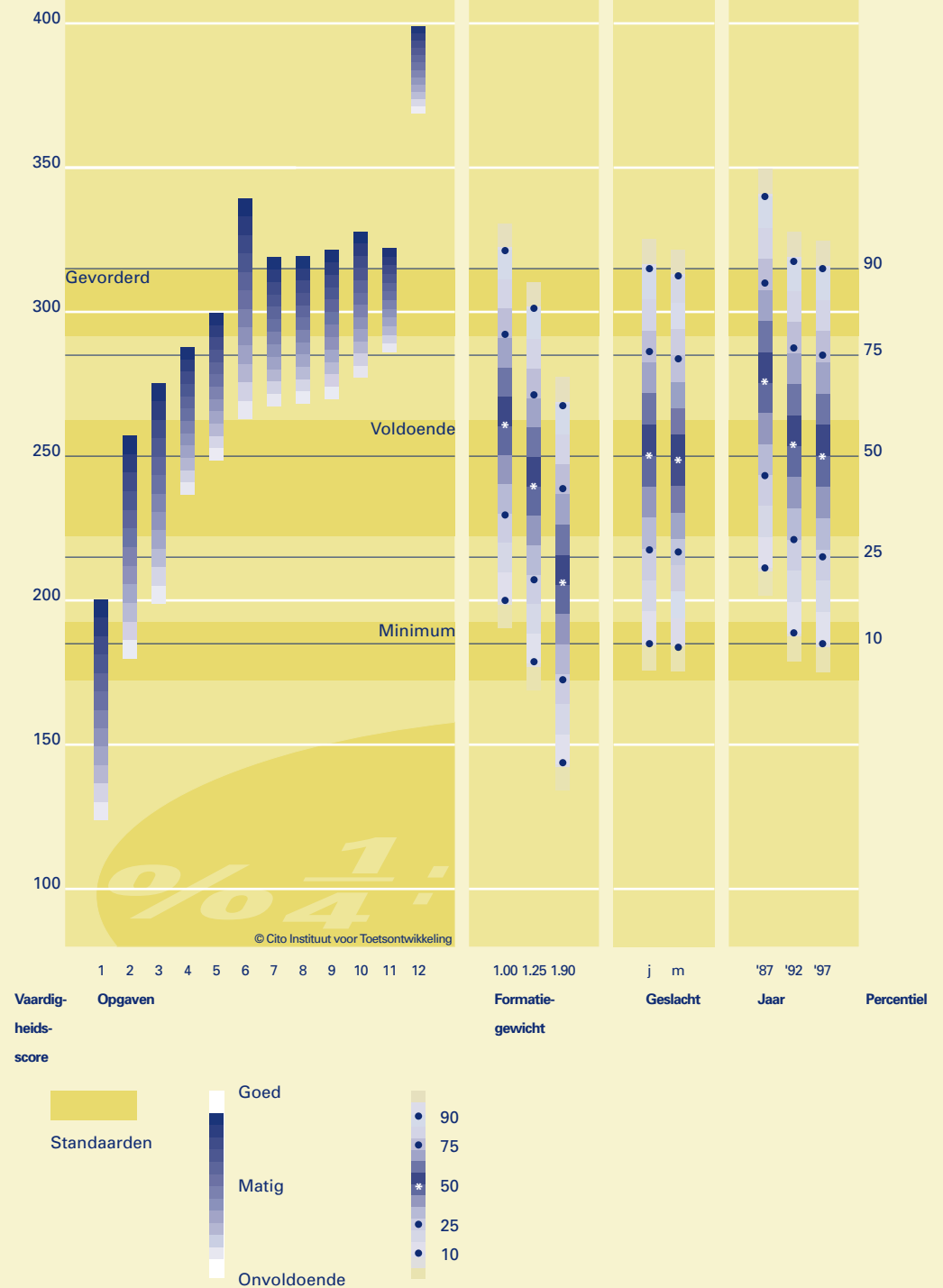
De percentiel-10 leerling kan redelijk goed overweg met combinaties van niet al te moeilijke vermenigvuldigingen en optellingen, waarbij getallen gebruikt worden zoals bij voorbeeldopgave 1, waar uitgerekend moet worden hoeveel $20 \times 12 + 18$ is. Zeer matig beheerst hij opgaven waarbij zowel opgeteld als afgetrokken moet worden, met getallen als bij voorbeeldopgave 2, waarbij het nieuwe aantal leden moet worden berekend als de mutaties van het ledenbestand gegeven zijn ($234 - 58 + 113 = \dots$).

De gemiddelde leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed. Ook kan hij al redelijk goed overweg met berekeningen met meer getallen in een geldcontext, zoals bij voorbeeldopgave 3 ($1,45 + 1,98 + 2,07 - 0,50 - 0,50 = \dots$) en berekeningen in iets complexere contexten zoals bijvoorbeeld bij opgave 4, waarbij het aantal ongeldige stemmen moet worden berekend ($756 = 79 + 124 + 517 + \dots$).

De percentiel-90 leerling beheerst al de hiervoor genoemde aspecten goed. Ook combinaties van vermenigvuldigen en optellen, zoals bij opgave 5, waarbij uitgerekend moet worden hoeveel $12 \times 47 + 28$ is, beheerst hij goed. Hij kan al redelijk overweg met toepassingsopgaven waarbij een deling moet worden uitgevoerd (voorbeeldopgaven 7 en 9) en opgaven waarbij het gemiddelde berekend moet worden, zoals bij opgave 11: $(125\,000 - 110\,250) : 3 = \dots$. Ook complexere contexten waarbij bijvoorbeeld op basis van inkomsten en uitgaven het tekort moet worden bepaald, zoals bij opgave 6: $f\,895,30 - (f\,140,35 + f\,540,50 + 111,40 + 86,45 + 46,30) = f\, \dots$, kan hij al redelijk goed aan. De laatste voorbeeldopgave (opgave 12), waarbij moet worden opgeteld, vermenigvuldigd en afgerond, beheerst de percentiel-90 leerling onvoldoende.

In zijn algemeenheid geldt dat de moeilijkheid van de toepassingsopgaven mede afhangt van de complexiteit van de context en de getallen waarmee gerekend moet worden. Doordat bij dit onderwerp bij elke opgave minstens twee bewerkingen uitgevoerd moeten worden, is de kans op het maken van fouten groter. Combinaties van optellen en aftrekken zijn gemakkelijker dan combinaties waarin ook een deling moet worden uitgevoerd, zeker als daarbij ook nog moet worden afgerond. Het interpreteren van complexere contexten is voor veel leerlingen moeilijk.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Samengestelde bewerkingen



1 Op de ouderavond werden 20 rijen van 12 stoelen klaargezet. Om iedereen een plaats te geven moesten er nog 18 stoelen bijgezet worden. Hoeveel stoelen waren in totaal nodig? _____ stoelen

2 Sportvereniging Atilla had op 1 januari 234 leden. In dat jaar gingen er 58 leden weg en kwamen er 113 nieuwe leden bij. Hoeveel leden had die sportvereniging aan het einde van het jaar? _____ leden

3 Jaap koopt deze boodschappen:



Hij krijgt van twee flessen statiegeld terug.



Hoeveel moet Jaap dan nog betalen. f _____

4 STEMMEN VOOR DE SCHOOLRAAD

Aantal leerlingen dat stemde: 756
Voor partij 'nieuwe aanpak': 79
Voor de milieupartij: 124
Voor de 'huiswerkvrije school': 517

De rest van de uitgebrachte stemmen was ongeldig. Hoeveel ongeldige stemmen waren dat? _____ stemmen

5 Gerrit meet de lengte van zijn kamer. Hij gebruikt daarbij een afgebroken meetlat die niet verder gaat dan 47 cm. Hij meet die lengte 12 keer af. De rest is nog 28 cm. Hoe lang is die kamer? _____ cm

6 Op 1 februari staat er nog f 895,30 op de girorekening. In de loop van de maand worden daarvan afgeschreven:

gas f 140,35
huur f 540,50
telefoon f 110,40
kruidenier f 86,45
benzine f 46,30

Hoeveel tekort is er nadat deze bedragen afgeschreven zijn? f _____

7 In het gezin Zwaagman worden dagelijks 15 sneetjes brood gegeten. Uit één brood gaan 20 sneetjes. Hoeveel broden moeten er voor één week gekocht worden zodat er voor ieder genoeg is? _____ broden

8 In de Plemstreek is het gemiddelde aantal kinderen per gezin 1,7. Hoeveel kinderen verwacht je dat 100 gezinnen in die streek hebben? _____ kinderen

9 Henk heeft 61 appels. Hij wil 8 andere kinderen elk evenveel appels geven, maar wil er zelf minstens 9 overhouden. Hoeveel appels kan hij ieder van de 8 kinderen geven? _____ appels
Hoeveel appels blijven er voor hemzelf over? _____ appels

10 Jeroen koopt 12 cassettebandjes:

3 bandjes van f 8,95 per stuk
4 bandjes van f 7,50 per stuk
5 bandjes van f 4,99 per stuk

Hoeveel moet hij betalen? f _____

11 Een bibliotheek wil over 3 jaar 125 000 boeken hebben. Nu bezit die bibliotheek 118 250 boeken. Hoeveel boeken moeten er dan gemiddeld per jaar bijgekocht worden? _____ boeken

12 Fles cola nu f 1,19
Statiegeld 25 cent
Hoeveel moet je betalen als je 7 flessen koopt? Denk erom je kunt niet meer met losse centen betalen.
Je moet dus afronden.
f _____

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Samengestelde bewerkingen

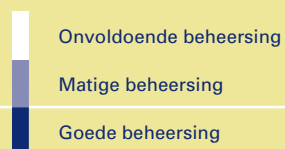
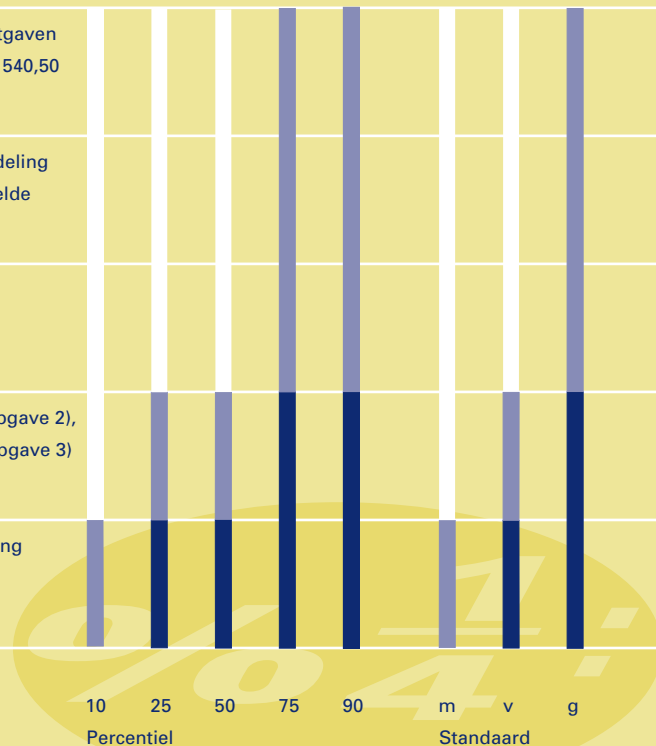
5 Complexere contexten waarbij bijvoorbeeld op basis van inkomsten en uitgaven het tekort moet worden bepaald, zoals bij opgave 6: $f\ 895,30 - (f\ 140,35 + f\ 540,50 + f\ 110,40 + f\ 86,45 + f\ 46,30) = f\ \dots$

4 Toepassingsopgaven met combinaties van bewerkingen waarbij ook een deling uitgevoerd moet worden (opgave 7 en 9) en opgaven waarbij het gemiddelde berekend moet worden zoals bij opgave 11: $(125\ 000 - 118\ 250) : 3$

3 Combinaties van vermenigvuldigen en optellen met bewerkingen zoals bij opgave 10 waar de uitkomsten van $3 \times 8,95 = ..$ $4 \times 7,50 = ..$ en $5 \times 4,99 = ..$ opgeteld moeten worden

2 Combinaties van optellen en aftrekken, met niet al te moeilijke getallen (opgave 2), met meer getallen, in een geldcontext en niet te moeilijke bewerkingen (opgave 3)

1 Combinatie van een niet al te moeilijke vermenigvuldiging met een optelling zoals bij opgave 1 waarbij $20 \times 12 + 18$ moet worden uitgerekend



Standaarden

Er is van **voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen en de voorbeeldopgaven 2 tot en met 4 matig. De overige voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op vaardigheidsscore 243 voldoet ongeveer 55% van de leerlingen aan deze standaard. Gegeven de vooronderstelling dat 70% tot 75% van de leerlingen de kerndoelen in voldoende mate zou moeten beheersen, wordt dit niveau dus door te weinig leerlingen aan het einde van het basisonderwijs bereikt. De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 183. De beoordelaars zijn van mening dat de leerlingen op het niveau van deze standaard alleen de eerste opgave matig hoeven te beheersen. Dit niveau zou door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat blijkt in de praktijk ook het geval te zijn.

Gelet op de positie van de standaard **Gevorderd** gaat voorbeeldopgave 12 het niveau van de kerndoelen te boven. Ongeveer 15% van de leerlingen bereikt bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Er is een groot verschil tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90). Het verschil in vaardigheid tussen de 1.00-leerlingen en de 1.90-leerlingen is hier groter dan bij de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken* en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*.

Ongeveer 65% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende, maar van de 1.90-leerlingen bereikt minder dan 25% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed, de tweede opgave matig en de andere opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste twee opgaven goed en de opgaven 3 tot en met 5 matig. De achterstand van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 ten opzichte van de 1.00-leerlingen is bij dit onderwerp ongeveer evengroot als bij de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken* en *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen*. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt iets minder dan 50% de standaard Voldoende.

Evenals bij de onderwerpen 6 en 7 verschilt ook bij dit onderwerp het vaardigheidsniveau van de jongens en de meisjes nauwelijks van elkaar. De leerlingen in 1997 doen het op dit onderdeel iets minder goed dan de leerlingen in 1992, maar beduidend minder goed dan de leerlingen in 1987.

4.9 REKENEN MET EEN ZAKREKENMACHINE

Inhoud

In de kerndoelen voor het basisonderwijs wordt aangegeven dat het onderwijs in rekenen/wiskunde erop gericht is dat leerlingen de rekenmachine met inzicht kunnen gebruiken en dat zij breuken in decimale breuken kunnen omzetten met behulp van een zakrekenmachine.

De opgaven van dit onderwerp, bijna allemaal contextopgaven, sluiten daar bij aan. Naast enkele opgaven die ook bij de onderwerpen *Bewerkingen: optellen en aftrekken*, *Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen* en *Samengestelde bewerkingen* voorkomen, zijn ook opgaven opgenomen met iets complexere situaties waarin met realistische getallen gewerkt wordt. De rekenmachine kan het rekenwerk uitvoeren, nadat de leerling heeft vastgesteld welke bewerking uitgevoerd moet worden om tot het goede antwoord te komen. In een aantal opgaven is de keuze van de bewerking moeilijker omdat de getallen geen aanwijzing geven welke bewerking uitgevoerd moet worden. Bij enkele vermenigvuldig- en deelopgaven gaat het om het afronden van de uitkomst op een bepaald aantal cijfers achter de komma. Bij delingen kan de interpretatie van de rest een apart probleem vormen. De rest verschijnt op de zakrekenmachine namelijk niet als 'rest', maar als een deel van het getal achter de komma. Daarnaast zijn er opdrachten waarbij gevraagd wordt een percentage van een bedrag uit te rekenen en een breuk met behulp van de rekenmachine om te zetten in een kommagetal. De vaardigheid van leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 22 opgaven, waarbij de leerlingen de zakrekenmachine mochten gebruiken. Van die 22 opgaven zijn 9 opgaven als voorbeeldopgave opgenomen. Bij de gemakkelijkste opgave hoeven de leerlingen alleen maar de uitkomst van de optelling van het afleesvenster van de zakrekenmachine over te nemen. Bij een aantal opgaven moet de leerling voor het uitvoeren van de bewerking of het juist weergeven van de uitkomst de getallen omzetten, zoals bijvoorbeeld bij de voorlaatste voorbeeldopgave waarbij ofwel 84,6 cent omgezet moet worden naar de f-notatie of de uitkomst in centen omgezet moet worden naar de f-notatie.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling heeft geen moeite met bewerkingsopgaven als duidelijk is welke bewerking uitgevoerd moet worden en de uitkomst zonder verdere interpretatie van het afleesvenster overgenomen kan worden. Dat geldt ook voor het optellen van kommagetallen met een ongelijk aantal cijfers achter de komma ($6,82 + 0,2 = ..$). Door het gebruik van de zakrekenmachine speelt de interpretatie van de cijfers immers geen rol. De percentiel-10 leerling kan al redelijk overweg met opgaven waarbij de volgorde van de uit te voeren bewerking van belang is (zoals bij voorbeeldopgave 2) en met opgaven waarbij een deling uitgevoerd moet worden en de uitkomst afgerond op 2 cijfers achter de komma.

De gemiddelde leerling beheerst de hiervoor genoemde opgaven goed. Hij kan al redelijk overweg met opgaven waarbij het verschil uitgerekend moet worden tussen bedragen op twee rekeningafschriften en met deelopgaven, zoals opgave 4, waarbij naar boven afgerond moet worden ($2475 : 48 = 51,5625$ dus er zijn 52 bussen nodig om alle supporters te vervoeren).

De percentiel-90 leerling beheerst alle hiervoor genoemde opgaven goed. Hij kan daarnaast al redelijk goed overweg met opgaven waarbij de totaalprijs uitgerekend moet worden als het gewicht en de prijs per kg gegeven zijn (Gewicht: 1,800 kg; Prijs per kg: f 1,75; Totaalprijs: f) en met opgaven waarbij het aantal inwoners per km² uitgerekend moet worden als de oppervlakte in km² en het aantal inwoners gegeven zijn. De percentiel-90 leerling heeft nog tamelijk veel moeite met opgaven waarbij bijvoorbeeld de prijs van 1 strip uitgerekend moet worden, gegeven een strippenkaart van f 11,- met 15 strippen. De opgave waarbij de totale kosten berekend moeten worden als het verbruik (87 m³) en de kosten per m³ in centen (1 m³ kost 84,6 cent) gegeven zijn, beheerst hij onvoldoende. Veel leerlingen blijken hier moeite te hebben met de omzetting van de cent-notatie naar de f-notatie. Ook met het omzetten van breuken als $\frac{1}{12}$ naar een kommagetal hebben percentiel-90 leerlingen nog veel moeite.

Voor de matige resultaten bij dit onderwerp zijn een aantal oorzaken aan te wijzen. Nogal wat leerlingen zijn niet bekend met het gebruik van de zakrekenmachine. Bij de individuele afnames bleek dat een aantal leerlingen de zakrekenmachine niet wilde gebruiken. Een andere oorzaak vormt het feit dat bij tal van opgaven iets extra's gevraagd wordt. Zo moet bij delingen, uitgevoerd op de zakrekenmachine, 'de rest' worden geïnterpreteerd en dat zorgt vaak voor problemen. Daarnaast zijn bij dit onderwerp de relaties tussen de getallen minder doorzichtig. Bij de andere onderwerpen worden meestal getallen gebruikt die een niet al te tijdrovende bewerking vergen. Zulke getallen zijn vaak een steun bij het kiezen van de bewerking. Bij de opgaven van dit onderwerp hebben we ons niet beperkt tot eenvoudige getallen.

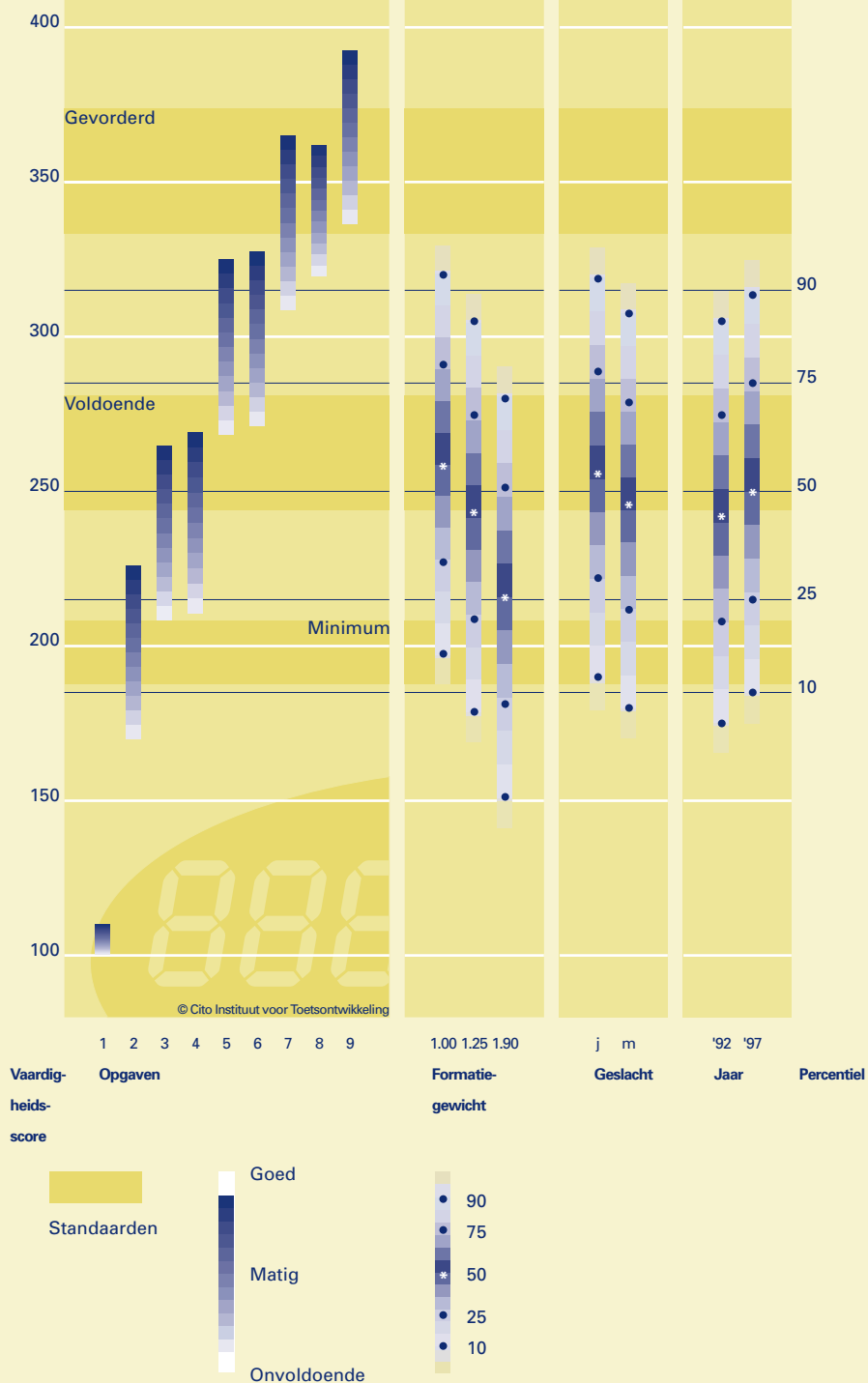
Standaarden

Er is van **voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste vier voorbeeldopgaven goed beheersen. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op 264 voldoet ongeveer 40% van de leerlingen aan deze standaard en dat is heel wat minder dan de beoogde 70% tot 75% van de leerlingen die de kerndoelen aan het einde van het basisonderwijs in voldoende mate zouden moeten beheersen.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 204. Op het niveau van deze standaard hoeven de leerlingen alleen de eerste opgave goed te beheersen. Tegelijk impliceert deze standaard dat de tweede voorbeeldopgave matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden, maar in werkelijkheid wordt dit niveau maar door ruim 80% van de leerlingen bereikt.

De laatste voorbeeldopgave hoeft op het niveau van de standaard **Gevorderd** maar matig beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard op 354 zijn er nauwelijks leerlingen die bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau bereiken dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine



- 1 Het afgelopen jaar verkocht garage Jansen de volgende aantallen auto's:

1e kwartaal 348
2e kwartaal 186
3e kwartaal 93
4e kwartaal 206

Hoeveel auto's verkocht garage Jansen in totaal? _____ auto's

- 2 Susan neemt een abonnement op de krant. Per maand kost die krant f 26,25
Een jaarabonnement kost f 285,-.
Hoeveel is een jaarabonnement voordeliger? f _____

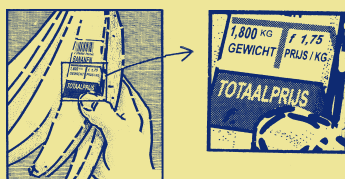
3

DE BANK		
REKENINGAFSCHRIJF 188612.01.77		
datum	SPAAARREKENING	saldo
1-1-1995	TEGOED	2.923,95
datum	SPAAARREKENING	saldo
1-1-1996	TEGOED	3.618,88
D.E. SALDO CENTENLAAN 3 1111 DE GULDEN		

Hoeveel stond er op 1-1-1996 meer op de rekening dan op 1-1-1995?
f _____

- 4 Er moeten 2475 supporters met bussen vervoerd worden.
In één bus mogen 48 personen.
Hoeveel bussen zijn er nodig om alle supporters te vervoeren?
_____ bussen

5



Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen? f _____

- 6 Het land Korso is 3590 km² groot.
Het aantal inwoners is 843600.
Hoeveel inwoners is dat per km²?
(rond af op het dichtstbijzijnde hele getal). _____ inwoners per km²

- 7 Een strippenkaart voor het openbaar vervoer kost f 11,-. Op die kaart zitten 15 strippen.
Hoeveel is de prijs per strip? Rond af op hele centen. f _____

- 8 Waterverbruik in 1990: 87 m³.
1 m³ kost 84,6 cent. Wat zijn de totale kosten? f _____

- 9 Schrijf $\frac{1}{12}$ op in tiendelige breuken.
Rond af op twee cijfers achter de komma. _____

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Rekenen met een zakrekenmachine

Verschillen tussen leerlingen

Er is een redelijk groot verschil tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90). Iets minder dan de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen haalt maar ongeveer 15% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de gemiddelde 1.00-leerling de eerste vier opgaven. De achterstand van de 1.25-leerlingen op de 1.00-leerlingen is iets minder groot dan de achterstand van de 1.90-leerlingen op de 1.25-leerlingen. Bij dit onderwerp is het vaardigheidsniveau van de jongens iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 is iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992. Een vergelijking met 1987 is niet mogelijk omdat dit onderdeel in 1992 voor het eerst in de peiling was opgenomen.

Oplossingsprocedures

Van vier opgaven van dit onderwerp zijn door middel van mondelinge individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 8

Voorbeeldopgave 8

Waternutbruik in 1990: 87 m³.

1 m³ kost 84,6 cent.

Wat zijn de totale kosten?

f _____

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
● 87 x 84.6 intoetsen. uitkomst naar guldens omzetten en afronden	14%	71%
● 87 x 84.6 intoetsen uitkomst plaatsen achter f-teken: f 7360,2	47%	0%
● 87 x 84.6 intoetsen uitkomst met een nul plaatsen achter f-teken: f 7360,20	25%	0%
● 87 x 0.846 intoetsen en afronden: f 73,60	1%	100%
● anders	14%	0%
totaal	100%	11%

Deze opgave is bij 204 leerlingen individueel afgenomen.

Slechts 11% van die leerlingen heeft het juiste antwoord gegeven.

De eerste oplossingsprocedure wordt door 14% van de leerlingen gevolgd. Zij realiseren zich dat de uitkomst van de vermenigvuldiging 87×84.6 , te weten 7360.2 geen guldens maar centen voorstellen die nog omgezet moeten worden naar guldens. Ongeveer 70% van de leerlingen die de eerste oplossingsprocedure volgt, rondt vervolgens ook correct af. De overigen ronden niet (antwoord f 73,602) of verkeerd af (antwoorden f 73,62 of f 73,95).

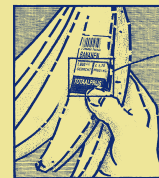
De leerlingen van oplossingsprocedures 2 en 3 toetsen wel 87×84.6 in, maar realiseren zich niet dat de uitkomst 7360.2 centen voorstelt. De leerlingen van oplossingsprocedure 2 toetsen 87×84.6 in en plaatsen de exacte uitkomst die in het afleesvenster van de zakrekenmachine verschijnt, achter het f-teken. De leerlingen van oplossingsprocedure 3 toetsen ook 87×84.6 in, maar plaatsen nog een nul achter de 2 zodat het in ieder geval nog een echt bedrag wordt. Twee leerlingen kiezen een zeer geavanceerde oplossingsprocedure: zij zetten 84,6 cent meteen om naar een notatie in guldens: 0.846 (oplossingsprocedure 4). Enkele andere oplossingsprocedures zijn:

- 87×84.6 intoetsen; antwoord f 736,02 (10 leerlingen);
- $87 : 84.6$ intoetsen;
- $1990 : 87$.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 5

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
• intoetsen: 1.8×1.75 of 1.800×1.75 of 1.75×1.8 of 1.75×1.800	52%	99%
• stapsgewijs, waarbij meerdere berekeningen uitgevoerd worden, bijvoorbeeld eerst uitrekenen hoeveel 0.800×1.75 is en daar f 1,75 bij optellen	19%	87%
• zonder zakrekenmachine (cijferend op papier of uit het hoofd oplossen)	1%	67%
• geen (leerlingen die niet tot een antwoord komen)	12%	0%
• anders	16%	0%
totaal	100%	69%

Voorbeeldopgave 5



Hoeveel moet Sven voor de bananen betalen? f _____

Deze opgave is bij 204 leerlingen individueel afgenomen. 69% van die leerlingen is op het goede antwoord uitgekomen.

Iets meer dan de helft van de leerlingen toetst op de zakrekenmachine de bewerking in die meteen naar het antwoord van de opgave leidt (oplossingsprocedure 1). 99% van die leerlingen komt tot het juiste antwoord.

Opvallend bij deze opgave is dat ongeveer een vijfde deel van de leerlingen de opgave stapsgewijs oplost (oplossingsprocedure 2). Deze oplossingsprocedure wordt gekenmerkt door het splitsen van de opgave in twee of meer bewerkingen. Tal van varianten komen daarbij voor. De meest voorkomende variant is het eerst uitrekenen hoeveel je voor 0.800 kg moet betalen (f 1,40) en dat optellen bij het bedrag dat je voor 1 kg moet betalen (f 1,75).

Ook waren er leerlingen die het uitrekenen op de zakrekenmachine combi-neerden met het uit het hoofd rekenen, zoals bijvoorbeeld bij de volgende oplossingswijze:

$$175 : 10 = 17,5 \text{ (uit het hoofd)}$$

$$17.5 \times 8 \text{ (op de zakrekenmachine)} = 140$$

$$140 = f 1,40$$

$$1.40 + 1.75 \text{ (op de zakrekenmachine)} = 3.15.$$

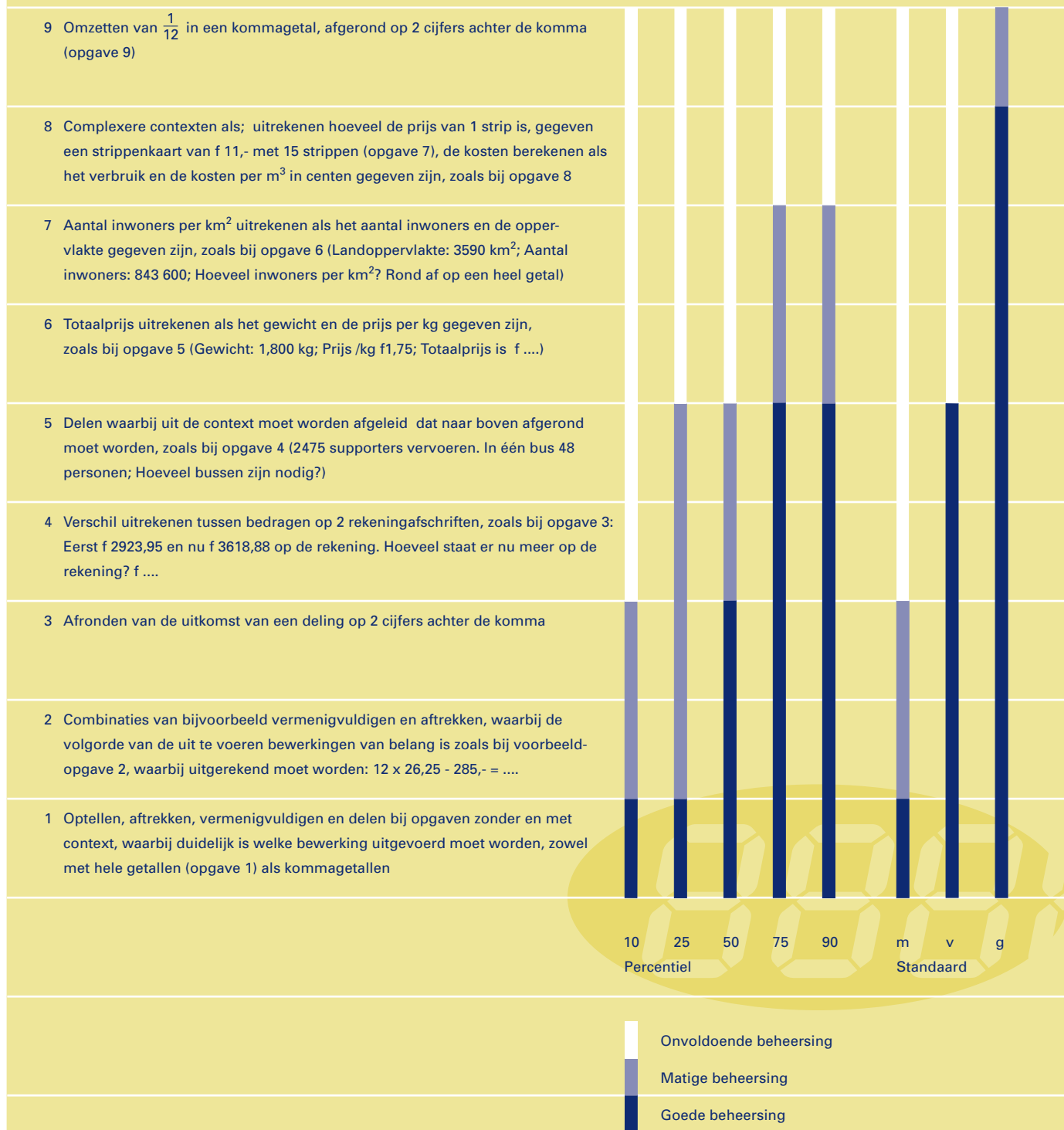
Ondanks het feit dat de leerlingen die de opgave stapsgewijs oplossen niet de meest efficiënte procedure volgen (niet met één bewerking tot het antwoord komen), is de redenering die zij volgen goed. 87% van de leerlingen die oplossingsprocedure 2 volgt, komt tot het goede antwoord.

3 van de 204 leerlingen wilden de zakrekenmachine niet gebruiken. 12% van de leerlingen is niet tot een antwoord gekomen en 16% van de leerlingen heeft een foutieve bewerking als uitgangspunt genomen.

Andere foutieve bewerkingen zijn:

- het aantal bananen $\times$ f 1.75;
- $1.8 : 1.75$;
- $1.800 - 1.75$.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine



Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 7

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
• de goede deling $11 : 15$ intoetsen en goed afronden	45%	100%
• de goede deling $11 : 15$ intoetsen en verkeerd afronden op o.a. 0,70 0,74 0,75 of 1,00	24%	0%
• de foutieve deling $15 : 11$ intoetsen	22%	0%
• een andere foutieve bewerking intoetsen, bijvoorbeeld 11×15 en $11 : 1.5$	3%	0%
• anders	7%	0%
totaal	100%	45%

Voorbeeldopgave 7

Een strippenkaart voor het openbaar vervoer kost f 11,-.
Op die kaart zitten 15 strippen.
Hoeveel is de prijs per strip?
Rond af op hele centen.
f _____

Deze opgave is bij 204 leerlingen individueel afgenomen. 45% van die leerlingen kwam tot een goed antwoord.

Bij de schriftelijke afname, waarbij de leerlingen zelfstandig de instructie konden doornemen en de opgave zelfstandig moesten maken (ook met gebruik van de zakrekenmachine) kwam maar 25% tot een goed antwoord. We veronderstellen dat dit verschil veroorzaakt wordt doordat de toetsleider vooraf uitleg geeft over het gebruik van de zakrekenmachine en de leerlingen die de opgave zelfstandig maken, de uitleg niet of niet adequaat doornemen.

In totaal heeft ongeveer 70% van de leerlingen de juiste deling ingetoetst, maar er zijn nogal wat leerlingen die verkeerd afronden.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 3

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
• intoetsen $3618.88 - 2923.95$	78%	92%
• intoetsen $2923.95 - 3618.88$	5%	90%
• intoetsen van een punt na het duizendtal (bij beide getallen)	10%	10%
• anders	6%	15%
totaal	100%	78%

Voorbeeldopgave 3

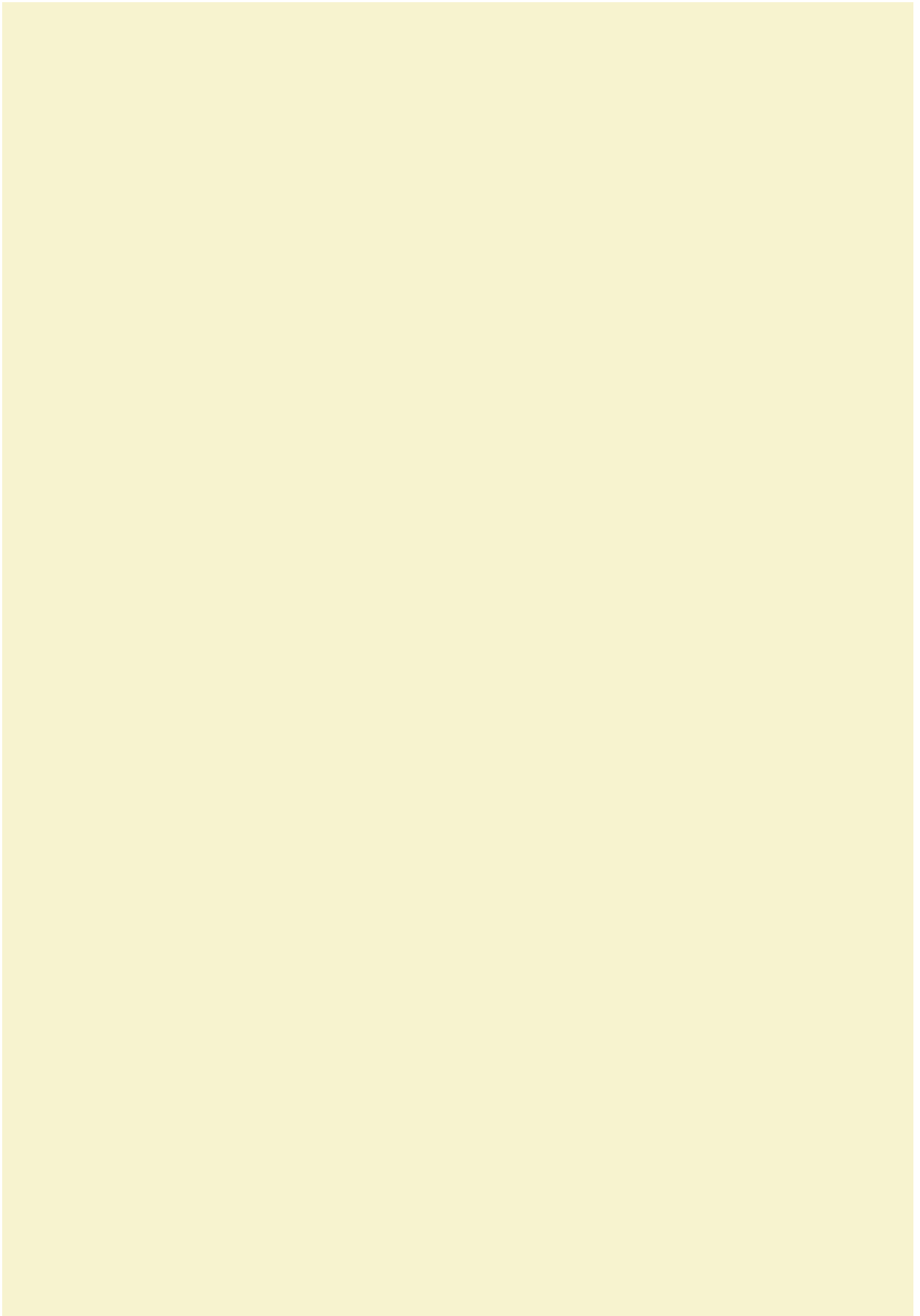


Hoeveel stond er op 1-1-1996 meer op de rekening dan op 1-1-1995?
f _____

Deze opgave is bij 204 leerlingen individueel afgenomen. 160 van de 204 leerlingen kwamen tot een goed antwoord. Dat is 78% van de leerlingen.

Fouten bij de eerste oplossingsprocedure waren het verkeerd intypen van cijfers, het verkeerd overnemen van de uitkomst en het foutief afronden van de uitkomst. Bij de leerlingen die de tweede oplossingsprocedure gevolgd hebben, is op de zakrekenmachine een negatief getal verschenen. De betreffende leerlingen hebben de uitkomst, al dan niet bewust, goed overgenomen.

Door 21 leerlingen werd een punt ingetypt na het duizendtal. De zakrekenmachine accepteert dan een tweede punt niet. 16 van de 21 leerlingen die een punt hadden ingetypt, merkten niet dat er iets niet klopte en accepteerde f 0,69493 als antwoord. 2 van die 21 leerlingen corrigeerden het bedrag naar het juiste antwoord: f 694,93. Ook bij deze opgave is er een kleiner percentage goede antwoorden bij de afname waarbij de leerlingen zelfstandig werkten (69%).



HOOFDSTUK 5

Hoofdstuk 5



5 BREUKEN, PROCENTEN EN VERHOUDINGEN

Het domein Breuken, procenten en verhoudingen omvat zeven onderwerpen. Drie van die onderwerpen gaan over basiskennis en begrip en de andere onderwerpen betreffen toepassingen. Elk onderwerp begint met een schets van de inhoud, vervolgens beschrijven we wat leerlingen kunnen en zouden moeten kunnen en schenken we aandacht aan de verschillen in vaardigheid tussen groepen leerlingen. Bij twee onderwerpen beschrijven we van een enkele opgave de oplossingsprocedures van de leerlingen.

5.1 BREUKEN: BASISKENNIS EN BEGRIP

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken. In de opgaven van dit onderwerp komen verschillende aspecten van breuken aan de orde, zoals:

- de deel - geheel relatie: $\frac{3}{4}$ als 3 van de 4 delen van een geheel ($\frac{3}{4}$ taart)
- de breuk als meetgetal: bijvoorbeeld in $\frac{3}{4}$ meter, $\frac{3}{4}$ liter;
- de breuk als operator: $\frac{3}{4}$ als deel van een aantal ($\frac{3}{4}$ van de Nederlanders);
- de breuk als uitkomst van een deling;
- de breuk als getal op de getallenlijn (zowel precies als globaal);
- de breuk als verhouding, bijvoorbeeld 3 van de 4 Nederlanders is $\frac{3}{4}$ deel van de Nederlanders.

In de opgaven komen een aantal elementaire operaties voor zoals:

- aanvullen;
- vergelijken van de grootte van breuken;
- omzetten van breuken in kommagetallen, zowel precies als globaal schattend;
- vereenvoudigen ($\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$) en compliceren ($\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$);
- breuken als $\frac{25}{4}$ als gemengd getal schrijven.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 32 opgaven. 14 van die 32 opgaven zijn als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan al redelijk overweg met een aantal elementaire aspecten van breuken. Zo beheerst de percentiel-10 leerling matig: het vergelijken van de waarde van stambreuken, het vereenvoudigen van breuken als $\frac{6}{9}$, het omzetten van breuken als $\frac{3}{4}$ naar $\frac{12}{16}$ en het aanvullen van $\frac{3}{10}$ tot een hele, zoals bij voorbeeldopgave 3.

De gemiddelde leerling beheerst de hiervoor genoemde aspecten goed. Daarnaast kan hij ook al goed de relatie leggen tussen kommagetallen en breuken, zoals bijvoorbeeld bij $0,25 = \frac{1}{4}$, kan hij berekenen hoeveel $\frac{1}{5}$ deel van 450 is en kan hij complexere vereenvoudigingen uitvoeren ($\frac{12}{18} = \dots$). De gemiddelde leerling beheerst matig het plaatsen van breuken als $\frac{3}{5}$ op een in 10

stukken verdeelde getallenlijn van 0 - 1 en het vergelijken van niet stambreuken met eenzelfde teller en een verschillende noemer ($\frac{2}{5}$, $\frac{2}{9}$ en $\frac{2}{7}$).

De percentiel-90 leerling beheerst alle hiervoor genoemde aspecten goed.

Daarnaast kan hij aangeven welke breuken horen bij een bepaald punt op de getallenlijn. De percentiel-90 leerling kan al redelijk overweg met opgaven waarbij de uitkomst van een verdeling met een breuk moet worden aangegeven, met opgaven waarbij aangegeven moet worden welk gemengd getal hoort bij een bepaald punt op de getallenlijn en opgaven waarbij kommagetallen als 4,60 omgezet moeten worden naar een gemengd getal ($= \frac{\quad}{5}$).

Standaarden

Uitgaande van de mediaan (op 282) is er van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste tien voorbeeldopgaven goed beheersen. De laatste twee voorbeeldopgaven behoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Iets minder dan een kwart van de leerlingen voldoet aan deze standaard. Gegeven de vooronderstelling dat 70% tot 75% van de leerlingen de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen, wordt dit niveau dus door veel te weinig leerlingen aan het einde van het basisonderwijs bereikt.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidscore 192. De beoordelaars zijn van mening dat de leerlingen op het niveau van deze standaard geen enkele voorbeeldopgave goed hoeven te beheersen. Tegelijk impliceert deze standaard dat de eerste zes voorbeeldopgaven matig en de andere acht onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat is bijna het geval. Om aan de standaard **Gevorderd** te voldoen moet je alle voorbeeldopgaven nagenoeg goed beheersen. Er zijn bij dit onderwerp dus geen opgaven die het niveau van de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgen. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard bereikt ongeveer 8% van de leerlingen bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Smalle marges van interkwartielranges geven aan dat de consensus tussen de beoordelaars over het niveau van de betreffende standaard groot is.

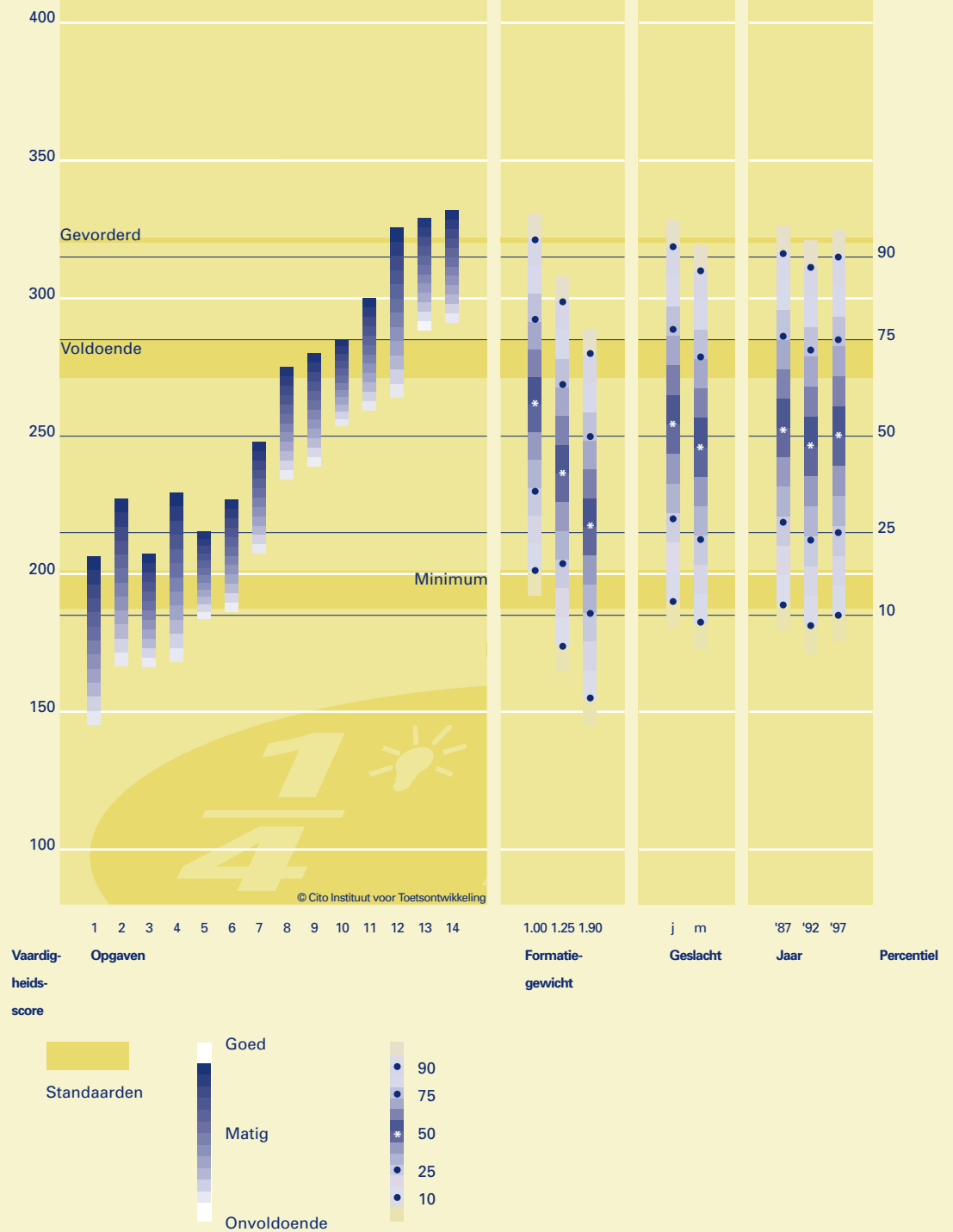
Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen het gemiddelde van de 1.00-leerlingen en het gemiddelde van de 1.90-leerlingen is 44 punten op de vaardigheidsschaal, bijna een hele standaarddeviatie. Ongeveer een derde deel van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt minder dan 10% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de voorbeeldopgaven 1, 3 en 5 goed, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste zeven opgaven goed beheerst. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt 15% de standaard Voldoende.

Het verschil in vaardigheidsniveau tussen de jongens en de meisjes is negen punten op de vaardigheidsschaal in het voordeel van de jongens.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 is ongeveer gelijk aan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987 en 1992.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Breuken: basiskennis en begrip



1 Helen uithalen: $\frac{25}{4} = \dots \frac{\dots}{\dots}$

2 $\frac{1}{8}$ deel van de kinderen in Zuid-Limburg heeft ademhalingsproblemen. In Flevoland is dat $\frac{1}{12}$ deel van de kinderen. In welke regio zijn het meest ademhalingsproblemen?
In _____

3 $\frac{3}{10}$ deel van het aardoppervlak bestaat uit land. Welk deel van het aardoppervlak bestaat uit water?
 $\frac{\dots}{\dots}$ deel

4 Vereenvoudig: $\frac{6}{9} = \frac{\dots}{\dots}$

5 $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{16}$

6 $0,25 = \frac{1}{\dots}$

7 Vereenvoudig: $\frac{12}{18} = \frac{\dots}{\dots}$

8 Schooltuintjes



Zet een pijltje bij $\frac{3}{5}$ op de getallenlijn.



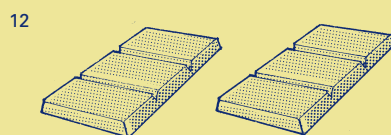
Welke breuk hoort op de plaats die de pijl aanwijst?
 $\dots \frac{\dots}{\dots}$



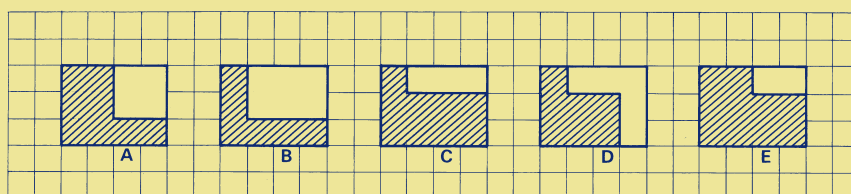
Welke 2 breuken horen bij het punt dat de pijl aanwijst?
 $\frac{1}{\dots}$ en $\frac{2}{\dots}$

14 Jan slaapt ongeveer 8 uur per dag. Welk deel van de dag slaapt Jan ongeveer?
 $\frac{1}{\dots}$ deel

11 Op een blik bonen staat: inhoud 1 kilogram. $\frac{1}{10}$ deel van het blik bonen bestaat uit water. Hoeveel gram bonen zit er in dit blik? _____ gram



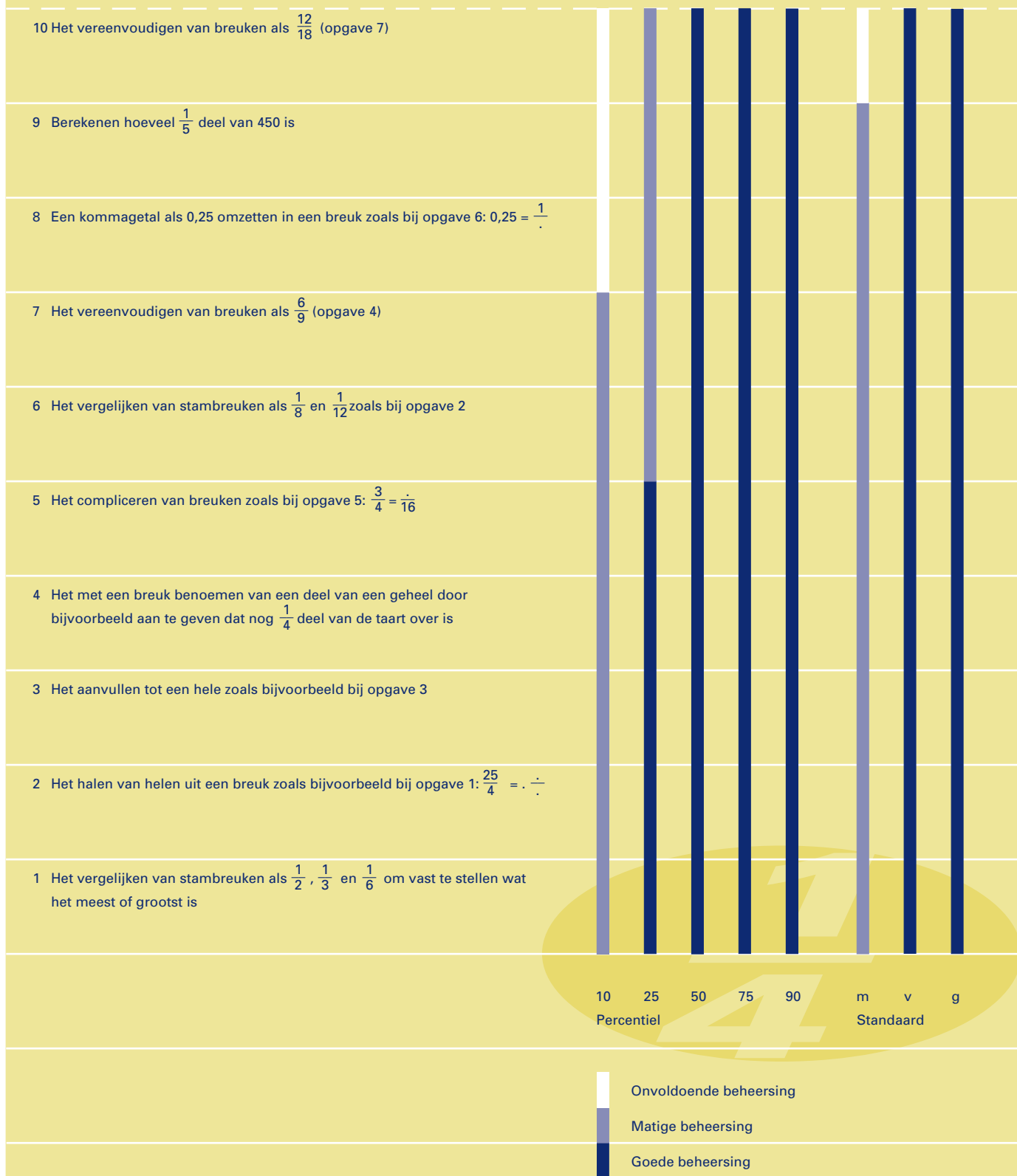
Twee repen chocolade worden verdeeld over drie kinderen. Hoeveel krijgt elk kind?
 $\frac{\dots}{\dots}$ reep



= omgespit

Welk schooltuintje is voor $\frac{2}{3}$ deel omgespit? Schooltuintje _____

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken: basiskennis en begrip



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken: basiskennis en begrip



5.2 BREUKEN: OPTELLEN EN AFTREKKEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het optellen en aftrekken van gelijknamige en ongelijknamige breuken. Naast het optellen en aftrekken in opgaven zonder context moeten de genoemde bewerkingen ook in concreet beschreven situaties worden toegepast. Ook combinaties van optellen en aftrekken komen daarbij voor. De breuken en gemengde getallen die in de opgaven voorkomen hebben een hoge gebruikswaarde.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 27 opgaven. Tien van die 27 opgaven zijn als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan niet of nauwelijks optellen met breuken. Van de voorgelegde opgaven beheerst hij alleen de eerste voorbeeldopgave zeer matig en de andere opgaven allemaal onvoldoende. In de verzameling opgaven, die aan de leerlingen is voorgelegd, zitten geen opgaven waarbij gelijknamige breuken moeten worden opgeteld of afgetrokken en waarbij niet ingewisseld hoeft te worden. Daarom kunnen we over de beheersing van dit type geen uitspraak doen.

De percentiel-25 leerling beheerst de eerste twee vermelde onderdelen matig. Hij beheerst geen enkel onderdeel van dit onderwerp echt goed.

De gemiddelde leerling kan goed optellen en aftrekken met halven en kwarten, vierden en achtsten, halven en zesden en met derden en zesden. Ook beheerst hij het optellen van breuken goed waarbij ingewisseld moet worden, zoals bijvoorbeeld bij $6 \frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$. De gemiddelde leerling beheerst matig het aftrekken van breuken waarbij ingewisseld moet worden, opgaven waarbij zowel gelijknamig gemaakt moet worden als ingewisseld moet worden en opgaven waarbij aangevuld moet worden tot een hele in contextsituaties.

De percentiel-90 leerling beheerst op een enkele opgave na alle getoetste aspecten goed. De percentiel-90 leerling heeft alleen nog moeite met opgaven waarin een combinatie van vaardigheden vereist is, zoals bij de laatste voorbeeldopgave waarbij een schatting moet worden gemaakt van de uitkomst van een optelling van twee breuken.

Standaarden

Bij dit onderwerp is er over het niveau van de drie standaarden een grote consensus tussen de beoordelaars. Bij de standaard **Gevorderd** vallen percentiel 25, mediaan en percentiel 75 van de oordelen zelfs bijna samen.

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake, wanneer de leerlingen de eerste vier voorbeeldopgaven goed beheersen. De laatste drie voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op vaardigheidsniveau 246 voldoet iets meer dan de helft van de leerlingen aan de standaard **Voldoende** en dat is minder dan de beoogde 70% à 75% van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheids-score 196. Op het niveau van deze standaard hoeven de leerlingen geen enkele van de voorbeeldopgaven goed te beheersen. Tegelijk impliceert deze standaard

dat de eerste voorbeeldopgave matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% à 95% van de leerlingen bereikt moeten worden, maar dat is niet het geval. De laatste voorbeeldopgave overstijgt het niveau van de kerndoelen voor het basisonderwijs ver. Die opgave hoeft niet beheerst te worden. De voorlaatste opgave hoeft niet goed, maar slechts matig beheerst te worden op het niveau van de standaard **Gevorderd**. Uitgaande van de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard bereikt ongeveer 25% van de leerlingen bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

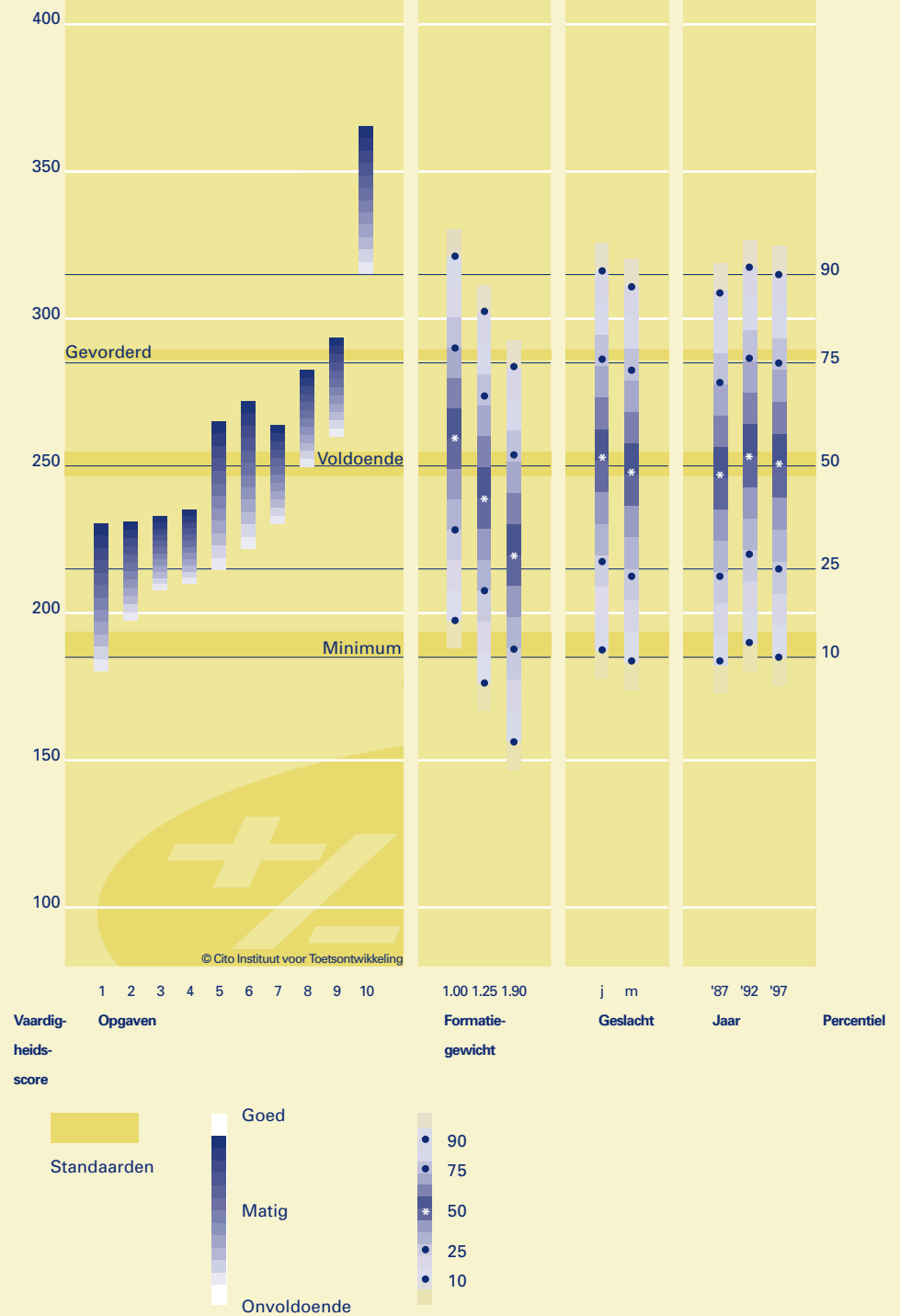
Verschillen tussen leerlingen

Er is tussen leerlingen een redelijk groot verschil op basis van hun formatiegewicht. Ongeveer 60% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen haalt nog geen 30% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst geen enkele voorbeeldopgave goed, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste vier opgaven goed beheerst. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 45% de standaard Voldoende.

Bij dit onderwerp is er nauwelijks verschil in vaardigheidsniveau tussen de jongens en de meisjes. Het verschil is ongeveer vier punten op de vaardigheidsschaal.

Evenals bij het onderwerp basiskennis en begrip van breuken, verschilt het vaardigheidsniveau van de leerlingen in de jaren 1987, 1992 en 1997 niet veel van elkaar.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Breuken: optellen en aftrekken



1 Joris neemt een pak met een kilo meel. Een halve kilo meel gebruikt hij voor het bakken van gewone pannenkoeken, een kwart kilo meel voor het bakken van spekpannenkoeken, en de rest voor het bakken van appelpannenkoeken. Hoeveel meel gebruikt hij voor het bakken van appelpannenkoeken?

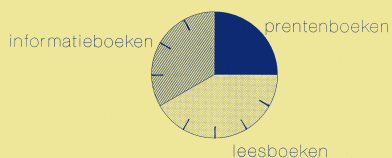
kilo

2 $6\frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$

3 $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$

4 $\frac{7}{8} - \frac{3}{4} =$

5 In de schoolbibliotheek zijn de boeken zo verdeeld:



Welk deel van de boeken bestaat uit informatieboeken?

deel

6 $\frac{5}{8}$ deel van de auto's in Amerika is in Amerika gemaakt, een kwart in Japan en de rest in Europa. Welk deel van de auto's komt uit Europa?

deel

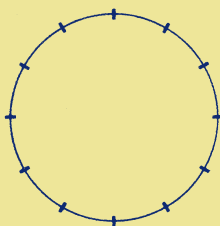
7 Hoe de kinderen naar school komen:

$\frac{1}{4}$ deel van de kinderen loopt,

$\frac{1}{6}$ deel van de kinderen fietst en de rest wordt met de auto gebracht.

Welk deel van de kinderen wordt met de auto gebracht? _____ deel

8 Elk jaar verdeelt de gemeente Gelzen f 12 000,- eerlijk tussen drie jeugdclubs. Hoe meer leden, hoe meer geld. Dit jaar krijgen 'De Gigantjes' $\frac{1}{6}$ deel, 'St. Maarten' $\frac{1}{4}$ deel en 'De Slinger' de rest. Je mag de tekening gebruiken om het uit te zoeken.



Welk deel krijgt 'De Slinger'?

deel

9 In een recept staat dat er $\frac{3}{4}$ liter melk bij het beslag moet. Willem doet er $\frac{1}{3}$ liter bij. Hij merkt zijn vergissing.

Hoeveel liter melk moet hij er nu nog bij doen?

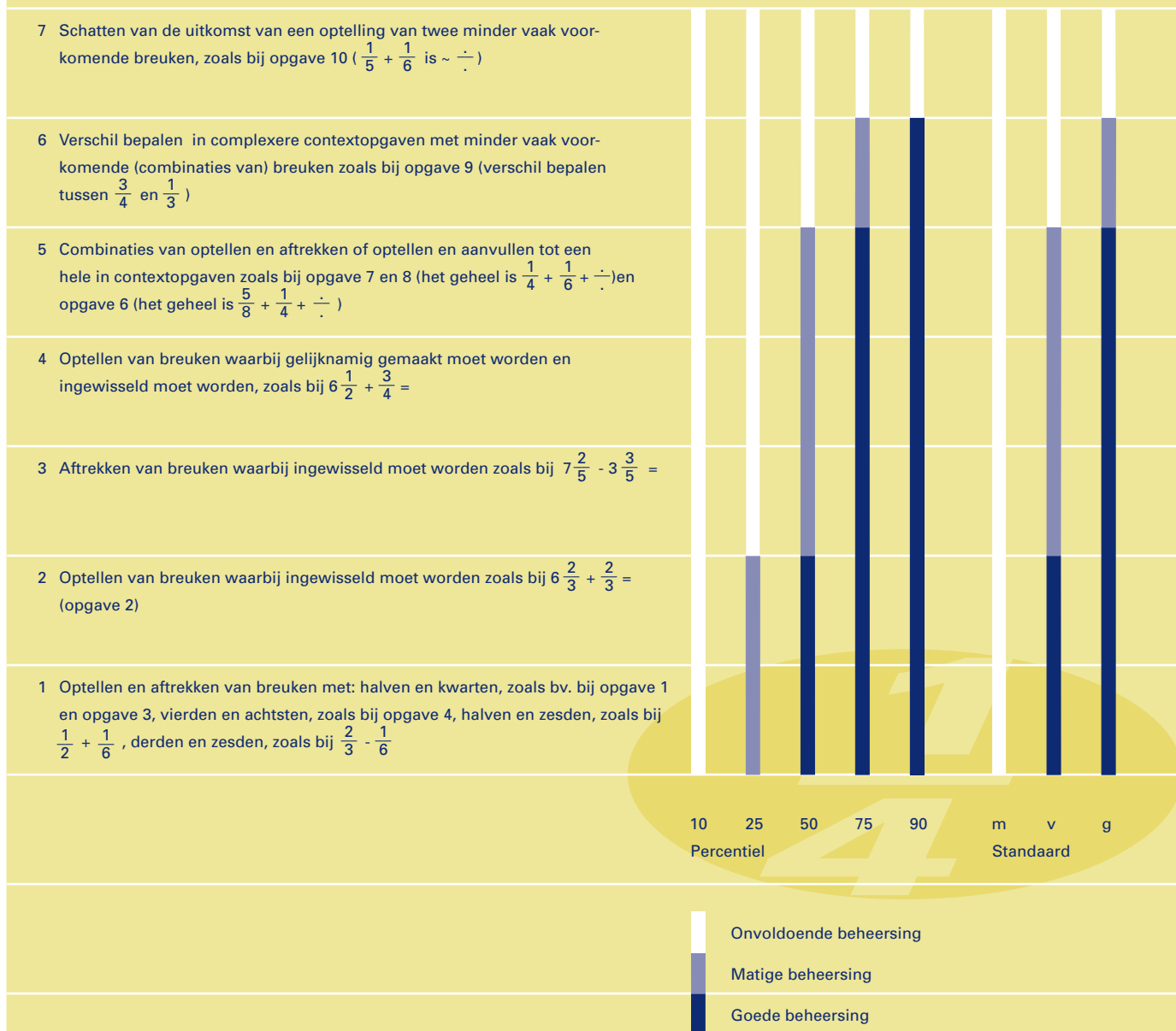
liter

10 Ongeveer $\frac{1}{5}$ deel van de mensen woont in Cina
Ongeveer $\frac{1}{6}$ deel van de mensen woont in India.
Welk deel van de mensen woont in China en India samen?

Ongeveer $\frac{1}{..}$ deel

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Breuken: optellen en aftrekken

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken: optellen en aftrekken



5.3 BREUKEN: VERMENIGVULDIGEN EN DELEN

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om vermenigvuldigen en delen, waarbij een of meer breuken of gemengde getallen gebruikt worden. De meeste opgaven staan in een context. De opgaven zijn vrijwel geheel beperkt tot opgaven die concreet voorstelbaar zijn en zaken die leerlingen in het dagelijks leven kunnen tegenkomen. Het gaat bij de opgaven vooral om het begrijpen en niet om een grote vaardigheid in het opereren met allerlei soorten breuken en ook niet om het hanteren van regels zoals: 'delen is vermenigvuldigen met het omgekeerde'. In de opgaven komen verschillende aspecten van het vermenigvuldigen en delen aan de orde. Bij vermenigvuldigen komen aan de orde:

- een geheel getal vermenigvuldigen met een breuk of omgekeerd of een deel van een aantal nemen ($\frac{1}{2} \times 45$), waarbij al dan niet afgerond moet worden;
- een breuk met een breuk vermenigvuldigen of een deel van een deel nemen ($\frac{1}{2}$ deel van $\frac{1}{2}$ liter)

Bij delen komen aan de orde:

- een breuk delen door een geheel getal;
- een breuk of gemengd getal delen door een breuk;
- een geheel getal delen door een breuk of gemengd getal.

Bij een aantal opgaven moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden. Soms zijn de getallen waarmee uiteindelijk gerekend moet worden niet rechtstreeks gegeven, maar moeten afgeleid worden uit de context.

In dit onderwerp zijn ook bijna alle opgaven opgenomen die in 1987 en 1992 het onderwerp: *Breuken: toepassingen* vormden.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 43 opgaven. Van die 43 opgaven zijn er 15 als voorbeeldopgave genomen.

Wat leerlingen kunnen

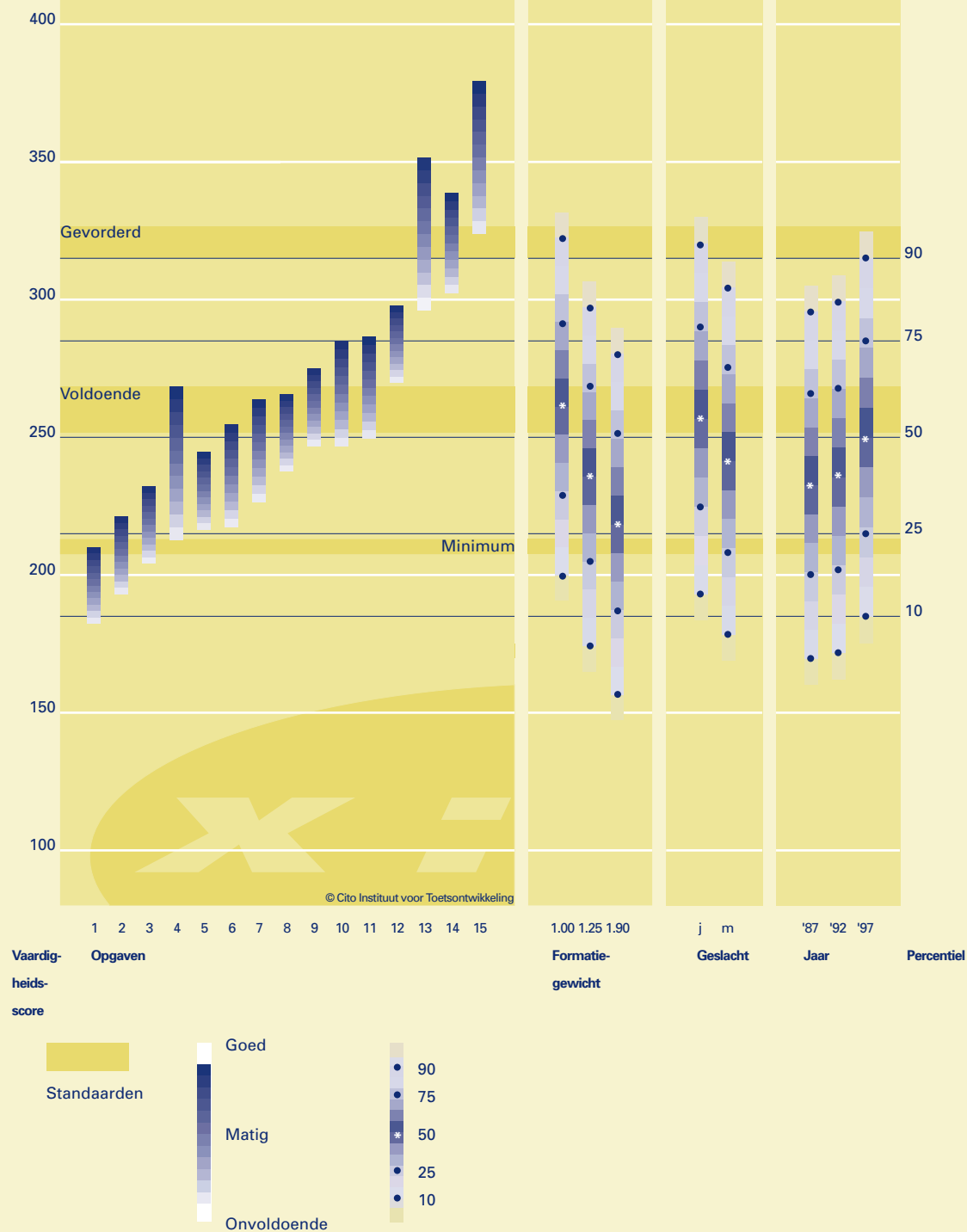
De voorgelegde vermenigvuldig- en deelopgaven zijn voor de **percentiel-10 leerling** allemaal zeer moeilijk. Hij beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave zeer matig.

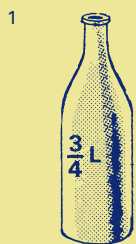
De percentiel-25 leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en een aantal andere matig, zoals onder andere bepalen hoeveel de helft is van $\frac{1}{2}$ liter, uitrekenen hoeveel $\frac{3}{4}$ van 800 is, hoeveel $\frac{2}{3}$ van 24 is en vaststellen hoeveel $2 : \frac{1}{4}$ is.

De gemiddelde leerling beheerst de zojuist genoemde onderdelen goed. Daarnaast beheerst hij ook toepassingsopgaven goed of matig waarbij een deel en een aantal gegeven is (bijvoorbeeld $\frac{2}{3} = 36$) en een totaal berekend moet worden. De laatste vijf onderdelen uit het ontwikkelingsschema zijn voor de gemiddelde leerling nog erg moeilijk.

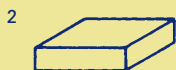
De percentiel-90 leerling kan al met een breuk aangeven hoeveel liter in een glas zit als een halve liter over 3 glazen verdeeld wordt. Hij is in staat complexere contextopgaven op te lossen waarbij een deel van een deel van een aantal moet worden bepaald, (zoals bij $\frac{1}{4} \times \frac{1}{8} \times 1600$) of waarbij een deel van een deel moet worden genomen, zoals bij het bepalen hoeveel de helft van $\frac{3}{4}$ liter is. De laatste voorbeeldopgave is voor de percentiel-90 leerlingen nog erg moeilijk (hoeveel personen moeten vóór stemmen als minstens $\frac{2}{3}$ deel van 55 personen vóór moet stemmen?).

De vaardigheidschaal bij het onderwerp Breuken: vermenigvuldigen en delen





1 Uit deze fles gaan 9 glaasjes.
Hoeveel glaasjes gaan er uit een
hele liter? _____ glaasjes



2 1 bouillonblokje is voldoende voor
 $\frac{1}{2}$ liter bouillon.

Hoeveel liter bouillon kun je maken
met een half bouillonblokje?
_____ liter

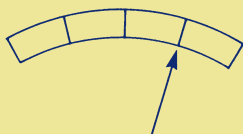
3 Moeder heeft $1\frac{1}{2}$ liter slagroom
nodig.

Er zijn alleen pakjes van $\frac{1}{4}$ liter.

Hoeveel pakjes neemt zij?
_____ pakjes

4 Het koffiezetapparaat is voor $\frac{2}{3}$
gevuld. We kunnen er dan 36
kopjes uithalen. Hoeveel kopjes
koffie bevat het apparaat als het vol
is? _____ kopjes

5 In een lege tank wordt 1200 liter
olie gepompt.



Daarna geeft de wijzer aan dat de
tank voor $\frac{3}{4}$ gevuld is.

Hoeveel liter kan er in totaal in die
tank? _____ liter

6 Op een verjaarsfeestje krijgt ieder
kind één glaasje sinas.

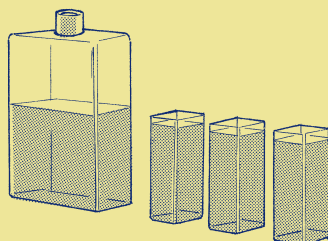
In één glaasje gaat $\frac{1}{5}$ liter.

Er zijn 27 kinderen. Hoeveel
literflessen moeten er ingekocht
worden? _____ literflessen

7 In een stadion kunnen 60 000
toeschouwers. Je schat dat het
stadion voor driekwart gevuld is.
Hoeveel toeschouwers zijn er dan
ongeveer?
_____ toeschouwers

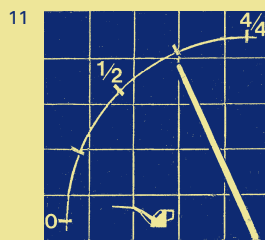
8 Ongeveer $\frac{3}{4}$ deel van de leerlingen
van de Plerikschool komt lopend
naar school. Van de rest wordt de
helft gebracht en komt de helft
op de fiets. Welk deel van de
leerlingen van deze school komt op
de fiets? _____ deel

9 Met een halve liter limonade kun je
3 volle glazen inschenken.



Hoeveel liter limonade zit dan in
elk glas? _____ liter

10 In een bos staan ongeveer 1600
bomen. Eén op de acht bomen in
het bos is ziek. Een vierde deel van
de zieke bomen moet gekapt
worden. Hoeveel bomen moeten er
gekapt worden?
Ongeveer _____ bomen

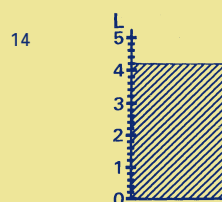


De inhoud van de benzinetank is
36 liter. Hoeveel liter benzine zit
nog in deze tank?
Ongeveer _____ liter

12 Een fles van $\frac{3}{4}$ liter is voor de helft
gevuld. Hoeveel liter zit er in die
fles? _____ liter

13 Recept voor witbrood
Nodig: $\frac{3}{4}$ kg meel, 25 à 30 gr gist,
 $4\frac{1}{2}$ dl water, 1 lepel zout

Een bakker gebruikt 10 kg meel
voor het bakken van witbrood.
Hoeveel broden kan hij daarmee
bakken? _____ broden



De inhoud van deze bak wordt
gelijk verdeeld over drie andere
bakken.
In elke bak zit dan _____ liter

15 Op een vergadering zijn 55
personen aanwezig. Bij een
bepaald besluit dat deze
vergadering wil nemen is het
nodig dat tweederde deel van de
aanwezigen vóórstemt. Hoeveel
personen moeten nu minstens
voorstemmen om dit besluit
aangenomen te krijgen?
_____ personen

Voorbeelden bij
de vaardigheidsschaal
Breuken:
vermenigvuldigen en
delen

Standaarden

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste acht voorbeeldopgaven goed of nagenoeg goed beheersen. De laatste vier voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op 262 voldoet ongeveer 40% van de leerlingen aan de standaard Voldoende. De standaard Voldoende wordt in het onderwijs dus niet door het beoogde percentage leerlingen van 70% tot 75% gehaald.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidscore 208. Op het niveau van deze standaard hoeven de leerlingen alleen de eerste voorbeeldopgave goed te beheersen. Tegelijk impliceert deze standaard dat de voorbeeldopgaven 2 en 3 matig en de andere voorbeeldopgaven onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% à 95% van de leerlingen bereikt moeten worden, maar in werkelijkheid blijkt dat maar zo'n 80% van de leerlingen dit niveau haalt.

Op het niveau van de standaard **Gevorderd** hoeven de leerlingen aan het einde van het basisonderwijs de laatste voorbeeldopgave niet te beheersen en de voorbeeldopgaven 13 en 14 slechts matig. Uitgaande van de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard bereikt iets minder dan 10% van de leerlingen op dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt maar ongeveer 20% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste twee voorbeeldopgaven goed, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste acht opgaven goed beheerst. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 30% de standaard voldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is bij dit onderwerp hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is ongeveer 16 punten op de vaardigheidsschaal.

Bij dit onderwerp is het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992 en 1987.

Oplossingsprocedures

Van één opgave van dit onderwerp zijn door middel van individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Oplossingsprocedures bij voorbeeldopgave 4

Het koffiezetapparaat is voor $\frac{2}{3}$ deel gevuld.

We kunnen er dan 36 kopjes uithalen.

Hoeveel kopjes koffie bevat het apparaat als het vol is?

_____ kopjes

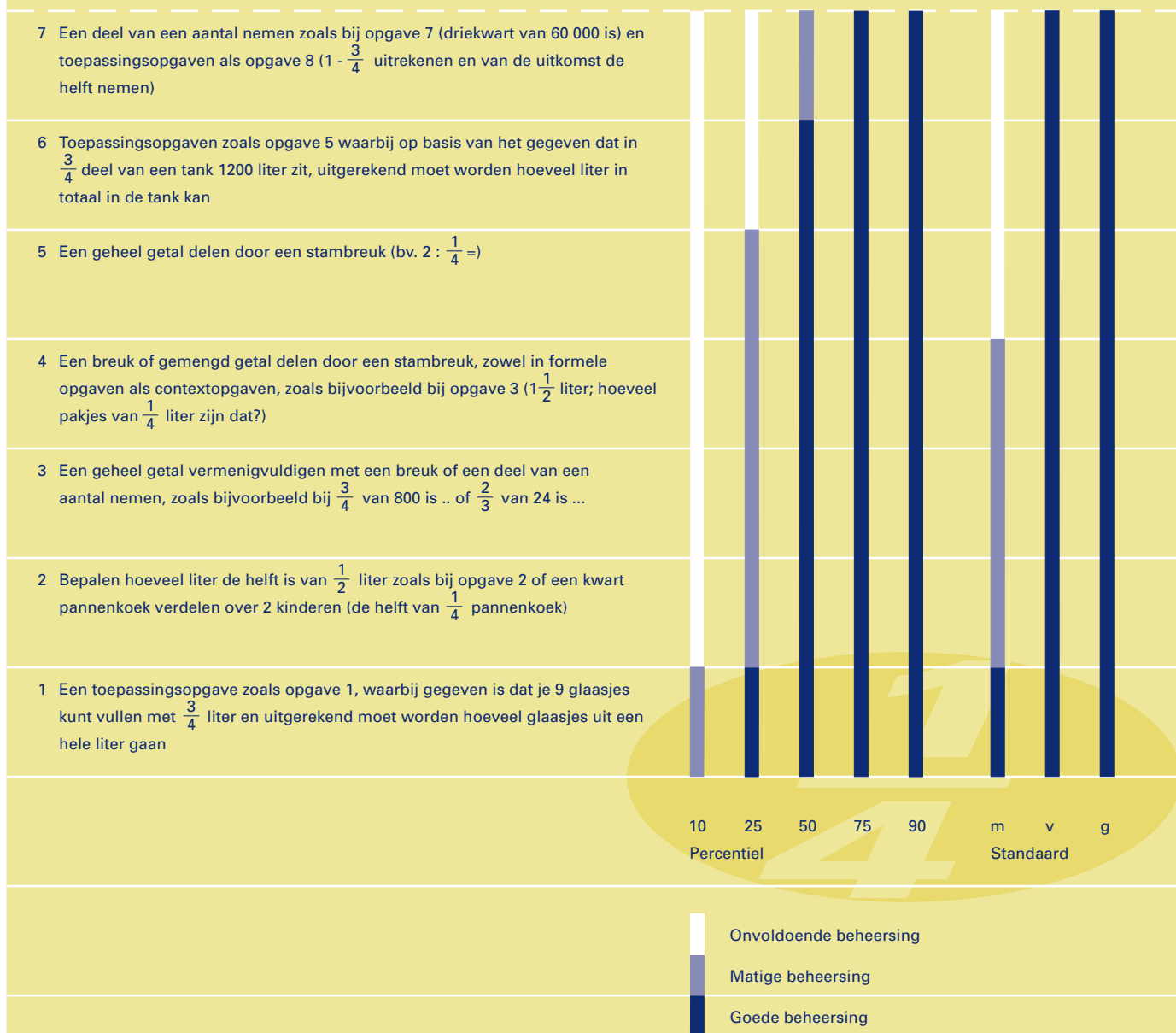
Oplossingsprocedure	aandeel	goed
eerst $\frac{1}{3}$ uitrekenen = 18 kopjes, dan 18 vermenigvuldigen met 3 -- $\cdot$ 54	47%	93%
eerst $\frac{1}{3}$ uitrekenen = 18 kopjes, dan 18 optellen bij 36 -- $\cdot$ 54	32%	83%
$\frac{1}{3}$ van 36 uitrekenen is 12 12 optellen bij 36 -- $\cdot$ 48	10%	0%
$\frac{1}{3}$ van 36 uitrekenen is 12 12 x 2 -- $\cdot$ 24	3%	0%
geen (niet tot een antwoord komen)	4%	0%
anders	4%	12,5%
totaal	100%	71%

Deze opgave is bij 209 leerlingen individueel afgenomen. 71% van die leerlingen gaf het juiste antwoord.

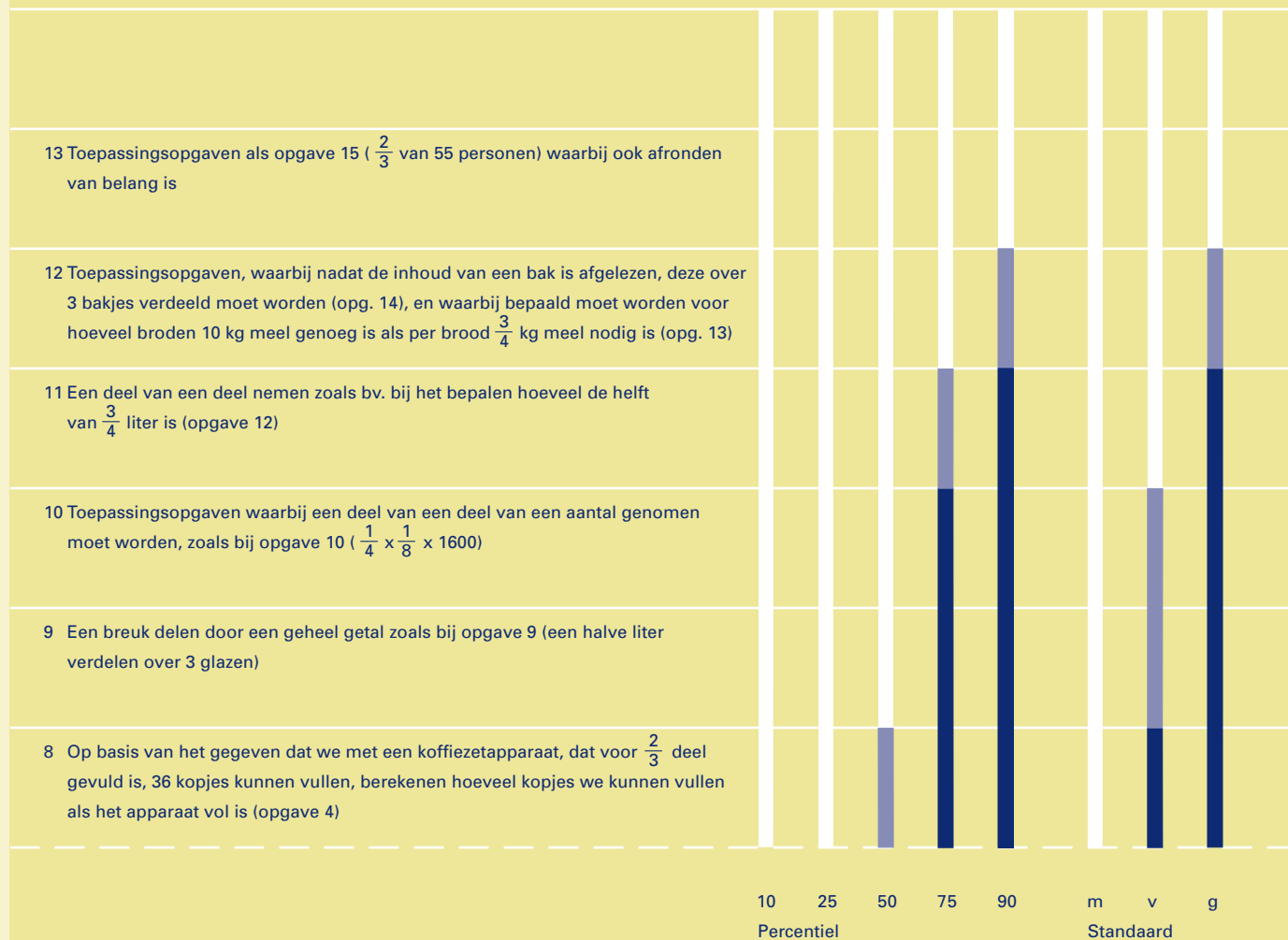
Bij de twee meest voorkomende oplossingsprocedures wordt eerst uitgerekend hoeveel $\frac{1}{3}$ deel is. Een groep leerlingen vermenigvuldigt de uitkomst met 3 en een andere groep leerlingen telt de uitkomst op bij 36. Het optellen is hier een iets minder effectieve oplossingsprocedure dan het vermenigvuldigen. Bij het optellen worden door de leerlingen meer uitrekenfouten gemaakt.

Bij de meest voorkomende foutieve oplossingsprocedure is er van uitgegaan dat $\frac{1}{3}$ deel berekend wordt door 36 door 3 te delen in plaats van door 2. Deze leerlingen realiseren zich overigens wel dat de uitkomst bij 36 moet worden opgeteld.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken: vermenigvuldigen en delen



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Breuken: vermenigvuldigen en delen



5.4 PROCENTEN: BASISKENNIS EN BEGRIIP

Inhoud

Het gaat bij dit onderwerp om basiskennis en een aantal begrippen die met procenten samenhangen. Centraal staat het begrijpen van wat procenten zijn. Een percentage moet worden begrepen als een verhouding of als een vergelijking van twee of meer zaken, waarbij één van de zaken op 100% gesteld wordt. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- inzien dat het geheel 100% is;
- aangeven met behulp van procenten hoe groot een bepaald deel in vergelijking met een geheel is;
- de relatie tussen procenten enerzijds en verhoudingen en breuken anderzijds.

Die relatie komt in de opgaven voor bij

- het vervangen van een percentage door een breuk;
- het omzetten van een percentage in een vermenigvuldigingsfactor (bijvoorbeeld $200\% \rightarrow 2 \times$; $75\% \rightarrow \frac{3}{4} \times$ of $0,75 \times$);
- het omzetten van een percentage in een verhouding: $75\% \rightarrow 3$ van de 4.

Bij de opgaven moeten zowel exacte omzettingen gemaakt worden als omzettingen die globaal schattend van aard zijn (bijvoorbeeld: 49 van de 101 is ongeveer 50%).

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 29 opgaven. Van die 29 zijn er tien als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen weten dat het geheel 100% is en kunnen dat in eenvoudige situaties ook toepassen. Een breuk als $\frac{3}{10}$ omzetten naar een percentage lukt nog wel, maar verhoudingen als 1 op de 4 of 1 op de 5 omzetten in een percentage is nog te moeilijk voor hen. Percentiel-10 leerlingen kunnen niet goed de relatie leggen met breuken en verhoudingen. Dat verklaart ook waarom ze over zeer weinig basiskennis beschikken.

De gemiddelde leerling kan al wel de relatie tussen stambreuken en procenten goed leggen ($\frac{1}{5} = 20\%$). Die relatie kan hij ook al redelijk goed leggen in 'ongeveer-situaties': (34% is ongeveer $\frac{1}{3}$ deel en 26% is ongeveer $\frac{1}{4}$ deel). Moeilijk voor de gemiddelde leerling is het omzetten van verhoudingen als 2 op de 5 en 23 op de 50 in een percentage. Ook heeft de gemiddelde leerling nog veel moeite met de standaardberekenningswijzen (180% van 159 is $180 \times 1,59$ of $1,8 \times 159$).

Percentiel-90 leerlingen kunnen dat allemaal goed. Slechts enkele van de getoetste opgaven beheersen ze matig. Dat betreft het kunnen aangeven wat een half procent is en het omzetten van percentages naar breuken in moeilijker situaties zoals bijvoorbeeld 16% is ongeveer $\frac{1}{6}$ deel.

Standaarden

Uitgaande van de mediaan van de oordelen (op vaardigheidsniveau 261) is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste zes voorbeeldopgaven goed beheersen en de opgaven 7 en 8 matig. De laatste twee opgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden.

Ongeveer 40% van de leerlingen voldoet aan deze standaard. De standaard Voldoende wordt in het onderwijs dus niet door het beoogde percentage leerlingen (70% à 75%) gehaald.

De mediaan voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 201. Dat betekent dat van minimum beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven matig beheersen. De andere zeven voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. 80% à 85% van de leerlingen voldoet aan deze standaard en dat is iets minder dan het beoogde percentage leerlingen van 90%.

De laatste voorbeeldopgave hoeft op het niveau van de standaard **Gevorderd** slechts matig beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard op vaardigheidsniveau 326 bereikt minder dan 10% van de leerlingen op dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

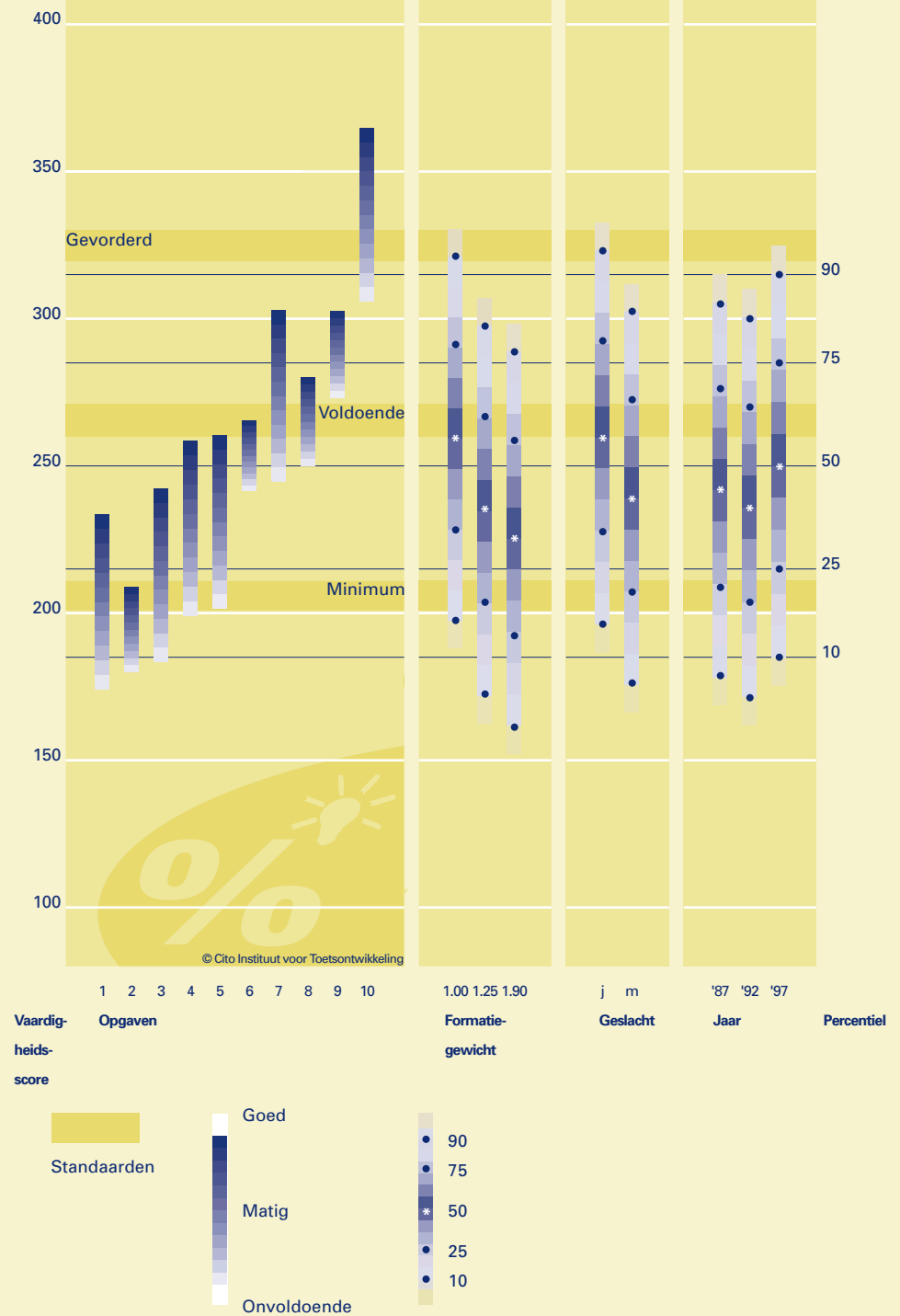
Verschillen tussen leerlingen

Er is een aanmerkelijk verschil tussen leerlingen met formatiegewicht 1.00 enerzijds en leerlingen met formatiegewicht 1.25 en 1.90 anderzijds. Ongeveer de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 en 1.90 bereikt respectievelijk ongeveer 30% en 25% deze standaard. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste zes opgaven goed en de laatste twee opgaven onvoldoende. De gemiddeld 1.25-leerling en de gemiddelde 1.90-leerling beheersen slechts de eerste twee opgaven goed en de opgaven 3 tot en met 5 matig. De andere opgaven beheersen zij onvoldoende.

Het vaardigheidsniveau van de meisjes is lager dan het vaardigheidsniveau van de jongens.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 is iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987 en in 1992.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Procenten: basiskennis en begrip



1 In Fonland werd gestemd over de
bouw van kerncentrales.

45% stemde voor.

12% stemde blanco.

Hoeveel procent stemde tegen?

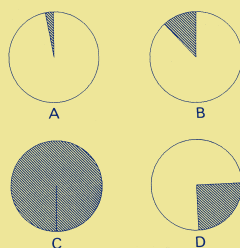
_____ %

2 $\frac{3}{10}$ deel van de fietsen bleek bij een
fietsenkeuring niet in orde.

Hoeveel procent is dat?

_____ %

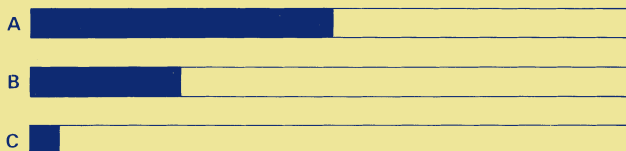
3 Van welke cirkel is ongeveer 12%
gekleurd?



4 Van een cirkel is 26% gekleurd.

Dat is ongeveer $\frac{1}{4}$ deel van die
cirkel.

5 Van welke strook is ongeveer 5%
gekleurd?



6 Janjo heeft 20 van de 25 vragen
goed beantwoord. Hoeveel procent
is dat? _____ %

7 180% van 159 kun je op 2 manieren
uitrekenen:

180 x _____

of

_____ x 159

8 2 op de 5 kinderen hadden een
onvoldoende voor het proefwerk.

Hoeveel procent is dat?

_____ %

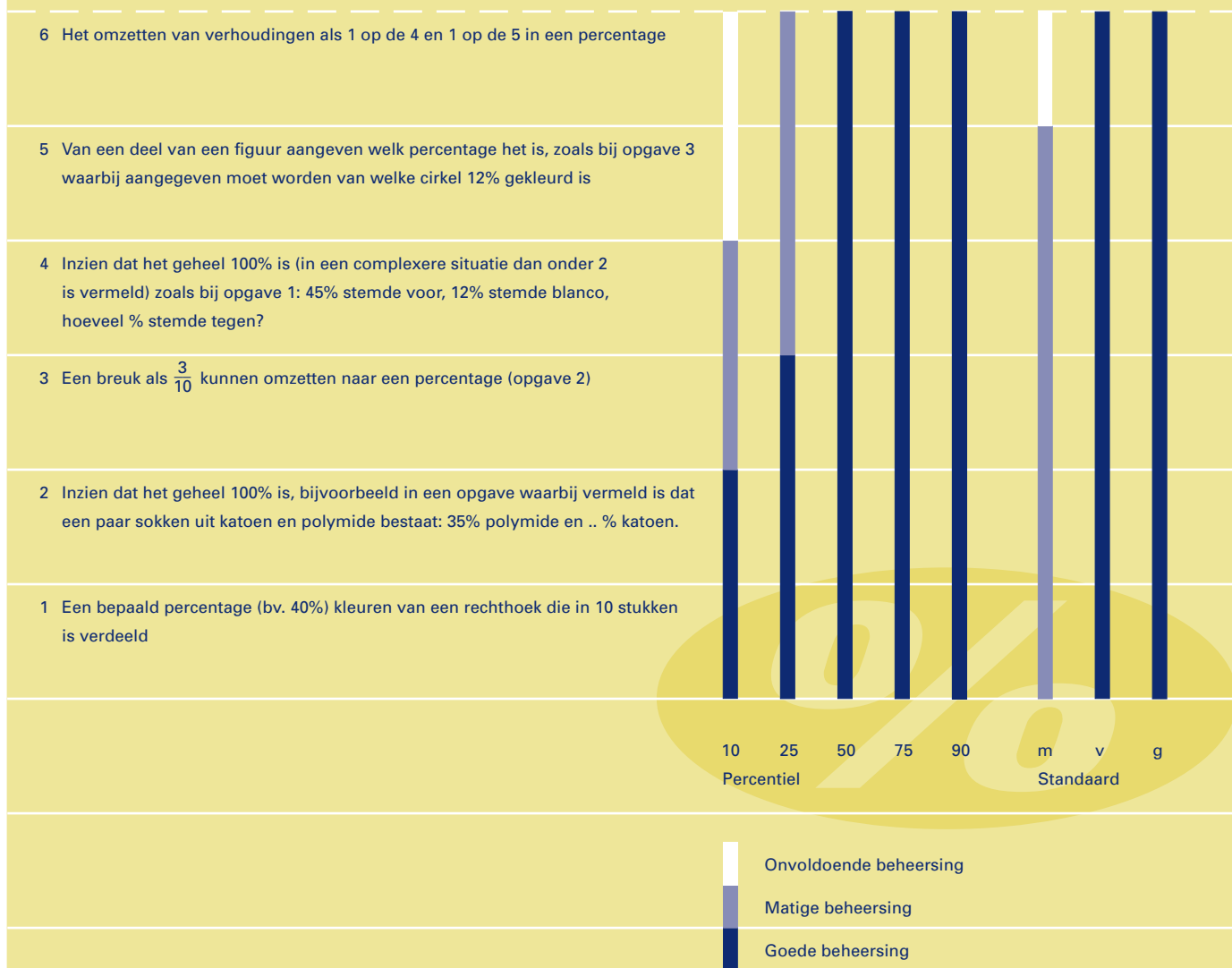
9 Henk won 21 van de 28 damspelen.

Hoeveel procent van de damspelen

won hij? _____ %

10 16% van f 42,- is ongeveer $\frac{1}{4}$ deel
van f 42,-

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Procenten: basiskennis en begrip



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Procenten: basiskennis en begrip

12 Kunnen aangeven dat een half procent 1 op de ... betekent en omzetten van percentages in minder eenvoudige breuken zoals bij opgave 10 (16% van 42 is ongeveer $\frac{1}{..}$ van 42)

11 Verhoudingen als 23 van de 50 en 21 van de 28 (opgave 9) omzetten in een percentage

10 Kennis van standaardberekeningswijzen: 180% van 159 = 180 x ... of ... x 159 (opgave 7)

9 Verhoudingen als 2 op de 5 (opgave 8) omzetten in een percentage

8 Omzetten van verhoudingen als 1 van de 25 en 20 van de 25 (opgave 6) in een percentage

7 Van percentages als 34% en 26% aangeven welk deel dat ongeveer is, zoals bij opgave 4 (26% is ongeveer $\frac{1}{.}$ deel)

10 25 50 75 90 m v g
Percentiel Standaard

5.5 PROCENTEN: TOEPASSINGEN

Inhoud

In dit onderwerp zitten opgaven waarbij percentages worden gebruikt in allerlei reële contexten. Daarbij staan niet alleen centraal het begrip van en de vaardigheid in het rekenen met percentages, maar ook kennis van begrippen en afspraken in bepaalde sectoren. Daarnaast is bij tal van opgaven het doorzien van verschillende contexten vereist. We komen onder andere situaties tegen:

- waarbij iets bijkomt of afgaat, zoals BTW, korting, stijging en dergelijke;
- met renteberekeningen;
- met inkoop, verlies, winst, verkoop.

Bij een aantal opgaven is het toepassen van de standaardprocedure, waarbij eerst 1% uitgerekend wordt, een goede strategie, maar bij veel opgaven van dit onderwerp moeten de leerlingen handig en inzichtelijk rekenen. Het zonder meer toepassen van de standaardprocedure is dan niet efficiënt. Leerlingen kunnen in die situaties beter strategieën volgen waarbij bijvoorbeeld

- het percentage wordt omgezet naar een breuk;
- gebruik wordt gemaakt van verhoudingen;
- de opgave in gedeelten wordt uitgerekend. Dit laatste is vaak een efficiënte strategie bij percentages boven de 100%.

De opgaven van dit onderwerp waren in 1987 en 1992 verdeeld over twee verschillende onderwerpen: het onderwerp handig procentrekenen en het onderwerp toepassingen. De opgaven van het onderwerp handig procentrekenen waren allemaal toepassingsopgaven en bij het onderwerp toepassingen moest bij veel opgaven ook handig en inzichtelijk gerekend worden. Daarom zijn de onderwerpen voor de peiling van 1997 samengevoegd.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 53 opgaven. Van die 53 opgaven zijn er 15 als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen hebben weinig kennis en begrip van procenten. Ze kunnen eigenlijk alleen redelijk toepassingsopgaven oplossen waarbij de helft (=50%) van een niet al te moeilijk getal moet worden genomen. Maar met het omgekeerde hebben ze nog veel moeite: ze kunnen niet aangeven hoeveel procent korting je krijgt als je iets voor de helft van de prijs krijgt. Ze hebben dus wel de notie dat 50% de helft ergens van is, maar kunnen dat niet in alle situaties toepassen. **De percentiel-25 leerling** heeft ook nog maar weinig begrip van procenten. Hij begrijpt dat 50% de helft is, maar met andere percentages kan hij nog niet goed overweg.

De gemiddelde leerling kan goed eenvoudige procentberekeningen uitvoeren. Zo kan hij uitrekenen hoeveel je moet betalen als je 5% korting krijgt op een aankoop van f 200,-. De gemiddelde leerling kan al redelijk goed uitrekenen hoeveel 5% van f 250,- is en ook redelijk goed opgaven oplossen waarbij percentages als 25%, $12\frac{1}{2}\%$ en 500% omgezet kunnen worden naar $\frac{1}{4}x$, $\frac{1}{8}x$ en $5x$. Een fraai voorbeeld van zo'n opgave die de gemiddelde leerling al redelijk goed aankan is: $12\frac{1}{2}\%$ van f 640,- is ..

Tussen de percentiel-50 en de percentiel-75 leerling is een vrij groot verschil in vaardigheid met betrekking tot het toepassen van procenten. Percentiel-75 leerlingen hebben een goed begrip van procenten. Ze zijn in staat ook met

andere dan gemakkelijk naar breuken om te zetten percentages te rekenen.

Percentiel-90 leerlingen hebben een zeer goed begrip van procenten. Ze zijn bijvoorbeeld zelfs in staat aan te geven hoeveel procent 32 van de 80 is. Zij kunnen ook moeilijke toepassingsopgaven al redelijk goed oplossen, zoals bijvoorbeeld: Hoeveel rentevoordeel heb je in een jaar als je over een bedrag van f 60 000,- geen 8,4% rente, maar nog maar 7,9% rente hoeft te betalen?

Standaarden

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste vijf voorbeeldopgaven goed beheersen en de voorbeeldopgaven 6 tot en met 10 matig. Uitgaande van de mediaan op 261 hoeven de laatste vijf voorbeeldopgaven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Ongeveer 40% van de leerlingen voldoet aan deze standaard, terwijl we dit niveau gerealiseerd zouden willen zien bij 70% à 75% van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidscore 205. Op het niveau van deze standaard hoeven de leerlingen alleen de eerste voorbeeldopgave matig te beheersen. Dit niveau wordt door ruim 80% van de leerlingen bereikt.

De laatste twee voorbeeldopgaven hoeven aan het einde van het basisonderwijs op het niveau van de standaard **Gevorderd** niet goed, maar slechts matig beheerst te worden. Een kleine 10% van de leerlingen bereikt op dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen haalt maar zo'n 20% deze standaard. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste vijf opgaven goed en de volgende vijf opgaven matig. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste opgave goed, de tweede voorbeeldopgave zeer matig en de rest van de opgaven onvoldoende. Ruim 30% van de 1.25-leerlingen bereikt de standaard Voldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is bij dit onderwerp hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 is gelijk aan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992 en iets hoger dan het niveau van de leerlingen in 1987.

Oplossingsprocedures

Van één opgave van dit onderwerp zijn door middel van individuele afnames oplossingsprocedures verzameld.

Voorbeeldopgave 7

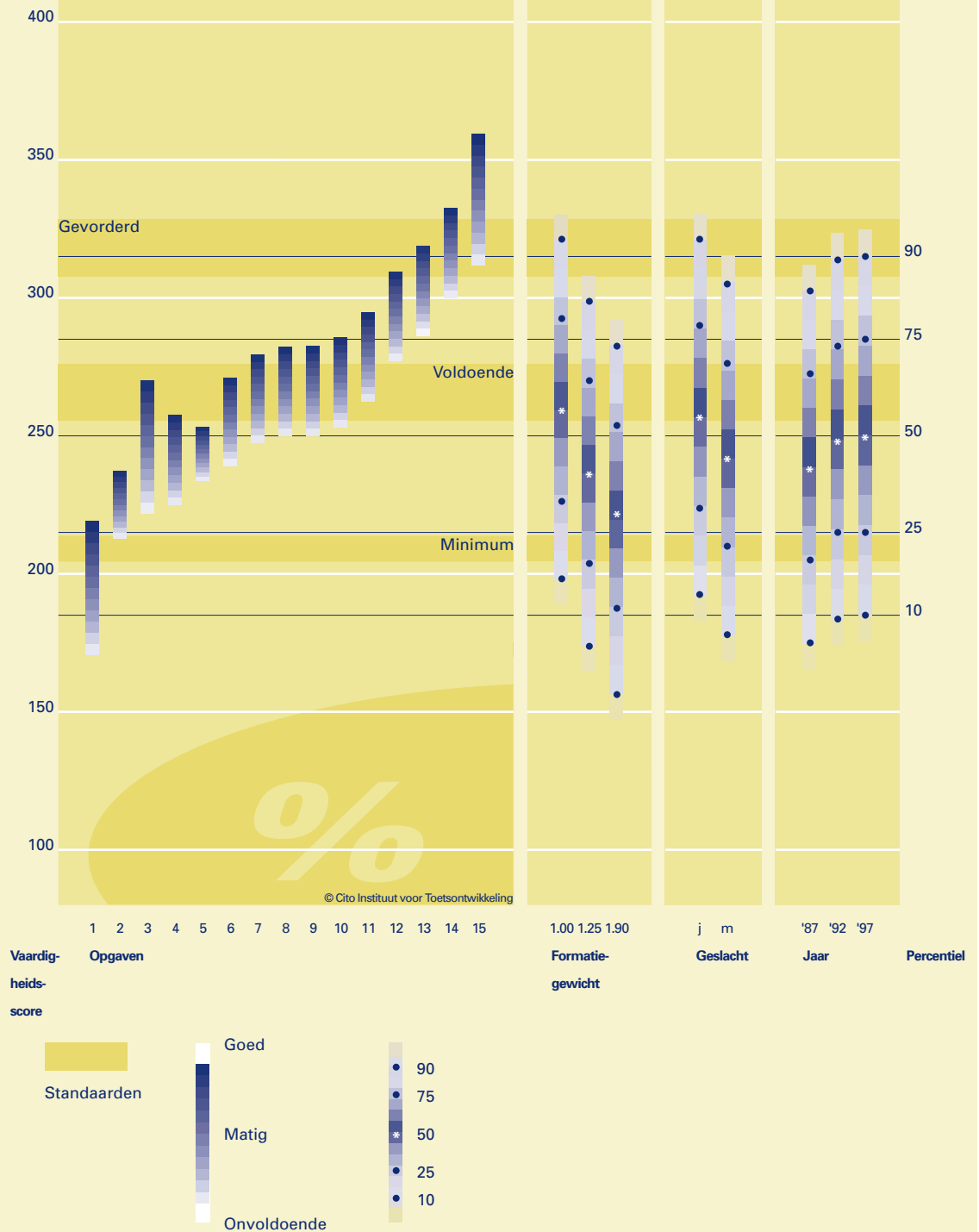
Supermarkt Bonus verlaagt alle prijzen met 15%.

Hoeveel moet ik betalen voor een brood dat normaal f 3,- kost?

f _____

Oplossingsprocedure	aandeel	goed
● 15% uitrekenen via het uitrekenen van 10% en 5% en vervolgens $3,- - 0,45 = 2,55$ uitrekenen	29%	88%
● 15% uitrekenen via het uitrekenen van 1% $15 \times 0,03 = 0,45$; $3,- - 0,45 = 2,55$	51%	87%
● geen (niet tot een antwoord komen)	11%	0%
● anders	9%	5%
totaal	100%	70%

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Procenten: toepassingen



- 1 Winkel 1 Winkel 2
- | | |
|--|---|
| Een radio van
f 150,- met
f 50,- korting | een radio van
f 150,- met
50% korting |
|--|---|
- Welke winkel is voordeliger?
Winkel _____
- 2 Imre koopt een boek van f 20,-
voor de helft van de prijs.
Hoeveel procent is de korting?
_____ %
- 3 5% van f 250,- = f _____
- 4 In ons dorp zijn taxiritten 25%
duurder geworden met ingang van
1 januari. Opa en oma komen altijd
met de taxi van het station. Zo'n rit
kostte ongeveer f 12,-
Hoeveel gulden kost zo'n rit nu
ongeveer? f _____
- 5 De huurprijs van een kamer gaat
7% omhoog. Kas de Blauw
betaalde per maand f 210,- aan
kamerhuur.
Wat wordt het nieuwe maand-
bedrag? f _____
- 6 $12\frac{1}{2}\%$ van f 640,- = f _____
- 7 Supermarkt Bonus verlaagt alle
prijzen met 15%. Hoeveel moet ik
betalen voor een brood dat
normaal f 3,- kost? f _____
- 8 T-SHIRTS
normaal f 16,-
nu voor f 12,-
- Met hoeveel procent is de prijs
verlaagd? met _____ %
- 9 Uitverkoop van platenspelers!
Nu 40% Korting
Roelf koopt een platenspeler die
eerst f 250,- kostte. Hoeveel moet
hij betalen? f _____
- 10 Koptelefoons van f 60,-
nu met 30% korting
- Hoeveel moet je nu voor een
koptelefoon betalen? f _____
- 11 Hiemden heeft ruim 50 000
inwoners.
Een $\frac{1}{2}\%$ van die inwoners is
ouder dan 80 jaar. Dit zijn ongeveer
_____ mensen.
- 12 32 van de 80 sinaasappels blijken
rot te zijn. Hoeveel procent is dat?
_____ %
- 13 Radio
van f 96,75
voor f 64,50
- Met hoeveel procent is de prijs van
deze radio naar beneden gegaan?
_____ %
- 14
- | | |
|--|--------|
| | + |
| | 25% = |
| | 2 milj |
- Het warenhuis Super heeft dit jaar
voor 2 miljoen meer verkocht dan
vorig jaar. Dat is een stijging van
25%. Voor hoeveel is er dit jaar
verkocht? _____ miljoen
- 15 De heer Van Dam heeft een
hypotheek van f 60 000,- tegen
een rente van 8,4%. De rente daalt
tot 7,9%
Hoeveel gulden voordeel levert dit
de heer Van Dam op per jaar?
f _____

De opgave is bij 209 leerlingen individueel afgenomen. 70% van die leerlingen kwam op het goede antwoord uit.

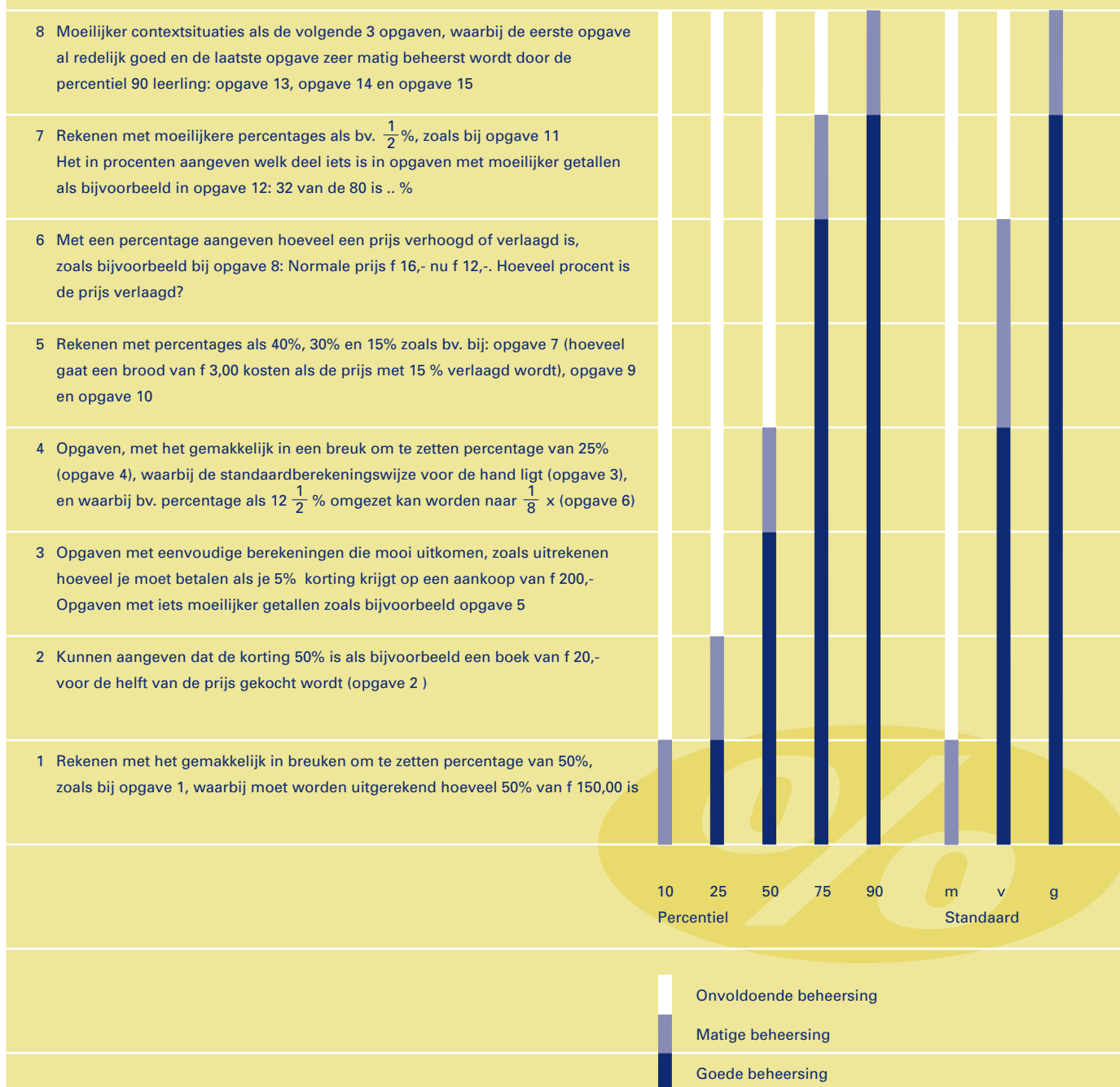
De twee meest voorkomende oplossingsstrategieën zijn beide even effectief.

De oplossingsstrategie waarbij 15% uitgerekend wordt door eerst 1% uit te rekenen wordt door leerlingen vaker toegepast dan eerst 10% uitrekenen en dan 5% uitrekenen.

Voor ongeveer 20% van de leerlingen zijn dit soort opgaven nog veel te moeilijk:

10% van de leerlingen komt niet tot een antwoord en bijna alle leerlingen die een andere oplossingsprocedure volgen komen tot een foutief antwoord op basis van foutieve inzichten van wat procenten zijn.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp



5.6 VERHOUDINGEN: BASISKENNIS EN BEGRIP

Inhoud

Verhoudingen kunnen beschreven worden

- in verhoudingentaal, zoals bijvoorbeeld bij: één op de tien Nederlanders of het aantal fietsers is twee keer zo groot als het aantal automobilisten;
- in breukentaal: driekwart van de inwoners is ouder dan 25 jaar;
- met procenten: 70% van de mensen is voor de aanleg van een randweg.

Basiskennis en begrip van verhoudingen houdt in dat de relatie tussen die verschillende beschrijvingen kan worden gelegd. De verhoudingentaal in de opgaven sluit aan bij de terminologie zoals die in het dagelijks leven gebruikt wordt. Formele verhoudingsbeschrijvingen komen slechts sporadisch voor. De presentatie in de opgaven vindt plaats middels eenvoudige situatiebeschrijvingen, schema's, tabellen, grafieken, plattegronden en kaarten. Bij dit onderwerp komen ook opgaven voor waarbij verhoudingsgewijs vergeleken moet worden. Deze vergelijkingen kunnen hier gemaakt worden zonder dat daarvoor allerlei berekeningen nodig zijn. Het gaat hier om het principe van het verhoudingsgewijs vergelijken, niet om de berekeningstechniek daarbij. De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 33 opgaven. Van die 33 opgaven zijn er negen als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen hebben enige notie van verhoudingen. De eerste opgave, waarbij overigens niet gerekend hoeft te worden, beheersen ze goed. Daarnaast kunnen ze rekenen met een concreet gegeven verhouding in situaties waarbij de relatie tussen de getallen snel te doorzien is, zoals bijvoorbeeld bij onderdeel 2 (voor 15 personen 3 eieren nodig, voor 45 personen .. eieren nodig).

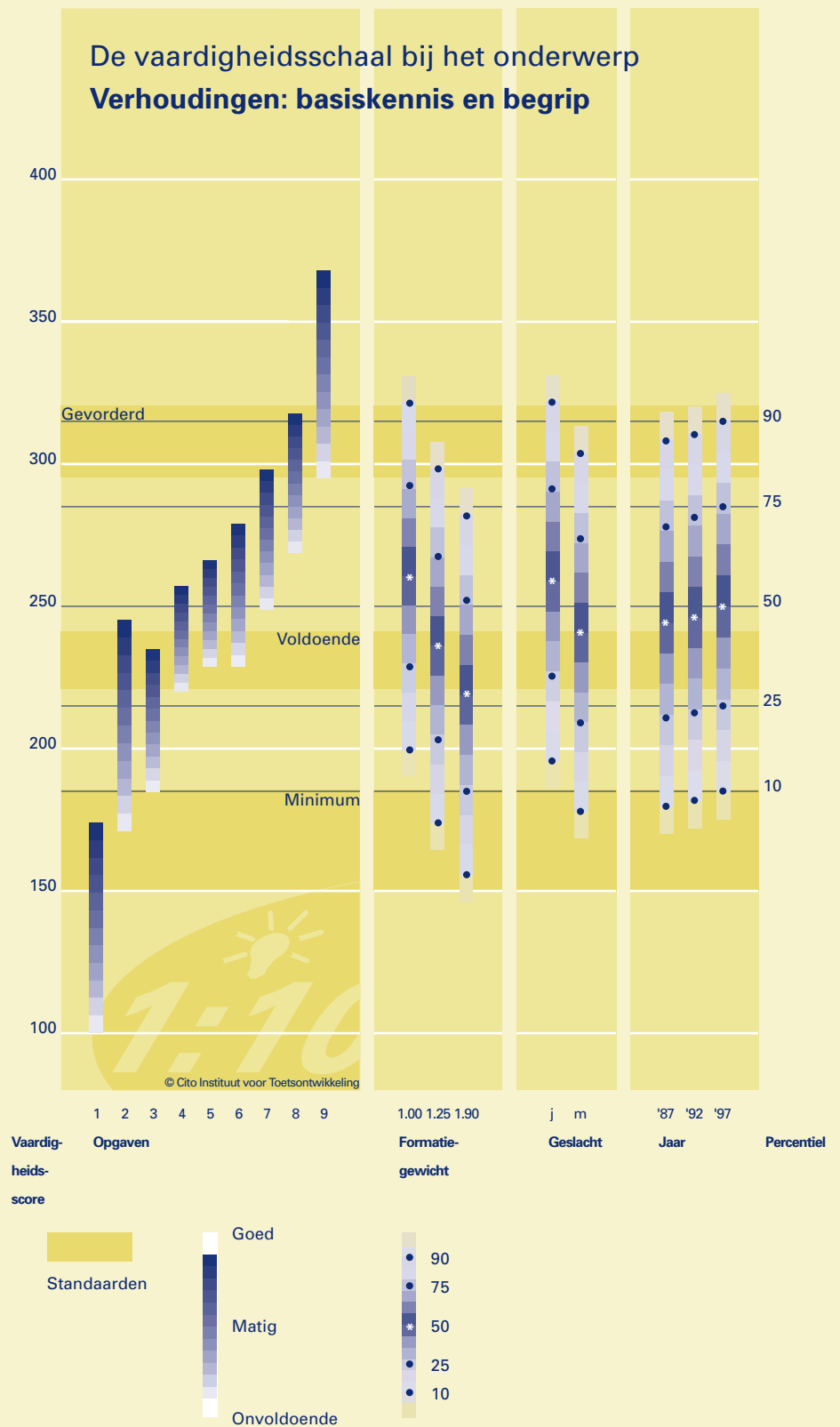
De gemiddelde leerling kan ook al goed rekenen met concreet gegeven verhoudingen in moeilijker situaties (voor 2 personen is 500 gram nodig, voor 5 personen is .. gram nodig). De gemiddelde leerling kan redelijk overweg met vergrotingen en verkleiningen, met het bepalen van de verhouding in situaties als 20 000 van de 60 000 is 1 op de .. en met verhoudingsgewijs vergelijken in situaties waarbij nauwelijks berekeningen uitgevoerd hoeven te worden.

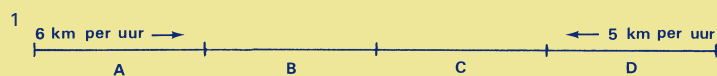
Percentiel-90 leerlingen beheersen dat allemaal goed. Daarnaast beheersen ze ook goed het omzetten van percentages als 40% en 60% in verhoudingsgetallen en kunnen ze uitrekenen hoeveel zitplaatsen voor niet-rokers bestemd zijn in een trein als van de 240 zitplaatsen er 2 op de 3 bestemd zijn voor niet-rokers.

Standaarden

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Voldoende** ligt op vaardigheidscore 228. Er is van voldoende beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen en voorbeeldopgave 2 tot en met 4 matig. De opgaven 5 tot en met 9 hoeven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op 228 voldoet bijna 70% van de leerlingen aan deze standaard. Gegeven de vooronderstelling dat 70% à 75% van de leerlingen de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen, wordt dit niveau dus door het

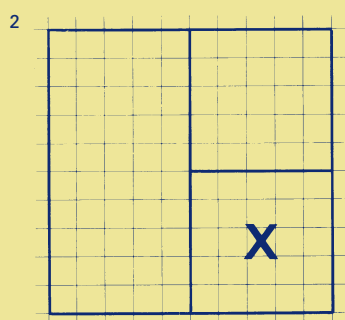
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Verhoudingen: basiskennis en begrip





Robin en Bjorn lopen elkaar tegemoet. Robin loopt met een snelheid van 6 km per uur en Bjorn met een snelheid van 5 km per uur.

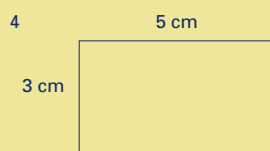
In welk stuk zullen ze elkaar tegen komen? Stuk _____



Het hele stuk grond kost f 1600,-.
Het wordt verdeeld in drie stukken.
Hoeveel kost het stuk waar een kruis in staat?

f _____

- 3 In een recept staat dat je voor twee personen 500 gram hutspot-groenten moet gebruiken.
Hoeveel gram hutspotgroenten heb je nodig voor vijf personen?
_____ gram



Diane tekent net zo'n rechthoek maar dan 25 cm lang.

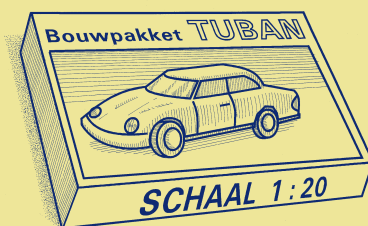
Hoe breed moet ze die rechthoek tekenen?

_____ cm

- 5 Van de ongeveer 60 000 inwoners van Elshout zijn er zo'n 20 000 inwoners in een andere plaats geboren.

Dat is 1 op de _____

- 6 Een auto van het merk Tuban is in werkelijkheid 400 cm lang.
Met het bouwpakket Tuban kan zo'n auto in het klein worden nagemaakt.



Wat wordt de lengte van de nagemaakte auto?

_____ cm

- 7 50% van de leden is tegen contributieverhoging.
Dat is 1 op de _____ leden

- 8 In een trein zijn 240 zitplaatsen.
2 op de 3 plaatsen zijn bestemd voor niet-rokers.
Hoeveel niet-rokers plaatsen zijn er in die trein?
_____ plaatsen

- 9 Recept voor pompoen- of aubergine-schotel voor vier personen

75 gram boter
1 ui
4 middelgrote pompoenen of aubergines

Is dat juist? (Vul in: ja of nee)

juist

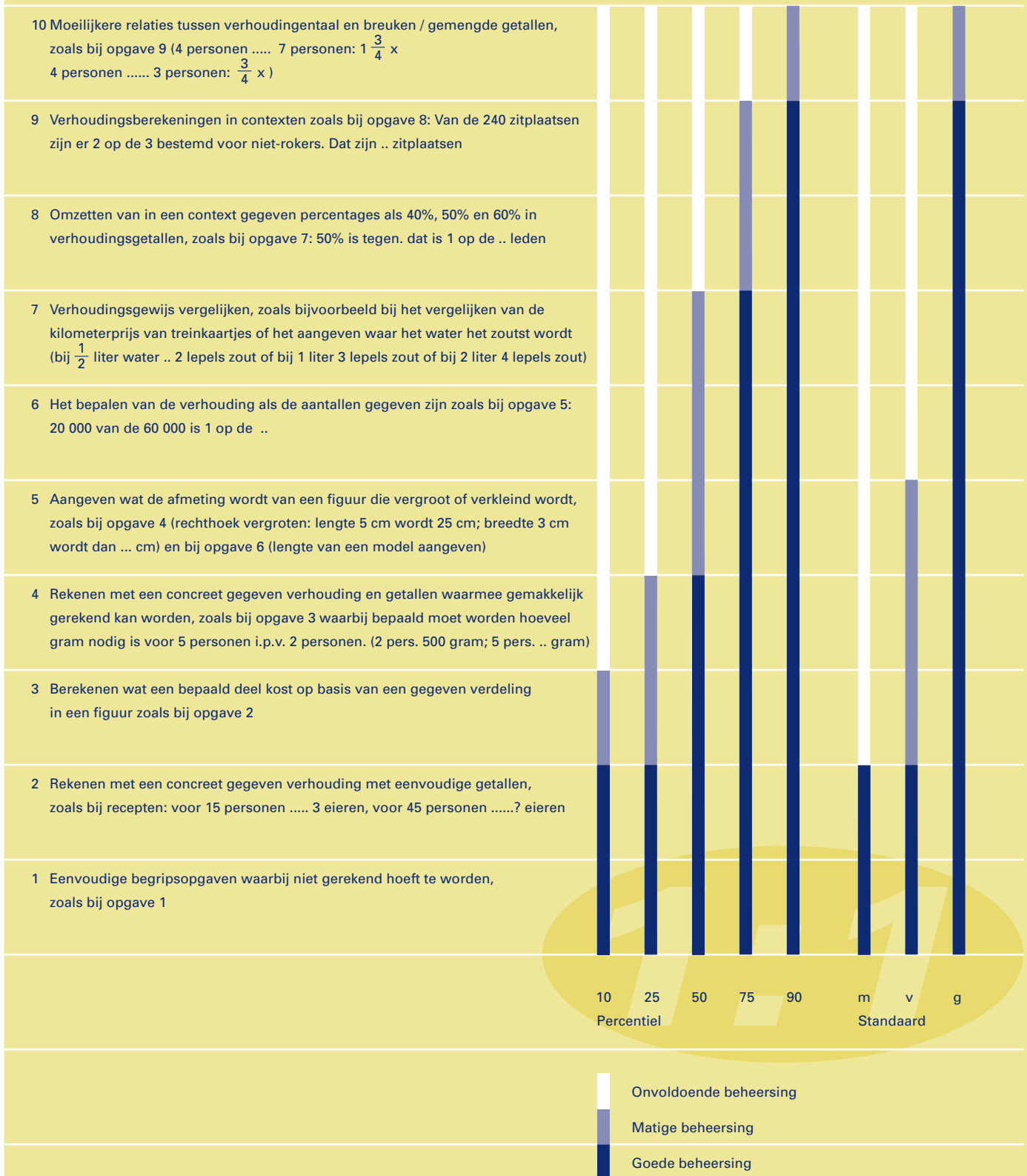
Pol kookt voor 7 personen.

Ze vermenigvuldigt alle hoeveelheden met $1\frac{3}{4}$ _____

Ron kookt voor 3 personen.

Hij vermenigvuldigt alle hoeveelheden met $\frac{3}{4}$ _____

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Verhoudingen: basiskennis en begrip



beoogde percentage leerlingen aan het einde van het basisonderwijs bereikt. De mediaan van de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 174. Dat betekent dat van minimum beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste opgave goed beheersen. De andere opgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Dit niveau zou door 90% à 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat is ook het geval. De laatste opgave hoeft op het niveau van de standaard **Gevorderd** niet goed, maar slechts matig beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard op vaardigheidsscore 311, bereikt ruim 10% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer 75% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ruim 50% deze standaard en van de leerlingen met formatiegewicht 1.90 bereikt minder dan 50% de standaard Voldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste vijf opgaven goed en de laatste twee opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste opgave goed, de opgaven 2 en 3 matig en de andere zes opgaven onvoldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is wat hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

Bij dit onderwerp is de vaardigheid van de leerlingen in 1997 ongeveer van hetzelfde niveau als de vaardigheid van de leerlingen in 1987 en 1992.

5.7 VERHOUDINGEN: TOEPASSINGEN

Inhoud

Bij dit onderwerp blijft het begrip van verhoudingen een belangrijk accent houden. Ook wordt in diverse opgaven de relatie van verhoudingentaal met breuken en procenten gelegd. De opgaven zijn wat complexer dan bij het vorige onderwerp en vereisen ook het uitvoeren van een berekening. Ook bij dit onderwerp wordt de verhoudingentaal in de opgaven gepresenteerd middels beschrijvingen van situaties, schema's, tabellen, grafieken en kaarten. In de opgaven komt de verhoudingentaal voor die we in het leven van alledag gebruiken om bijvoorbeeld de hoeveelheden in recepten aan te passen aan het aantal personen. Ook komen opgaven voor waarbij gegevens (zoals bijvoorbeeld prijzen) verhoudingsgewijs met elkaar moeten worden vergeleken. Bij die opgaven is het nodig ook enkele berekeningen te maken door de gegevens naar een gemeenschappelijke noemer te vertalen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden van de leerlingen op 35 opgaven. Van die 35 opgaven zijn negen opgaven als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan eenvoudige praktische toepassingsopgaven al redelijk goed aan. Het betreft met name opgaven, waarbij op basis van het doorzien van de relatie tussen twee getallen, het ontbrekende aantal zonder al te moeilijke berekeningen kan worden bepaald (voorbeeldopgave 1).

De gemiddelde leerling beheerst die praktische toepassingsopgaven goed. Hij kan daarnaast goed werken met schaalaanduidingen waarbij geen herleidingen uitgevoerd hoeven te worden en hij kan ook al redelijk goed het ontbrekende aantal, bedrag of hoeveelheid berekenen in situaties waarin de relaties tussen de verhoudingsgetallen moeilijker te doorzien zijn, zoals bij de opgaven 3, 4 en 5.

De percentiel-90 leerling beheerst al de hiervoor genoemde aspecten goed. Daarnaast kan hij al redelijk overweg met opgaven waarbij moet worden aangegeven op welke schaal iets getekend is, zoals bij de bordliniaal, die 5 cm groot getekend is, maar in werkelijkheid 1 meter is. Moeilijkere verhoudingsproblemen waarbij diverse berekeningen en omzettingen gemaakt moeten worden, zoals bij opgave 9 en opgaven met relatieve vergelijkingen zoals opgave 8 beheerst de percentiel-90 leerling onvoldoende.

Standaarden

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven goed beheersen en de opgaven 4 en 5 matig. De overige vier opgaven hoeven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Ongeveer 40% van de leerlingen voldoet aan deze standaard en dat is minder dan de beoogde 70% à 75% van de leerlingen.

De mediaan voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 206. Dat betekent dat van minimum beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Deze standaard wordt door ongeveer 80% van de leerlingen bereikt.

Dat is iets minder dan de beoogde 90%.

Op het niveau van de standaard **Gevorderd** hoeft opgave 7 alleen maar matig beheerst te worden en de laatste twee opgaven hoeven niet beheerst te worden.

De laatste twee opgaven gaan het niveau van de kerndoelen voor het basisonderwijs dus te boven. Gelet op de positie van de mediaan op 326 bereikt minder dan 10% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

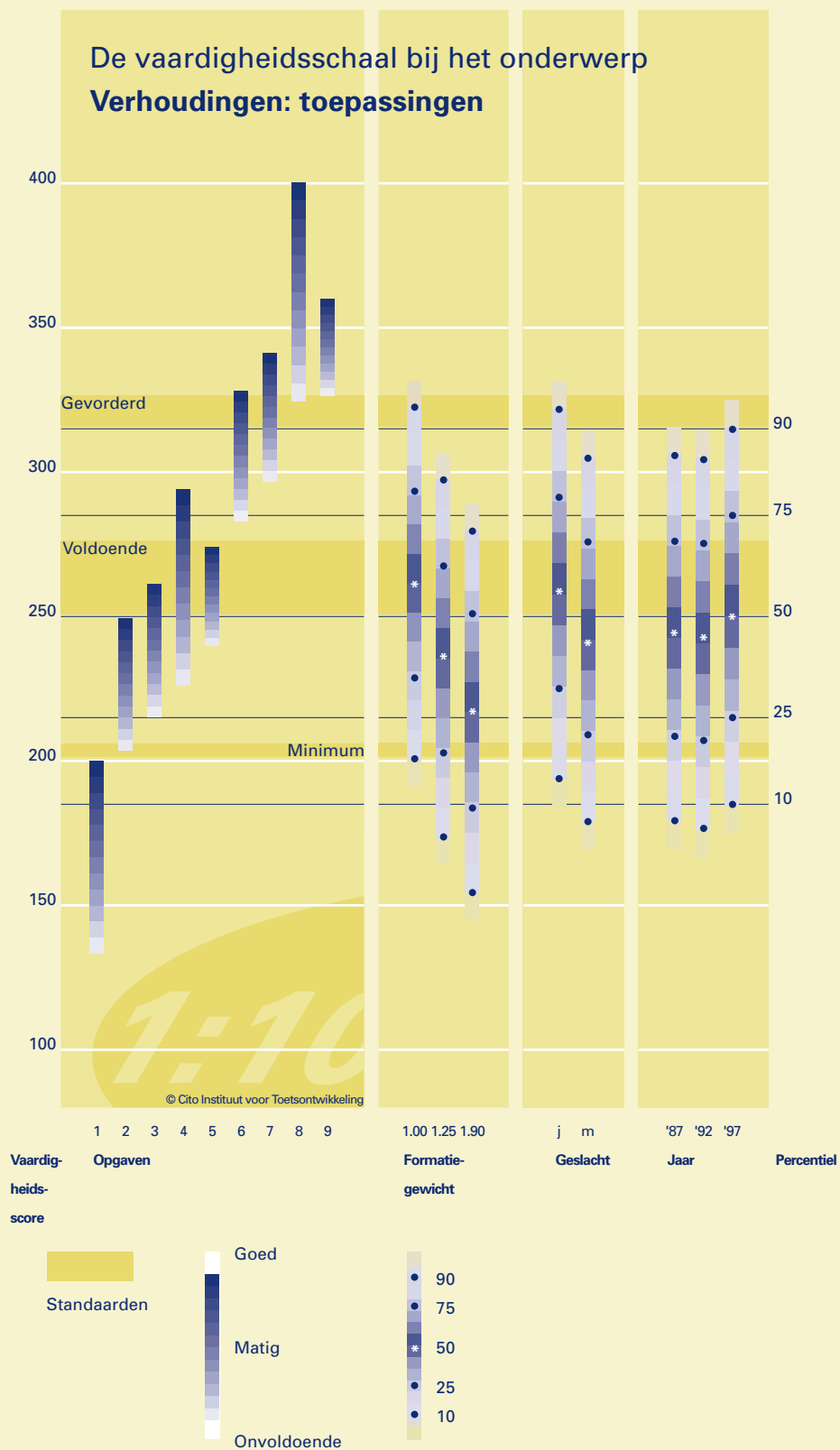
Verschillen tussen leerlingen

Ongeveer de helft van de leerlingen met formatiegewicht 1.00 bereikt de standaard Voldoende. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt iets meer dan 25% deze standaard en van de leerlingen met formatiegewicht 1.90 haalt maar iets meer dan 15% deze standaard. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven goed en voorbeeldopgave 4 en 5 matig, terwijl de gemiddelde 1.90-leerling alleen de eerste voorbeeldopgave goed beheerst en de tweede voorbeeldopgave matig.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 is bij dit onderwerp iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987 en 1992.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Verhoudingen: toepassingen



1



Hoeveel sinaasappels kan Margot kopen voor f 10,-?
_____ sinaasappels

- 5 De ijscoman heeft berekend dat hij per 10 ijsjes het volgende verkoopt:
- 2 bekertjes
 - 3 hoorns
 - 5 ijslolly's

Hij bestelt 700 ijsjes.
Welke verdeling houdt hij aan?

_____ bekertjes

_____ hoorns

_____ ijslolly's

- 9 Recept voor witbrood.

Nodig:

$\frac{3}{4}$ kg meel,
25 à 30 gr gist
 $4\frac{1}{2}$ dl water, 1 lepel zout

Een bakker gebruikt 60 kg meel.
Hoeveel water moet hij daaraan toevoegen? _____ liter

Voorbeelden bij
de vaardigheidsschaal
Verhoudingen:
toepassingen

2



schaal 1 : 8

Hoe lang is deze wandelstok in werkelijkheid? Gebruik je liniaal.
_____ cm

6

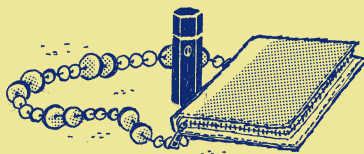


Deze bordliniaal van 1 meter is getekend op schaal
1 : _____

- 3 Een flat met een inhoud van 200 m^3 mag aan huur f 400,- kosten.

Wat mag in verhouding een flat met een inhoud van 300 m^3 aan huur kosten? f _____

7

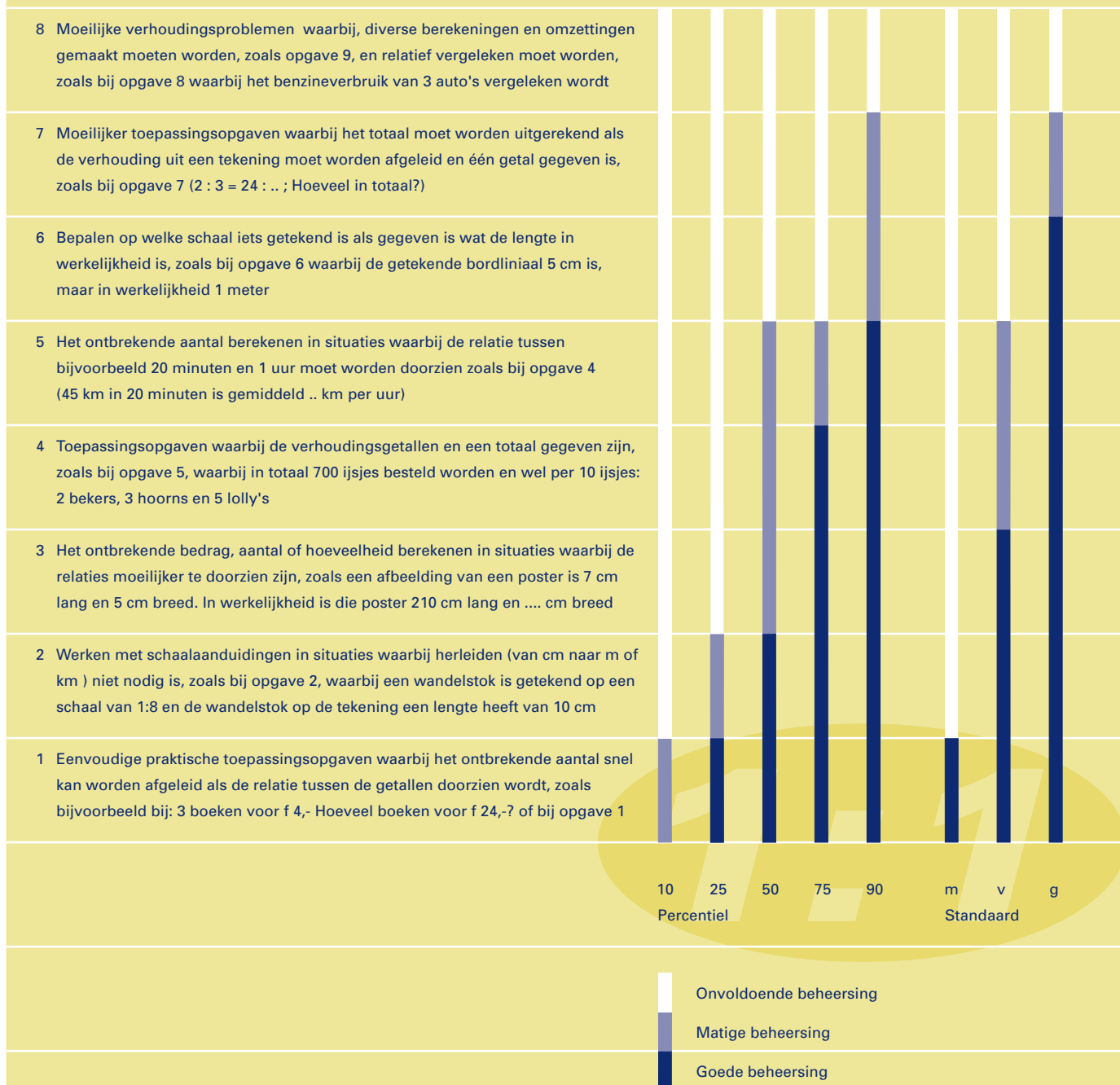


Deze halsketting is gemaakt van grote en kleine kralen. Er zijn 24 kleine kralen gebruikt.
Hoeveel kralen zitten er aan dit snoer?
_____ kralen

- 4 Bij een wedstrijd legt een motorrijder 45 km in 20 minuten af.
Wat is zijn gemiddelde snelheid in kilometers per uur?
_____ km per uur

- 8 auto A verbruikt 4 liter op 56 km
auto B verbruikt 5 liter op 75 km
auto C verbruikt 3 liter op 39 km
Bij welke auto was het benzineverbruik (per km) het hoogst?
Bij auto _____

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp



HOOFDSTUK 6

Hoofdstuk 6



6 METEN

Het domein Meten omvat acht onderwerpen. Bij de eerste vier onderwerpen, te weten: lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht wordt per meetgebied over de diverse aspecten van dat meetgebied gerapporteerd. De andere onderwerpen zijn Meten: toepassingen, Meetkunde, Tijd en Geld. Elk onderwerp begint met een schets van de inhoud, vervolgens beschrijven we wat leerlingen kunnen en zouden moeten kunnen en schenken we aandacht aan de verschillen in vaardigheid tussen groepen leerlingen.

6.1 METEN: LENGTE EN OMTREK

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van lengte en lengtematen, het uitvoeren van herleidingen en dat kunnen toepassen in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- het vergelijken van diverse zaken op het aspect lengte;
- lengte meten en aflezen van het meetresultaat op liniaal en meetlint;
- bepalen van de lengte door afpassen van een (gedeelte van een) schaallijn op een gegeven afstand;
- interpreteren van lengte-aanduidingen op (bouw)tekeningen en gegevens op bijvoorbeeld kilometertellers;
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende lengtematen;
- omtrek berekenen van onder andere rechthoeken, rechthoekige figuren en benaderen van de omtrek van grillige figuren;
- het oplossen van vraagstukken waarbij onder andere herleidingen met lengtematen uitgevoerd moeten worden.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 31 opgaven. Hiervan zijn er zeven als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan goed aanduidingen als 1,37 m omzetten naar cm. Omzettingen van km naar m in zeer elementaire situaties beheerst hij matig. Hij is echter niet in staat deze kennis toe te passen bij het interpreteren van kilometeraanduidingen op paddestoelen en wegwijzers.

De gemiddelde leerling kan aanduidingen in kilometers wel goed omzetten naar meters. Hij kan deze kennis al redelijk toepassen bij het interpreteren van de aanduidingen op paddestoelen en wegwijzers als die aanduidingen groter dan 1 km zijn. Maar met aanduidingen (kleiner dan 1 km) als bijvoorbeeld 0,7 op paddestoelen heeft hij nog veel moeite. De gemiddelde leerling kan goed de lengte bepalen met behulp van een schaallijn in situaties waarbij die schaallijn een geheel aantal keren past op die lengte. Het maken van omzettingen van cm naar mm beheerst hij matig.

Percentiel-90 leerlingen beheersen al de hiervoor genoemde aspecten goed.

Zij kunnen ook toepassingsopgaven al redelijk aan, waarbij de lengte bepaald moet worden met behulp van een schaallijn en waarbij de schaallijn niet een geheel aantal keren past op die lengte.

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste twee voorbeeldopgaven goed beheersen en de voorbeeldopgaven 3 tot en met 6 matig. De laatste voorbeeldopgave hoeft op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan op 258 wordt de standaard Voldoende door zo'n 45% van de leerlingen gehaald. De standaard Voldoende wordt in het onderwijs dus niet door de beoogde 70% à 75% van de leerlingen gehaald.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 204. Dat betekent dat de beoordelaars vinden dat er van minimale beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste opgave goed beheersen en de opgaven 2 en 3 matig, terwijl de overige opgaven niet beheerst hoeven te worden. Iets meer dan 80% van de leerlingen voldoet aan deze standaard, terwijl we dit niveau gerealiseerd zouden willen zien bij 90% à 95% van de leerlingen.

Op het niveau van de standaard **Gevorderd** moeten alle opgaven goed beheerst worden. Er zijn bij dit onderwerp dus geen opgaven die het niveau van de kerndoelen te boven gaan. Gelet op de positie van de mediaan voor deze standaard (die op vaardigheidsniveau 333 ligt), bereikt minder dan 5% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

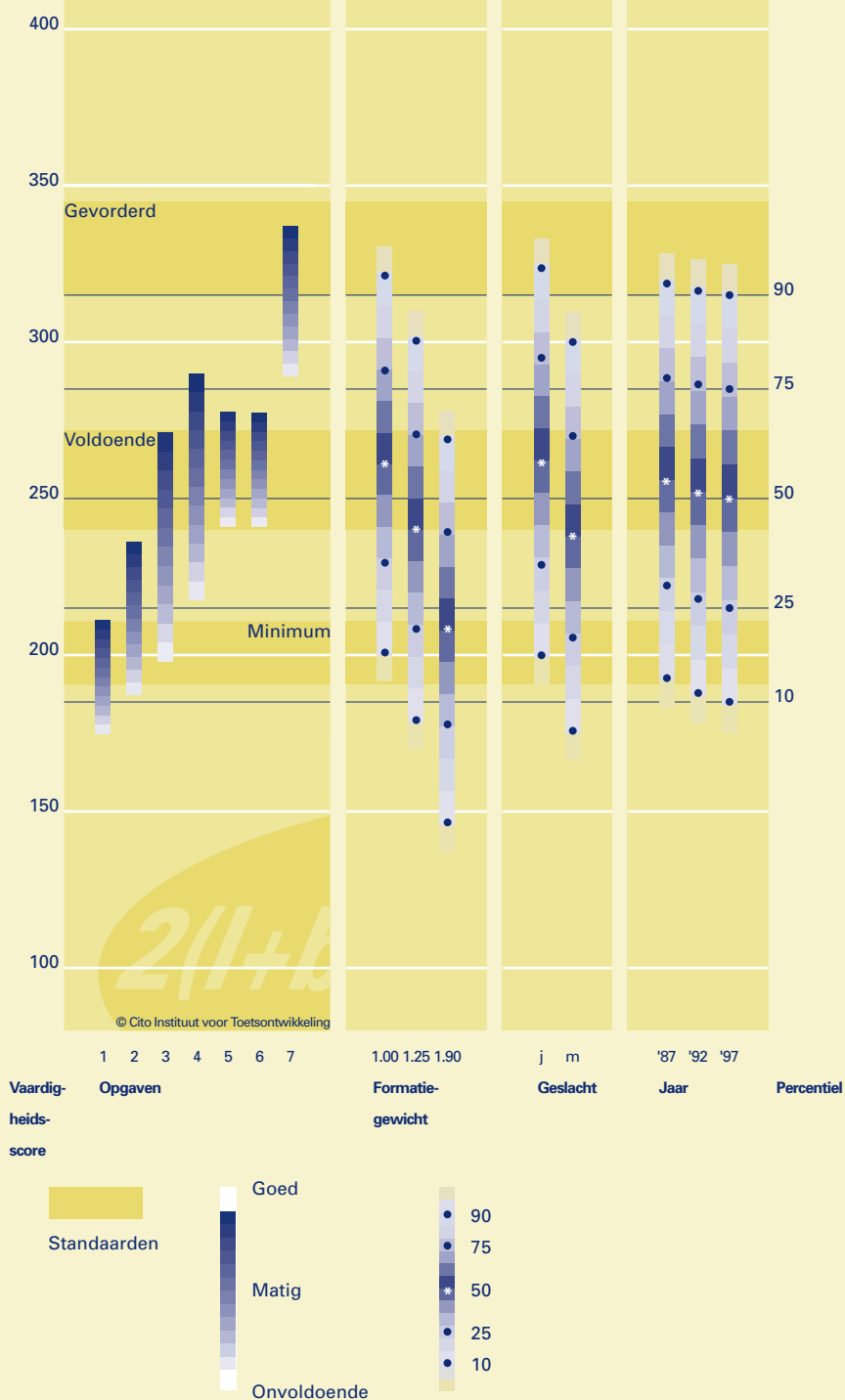
Verschillen tussen leerlingen

Er is een groot verschil tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90). Het verschil tussen de gemiddelde 1.00-leerling en de gemiddelde 1.90-leerling bedraagt 54 vaardigheidspunten, dus iets meer dan een hele standaarddeviatie. De standaard Voldoende wordt bereikt door iets meer dan de helft van de 1.00-leerlingen, door ongeveer 35% van de 1.25-leerlingen en maar door ongeveer 15% van de 1.90-leerlingen. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst de eerste opgave nagenoeg goed, de opgaven 2 en 3 matig en de andere opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste drie opgaven goed, de opgaven 4 tot en met 6 matig en de laatste opgave onvoldoende.

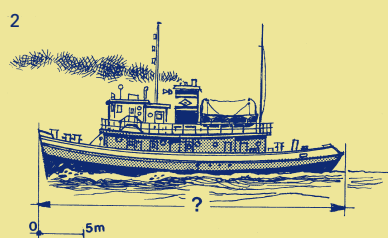
Het vaardigheidsniveau van de meisjes is lager dan het vaardigheidsniveau van de jongens. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes bedraagt 24 punten op de vaardigheidsschaal, dus ongeveer een halve standaarddeviatie.

De leerlingen in 1997 en 1992 doen het bij dit onderwerp iets minder goed dan de leerlingen in 1987.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten: lengte en omtrek

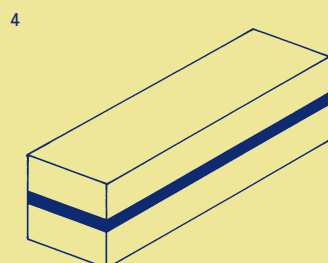


- 1 Bij schaatswedstrijden is één van de afstanden de 10 000 meter.
Vul in: Dat is een afstand van _____ km



Gebruik je liniaal. Hoe lang is deze boot in werkelijkheid?
_____ meter

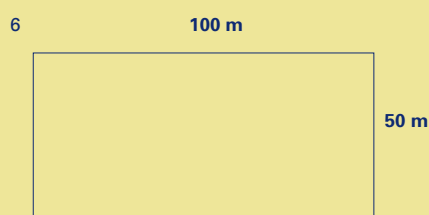
- 3 Een vierkant is 7 cm lang.
Hoe groot is de omtrek?
_____ cm



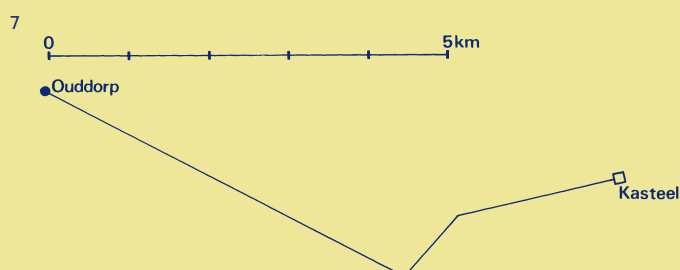
Deze doos heeft een lengte van 45 cm en een breedte van 15 cm.
Rondom de doos loopt een zwarte streep.
Wat is de lengte van die streep?
_____ cm



De afstand van dit kruispunt tot Elso is ongeveer _____ m



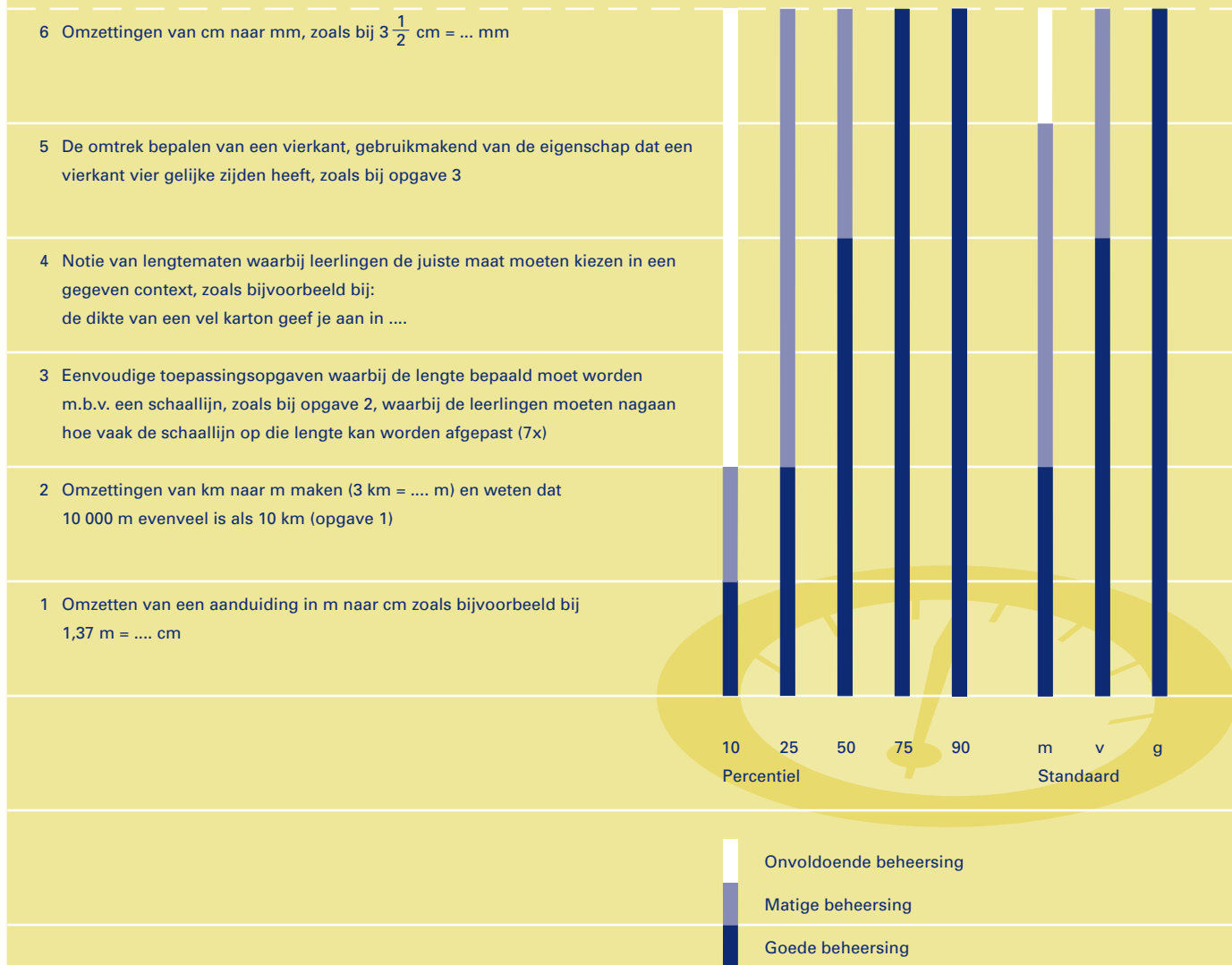
Frank loopt 5 keer om dit voetbalveld heen.
Hoeveel km heeft hij gelopen?
_____ km



Raymond fietst van Ouddorp naar het kasteel. Hoeveel km is dat?
(gebruik je liniaal) _____ km

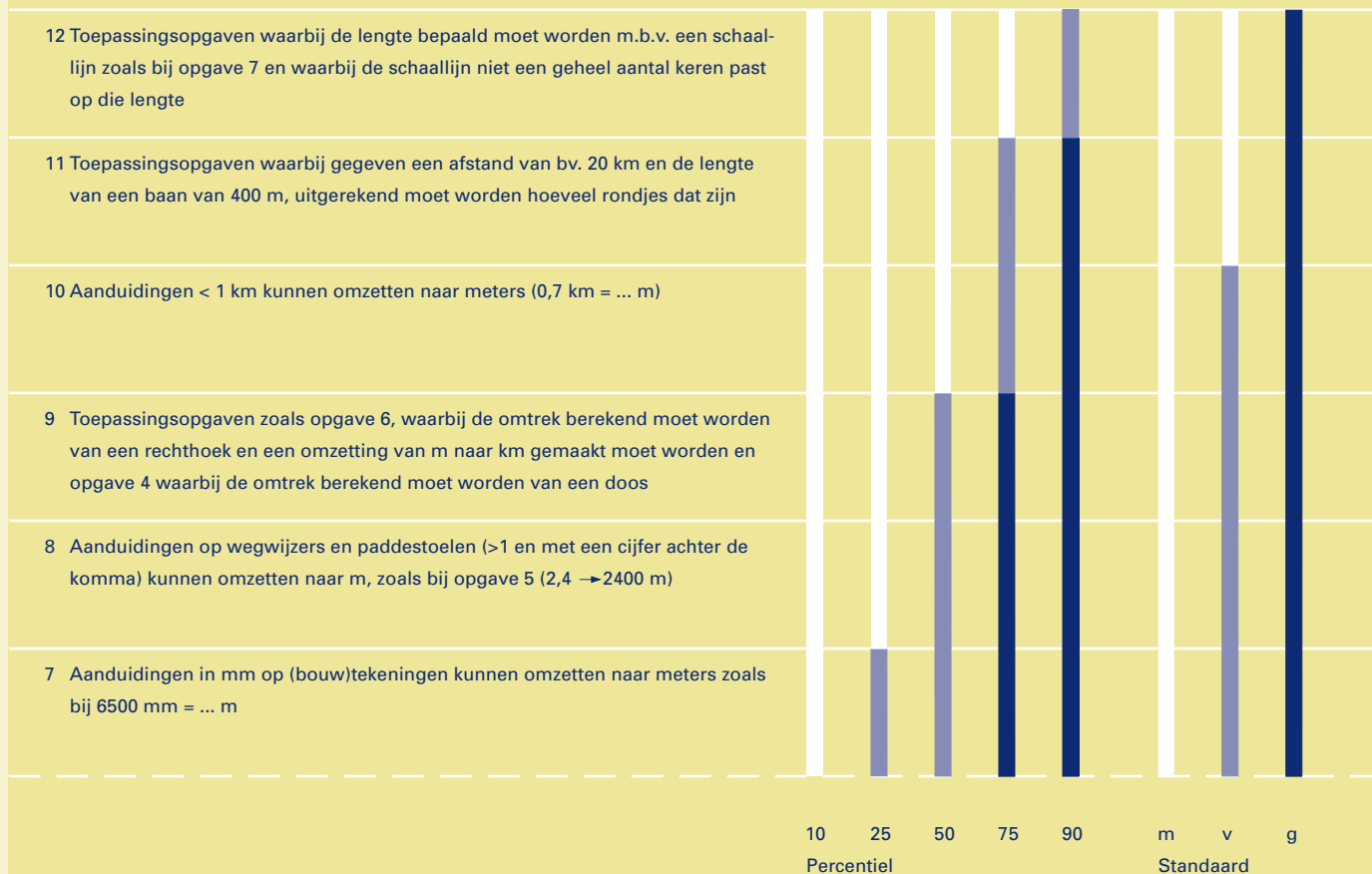
De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Metten: lengte en omtrek



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Metten: lengte en omtrek



6.2 METEN: OPPERVLAKTE

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van oppervlakte, het bepalen en berekenen van oppervlakte en dat kunnen toepassen in tal van situaties. Essentiële onderdelen bij dit onderwerp zijn:

- vergelijken op het aspect oppervlakte. Bij een aantal van die opgaven worden onder andere roosters als achtergrond gebruikt om de vergelijking te vergemakkelijken en berekeningen overbodig te maken.
- bepalen van de oppervlakte door af te passen met een gegeven ongestandaardiseerde maat;
- het kiezen van de juiste maat in een gegeven situatie;
- precies en schattend berekenen van de oppervlakte van rechthoekige figuren en van driehoek of parallellogram via omvormen en met behulp van de formule lengte x breedte;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende oppervlaktematens;
- toepassingen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 26 opgaven. Van die 26 opgaven zijn er acht als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De meeste leerlingen hebben erg veel moeite met het begrip oppervlakte.

Percentiel-10 en percentiel-25 leerlingen kunnen slechts in zeer eenvoudige situaties een ongestandaardiseerde maat in gedachten afpassen. Ze beheersen een opgave waarbij aangegeven moet worden hoeveel schoteltjes op het dienblad passen, matig. Percentiel-10 en percentiel-25 leerlingen beheersen het vergelijken van figuren op het aspect oppervlakte onvoldoende.

De gemiddelde leerling is wel in staat in eenvoudige situaties een ongestandaardiseerde maat af te passen. Hij heeft al enigszins een notie van wat oppervlakte is, maar nog nauwelijks enige notie van wat de verschillende oppervlaktematens (m^2 , dm^2 en cm^2) voorstellen. Hij kan al redelijk zaken vergelijken op het aspect oppervlakte en oppervlakteberekeningen uitvoeren met niet al te moeilijke getallen.

De percentiel-90 leerling beheerst de hiervoor genoemde zaken goed.

Daarnaast kan hij gegeven maten in gedachten afpassen zoals bij de opgave waarbij bepaald moet worden hoeveel stukken papier van 25 cm bij 25 cm geknipt kunnen worden uit een vel papier van 50 cm bij 1 m. De percentiel-90 leerling beheerst matig het bij benadering bepalen van oppervlakte en het uitvoeren van eenvoudige basisherleidingen ($1 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2$ en $1 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$). Ook heeft hij al enige notie van wat de verschillende oppervlaktematens voorstellen. Zo beheerst hij de opgave matig waarbij aangegeven moet worden welke oppervlaktemaat ingevuld moet worden in de zin: De oppervlakte van een vingernagel is ongeveer

Standaarden

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake wanneer de leerlingen de eerste vier voorbeeldopgaven goed beheersen. De andere vier opgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden.

Uitgaande van de mediaan van de oordelen voor de standaard Voldoende op vaardigheidsscore 269 voldoet ongeveer 35% van de leerlingen aan deze standaard en dat is aanmerkelijk minder dan de beoogde 70% à 75% van de leerlingen die de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen. De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidscore 216. Op het niveau van de standaard Minimum hoeven de leerlingen alleen de eerste opgave goed te beheersen. Dat betekent dat de leerlingen op het niveau van de standaard Minimum alleen redelijk goed met ongestandaardiseerde maten iets moeten kunnen afpassen. Eenvoudige oppervlakteberekeningen, zoals bijvoorbeeld bij opgave 2 hoeven de leerlingen op het niveau van deze standaard niet te kennen. Dit niveau zou door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden, maar in werkelijkheid bereikt maar ongeveer 75% van de leerlingen dit niveau.

De laatste drie voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van de standaard **Gevorderd** maar matig beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard op vaardigheidsniveau 344 bereikt ongeveer 3% van de leerlingen bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

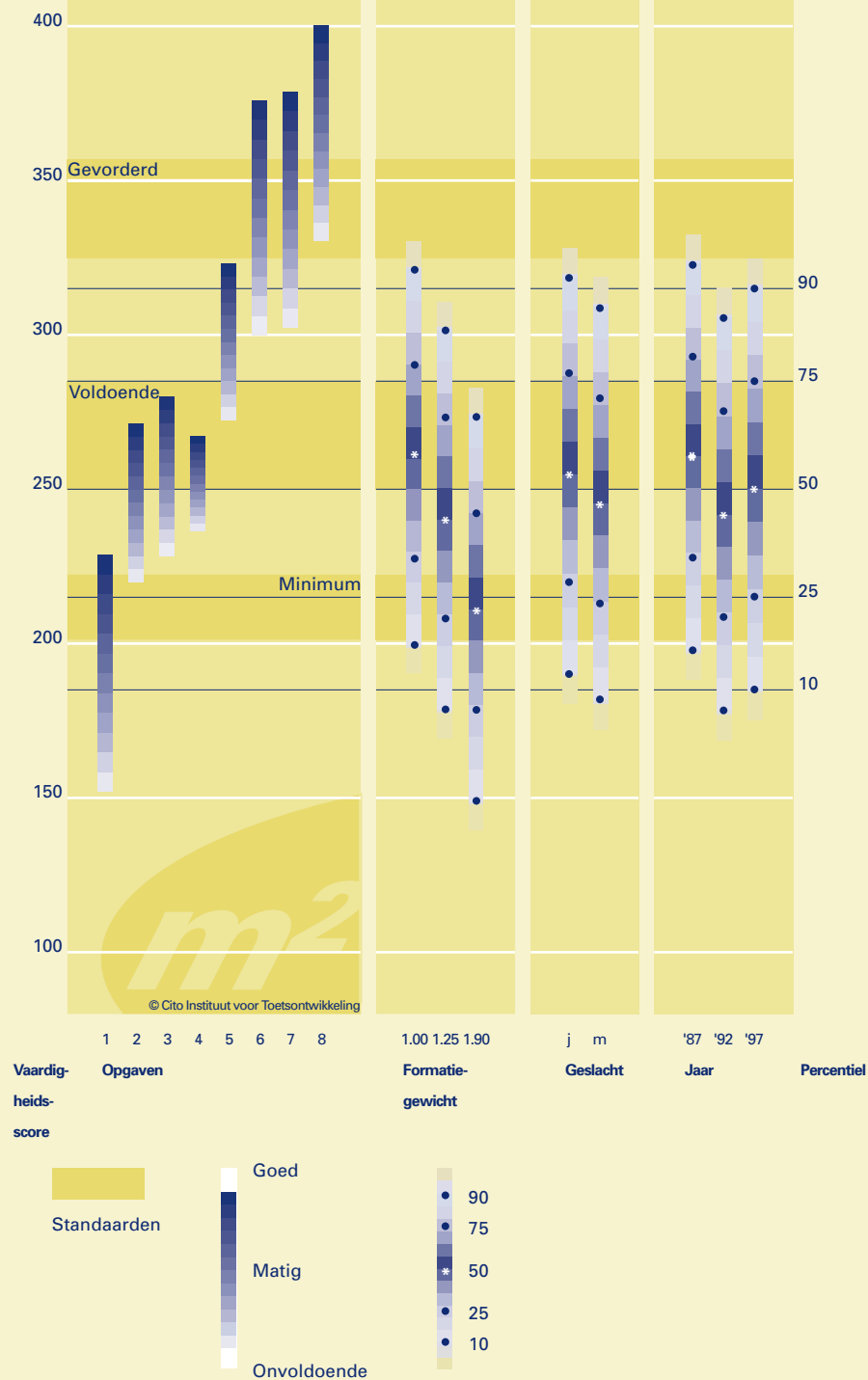
Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen de gemiddelde 1.00-leerling en de gemiddelde 1.90-leerling is 49 punten op de vaardigheidsschaal, dus ongeveer een hele standaarddeviatie. Ongeveer 40% à 45% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt maar iets meer dan 10% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste voorbeeldopgave bijna goed, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste vier voorbeeldopgaven goed of bijna goed beheerst. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 25% de standaard Voldoende.

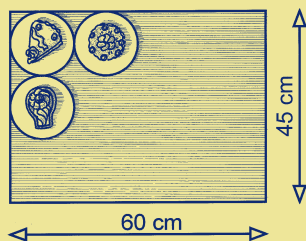
Het vaardigheidsniveau van de jongens en de meisjes verschilt niet zo veel van elkaar als bij het onderdeel lengte.

De leerlingen in 1997 doen het op dit onderdeel iets beter dan de leerlingen in 1992, maar iets slechter dan in 1987.

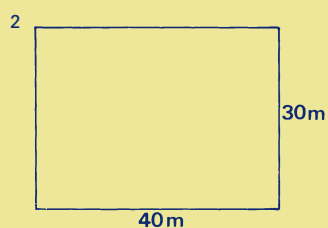
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten: oppervlakte



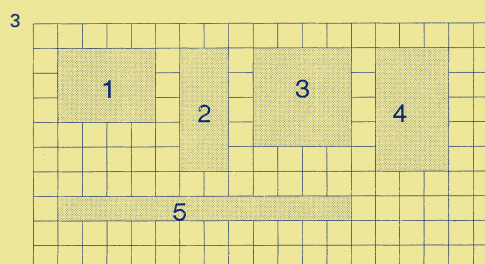
- 1 De schoteltjes op het dienblad hebben een doorsnee van 15 cm.



Hoeveel schoteltjes met een gebakje kunnen in totaal op het dienblad? _____ schoteltjes

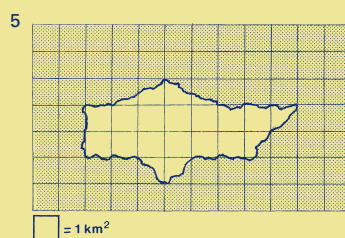


Hoe groot is de oppervlakte van dit stuk land? _____ m²



Welke twee tuinen hebben een even grote oppervlakte?
_____ en _____

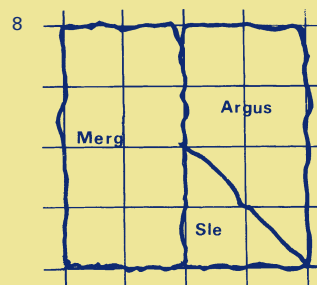
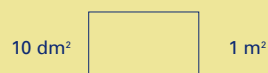
- 4 Een rechthoekig plein is 80 m lang en 75 m breed.
Hoe groot is de oppervlakte?
_____ m²



Anke meet de oppervlakte van dit eiland. Ze legt er zo handig mogelijk een rooster op.
Hoe groot is de oppervlakte van dit eiland?
(rond af op hele km²)
Ongeveer _____ km²

- 6 Vul de goede maat in.
Kies uit: mm², cm², dm², m², hm², km².
De oppervlakte van een vinger-nagel is ongeveer 1 _____
De oppervlakte van het blad waarop je werkt is ongeveer 600 _____

- 7 Vul in: > is groter dan
< is kleiner dan
of = is even groot als

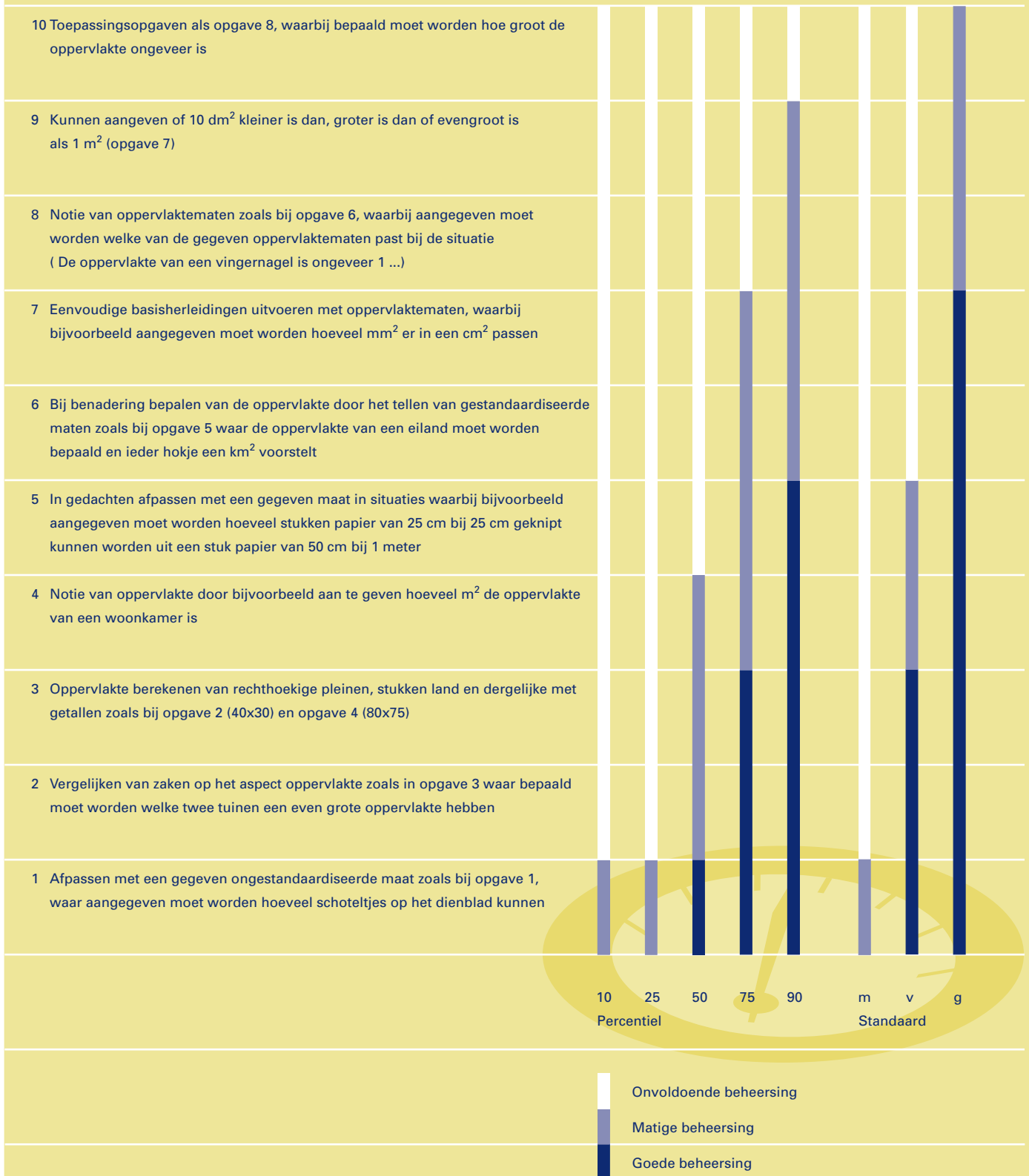


Op dit kaartje zie je drie provincies van een land. De oppervlakte van de 3 provincies is 1200 vierkante kilometer. Hoe groot is de oppervlakte van de provincie Argus?
Rond af op vijftigtallen vierkante kilometers.
_____ km²

Voorbeelden bij
de vaardigheidsschaal
Meten: oppervlakte

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp

Metten: oppervlakte



6.3 METEN: INHOUD

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van inhoud en inhoudsmaten, het uitvoeren van herleidingen en dat kunnen toepassen in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- vergelijken op het aspect inhoud;
- aflezen van de inhoud op een schaalververdeling zoals bij maatbekers;
- bepalen van de inhoud door een object (bijvoorbeeld een blokje) als natuurlijke maat te gebruiken;
- berekenen van de inhoud met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte;
- kiezen van de juiste maat (l, dl, cl en ml) in een gegeven context;
- uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende inhoudsmaten (ml cl dl l en cm^3 dm^3 m^3);
- vergelijken van inhoudsaanduidingen;
- oplossen van vraagstukjes door onder andere gebruik te maken van de notie van inhoudsmaten en het kunnen maken van berekeningen en herleidingen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 26 opgaven. Negen van die 26 opgaven zijn als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Veel leerlingen hebben moeite met het begrip inhoud en met het kunnen bepalen en berekenen van inhoud.

De percentiel-10 en percentiel-25 leerling kan alleen eenvoudige vergelijkingen op het aspect inhoud uitvoeren. Het maken van inhoudsberekeningen en het uitvoeren van elementaire herleidingen is te moeilijk voor hen.

De gemiddelde leerling kan al redelijk in eenvoudige situaties de inhoud bepalen door aan te geven hoeveel objecten in een doos zitten. Elementaire herleidingen uitvoeren, zoals bijvoorbeeld 1 liter = 1000 ml, beheerst hij zeer matig.

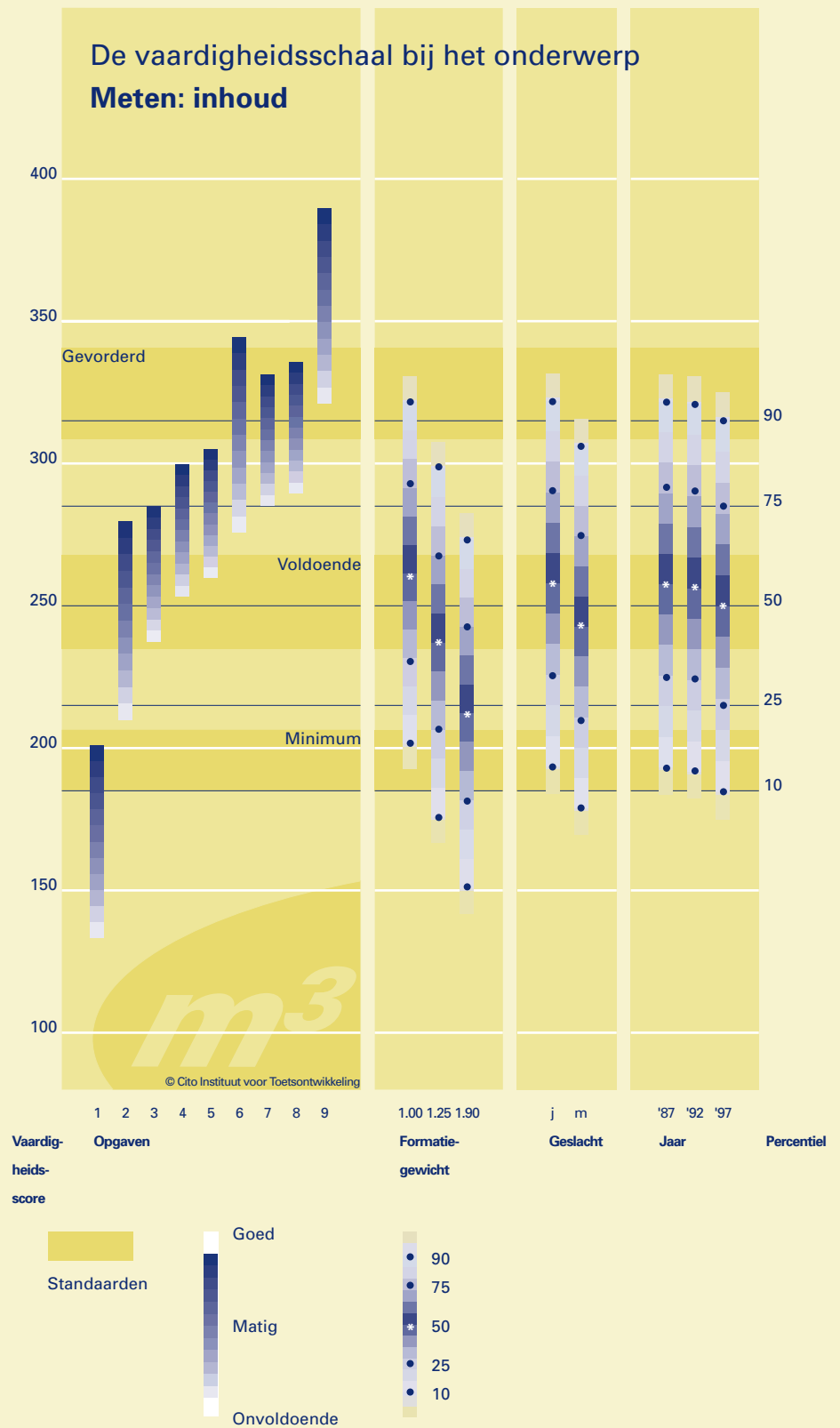
De percentiel-75 leerling kan goed de inhoud bepalen in situaties waarbij een object als natuurlijke maat wordt gebruikt, zoals bijvoorbeeld bij het bepalen hoeveel potten in een doos zitten. De percentiel-75 leerling kan al redelijk goed elementaire herleidingen uitvoeren en de inhoud berekenen met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte.

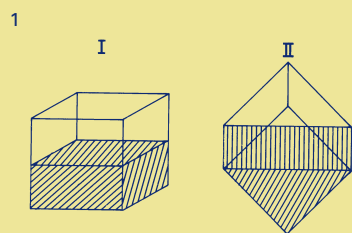
De percentiel-90 leerling kan wel goed elementaire herleidingen uitvoeren met inhoudsmaten en inhoud berekenen met behulp van de formule lengte x breedte x hoogte. Hij kan al redelijk goed overweg met omzettingen van het kubieke systeem naar het litersysteem, zoals bijvoorbeeld blijkt uit het resultaat bij de opgave: $18,250 \text{ m}^3 = \dots$ liter.

Standaarden

Er is van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen en voorbeeldopgave 2 en 3 matig. De andere zes voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten: inhoud



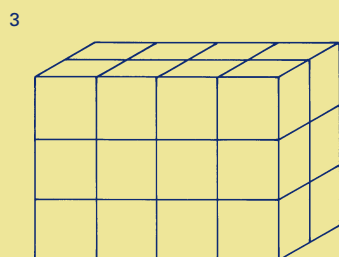


Deze kubussen zijn even groot.
In welke kubus zit het meeste
water?

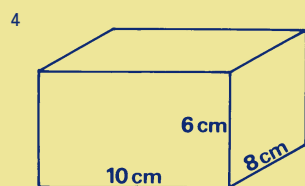
- A in kubus I
- B in kubus II
- C in beide kubussen zit
evenveel water



Hoeveel potten honing zitten in
deze doos? _____ potten

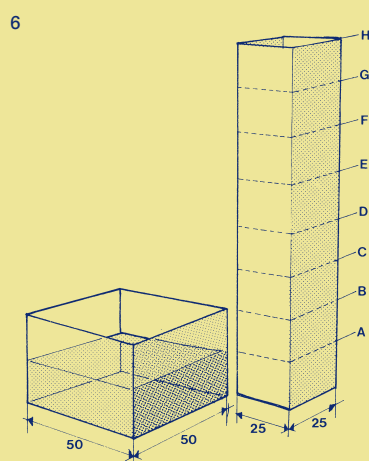


Uit hoeveel kleine blokjes bestaat
dit bouwwerkje? _____ blokjes



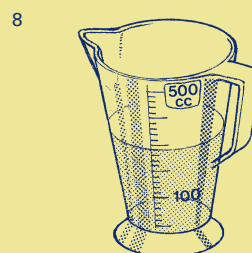
Hoeveel blokjes van één kubieke
centimeter kunnen in dit doosje?
_____ blokjes

- 5 Een garage is 8 m lang, 3 m breed
en 2,5 m hoog.
De inhoud van die garage is
_____ m³



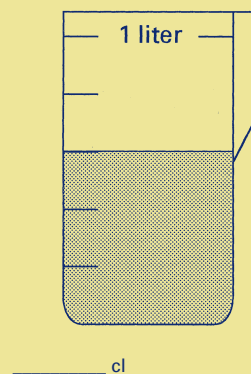
Ik giet het water uit de lage glazen
bak over in de hoge.
Hoe hoog komt het water dan in de
hoge bak?
tot de letter _____

- 7 Om het grote aquarium in de
dierentuin te vullen was 18,250 m³
water nodig. Hoeveel liter is dat?
_____ liter

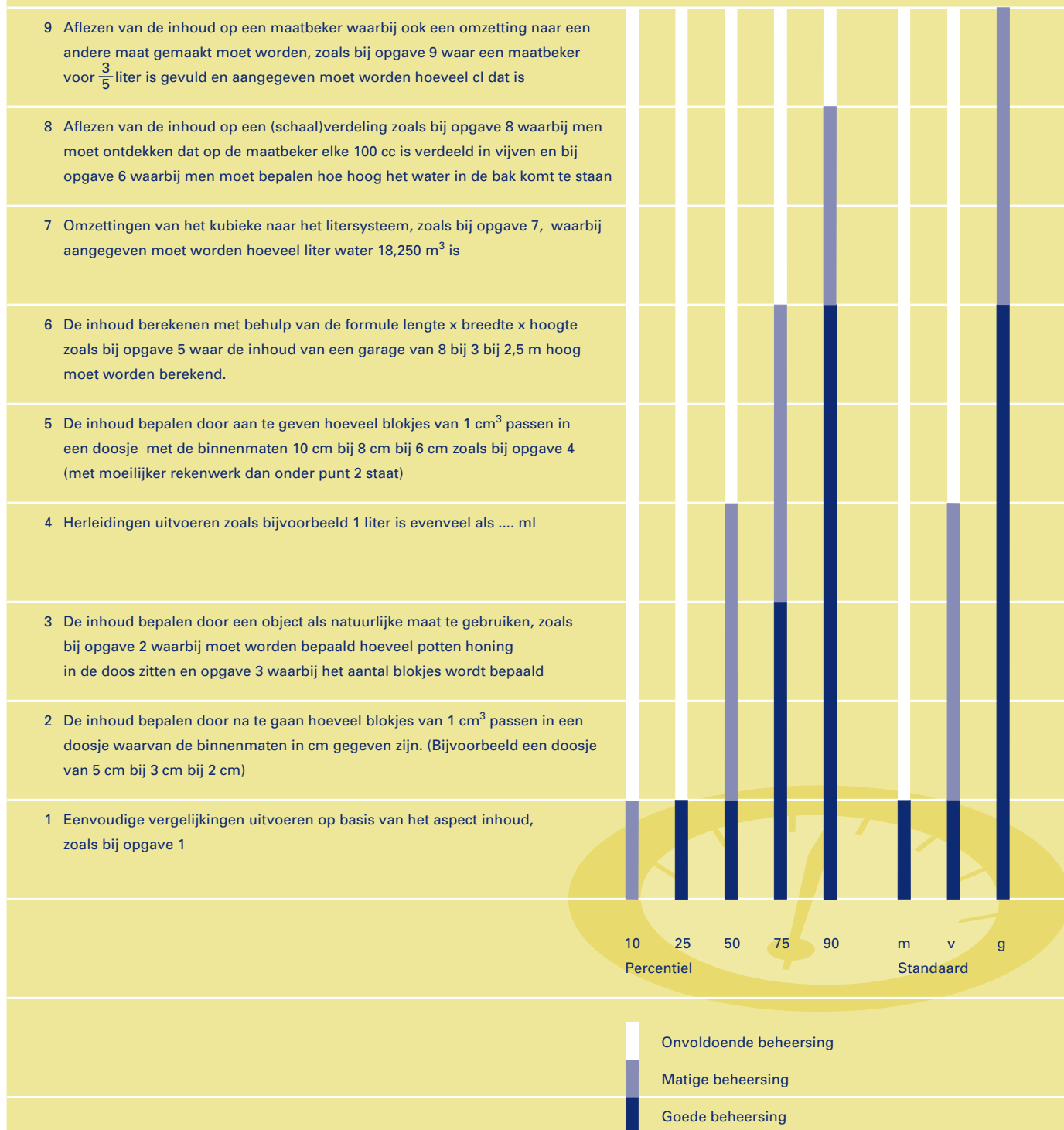


In deze maatkan zit _____ cc
water.

- 9 Hoeveel water zit in deze maatkan?



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp **Meten: inhoud**



beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan van de oordelen op vaardigheidsniveau 253 voldoet ongeveer de helft van de leerlingen aan deze standaard. De standaard Voldoende wordt in het onderwijs dus niet door het beoogde percentage leerlingen (70% à 75%) gehaald.

De mediaan voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 199. Er is van minimum beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste voorbeeldopgave goed beheersen. De andere voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van deze standaard niet beheerst te worden. Zo'n 85% van de leerlingen voldoet aan deze standaard en dat is maar 5% minder dan het beoogde percentage van 90%.

De laatste vier opgaven hoeven op het niveau van de standaard **Gevorderd** door de leerlingen aan het einde van het basisonderwijs maar matig beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan voor de standaard Gevorderd op vaardigheidsniveau 327 bereikt zo'n 6 tot 7% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Het verschil tussen de gemiddelde leerling met formatiegewicht 1.00 en de gemiddelde leerling met formatiegewicht 1.25 is ongeveer een halve standaarddeviatie en het verschil tussen de gemiddelde 1.00-leerling en de gemiddelde 1.90-leerling ongeveer een hele standaarddeviatie.

Ruim 55% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende, maar van de leerlingen met formatiegewicht 1.90 haalt maar ongeveer 20% deze standaard. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste voorbeeldopgave goed en de voorbeeldopgaven 2 tot en met 5 matig. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst ook de eerste voorbeeldopgave goed, maar geen enkele andere voorbeeldopgave matig.

Bij dit onderdeel is het vaardigheidsniveau van de jongens iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

Het niveau van de leerlingen in 1997 is iets lager dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987 en 1992.

6.4 METEN: GEWICHT

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om basiskennis en begrip van gewicht en gewichtsmaten, het uitvoeren van herleidingen en dat kunnen toepassen in tal van situaties. Essentiële onderdelen van dit onderwerp zijn:

- vergelijken op het aspect gewicht. Hierbij spelen weeginstrumenten (veren die meer of minder uitgerekt worden, balansweegschalen) een belangrijke rol.
- globaal en precies aflezen van resultaten van wegingen op weeginstrumenten;
- kennis en inzicht in de opbouw van het maatsysteem door bijvoorbeeld het uitvoeren van herleidingen met veel voorkomende weegmaten (kg g mg);
- kiezen van de juiste maat in een gegeven context;
- oplossen van vraagstukjes waarbij onder andere weegresultaten afgelezen en herleidingen uitgevoerd moeten worden.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 21 opgaven. Van die 21 opgaven zijn er zes als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen weten dat een kg veel zwaarder is dan een gram en ze kunnen aangeven bij welk artikel een gewichtsaanduiding als 0,942 kg hoort. Ze kunnen ook al redelijk goed zaken op het aspect gewicht vergelijken, maar realiseren zich nog onvoldoende dat 3989 gram ongeveer 4 kg is.

De gemiddelde leerling weet dat wel. Hij beheerst daarnaast opgaven matig waarbij aangegeven moet worden wat het cijfer achter de komma betekent bij bijvoorbeeld 2,5 kg (= 2 kg en ... gram). Datzelfde geldt voor de opgave waarbij naar het omgekeerde gevraagd wordt en een aanduiding in spreektaal (1 kg en 5 gram) omgezet moet worden naar een gewichtsaanduiding op een weegschaal (1,005 kg).

De percentiel-90 leerling beheerst alle getoetste aspecten goed of nagenoeg goed.

Standaarden

Er is sprake van **Voldoende** beheersing van de kerndoelen wanneer de leerlingen de eerste 3 voorbeeldopgaven goed beheersen en de laatste drie opgaven matig. Uitgaande van de mediaan op vaardigheidsscore 266 voldoet iets minder dan 40% van de leerlingen aan de standaard Voldoende en dat is heel wat minder dan de beoogde 70% tot 75% van de leerlingen.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 212. Op het niveau van deze standaard moeten de leerlingen de eerste twee opgaven goed beheersen. Tegelijk impliceert deze standaard dat de overige vier opgaven onvoldoende of niet meer beheerst hoeven te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor deze standaard bereikt ruim 75% van de leerlingen op deze schaal de standaard Minimum en dat is minder dan de beoogde 90% à 95% van de leerlingen.

Bij dit onderwerp zijn er geen opgaven die het niveau van de kerndoelen te boven gaan. Een **gevorderd** vaardigheidsniveau einde basisonderwijs houdt in

dat de leerlingen alle opgaven goed beheersen.

Gelet op de positie van de mediaan (op vaardigheidsscore 341) van de oordelen voor de standaard Gevorderd bereikt minder dan 5% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

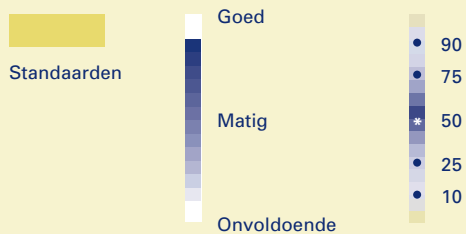
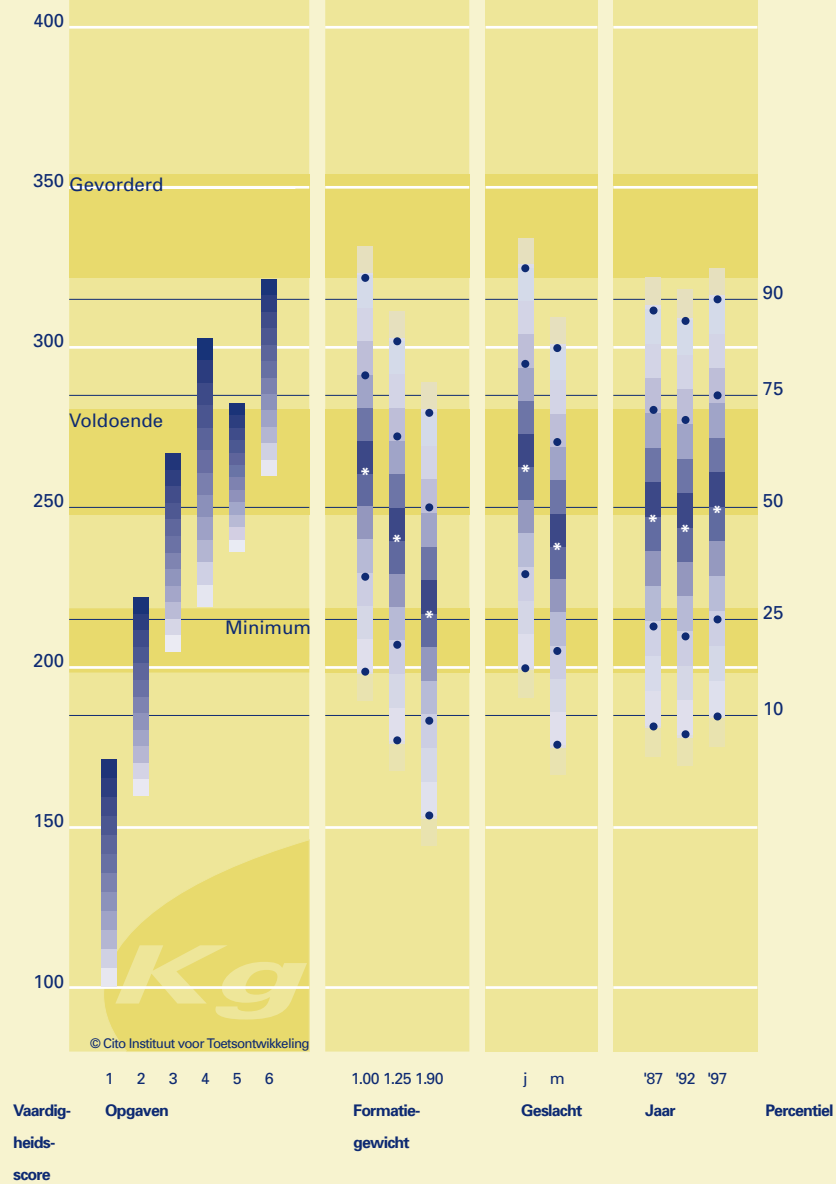
Verschillen tussen leerlingen

Iets minder dan de helft van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt maar iets meer dan 15% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste twee voorbeeldopgaven goed en de andere opgaven onvoldoende of zeer matig, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste drie opgaven goed beheerst en de andere opgaven matig. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 30% de standaard Voldoende.

Bij dit onderwerp is het vaardigheidsniveau van de jongens hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

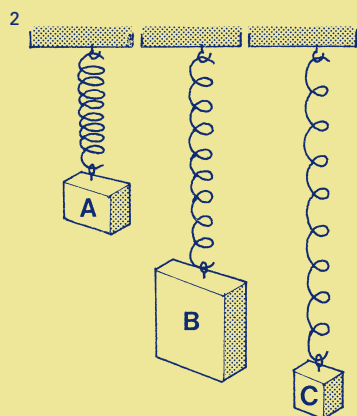
Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 verschilt nauwelijks van het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992 en 1987.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten: gewicht

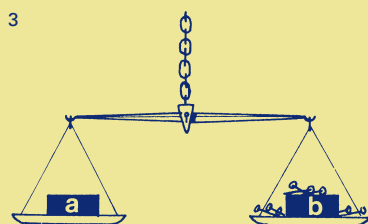


- 1
- Kaartje 1 **2,496 kg**
- Kaartje 2 **0,109 kg**
- Kaartje 3 **0,942 kg**

Op de 3 kaartjes hierboven staat telkens een gewicht vermeld. Welk kaartje hoort bij welk artikel?



Drie blokken worden na elkaar aan dezelfde veer gehangen. Welk blok heeft het grootste gewicht?
blok _____



Om de balans in evenwicht te brengen heeft men op de schaal bij pakje B een aantal spijkers moeten leggen. Welk pakje is zwaarder?

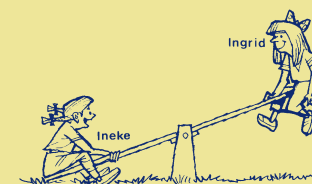
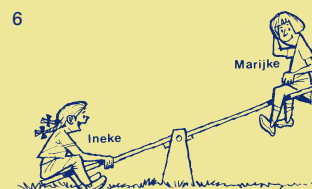
- A pakje A
- B pakje B
- C de pakjes A en B zijn even zwaar
- D dat kan ik niet weten



Wat staat er op de weegschaal?

- A 1,500 kg
- B 1,050 kg
- C 1,005 kg
- D 0,105 kg

- 5 2,5 kg is 2 kg en _____ gram.



Marijke is lichter dan Ineke.
Ingrid is lichter dan Ineke.
Wie is lichter: Marijke of Ingrid?

- A Marijke
- B Ingrid
- C Marijke en Ingrid wegen evenveel.
- D Dat kan ik niet weten.

Meten: gewicht



6.5 METEN: TOEPASSINGEN

Inhoud

Bij de opgaven uit deze schaal moeten de leerlingen complexere meetproblemen oplossen. Bij een aantal opgaven moeten de leerlingen aangeven wat je in een bepaalde situatie moet weten of berekenen: de lengte, de omtrek, de oppervlakte, de inhoud of het gewicht. Bij een aantal andere opgaven gaat het om samengestelde grootheden als kg/m^2 , verbruik of snelheid. Soms komen in de opgaven meer maten voor en moeten meerdere bewerkingen uitgevoerd worden of is er een relatie met een ander inhoudelijk terrein, zoals bijvoorbeeld breuken.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 31 opgaven. Twaalf van die 31 opgaven zijn als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen zijn goed in staat de afmetingen van een stuk plaat dat ze nodig hebben te relateren aan de afmetingen van een plaat, zoals bij voorbeeldopgave 1 het geval is. Ze zijn al redelijk in staat aan te geven dat in een bepaalde situatie de inhoud moet worden gemeten of berekend (zie voorbeeldopgave 2), maar in situaties aangeven of je de lengte, omtrek of oppervlakte moet weten is nog te moeilijk (voorbeeldopgave 4).

De gemiddelde leerling kan dat wel al redelijk goed. Hij beheerst ook eenvoudige toepassingsopgaven met niet al te moeilijke herleidingen goed, zoals bijvoorbeeld opgave 3. Maar toepassingsopgaven waarbij op basis van een oppervlakteberekening bepaald moet worden hoeveel men moet betalen of hoeveel pakken of blikken gekocht moeten worden, beheerst de gemiddelde leerling onvoldoende.

De percentiel-90 leerling kan wel goed opgaven met oppervlakteberekeningen uitvoeren en kan al redelijk goed inhoudsproblemen oplossen waarbij de formule $\text{lengte} \times \text{breedte} \times \text{hoogte}$ gebruikt moet worden. De laatste drie opgaven met complexere problemen en moeilijkere oppervlakte- en inhoudsberekeningen zijn echter ook voor de percentiel-90 leerlingen te moeilijk.

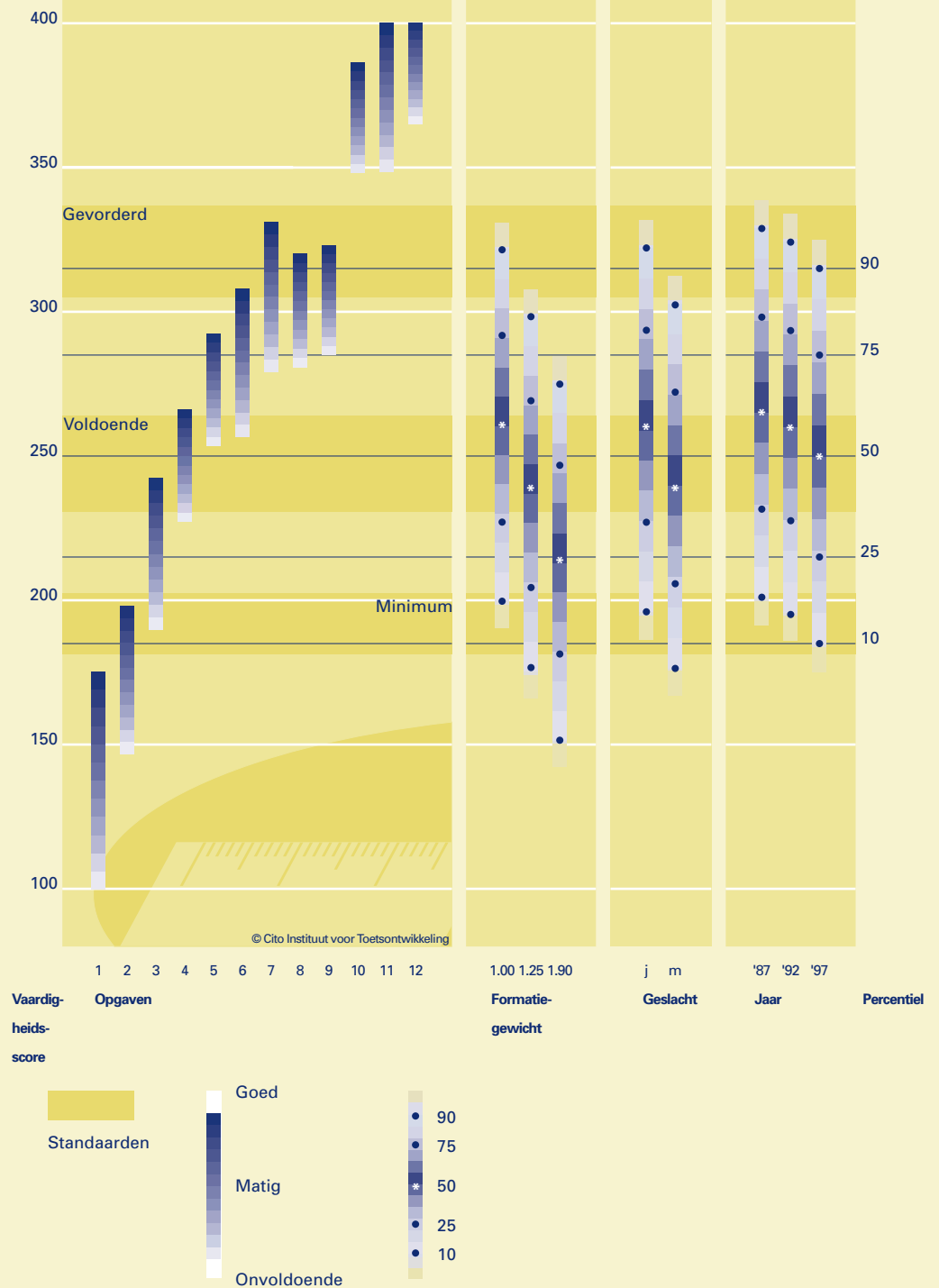
Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven goed beheersen en de vierde opgave matig. De andere opgaven hoeven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan op 250 wordt deze standaard door 50% van de leerlingen bereikt en dat is minder dan de beoogde 70% à 75% van de leerlingen die de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen aan het einde van het basisonderwijs.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsniveau 196. Dat betekent dat van minimale beheersing van de kerndoelen sprake is als de leerlingen de eerste twee opgaven goed beheersen en de derde opgave matig. Ruim 85% van de leerlingen voldoet aan deze standaard en dat is iets minder dan de beoogde 90% van de leerlingen.

De laatste drie voorbeeldopgaven overstijgen het niveau van de kerndoelen voor het basisonderwijs. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor de

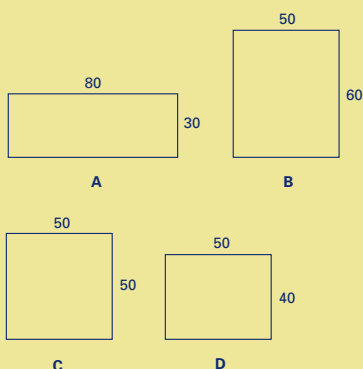
De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meten: toepassingen



- 1 Peter heeft een stuk plaat van onderstaande afmeting nodig.



Uit welke plaat kan hij die zagen?



- 2 Je wilt nagaan hoeveel water er in een regenton gaat.

Wat bereken je dan?

- A de omtrek
- B de oppervlakte
- C de inhoud
- D het gewicht

- 3 250 gram rijst kook je in $\frac{1}{2}$ liter water. Hoeveel liter water is dan nodig voor 1 kg rijst?
_____ liter

- 4 Je wilt nagaan hoeveel graszoden je moet kopen voor je tuin.

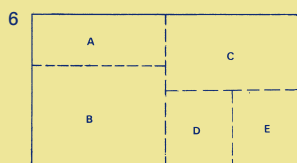
Wat moet je dan weten?

- A de lengte
- B de omtrek
- C de oppervlakte
- D de inhoud

- 5 Jolanda koopt graszaad voor haar rechthoekige tuin van 8 bij 7 meter.



Hoeveel van deze pakken graszaad moet ze kopen? _____ pakken

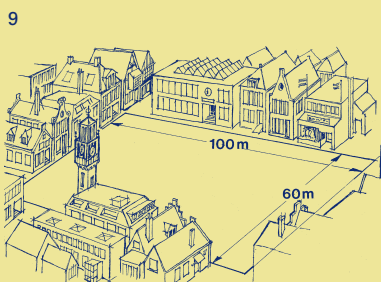


Van dit stuk grond zijn volkstuintjes gemaakt. Die worden verhuurd. Het hele stuk grond moet f 560,- opbrengen. Hoeveel huur moet tuin D dan opbrengen?
f _____

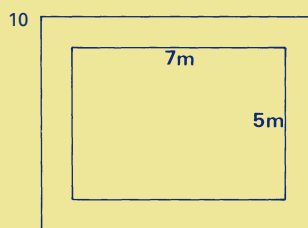
- 7 In zwaar terrein verbruikt een kraanwagen 1 liter brandstof op 300 meter. Hoeveel brandstof verbruikt die kraanwagen in zo'n terrein voor 12 km? _____ liter



Petra krijgt een kurkvloer op haar kamer. Bruine kurktégels kosten f 39,- per m². Grijs kurktégels kosten f 59,- per m². Hoeveel gulden bespaart Petra als zij de bruine tegels koopt?
f _____

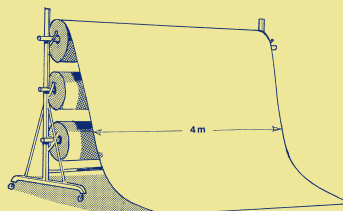


Een kleine gemeente produceert per jaar 18 000 m³ huishoudafval. Een milieugroep wil dat huisvuil een jaar lang op het marktplein storten. Hoe hoog zou het afval dan liggen? _____ m

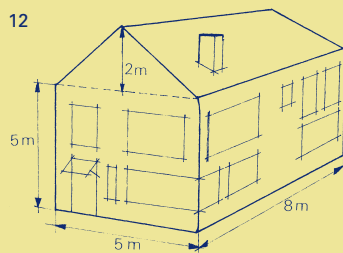


Om het bloemperk ligt een strook gras van 1 meter breed. Hoeveel vierkante meter gras is dit? _____ m²

- 11 De vloer van de gymzaal wordt met zeil bedekt dat 4 meter breed is:



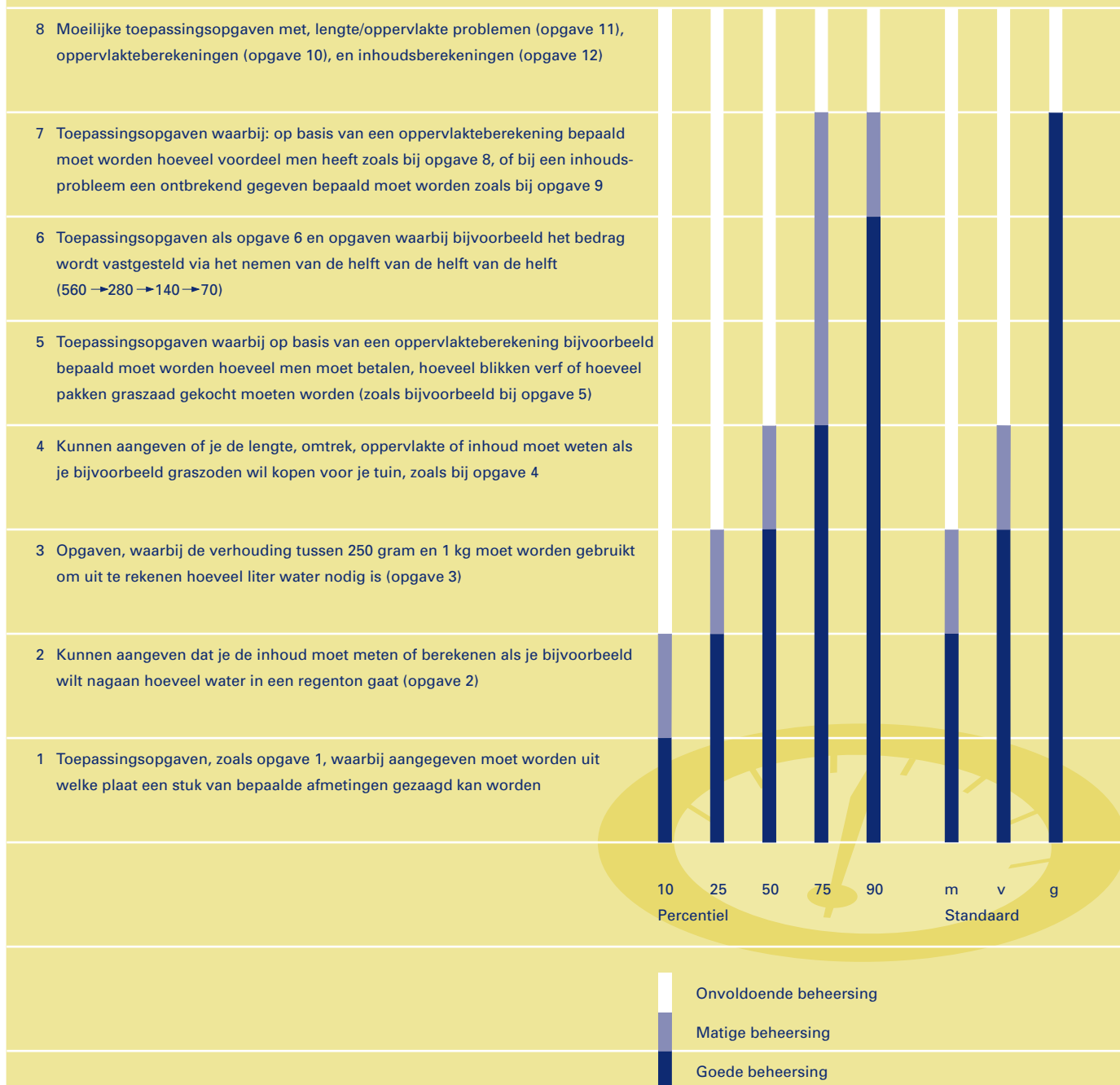
De vloer is 12 bij 20 meter. Hoeveel meter zeil van 4 meter breed moet gekocht worden?
_____ meter



De inhoud van een huis wordt vaak in kubieke meters uitgerekend. Hoeveel kubieke meter is de inhoud van dit huis?
_____ m³

Voorbeelden bij de vaardigheidsschaal
Meten: toepassingen

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meten: toepassingen



standaard **Gevorderd** (bij vaardigheidsniveau 325) bereikt zo'n 6 à 7% van de leerlingen op dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Er is een vrij groot verschil tussen leerlingen op basis van hun formatiegewicht (1.00, 1.25 en 1.90). Het verschil tussen de gemiddelde 1.00-leerling en de gemiddelde 1.90-leerling bedraagt 46 vaardigheidspunten, iets minder dan een hele standaarddeviatie. De standaard Voldoende wordt bereikt door zo'n 60% van de 1.00-leerlingen, door ongeveer 40% van de 1.25-leerlingen en door minder dan 25% van de 1.90-leerlingen.

De gemiddelde 1.90-leerling beheerst de eerste twee opgaven goed en de derde opgave matig. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste vier opgaven goed en de opgaven 5 en 6 matig.

Het vaardigheidsniveau van de meisjes is lager dan het vaardigheidsniveau van de jongens. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is zo'n 20 punten op de vaardigheidsschaal.

De leerlingen in 1997 doen het bij dit onderwerp minder goed dan de leerlingen in 1992, die het ook al iets minder goed deden dan de leerlingen in 1987.

6.6 MEETKUNDE

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om eenvoudige noties en begrippen waarmee de ruimte meetkundig geordend, beschreven en verklaard kan worden. In de opgaven wordt een beroep gedaan op de vaardigheid 'ruimtelijk redeneren'. Dat gebeurt aan de hand van bouwsels, bouwplaten, plattegronden, kaarten, foto's en gegevens over plaats, richting, afstand en schaal. Daarnaast zijn er enkele opgaven die het verklaren van schaduwbeelden als onderwerp hebben. De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 23 opgaven. Van die 23 opgaven zijn er zeven als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 leerlingen kunnen al redelijk goed opgaven oplossen waarbij aangegeven moet worden welk object je met een bouwplaat kunt maken (opgave 1). Dat geldt eveneens voor het ruimtelijk redeneren waarbij zijaanzichten van bouwsels moeten worden geïdentificeerd (opgave 2) en ook voor het aangeven welke delen van objecten vanuit een bepaald standpunt zichtbaar zijn (opgave 3). Percentiel-10 leerlingen kunnen echter niet goed gebruik maken van ruimtelijke oriëntatiebegrippen als bijvoorbeeld: 'in noordoostelijke richting'.

De gemiddelde leerling kan die begrippen wel goed toepassen. Daarnaast kan hij in niet al te complexe situaties beredeneren hoe iemand de objecten in de ruimte vanuit een bepaald standpunt ziet (opgave 4).

De percentiel-90 leerling is daarnaast in staat te beredeneren hoe de bouwplaat van een bepaald object er uitziet (opgave 5) en hij kan ook complexere toepassingsopgaven waarbij ruimtelijk geredeneerd moet worden (zoals bij de laatste 2 voorbeeldopgaven) al redelijk goed aan.

Standaarden

Uitgaande van de mediaan van de oordelen voor de standaard **Voldoende** op vaardigheidsscore 222 is van voldoende beheersing van de kerndoelen sprake als de leerlingen de eerste drie voorbeeldopgaven goed of nagenoeg goed beheersen. Dat houdt tevens in dat op het niveau van deze standaard de opgaven 4 en 5 matig beheerst worden en dat de laatste twee opgaven niet beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 70% à 75% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat is ook het geval.

De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheidsscore 160. Op het niveau van de standaard Minimum hoeven de leerlingen geen opgaven goed te beheersen. Wel moeten ze de eerste drie opgaven matig beheersen.

De grote interkwartielrange bij de standaard **Gevorderd** geeft aan dat de meningen van de beoordelaars nogal uiteen lopen. Uitgaande van de mediaan voor de standaard Gevorderd bij vaardigheidsscore 302 hoeven de laatste twee voorbeeldopgaven op het niveau van de standaard Gevorderd maar matig beheerst te worden. Ongeveer 15% van de leerlingen bereikt op deze schaal een niveau dat de kerndoelen van het basisonderwijs overstijgt.

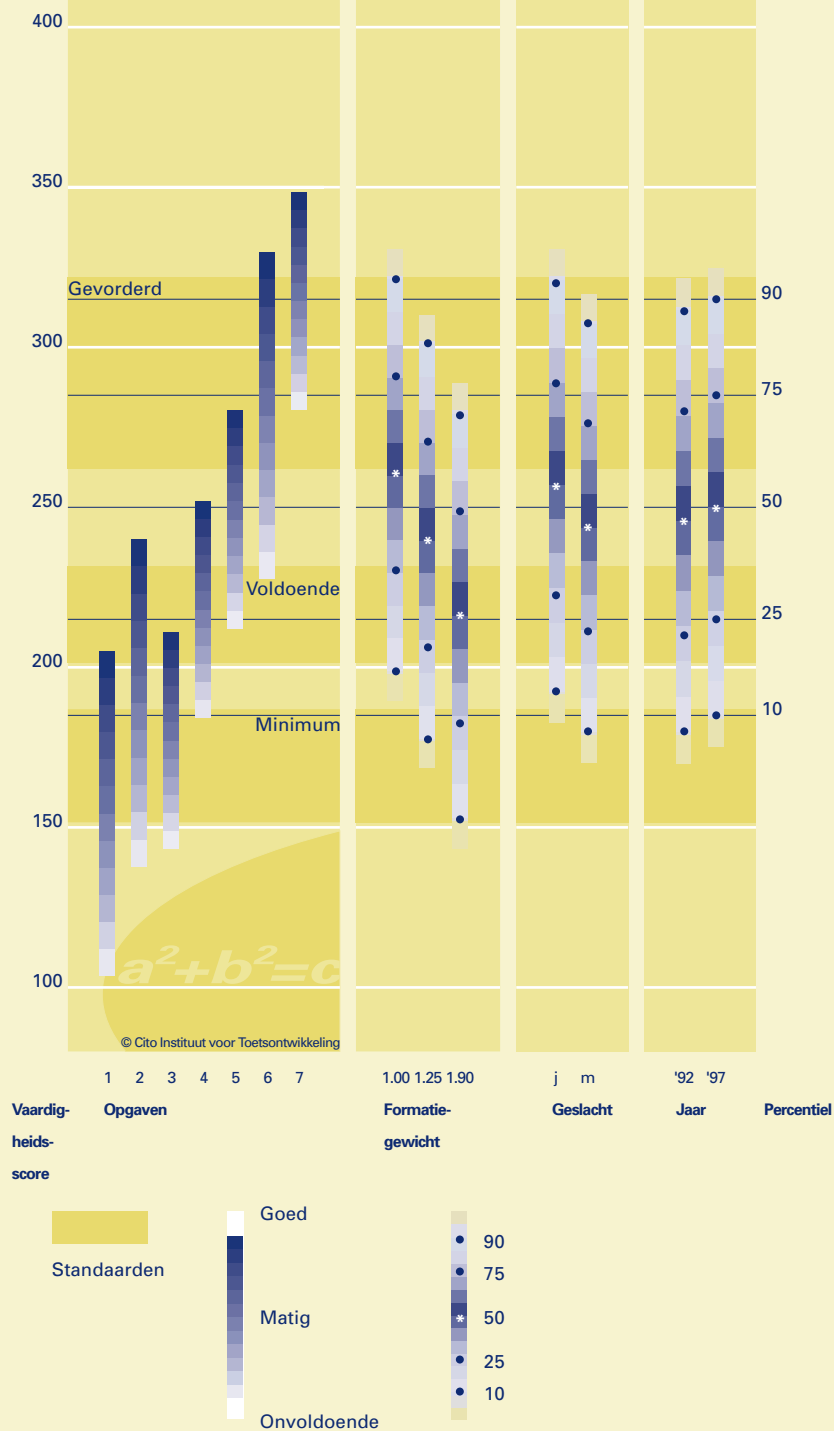
Verschillen tussen leerlingen

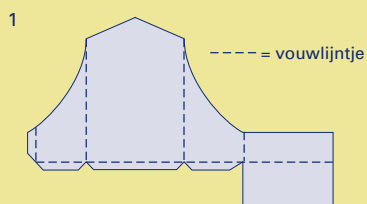
Meer dan 75% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt iets minder dan 50% deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst de eerste drie voorbeeldopgaven nagenoeg goed en de laatste drie opgaven zeer matig of onvoldoende, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste vier opgaven goed beheerst en alleen de laatste voorbeeldopgave onvoldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens is iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de meisjes.

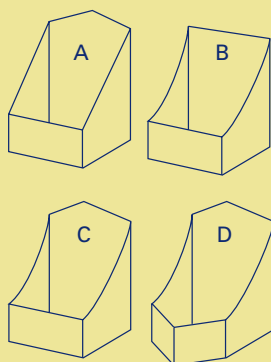
Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 verschilt weinig van het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1992.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Meetkunde





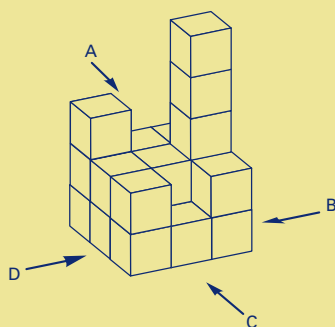
Welk bakje kun je van deze
bouwplaat maken?



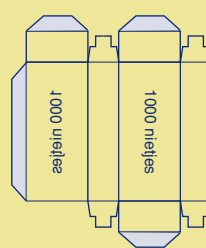
bakje _____



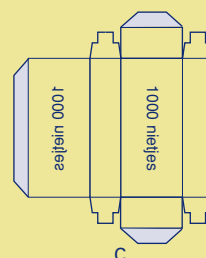
Pieter heeft een zijaanzicht van het
bouwwerk getekend.
Welk zijaanzicht heeft hij getekend?



Zijaanzicht _____



B



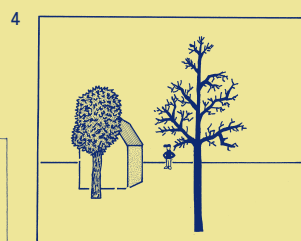
C

Zoals figuur _____

6 De molenaar staat voor de deur
en kijkt in de richting van de
vuurtoren.



Wat ziet hij dan?



Wat ziet Peter?



A

B

C

D

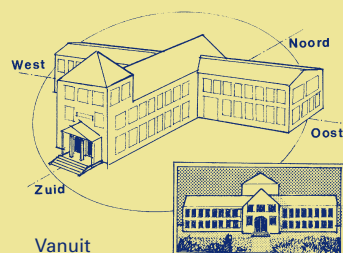


A

B

C

7 Dit is de maquette van een
museum. Vanuit welke richting is
deze foto van de maquette
gemaakt?



Vanuit _____

2 Kim, Thea en Bert zien in de verte
een ballon achter het bos de lucht
in gaan.



Vul in:



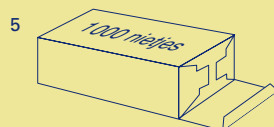
Zo ziet _____ de ballon



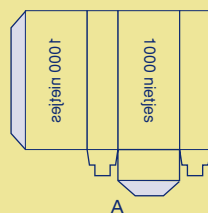
Zo ziet _____ de ballon



Zo ziet _____ de ballon



Piet haalt het doosje uit elkaar.
Hoe ziet het doosje er dan uit?



A

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Meetkunde



6.7 Tijd

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om het rekenen met tijd in voor kinderen alledaagse situaties. In een aantal opgaven wordt het rekenen met tijd gecombineerd met andere grootheden zoals afstand, lengte en geld. Vaak moeten daarbij herleidingen uitgevoerd worden. De opgaven van deze schaal zijn allemaal toepassingsopgaven. Het aflezen van de kalender en klok als zodanig komt niet voor. Wel wordt bij een aantal opgaven een beroep gedaan op kennis van de kalender en van analoge en digitale tijdsaanduidingen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 24 opgaven. Van die 24 opgaven zijn er acht als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

Percentiel-10 en percentiel-25 leerlingen kunnen al redelijk goed overweg met opgaven waarin eenvoudige afstand-tijd relaties (zoals bijvoorbeeld bij opgave 1) gelegd moeten worden, een tijdsduur berekend moet worden en herleidingen van minuten naar seconden uitgevoerd moeten worden. Dat geldt eveneens voor het aangeven of en hoeveel een uurwerk voor of achter loopt, zoals bij opgave 2. Maar percentiel-10 en percentiel-25 leerlingen hebben nog veel moeite met opgaven waarbij ook gegevens van een kalender afgelezen moeten worden (opgave 3).

De gemiddelde leerling beheerst de zojuist genoemde opgaven goed. Daarnaast kan hij al enigszins overweg met opgaven waarbij een herleiding met tijdmaten met geld gecombineerd wordt en opgaven waarbij gegevens van een kalender worden afgelezen.

De percentiel-90 leerling kan goed overweg met opgaven waarbij een beroep gedaan wordt op kennis van de kalender en kan goed opgaven oplossen waarbij de snelheid in km per uur berekend moet worden (zoals bij opgave 6). Toepassingsopgaven zoals opgave 7 kan hij al enigszins aan, maar moeilijkere toepassingsopgaven, zoals opgave 8, waar uit de context afgeleid moet worden dat een gedeelte van een eenheid als een hele eenheid moet worden beschouwd, beheerst hij onvoldoende.

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen impliceert dat de leerlingen de eerste twee voorbeeldopgaven goed beheersen en de opgaven 3 en 4 matig. Tevens houdt dit in dat de laatste vier opgaven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst hoeven te worden. Uitgaande van de mediaan op 237 bereikt zo'n 60% van de leerlingen deze standaard en dat is iets minder dan de beoogde 70% à 75%.

De mediaan voor de standaard **Minimum** ligt bij vaardigheidsscore 187. Voor een minimale beheersing van de kerndoelen hoeven geen van de voorbeeldopgaven goed beheerst te worden. Wel moeten de leerlingen wel er van minimale beheersing van de kerndoelen sprake zijn de eerste twee opgaven matig beheersen. Dit niveau zou door 90% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat is ook het geval.

Tijd



1 In 10 minuten fietst Henk
4 kilometer. Hoeveel kilometer zou
Henk in een half uur afleggen?
_____ km



Hoeveel minuten loopt het horloge
van Frans voor of achter?
Het horloge loopt
_____ minuten _____ .

3 Martin is op 29 januari naar de
tandarts geweest. Hij moet over
6 weken terugkomen. Op welke
datum is dat? _____

Week nr.	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	JANUARI					FEBRUARI					MAART				
Maandag		6	13	20	27		3	10	17	24	2	9	16	23	30
Dinsdag		7	14	21	28		4	11	18	25	3	10	17	24	31
Woensdag	1	8	15	22	29		5	12	19	26	4	11	18	25	
Donderdag	2	9	16	23	30		6	13	20	27	5	12	19	26	
Vrijdag	3	10	17	24	31		7	14	21	28	6	13	20	27	
Zaterdag	4	11	18	25		1	8	15	22	29	7	14	21	28	
Zondag	5	12	19	26		2	9	16	23		1	8	15	22	29

4 Een monteur vraagt f 45,- per
uur. Hij is 20 minuten bezig
met de reparatie. Hoeveel kost die
reparatie aan arbeidsloon?
f _____

5 Het afdraaien van 2 meter film
duurt 30 seconden. Hoeveel
minuten duurt dan een filmpje van
12 meter? _____ minuten

6 Een schaatser rijdt in een wedstrijd
de 1500 meter in 2 minuten.
Wat is zijn gemiddelde snelheid in
kilometers per uur?
_____ km per uur

7 We willen weten hoe hard we
varen. Om 12 uur passeren we
kilometerpaal 958.
1 uur en drie kwartier later
passeren we kilometerpaal 972.
Wat is onze snelheid per uur?
_____ km per uur

8 Telefoneren buiten het eigen
district in Nederland tussen 8 en
18 uur kost 16 cent per
47 seconden of gedeelte daarvan.
Hoeveel kost een gesprek van
precies 3 minuten?
f _____

Op het niveau van de standaard **Gevorderd** hoeft de voorlaatste opgave maar matig beheerst te worden en de laatste opgave hoeft niet beheerst te worden. Gelet op de positie van de mediaan van de standaard **Gevorderd** (die bij vaardigheidsscore 317 ligt) bereikt ongeveer 10% van de leerlingen bij dit onderwerp een vaardigheidsniveau dat de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

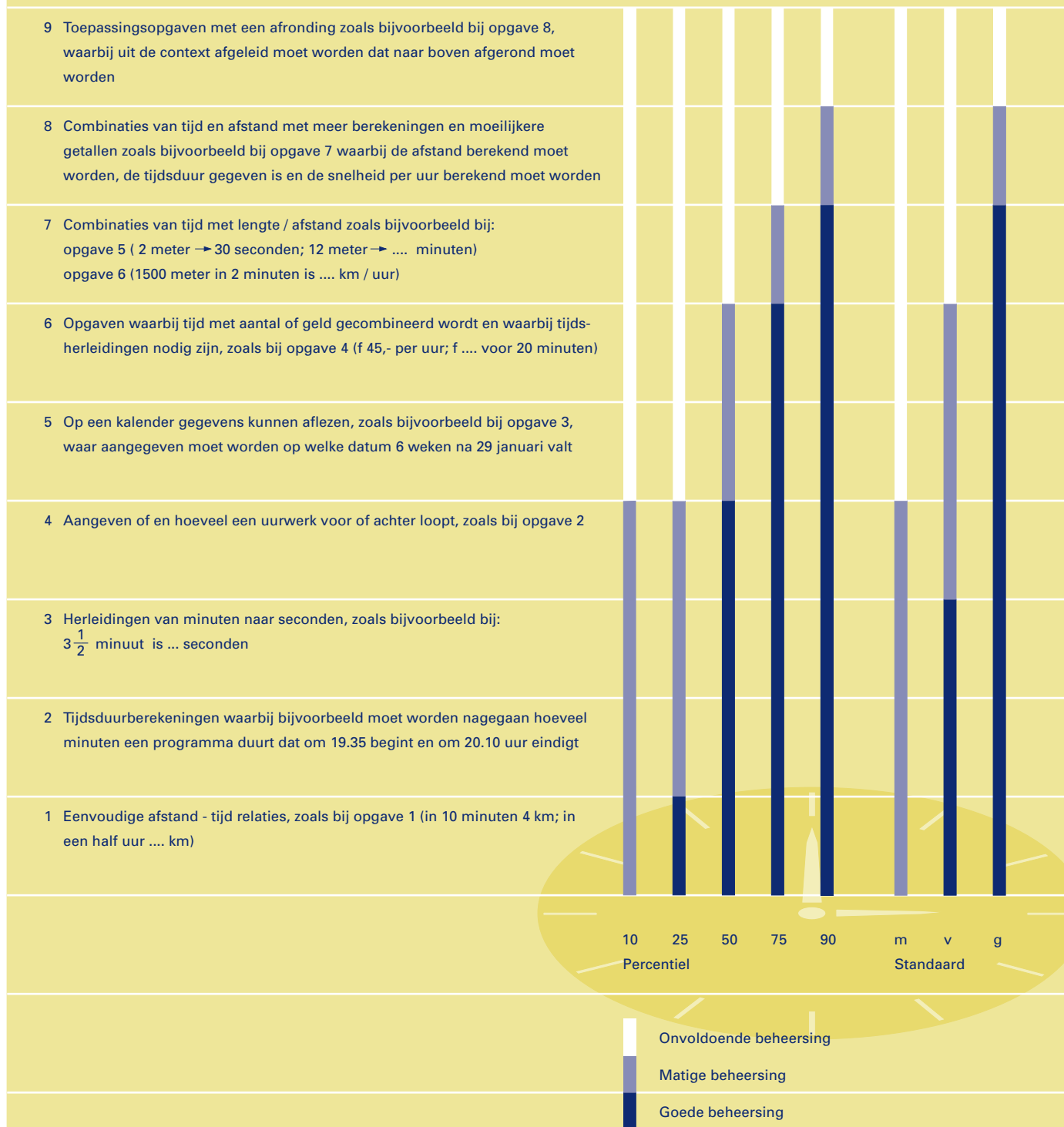
Het verschil tussen het gemiddelde van de 1.00-leerlingen en het gemiddelde van de 1.90-leerlingen is zo'n 43 punten op de vaardigheidsschaal. De standaard Voldoende wordt bereikt door ongeveer 65% van de 1.00-leerlingen en door maar ongeveer 35% van de 1.90-leerlingen. Van de 1.25-leerlingen bereikt ongeveer de helft van de leerlingen deze standaard.

De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste opgave goed en de laatste 5 opgaven onvoldoende. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst de eerste twee opgaven goed en de laatste 3 opgaven onvoldoende.

Het vaardigheidsniveau van de meisjes is iets lager dan het vaardigheidsniveau van de jongens. Het verschil tussen het gemiddelde van de jongens en het gemiddelde van de meisjes is bij dit onderwerp ongeveer 16 punten op de vaardigheidsschaal, dus ongeveer een derde standaarddeviatie.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen is in 1997 en 1992 iets hoger dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Tijd



6.8 GELD

Inhoud

Bij dit onderwerp gaat het om toepassingsgericht rekenen met geld waarbij specifieke handelingen met munten en bankbiljetten uitgevoerd moeten worden, zoals:

- de totale waarde bepalen van munten en bankbiljetten;
- gepast betalen;
- bankbiljetten en munten inwisselen;
- aangeven welke munten en bankbiljetten men terugkrijgt;
- bijpassen om terugkrijgen te vergemakkelijken.

Daarnaast komen opgaven voor waarbij

- afgerond moet worden;
- bedragen in Nederlands geld naar andere valuta omgerekend moeten worden (en omgekeerd).

Bij dit onderwerp worden relaties gelegd met andere rekengebieden zoals hoofdrekenen, het uitvoeren van bewerkingen met uitrekenpapier, komma-getallen, meten en verhoudingen.

De vaardigheid van de leerlingen is vastgesteld op basis van de antwoorden op 29 opgaven. Van die 29 opgaven zijn er elf als voorbeeldopgave opgenomen.

Wat leerlingen kunnen

De percentiel-10 leerling kan al redelijk goed een niet al te groot aantal kwartjes of een niet al te groot aantal rijksdaalders omzetten naar een geldbedrag in f-notatie. Dat geldt ook voor het omzetten van een aanduiding in hele centen naar een bedrag in f-notatie. Erg moeilijk voor de percentiel-10 leerling zijn opgaven waarbij bepaald moet worden welke munten men terugkrijgt en hoeveel men moet bijpassen om een bepaald muntstuk terug te krijgen (opgave 5).

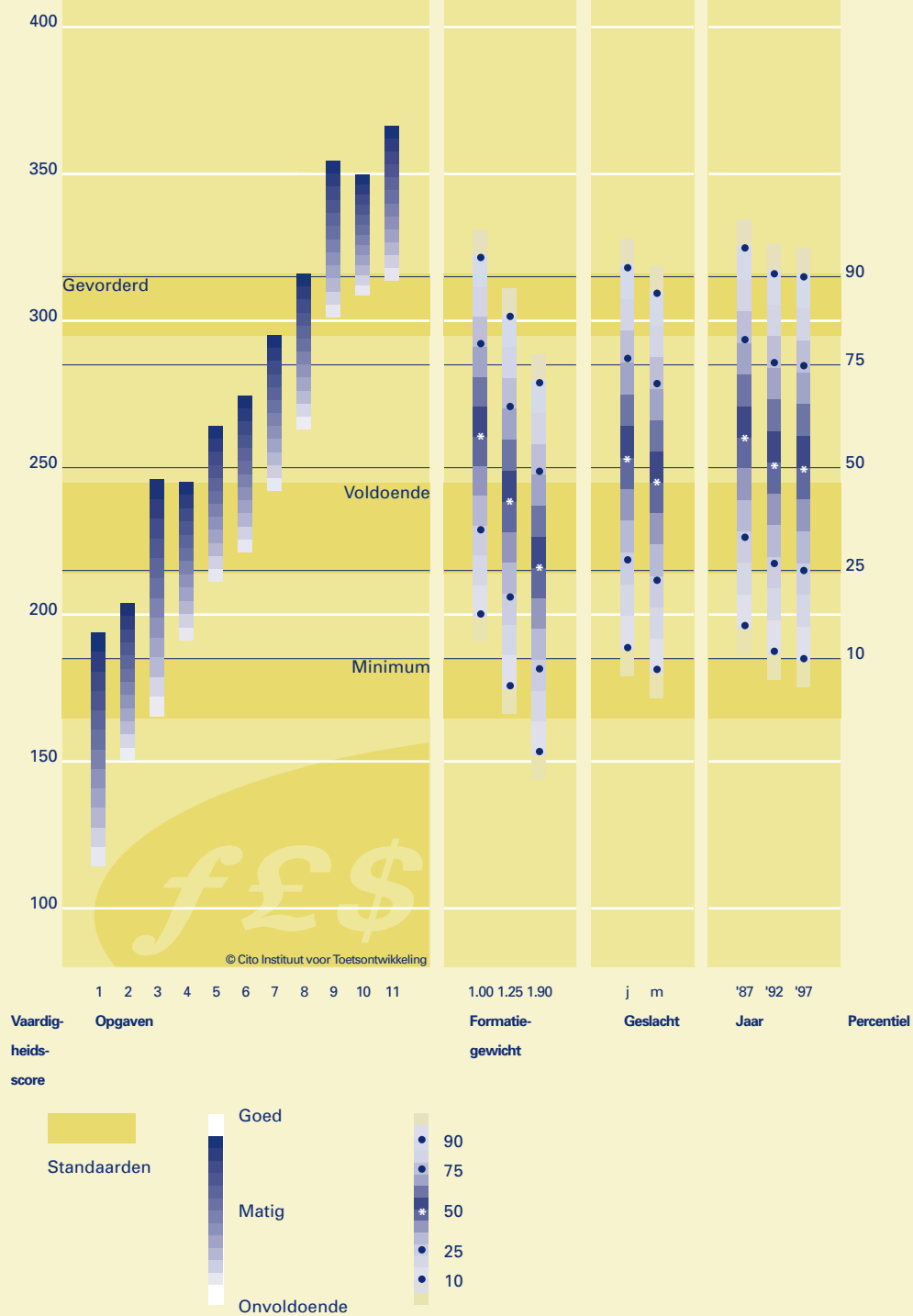
De gemiddelde leerling kan goed aangeven welke munten men terugkrijgt (opgave 4). Hij kan al redelijk goed overweg met opgaven waarbij aangegeven moet worden hoeveel men moet bijpassen om een bepaald muntstuk terug te krijgen en met opgaven waarbij bijvoorbeeld 125 dubbeltjes moeten worden omgezet in kwartjes.

De percentiel-90 leerling beheerst dat allemaal goed. Daarnaast is hij redelijk in staat geldbedragen als f 12,94, f 36,98 en f 27,97 correct op een stuiver af te ronden en aanduidingen als 49,3 cent om te zetten naar de f-notatie. De percentiel-90 leerling beheerst zeer matig opgaven waarbij bijvoorbeeld in f-notatie moet worden genoteerd hoeveel 1000 x 29,345 cent is.

Standaarden

Voldoende beheersing van de kerndoelen houdt in dat de leerlingen de eerste twee voorbeeldopgaven goed beheersen. De laatste vijf voorbeeldopgaven hoeven op het niveau van de standaard Voldoende niet beheerst te worden. Uitgaande van de mediaan op 225 voldoet ongeveer 70% van de leerlingen aan deze standaard. Gegeven de vooronderstelling dat 70% tot 75% van de leerlingen de kerndoelen in voldoende mate zouden moeten beheersen, wordt dit niveau dus door het beoogde percentage leerlingen aan het einde van het basisonderwijs bereikt.

De vaardigheidsschaal bij het onderwerp Geld

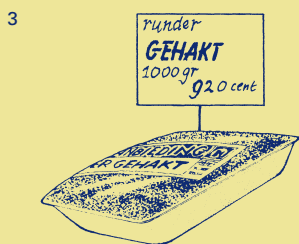


1

Rekening Groente en Fruit	
Witlof	f 1,49
Champignons	f 1,59
Paprika groen	f 1,39
Andijvie	f 1,68
Totaal	f 6,15

Jolanda betaalt deze rekening met een briefje van tien en vijftien cent. Hoeveel moet ze terugkrijgen?
f _____

- 2 Ellen brengt haar bibliotheekboek 11 dagen te laat terug. Dit kost haar een kwartje per dag. Hoeveel boete moet ze betalen?
f _____



Hoeveel kost 2 kg rundergehakt?
f _____

- 4 Harold koopt een pak koekjes van f 1,75. Hij betaalt met een munt van 5 gulden. Hij krijgt 4 munten terug. Welke munten kunnen dat zijn?

- 5 Loes moet f 46,30 betalen. Zij geeft een briefje van 50 gulden. De winkelier wil een briefje van 5 teruggeven. Hoeveel moet hij nog bij vragen? f _____

6

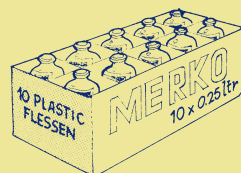
Snelmarkt	
	f 6,25
	f 1,85
	f 3,49
	f 7,59
TOTAAL	f 19,18
Dank voor uw bezoek en tot ziens	

Carmen betaalt met twee tientjes. Welke munten krijgt zij terug?
_____ dubbeltjes en
_____ kwartjes

- 7 Wouter heeft 125 dubbeltjes gespaard. Hanneke heeft alleen kwartjes gespaard. Wouter en Hanneke hebben een evengroot bedrag bijeen. Hoeveel kwartjes heeft Hanneke?
_____ kwartjes



samen
f 4,56



samen
f 7,10

Hoeveel cent is een blikje duurder dan een flesje? _____ cent

- 9 De prijs van autogas is 49,3 cent per liter. Hoe schrijf je 49,3 cent met het f teken? f _____

- 10
- | |
|---|
| Haringen f 2,- per stuk
3 voor f 5,- |
|---|

Martin wil 2 haringen. Jos wil er één. Ze zijn slim en kopen er samen drie. Martin betaalt f 5,-. Hoeveel moet Jos nu aan Martin betalen? Pas op! Stuivers zijn de kleinste geldstukken! Het kan niet precies! f _____

- 11
- | |
|---|
| <p>Wees zuinig met energie
Kijk hoeveel 1 kWh kost!</p> <p>1 kWh kost 29,345 cent</p> |
|---|

Opa De Vries heeft het afgelopen jaar precies 1000 kWh verbruikt. Voor welk bedrag is dat?

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld

6 Aangeven hoeveel men moet bijpassen om bijvoorbeeld een munt van 5 gulden terug te krijgen zoals bij opgave 5 (Te betalen: f 46,30; Geven: een briefje van 50 gulden. Hoeveel bijpassen om een munt van 5 gulden terug te krijgen?)

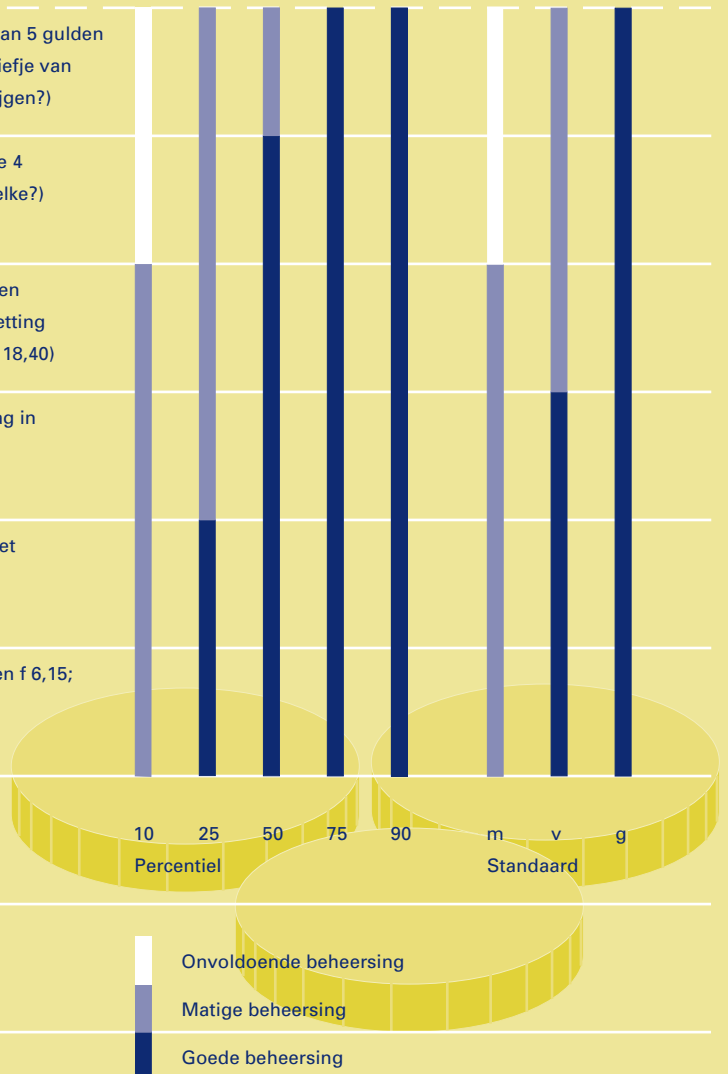
5 Bepalen welke munten men terugkrijgt, zoals bijvoorbeeld bij opgave 4 (Te betalen: f 1,75; Geven: 1 munt van 5 gulden; Terug: 4 munten; Welke?)

4 Toepassingsopgaven zoals opgave 3 waarbij naast een berekening een omzetting van grammen naar kg moet worden gemaakt en een omzetting van een bedrag in centen naar een bedrag in f-notatie (1840 cent → f 18,40)

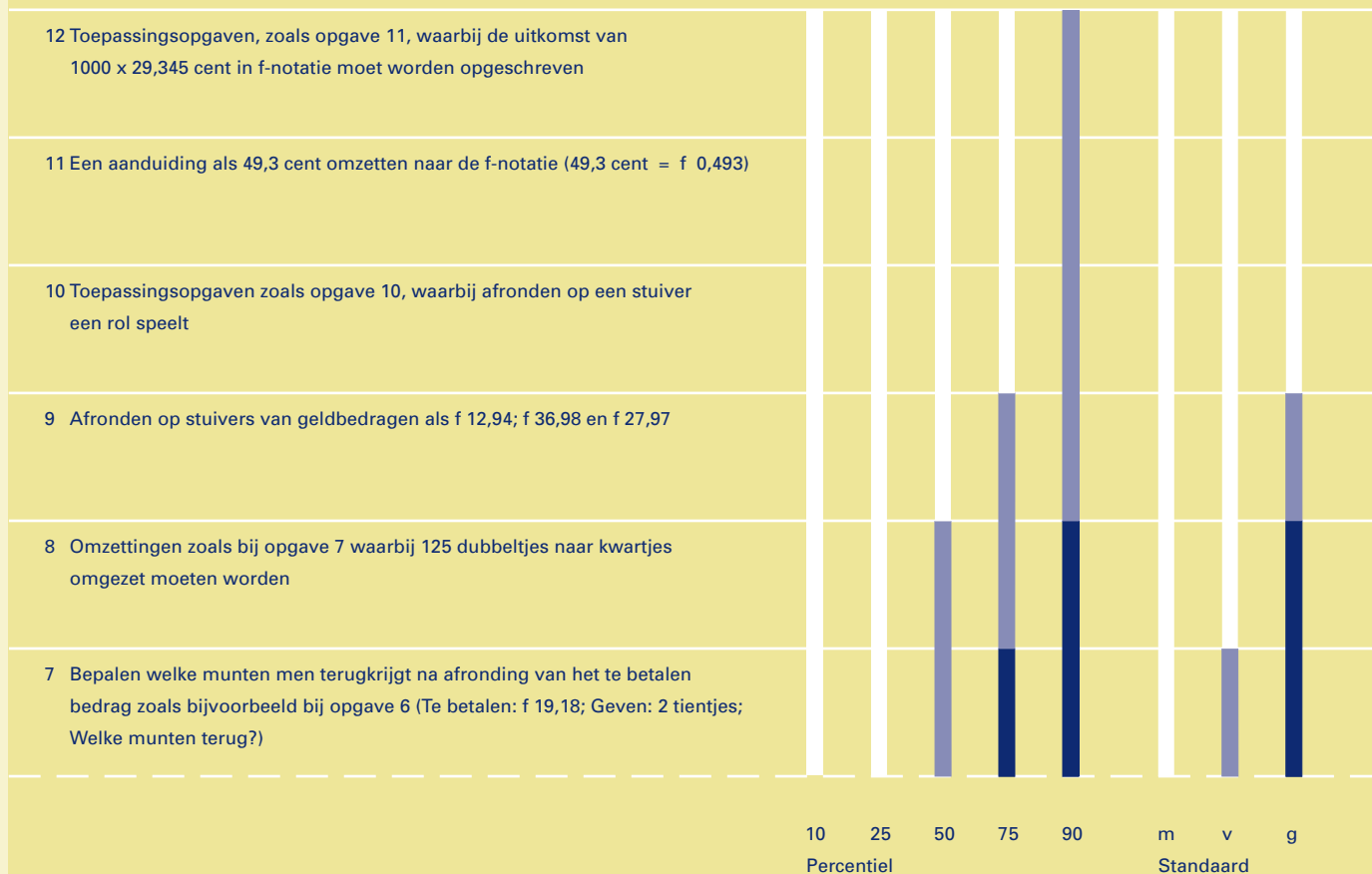
3 Een niet al te groot aantal rijksdaalders omzetten naar een geldbedrag in f-notatie. Bijvoorbeeld 18 rijksdaalders is f

2 Een niet al te groot aantal kwartjes omzetten naar een geldbedrag met f-notatie, zoals bij opgave 2 (11 kwartjes → f 2,75)

1 Bepalen hoeveel men moet terugkrijgen zoals bij opgave 1 (Te betalen f 6,15; Geven: een tientje en 15 cent; Terug



De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Geld



De mediaan van de oordelen voor de standaard **Minimum** ligt op vaardigheids-score 178. Op het niveau van deze standaard hoeft geen enkele voorbeeldopgave goed beheerst te worden. Gegeven de positie van de mediaan moeten de eerste drie opgaven matig beheerst worden. Tegelijk impliceert deze standaard dat opgave 4 en volgende niet meer beheerst hoeven te worden. Dit niveau zou door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en dat is ook het geval. De opgaven 8 en 9 hoeven op het niveau van de standaard **Gevorderd** maar matig beheerst te worden en de laatste twee opgaven onvoldoende of niet. Gelet op de positie van de mediaan van de oordelen voor de standaard **Gevorderd** op vaardigheidsniveau 305 bereikt ongeveer 15% van de leerlingen op deze schaal een vaardigheidsniveau dat een goede beheersing van de kerndoelen voor het basisonderwijs overstijgt.

Verschillen tussen leerlingen

Iets meer dan 75% van de 1.00-leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Van de 1.90-leerlingen bereikt maar zo'n 40% het niveau van deze standaard. De gemiddelde 1.90-leerling beheerst alleen de eerste twee opgaven goed, terwijl de gemiddelde 1.00-leerling de eerste vijf opgaven (nagenoeg) goed beheerst. Van de leerlingen met formatiegewicht 1.25 bereikt ongeveer 60% de standaard Voldoende.

Het vaardigheidsniveau van de jongens en meisjes verschilt bij dit onderwerp niet veel van elkaar.

Het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1997 en in 1992 is iets lager dan het vaardigheidsniveau van de leerlingen in 1987.

HOOFDSTUK 7

Hoofdstuk 7



7 VERSCHILLEN TUSSEN LEERLINGEN

In de voorgaande hoofdstukken zijn verschillen in prestaties tussen groepen leerlingen gerapporteerd op basis van de marginale vaardigheidsverdelingen. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. Het betreft de leerlingkenmerken formatiegewicht, stratum, geslacht en leertijd. Vervolgens vergelijken we voor een aantal reken-wiskundemethoden de rekenprestaties van de leerlingen. We sluiten het hoofdstuk af met een vergelijking van de rekenprestaties over 10 jaar peilingsonderzoek.

7.1 INLEIDING

In de voorgaande hoofdstukken hebben we aandacht besteed aan verschillen tussen groepen leerlingen op basis van de marginale vaardigheidsverdelingen van de onderscheiden groepen leerlingen. Marginale gemiddelden geven de verschillen tussen groepen zonder dat we ons afvragen of de groepen naar samenstelling wel vergelijkbaar zijn. Het verschil in de leerlingprestaties tussen twee peilingsjaren zou bijvoorbeeld mede veroorzaakt kunnen worden door veranderingen in de samenstelling van de leerlingpopulatie. In dit hoofdstuk onderzoeken we de specifieke bijdrage van een aantal variabelen op verschillen in prestaties tussen leerlingen. We spreken van gezuiverde effecten omdat alle andere kenmerken van de leerlingen – voorzover bekend – constant worden gehouden. Het verschil in vaardigheid tussen de groepen wordt getoetst en bij een overschrijdingskans $p < .05$ spreken we van een significant effect. Deze toetsing geeft echter geen informatie over de grootte van het verschil. En zeker bij grote aantallen subjecten, zoals in het onderhavige peilingsonderzoek, kunnen relatief kleine verschillen al gauw een significant effect geven. We rapporteren de verschillen daarom in termen van effectgrootten. De effectgrootte is het quotiënt van het verschil tussen de gemiddelden enerzijds en de standaardafwijking binnen de groepen anderzijds. Voor de interpretatie van de effectgrootten volgen we in de literatuur gebruikelijke kwalificaties.

Kwalificatie van effectgrootten

Effectgrootte	Kwalificatie
-0.8	groot negatief effect
-0.5	matig negatief effect
-0.2	klein negatief effect
0.0	geen effect
0.2	klein positief effect
0.5	matig positief effect
0.8	groot positief effect

Er zijn voor de volgende zes variabelen effectschattingen uitgevoerd:

- formatiegewicht, met de niveaus 1.00, 1.25 en 1.90;
- stratum, met de niveaus 1, 2 en 3;
- geslacht, met de niveaus jongen en meisje;
- leertijd, met de niveaus regulier en vertraagd;
- methode, waarbij de bijdrage van een aantal reken-wiskundemethoden wordt vergeleken;
- afnamejaar, met meestal 3 niveaus: 1987, 1992 en 1997.

Bij alle analyses is uitsluitend gebruik gemaakt van een hoofdeffectenmodel.

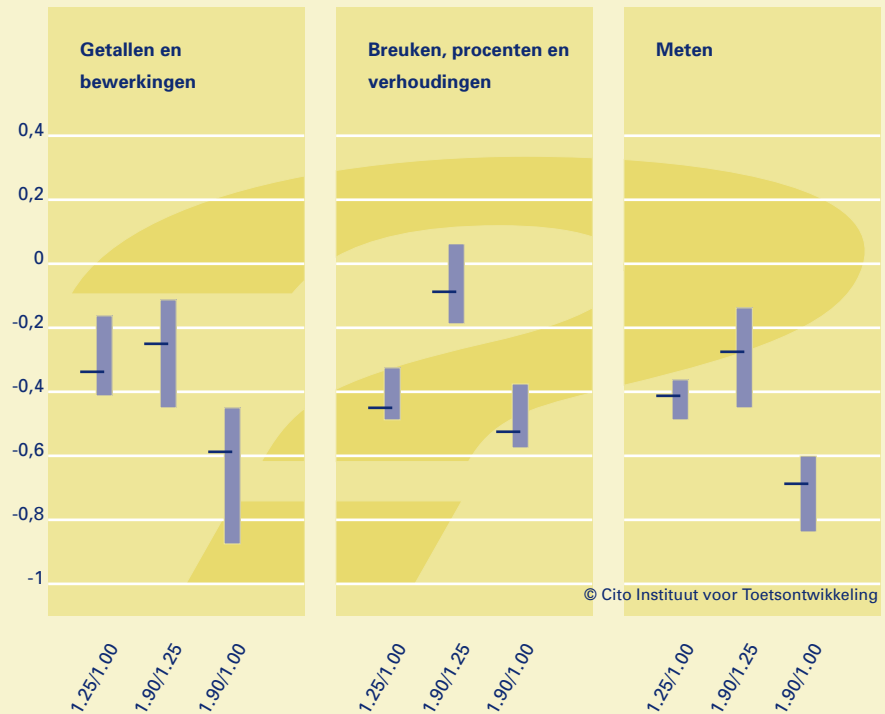
Incidenteel is in additionele analyses gezocht naar interactie-effecten, maar er deden zich geen systematische interacties voor.

7.2 HET EFFECT VAN FORMATIEGEWICHT EN STRATUM

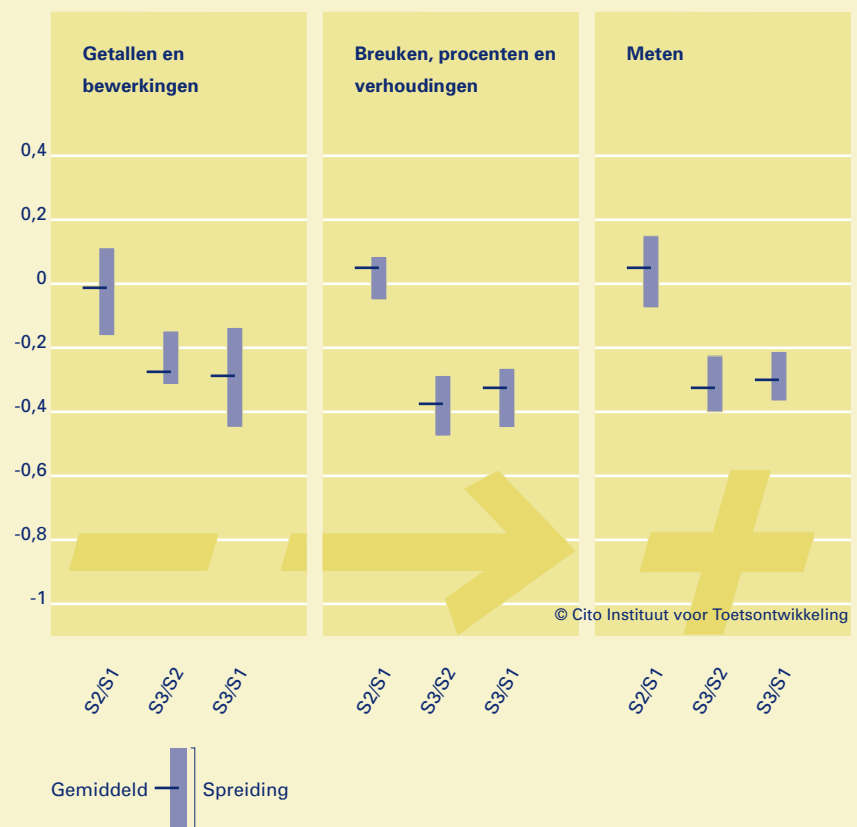
Voor de lerarenformatie op basisscholen kunnen aan leerlingen afhankelijk van hun sociaal-economische achtergrond gewichten worden toegekend (zie hoofdstuk 2). In de vorige hoofdstukken is bij de bespreking van de resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen telkens gebleken dat dit formatiegewicht sterk samenhangt met de prestaties van de leerlingen. Het effect van formatiegewicht op de rekenprestaties van de leerlingen blijkt voor de verschillende onderwerpen vrij uniform te zijn. Zowel 1.25-leerlingen als 1.90-leerlingen vertonen een duidelijke achterstand ten opzichte van 1.00-leerlingen. Voor 1.25 leerlingen is er sprake van een klein tot matig negatief effect, voor 1.90-leerlingen van een matig tot groot negatief effect. Voor beide groepen leerlingen geldt dat de gevonden verschillen in alle gevallen significant zijn. Voor de domeinen Getallen en bewerkingen en Meten geldt dat er een klein negatief effect wordt gevonden voor 1.90-leerlingen ten opzichte van 1.25-leerlingen. Dit verschil is ook niet in alle gevallen significant op 5%-niveau. Binnen het domein Breuken, procenten en verhoudingen blijkt er nauwelijks verschil te zijn tussen 1.25- en 1.90-leerlingen.

Op basis van de formatiegewichten zijn schoolscores berekend en zijn de scholen ingedeeld in drie strata, die in globale termen de samenstelling van de schoolbevolking reflecteren (zie hoofdstuk 2). Ook voor de variabele stratum geldt dat er sprake is van een vrij uniform effect. Er wordt na controle voor formatiegewicht geen verschil gevonden tussen scholen uit stratum 1 en stratum 2. Wel wordt er systematisch in alle drie de domeinen nog een additioneel negatief effect gevonden voor scholen uit stratum 3 ten opzichte van scholen uit de beide andere strata. De effecten zijn in bijna alle gevallen significant en de effectgrootten variëren van klein tot matig. Het betekent dat bij gelijkblijvend formatiegewicht leerlingen uit stratum 3 systematisch lagere prestaties behalen dan de leerlingen in de beide andere strata. De omstandigheid dat een school door relatief veel leerlingen met een sociaal-economische achterstand wordt bezocht, legt blijkbaar een extra druk op het niveau van de rekenprestaties.

Effect van formatiegewicht per domein



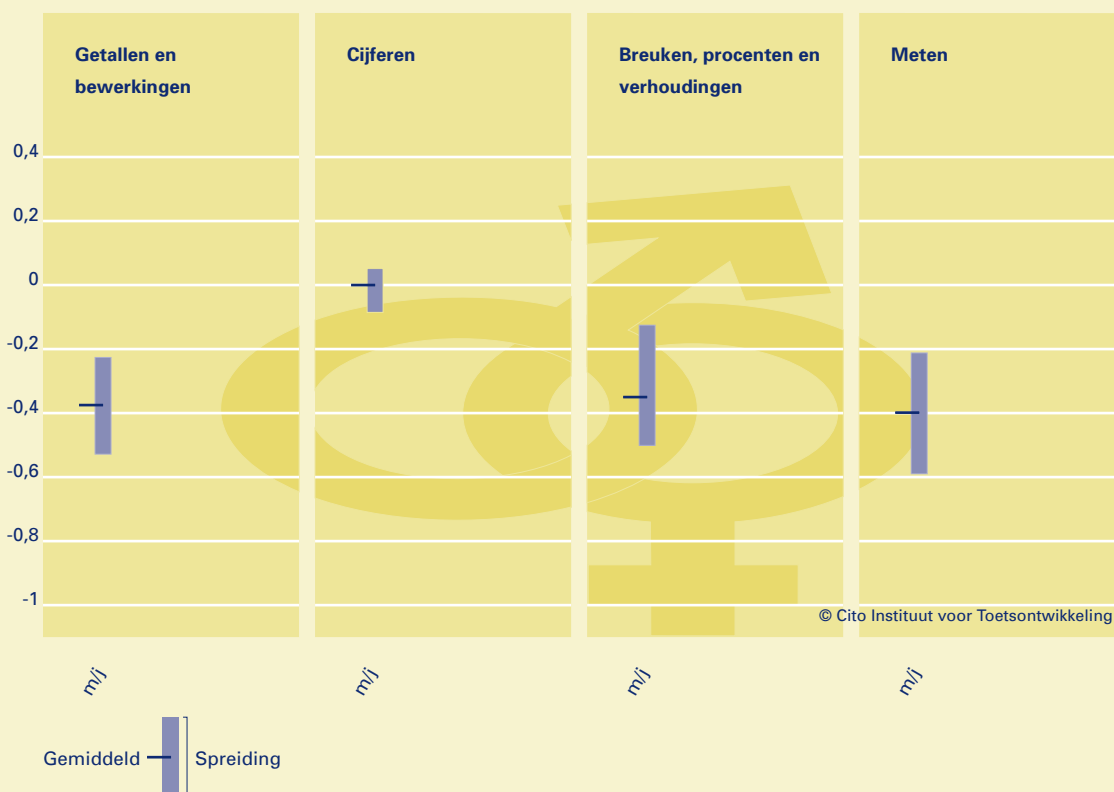
Effect van stratum per domein



7.3 HET EFFECT VAN GESLACHT

Over het algemeen geldt dat de prestaties van meisjes duidelijk lager zijn dan die van jongens, maar het onderdeel Bewerkingen op papier (Cijferen) vormt hierop een duidelijke uitzondering. Het betreft dan de onderwerpen Optellen en aftrekken, Vermenigvuldigen en delen en Samengestelde bewerkingen. Op dit onderdeel zijn de prestaties van jongens en meisjes niet verschillend. In alle andere gevallen zijn de prestaties van meisjes significant lager dan die van jongens. Afhankelijk van het onderwerp is de effectgrootte klein tot matig.

Effect van geslacht per domein



7.4 HET EFFECT VAN LEERTIJD

Op grond van hun leeftijd zijn de leerlingen in jaargroep 8 verdeeld in reguliere en vertraagde leerlingen. De reguliere leerlingen zijn vooral de leerlingen die gelet op hun leeftijd thuishoren in jaargroep 8, maar ook leerlingen die jonger zijn worden tot deze groep gerekend. De andere leerlingen hebben om welke reden dan ook in hun schoolloopbaan vertraging opgelopen. Er is onveranderlijk sprake van een matig tot groot negatief effect voor de vertraagde leerlingen ten opzichte van hun jongere groepsgenoten. De spreiding van de effectgrootten is over het geheel genomen klein en er is dus sprake van een constant effect over de verschillende onderwerpen. Het negatieve effect is het grootst voor het onderwerp Rekenen met een zakrekenmachine binnen het domein Getallen en bewerkingen.

Effect van leertijd per domein



7.5 HET EFFECT VAN DE REKEN-WISKUNDEMETHODE

Het effect van de reken-wiskundemethode op de rekenprestaties van de leerlingen is in eerdere balansrapportages bepaald op het niveau van methodecategorieën. We onderscheidden toen traditionele en realistische reken-wiskundemethoden en daarnaast werd de methode Operator rekenen (oude versie) als een aparte categorie aangemerkt, enerzijds vanwege het hybride karakter van deze methode, maar anderzijds vooral ook vanwege het relatief grote marktaandeel van deze methode binnen het basisonderwijs. Intussen is het methodespectrum voor rekenen/wiskunde in het basisonderwijs sterk veranderd. Traditionele methoden komen steeds minder vaak voor en ook de oude versie van de methode Operator rekenen is langzamerhand aan het verdwijnen. Er worden op dit moment bijna uitsluitend nog realistische reken-wiskundemethoden gebruikt. De oude indeling in categorieën heeft natuurlijk altijd het bezwaar gehad dat het differentiële effect van individuele methoden niet zichtbaar wordt gemaakt. Traditionele methoden zijn niet noodzakelijk allemaal even effectief en datzelfde geldt ook voor realistische methoden. Een adequate vergelijking van verschillende reken-wiskundemethoden werd echter belemmerd door het relatief geringe aantal leerlingen per methode dat aan het onderzoek had deelgenomen.

Het gegevensbestand van de drie peilingen bevat intussen voldoende gegevens om voor een aantal methoden verantwoorde vergelijkingen te maken. Op de volgende pagina's is voor de verschillende onderwerpen een vergelijking gemaakt tussen acht rekenmethoden. In feite gaat het om acht reken-wiskundemethoden met het hoogste aantal leerlingen in het gegevensbestand. In de afbeeldingen op de volgende pagina's zijn per onderwerp de effectgrootten van de methoden ten opzichte van Operator rekenen (oude

versie) afgebeeld. Het onderlinge verschil tussen twee andere methoden is daaruit afleidbaar. Daarnaast is in de afbeelding met een blauw kader aangegeven welke methoden niet significant afwijken van de beste methode en met een wit kader welke methoden niet significant afwijken van de zwakste methode. We spreken in dit geval van een significant effect indien de overschrijdingskans voor de nulhypothese van gelijke gemiddelden $< .05$ én de effectgrootte voor het verschil > 0.30 . Het komt voor dat methoden zowel tot de beste als tot de zwakste categorie behoren. Dit wordt met een lichtblauw kader aangegeven.

De belangrijkste conclusie is dat met de nieuwere, realistische reken-wiskundemethoden als de nieuwe versie van Wereld in getallen en de methode Pluspunt vaak betere resultaten worden bereikt. De nieuwe versie van de methode Wereld in getallen behoort bij bijna alle onderwerpen tot de beste methoden. De traditionele rekenmethoden Naar Zelfstandig Rekenen en Niveaucursus Rekenen behoren vaak tot de groep zwakste methoden.

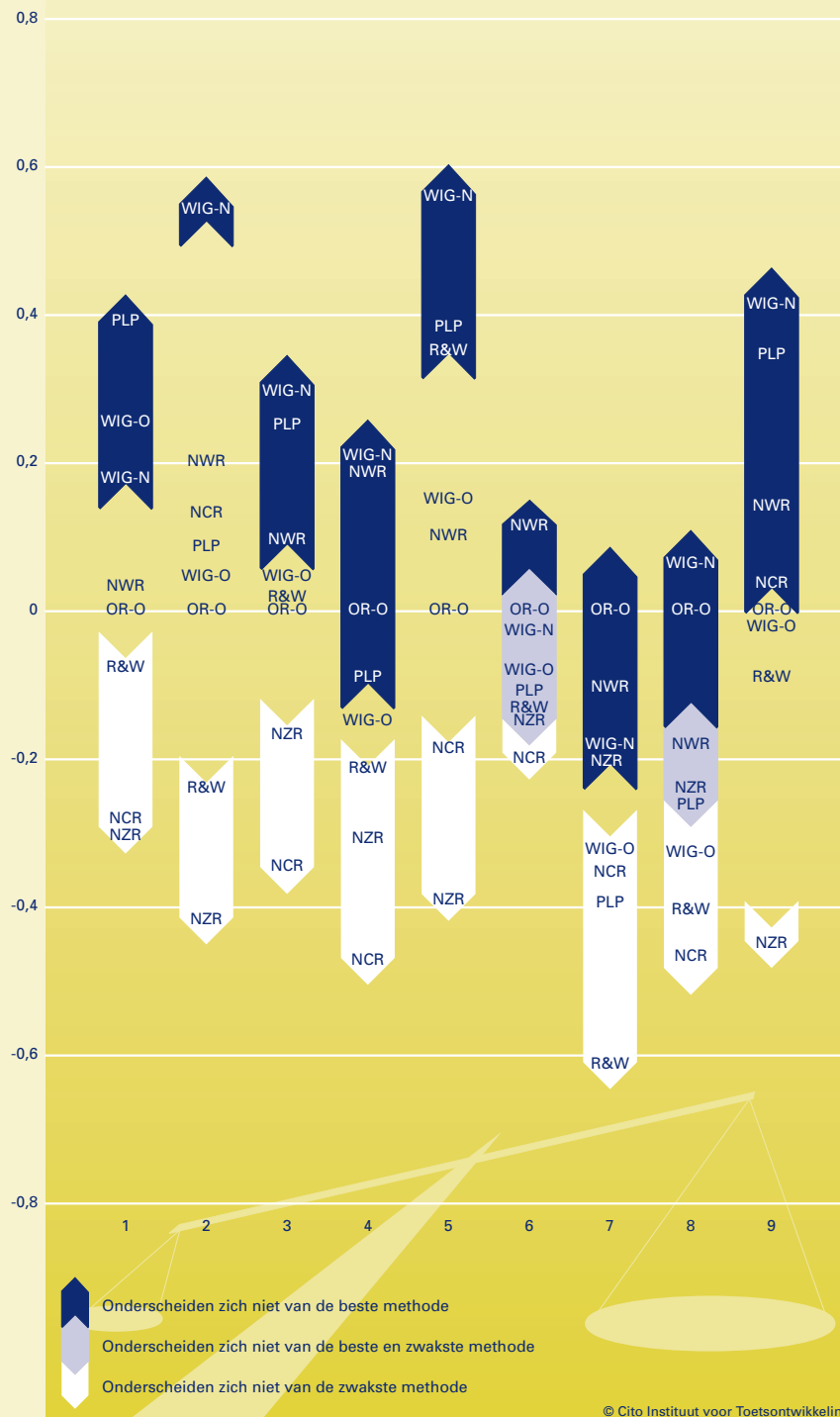
Gemiddeld aantal waarnemingen per onderwerp voor acht reken-wiskundemethoden met minimum en maximum aantal per domein

	Getallen en bewerkingen			Breuken, procenten en verhoudingen			Meten		
	Gem.	Min.	Max.	Gem.	Min.	Max.	Gem.	Min.	Max.
OR-O	664	434	1106	900	755	1231	1219	270	2296
NZR	347	153	607	446	355	652	695	97	1357
WIG-N	287	181	414	475	432	568	435	202	714
R&W	180	140	282	372	363	390	225	168	313
NWR	170	31	320	199	148	313	361	22	727
NCR	157	24	298	186	142	286	324	22	651
WIG-N	73	62	122	163	163	163	72	65	87
PLP	61	52	96	133	133	133	60	52	72

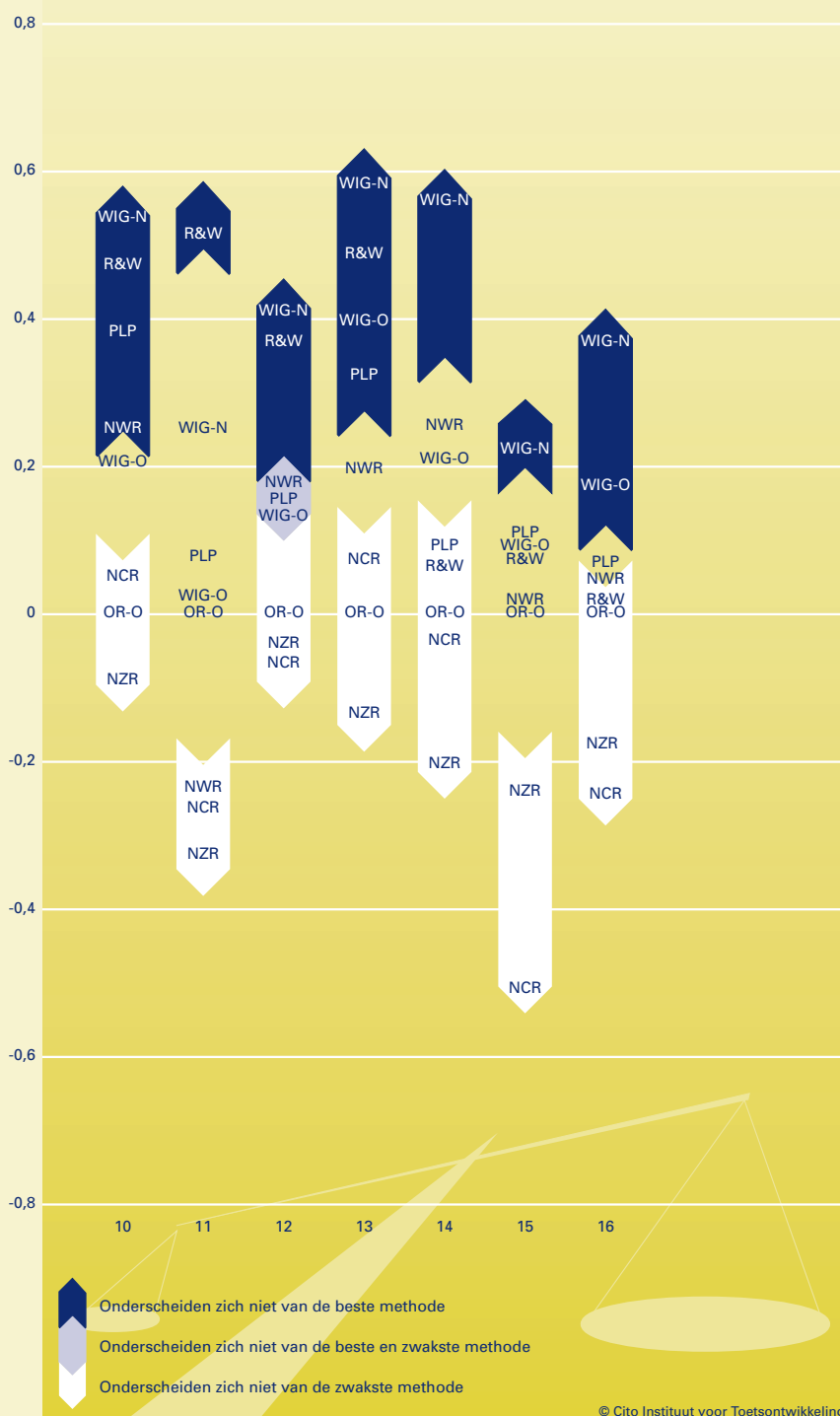
Frequenties waarin methoden behoren tot de beste en tot de zwakste groep.

	Behoort tot de beste reken-wiskundemethoden				Behoort tot de zwakste reken-wiskundemethoden			
	Getallen en bewerkingen	Breuken, procenten en verhoudingen	Metten	Totaal	Getallen en bewerkingen	Breuken, procenten en verhoudingen	Metten	Totaal
WIG-N	9	6	8	23	1	0	0	1
NWR	6	3	6	15	1	3	4	8
PLP	7	4	4	15	3	2	6	11
OR-O	4	1	6	11	1	5	3	9
R&W	2	5	3	10	6	2	6	14
WIG-O	2	4	0	6	3	1	6	10
NZR	3	0	0	3	8	7	7	22
NCR	1	0	1	2	7	7	8	22

De vergelijking van methoden voor het domein Getallen en bewerkingen



De vergelijking van methoden voor het domein Breuken, procenten, verhoudingen



Onderwerpen

- 10 Breuken: basiskennis en begrip
- 11 Breuken: optellen en aftrekken
- 12 Breuken: vermenigvuldigen en delen
- 13 Procenten: basiskennis en begrip
- 14 Procenten: toepassingen
- 15 Verhoudingen: basiskennis en begrip
- 16 Verhoudingen: toepassingen

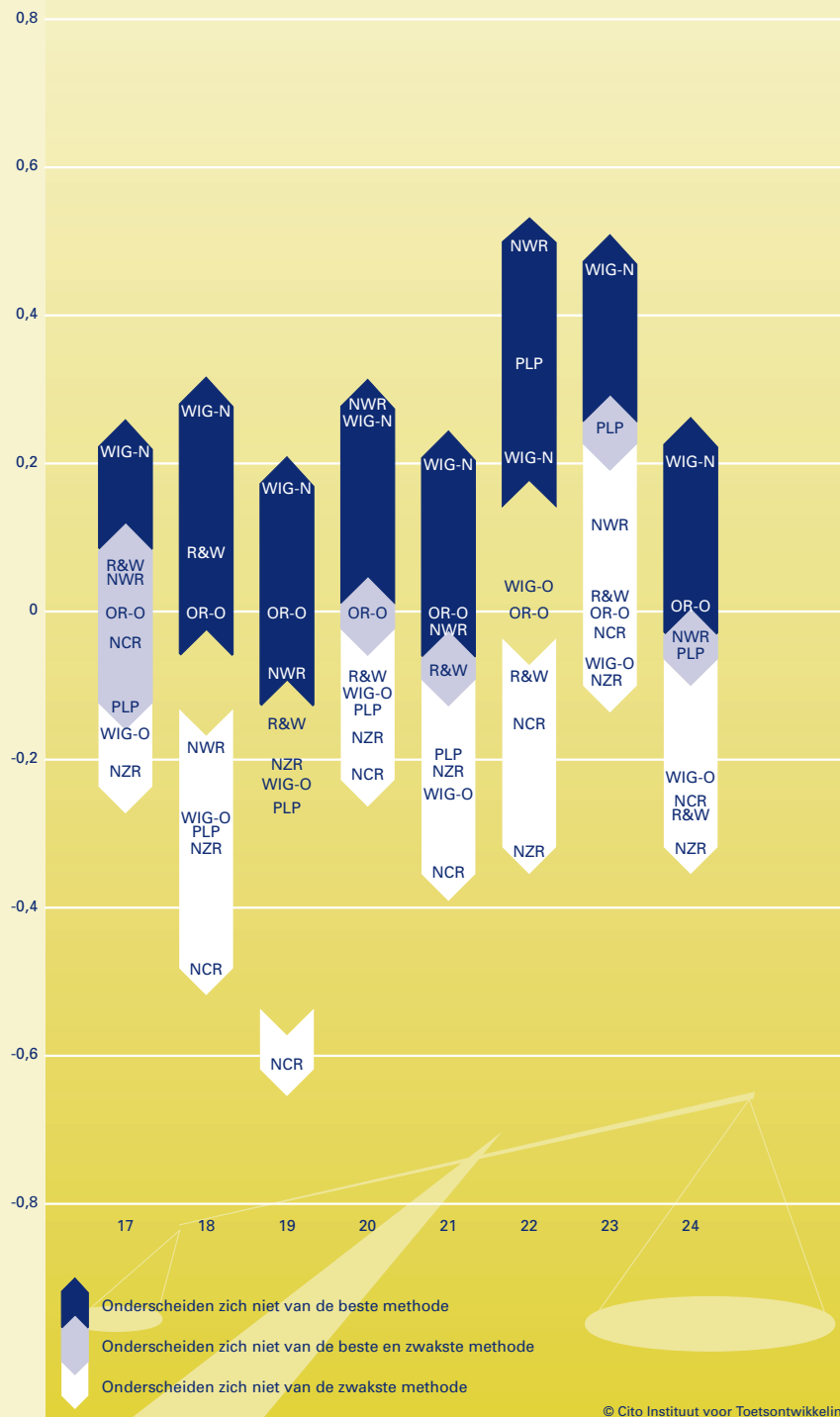
Verklaring afkortingen

- NCR Niveaucursus rekenen
- NWR Nieuw rekenen
- NZR Naar zelfstandig rekenen
- OR-O Operator rekenen (oude versie)
- PLP Pluspunt
- R&W Rekenen en wiskunde
- WIG-N Wereld in getallen (nieuwe versie)
- WIG-O Wereld in getallen (oude versie)

De vergelijking van methoden voor het domein **Meten**

Onderwerpen

17 Meten: lengte/omtrek
18 Meten: oppervlakte
19 Meten: inhoud
20 Meten: gewicht
21 Meten: toepassingen
22 Meetkunde
23 Tijd
24 Geld



Verklaring afkortingen

NCR Niveaucursus rekenen
NWR Nieuw rekenen
NZR Naar zelfstandig rekenen
OR-O Operator rekenen (oude versie)
PLP Pluspunt
R&W Rekenen en wiskunde
WIG-N Wereld in getallen (nieuwe versie)
WIG-O Wereld in getallen (oude versie)

7.6 HET EFFECT VAN AFNAMEJAAR

In de voorafgaande hoofdstukken hebben we op basis van de marginale verdelingen al gerapporteerd over verschillen van leerlingen in de drie peilingsjaren 1987, 1992 en 1997. Op de volgende pagina's zijn voor de afzonderlijke onderwerpen per domein de effectgrootten afgebeeld voor de paarsgewijze vergelijkingen tussen de verschillende afnamejaren. De effectschattingen voor 1992 ten opzichte van 1987 zijn opnieuw uitgevoerd hetgeen in het algemeen tot gevolg heeft dat de effectgrootten enigszins afwijken van die welke in de vorige balans zijn gerapporteerd. Door toevoeging van nieuwe opgaven bij nieuwe peilingen verandert de opgavenverzameling waarop de effectschattingen worden uitgevoerd.

In de meeste gevallen worden drie vergelijkingen gerapporteerd: 1992 ten opzichte van 1987, 1997 ten opzichte van 1992 en 1997 ten opzichte van 1987. De eerste twee effectschattingen betreffen dus perioden van vijf jaar, terwijl de derde vergelijking een periode van tien jaar betreft en in principe de som is van de eerste twee vergelijkingen. Voor drie onderwerpen (Hoofdrekenen: basisoperaties, Rekenen met een zakrekenmachine en Meetkunde) wordt alleen de vergelijking 1997-1992 gemaakt omdat deze onderwerpen in 1987 niet of op een heel andere manier zijn afgenomen.

Een apart probleem vormen de effectschattingen voor de onderwerpen Hoofdrekenen: optellen en aftrekken, Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen en Schattend rekenen. In 1992 is verzuimd de leerlingen er expliciet op te wijzen dat de opgaven niet op papier uitgerekend mochten worden. In het peilingsonderzoek in 1997 is onderzoek gedaan naar het effect van het gebruik van uitrekenpapier (zie hoofdstuk 4). Voor deze onderwerpen zijn nu voor de vergelijking met 1992 opnieuw effectschattingen uitgevoerd, waarbij voor 1992 het effect van het gebruik van uitrekenpapier in mindering is gebracht op het gemiddelde prestatieniveau. Dat is vooral van invloed op de beide hoofdrekenen waar het effect van uitrekenpapier duidelijk kon worden aangetoond.

Het moet duidelijk zijn dat voor de gevonden effecten geen verklaring voorhanden is. Eigenlijk kunnen we alleen aangeven waar een eventueel verschil niet aan ligt. De effecten kunnen niet worden toegeschreven aan eventuele veranderingen over de jaren in de samenstelling van de leerlingpopulatie voorzover het formatiegewicht, geslacht of de verhouding reguliere en vertraagde leerlingen betreft. De veranderingen kunnen evenmin worden toegeschreven aan verschuivingen in het marktaandeel van rekenwiskundemethoden. Voor deze variabelen is bij het schatten van de jaareffecten immers gecontroleerd. Men moet zich echter realiseren dat tal van ontwikkelingen zowel binnen als buiten de school van invloed kunnen zijn op de leerprestaties van de leerling, zowel in positieve als in negatieve zin. Het effect voor afnamejaar vormt als het ware de resultante van het effect van al deze ontwikkelingen. Dat neemt niet weg dat sommige effecten zo specifiek kunnen zijn, dat zij een bepaalde tendens in de ontwikkeling van het rekenwiskundeonderwijs weerspiegelen.

Binnen het domein Getallen en bewerkingen zijn zowel positieve als negatieve effecten gevonden. Positieve ontwikkelingen vinden we voor de onderwerpen Basiskennis en begrip van getallen, Hoofdrekenen: optellen en aftrekken en

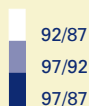
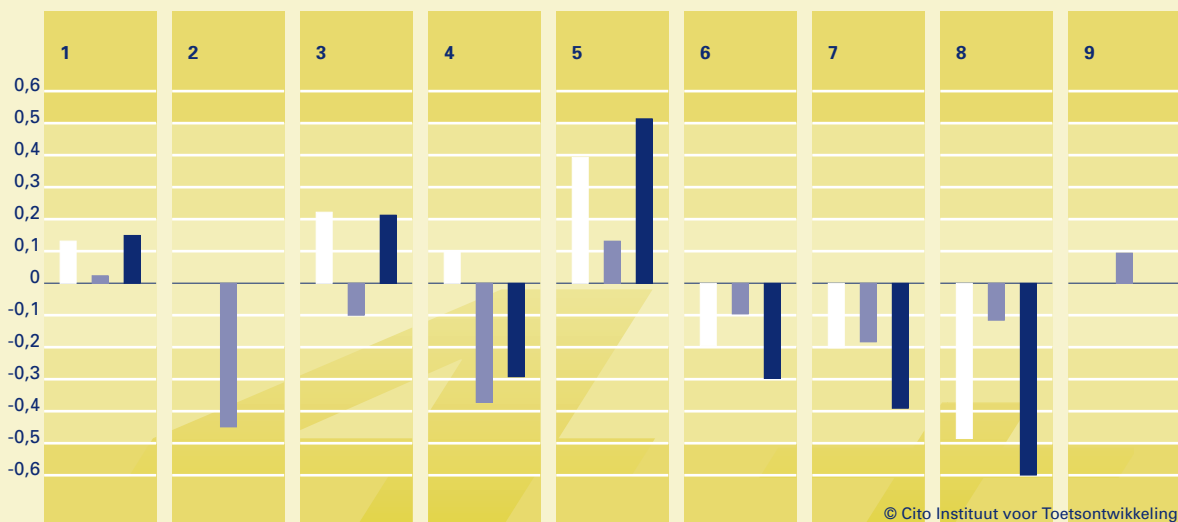
vooral voor Schattend rekenen. Deze positieve effecten zijn eerder al voor 1992 gevonden en nu in 1997 bevestigd. We vinden echter voor vijf onderwerpen een negatieve tendens. Het betreft onderwerpen als Hoofdrekenen: basisoperaties en Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen, en alle drie de onderwerpen over de bewerkingen. Bij de onderwerpen Bewerkingen: optellen en aftrekken en Samengestelde bewerkingen is er ten opzichte van 1992 geen verandering opgetreden en worden eerder gevonden negatieve effecten bevestigd. Bij de andere onderwerpen wordt specifiek voor de periode 1997-1992 een negatief effect gevonden.

Binnen het domein Breuken, procenten en verhoudingen zijn de jaareffecten over het algemeen klein. Voor het onderwerp Breuken: vermenigvuldigen en delen wordt over de laatste vijf jaar een positief effect gevonden en voor het onderwerp Breuken: optellen en aftrekken wordt een negatief effect gevonden. Binnen het domein Meten vinden we voor vijf van de acht onderwerpen negatieve jaareffecten. Voor de onderwerpen Meten: inhoud en Meten: toepassingen is het negatieve effect vooral ontstaan in de laatste vijf jaar. Over het geheel genomen lijkt er sprake te zijn van een geleidelijke negatieve ontwikkeling in de rekenprestaties van de leerlingen. In de vergelijking met 1987 vinden we nu voor drie onderwerpen een positief effect, voor zes onderwerpen zijn de prestaties stabiel gebleven en voor twaalf onderwerpen vinden we een negatief effect. Vaak zijn deze negatieve effecten weliswaar significant maar zijn de effectgrootten klein. Niettemin is een dergelijke bevinding te betreuren gezien het feit dat velen zich inspannen voor de vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs.

Aantal onderwerpen waarbij sprake is van een stabiel, positief en negatief effect in de vergelijking over de drie peilingsjaren

Effect	1992 t.o.v. 1987	1997 t.o.v. 1992	1997 t.o.v. 1987
Stabiel effect	9	17	6
Positief effect	4	1	3
Negatief effect	8	6	12

Effect van afnamejaar voor het domein Getallen en bewerkingen



Onderwerpen

1 Basiskennis en begrip van getallen

2 Hoofdrekenen: basisoperaties

3 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

4 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

5 Schattend rekenen

6 Bewerkingen: optellen en aftrekken

7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

8 Samengestelde bewerkingen

9 Zakrekenmachine: toepassingen

1 Basiskennis en begrip van getallen

Voor de periode 92/87 wordt een – overigens verwaarloosbaar klein – significant positief effect gevonden. In de vergelijking 97/87 is dit effect echter niet meer significant.

2 Hoofdrekenen: basisoperaties

Voor dit onderwerp is alleen de vergelijking 97/92 mogelijk en dan vinden we een significant negatief effect van beduidende omvang.

3 Hoofdrekenen: optellen en aftrekken

Na correctie voor afnameprocedure (zie tekst) wordt er voor 92/87 een klein positief effect gevonden. In de vergelijking 97/87 is dit effect echter niet meer significant.

4 Hoofdrekenen: vermenigvuldigen en delen

Na correctie voor afnameprocedure (zie tekst) wordt er voor 92/87 geen effect meer gevonden. Wel is er een duidelijk significant negatief effect voor 97/92 en daarmee ook voor 97/87.

5 Schattend rekenen

Het significante positieve effect voor 92/87 is in 97/92 – overigens niet significant – toegenomen tot een matig maar beduidend positief effect.

6 Bewerkingen: optellen en aftrekken

Voor 92/87 is een significant negatief effect voor jaar van afname gevonden. Voor 97/92 wordt een klein, niet significant negatief effect gevonden, waardoor het negatieve effect 97/87 groter wordt.

7 Bewerkingen: vermenigvuldigen en delen

Voor elke vijfjarige periode vinden we een klein negatief, maar significant effect. Dat resulteert in een verdubbeling van de effectgrootte 97/87.

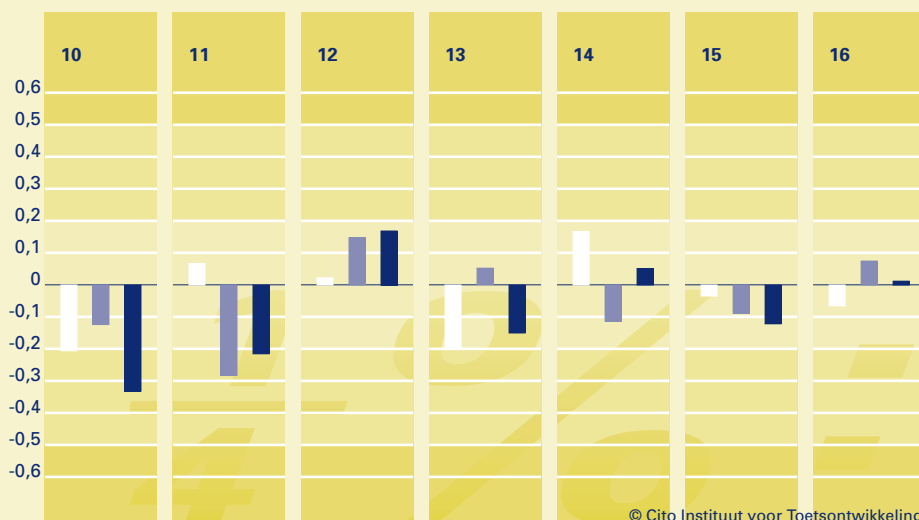
8 Samengestelde bewerkingen

Het voor 92/87 gevonden negatieve effect wordt voor 97/87 bevestigd.

9 Rekenen met een zakrekenmachine

Voor de periode 97/92 wordt geen verschil in vaardigheid tussen de leerlingen gevonden.

Effect van afnamejaar voor het domein Breuken, procenten en verhoudingen



92/87
97/92
97/87

Onderwerpen

10 Breuken: basiskennis en begrip

11 Breuken: optellen en aftrekken

12 Breuken: vermenigvuldigen en delen

13 Procenten: basiskennis en begrip

14 Procenten: toepassingen

15 Verhoudingen: basiskennis en begrip

16 Verhoudingen: toepassingen

10 Breuken: basiskennis en begrip

Het negatieve jaareffect in 92/87 wordt bevestigd voor de periode 97/87. Er wordt ten opzichte van 1992 een toename in de effectgrootte gevonden, maar deze toename is niet significant.

11 Breuken: optellen en aftrekken

Voor de periode 97/92 wordt een klein significant negatief effect gevonden.

12 Breuken: vermenigvuldigen en delen

Voor dit onderwerp wordt voor de periode 97/92 een klein significant positief effect gevonden en daarmee ook voor de periode 97/87.

13 Procenten: basiskennis en begrip

Het voor 92/87 gevonden significant negatieve effect is gebleven, maar in betekenis iets afgenomen.

14 Procenten: toepassingen

Het voor 92/87 gevonden positieve effect is voor 97/92 omgezet in een negatief effect, waardoor uiteindelijk over de periode 97/87 geen veranderingen worden geconstateerd.

15 Verhoudingen: basiskennis en begrip

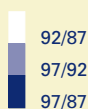
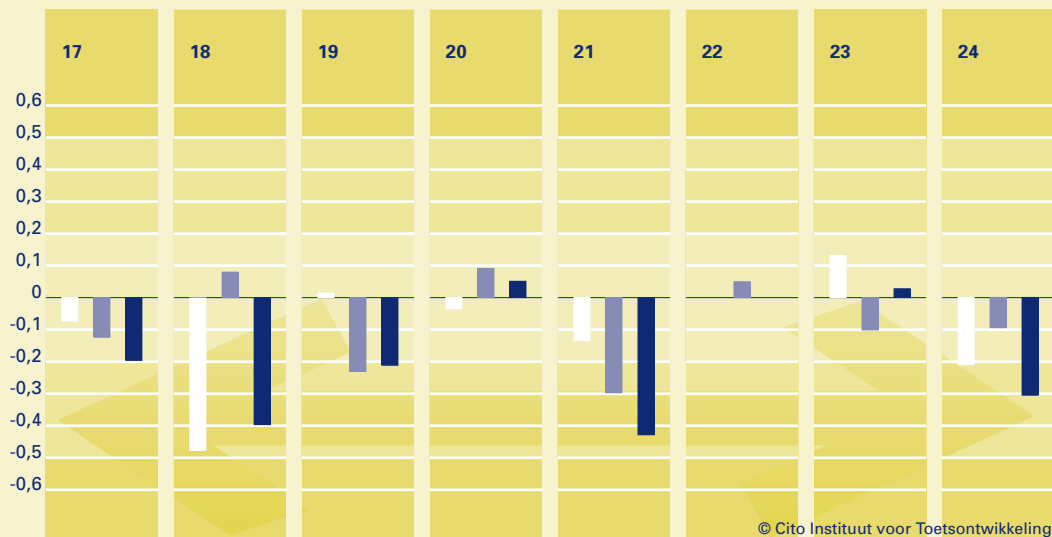
Het vaardigheidsniveau op deze schaal heeft in het afgelopen decennium weinig veranderingen ondergaan.

16 Verhoudingen: toepassingen

Het vaardigheidsniveau op deze schaal heeft in de afgelopen periode weinig veranderingen ondergaan.

Effect van afnamejaar voor het domein

Meten



Onderwerpen

17 Meten: lengte/omtrek
18 Meten: oppervlakte

19 Meten: inhoud
20 Meten: gewicht
21 Meten: toepassingen

22 Meetkunde
23 Tijd
24 Geld

17 Meten: lengte en omtrek

Kleine negatieve effecten in de voorafgaande periodes leiden tot een significant negatief effect voor 97/87. Het effect is overigens klein.

18 Meten: oppervlakte

De omvang van het voor 92/87 gevonden negatieve effect is iets afgenomen, zij het dat het effect over de laatste periode niet significant is.

19 Meten: inhoud

Was er geen effect in 92/87, over de laatste periode wordt een significant negatief effect gevonden en daarmee ook voor de periode 97/87. Het effect is overigens klein.

20 Meten: gewicht

Het vaardigheidsniveau op deze schaal heeft in de afgelopen periode van tien jaar weinig veranderingen ondergaan.

21 Meten: toepassingen

Over beide vijfjarige periodes worden significante negatieve effecten gevonden, hetgeen leidt tot een matig negatief effect over de totale periode.

22 Meetkunde

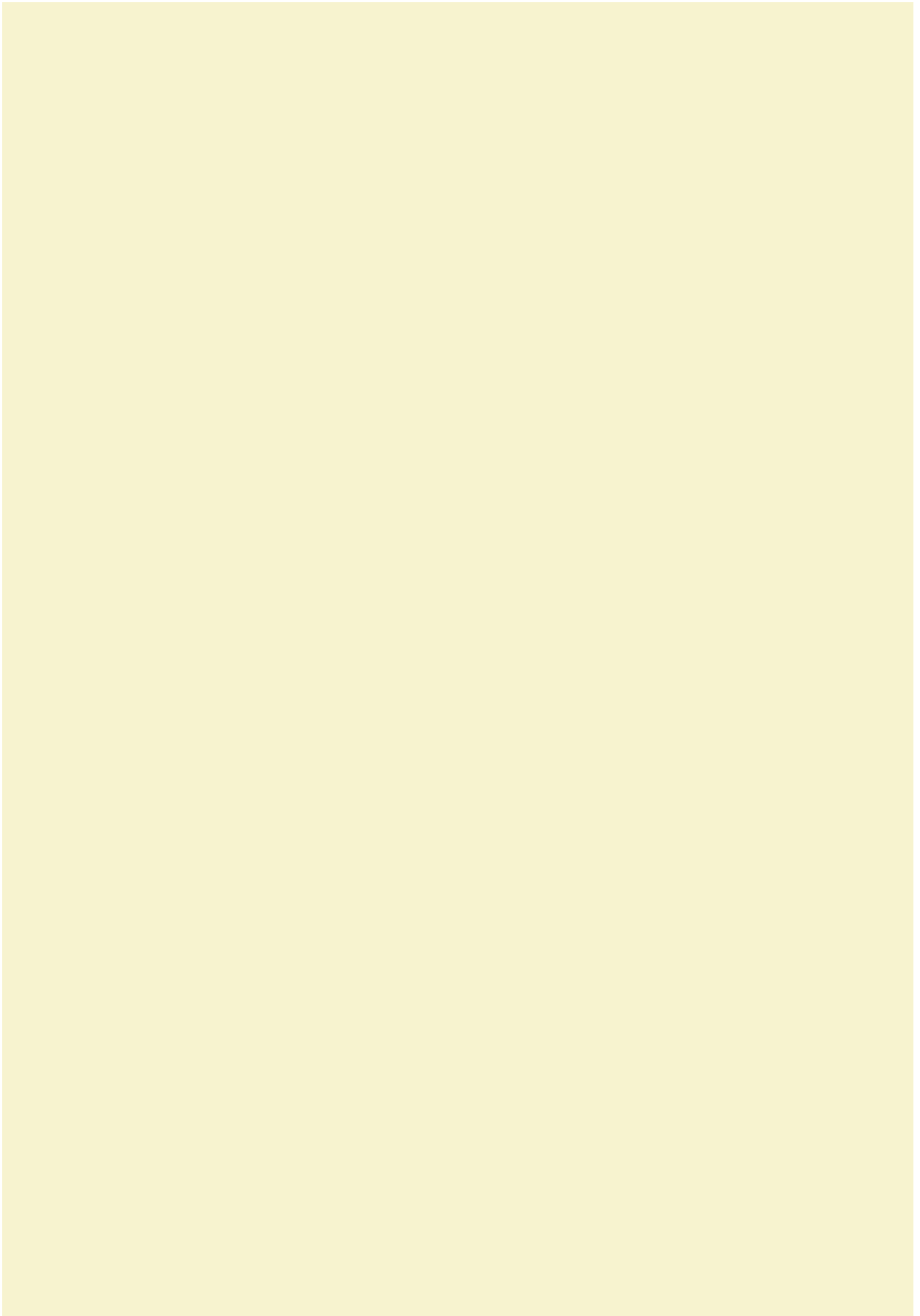
Deze schaal is niet in 1987 afgenomen. Over de periode 97/92 zijn de prestaties niet veranderd.

23 Tijd

Op deze schaal is het prestatiepeil van de leerlingen in de afgelopen tien jaar stabiel gebleven.

24 Geld

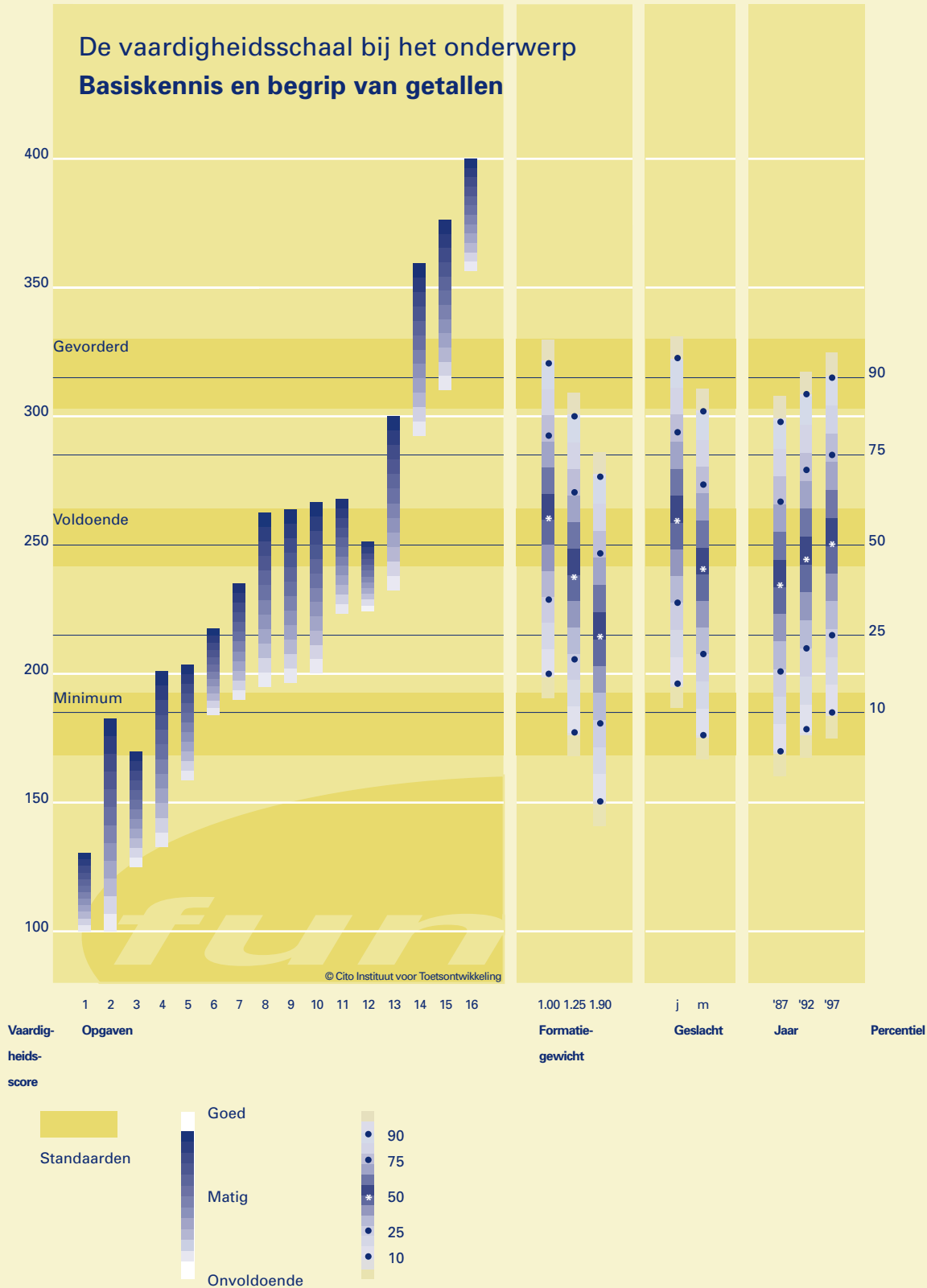
Het in 1992 gevonden negatieve effect is voor de periode 97/92 bevestigd.



BIJLAGEN

Bijlagen

BIJLAGE I TOELICHTING BIJ DE AFBEELDINGEN



Bij de beschrijving van de resultaten van de leerlingen op de verschillende onderwerpen wordt steeds gebruik gemaakt van twee afbeeldingen. Op een afbeelding is de vaardigheidsschaal afgebeeld terwijl de andere afbeelding de ontwikkeling van een vaardigheid in beeld brengt. Omdat deze afbeeldingen toch tamelijk complex zijn, geven we een nadere toelichting.

DE VAARDIGHEIDSSCHAAL

Als voorbeeld van een vaardigheidsschaal kiezen we voor de afbeelding van de vaardigheidsschaal bij het onderwerp Basiskennis en begrip van getallen (zie hoofdstuk 4). In het linker deel van de afbeelding is opgenomen:

- de vaardigheidsschaal met de verdeling in de leerlingpopulatie;
- de moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven;
- het niveau van de standaarden Minimum, Voldoende en Gevorderd.

In het rechter deel van de afbeelding worden de vaardigheidsverdelingen van enkele groepen leerlingen vergeleken. Het betreft de vaardigheidsverdelingen voor de formatiegewichten 1.00, 1.25 en 1.90, voor jongens en meisjes en voor de afnamejaren 1987, 1992 en 1997.

De vaardigheidsschaal en de verdeling in de leerlingpopulatie

De vaardigheidsschalen zijn geconstrueerd met behulp van zogenaamde itemresponsmodellen. De aanname is dat de vaardigheid die met een schaal wordt gemeten, in de populatie bij benadering normaal verdeeld is. De maatverdeling op de schaal is vrij te kiezen. Het landelijk gemiddelde voor de leerlingpopulatie in jaargroep 8 in het peilingsjaar 1997 is op 250 gesteld en de standaardafwijking op 50. De afbeelding toont de vaardigheidsschaal tussen de vaardigheidsscores 100 en 400 en heeft daarmee een bereik van drie standaardafwijkingen boven en beneden het gemiddelde van 250. Op de schaal zijn enkele percentielen afgebeeld. Deze geven aan hoeveel procent van de leerlingen in de populatie de betreffende of een lagere vaardigheidsscore hebben. Zo ligt percentiel 25 op vaardigheidsscore 216, hetgeen betekent dat 25% van de leerlingen in jaargroep 8 in 1997 een vaardigheidsscore van 216 of lager zal hebben.

De moeilijkheidsgraad van een aantal opgaven

De moeilijkheidsgraad van een opgave duiden we vaak aan met de p-waarde. Een p-waarde van 0.80 betekent dat 80% van de leerlingen de opgave goed heeft opgelost. Een opgave met een p-waarde van 0.50 is dan moeilijker omdat nu slechts de helft van de leerlingen de opgave goed heeft beantwoord.

De moeilijkheidsgraad van een opgave is echter niet voor alle leerlingen gelijk. Over het algemeen zal gelden dat naarmate een leerling een onderwerp beter beheerst, hij of zij een grotere kans heeft om een opgave over dat onderwerp goed te beantwoorden. Die relatie wordt voor een aantal voorbeeldopgaven in de figuur afgebeeld met een verticale balk. De voorbeeldopgaven zelf zijn steeds naast de figuur afgedrukt.

De balk begint onderaan op het punt dat de kans om die opgave goed te maken 0,5 is. Naarmate een opgave moeilijker is, zal dat punt steeds hoger op de schaal komen te liggen. De opgaven zijn dus gerangschikt naar

moeilijkheidsgraad met links de gemakkelijkste opgave en rechts de moeilijkste. De balk eindigt op het punt dat de kans op het correct beantwoorden van een opgave 0,8 is. Het donkerder worden van de balk symboliseert de toename in de kans om de opgave goed te maken. Aan de hand van deze balk onderscheiden we drie niveaus van beheersing van een opgave:

- We spreken van goede beheersing wanneer de kans op een goed antwoord groter is dan 0,8. De leerling heeft dan een vaardigheidsscore die hoger ligt dan de afgebeelde balk.
- Wanneer de kans op een goed antwoord tussen 0,5 en 0,8 ligt, spreken we van matige beheersing. Dit gebied op de vaardigheidsschaal wordt dus gemarkeerd door de verticale balk.
- Tenslotte spreken we van onvoldoende beheersing van een opgave wanneer de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0,5. Dat gebied ligt dus – zoals ook de legenda laat zien – beneden de balk.

Nemen we als voorbeeld opgave 10. Leerlingen met een vaardigheidsscore 200 hebben een kans van 0,5 om die opgave goed te maken. Leerlingen met een lagere vaardigheidsscore beheersen die opgave onvoldoende. Als we dan naar de percentiellijnen kijken, zien we dat iets meer dan 10% van de leerlingen een vaardigheidsscore heeft die lager is dan 200. Daaruit mogen we concluderen dat iets meer dan 10% van de leerlingen deze opgave onvoldoende beheerst. Dat betekent niet dat alle leerlingen met een score lager dan 200 die opgave ook altijd fout zullen maken, maar als we deze leerlingen tien van deze opgaven zouden laten maken, zullen ze gemiddeld minder dan de helft goed hebben. Leerlingen met een vaardigheidsscore van ongeveer 275 hebben een kans van 0,8 om opgave 10 goed te maken. Leerlingen met deze of een hogere vaardigheidsscore beheersen deze opgave dus goed en zij zullen gemiddeld minder dan twee op de tien opgaven fout maken. Uit de percentiellijnen kunnen we afleiden dat ongeveer 30% à 35% van de leerlingen een hogere vaardigheidsscore heeft en deze opgave dus goed beheerst. Leerlingen met een vaardigheidsscore tussen 200 en 275 beheersen opgave 10 matig. De leerling met een gemiddeld vaardigheidsniveau (score 250 of percentiel 50) beheerst deze opgave dus matig.

Het niveau van de standaarden

Wat vinden op het gebied van rekenen/wiskunde deskundige beoordelaars dat leerlingen aan het einde van het basisonderwijs van een onderwerp moeten weten? Welke opgaven moeten zij wel of niet kunnen maken en welk vaardigheidsniveau zouden de leerlingen moeten hebben? Voor een antwoord op deze vraag is een standaardenonderzoek gehouden. Dit onderzoek wordt in hoofdstuk 2 beschreven. De beoordelaars hebben standaarden vastgesteld voor minimum, voldoende en gevorderd niveau van beheersing. Deze drie standaarden worden in de figuur afgebeeld met donkergele horizontale balken. De beoordelaars zullen van mening verschillen over het gewenste niveau. Daarom geven we met een balk de spreiding van oordelen aan van de middelste 50% beoordelaars.

Uit de figuur is nu vrij eenvoudig af te leiden dat de leerlingen op het niveau van de standaard Minimum de eerste drie voorbeeldopgaven goed moeten beheersen. Vanaf opgave 7 wordt op het niveau van de standaard Minimum genoeg genomen met onvoldoende beheersing. Op het niveau van de

standaard Voldoende moeten de leerlingen de eerste zeven opgaven goed beheersen. Er is sprake van matige beheersing van de opgaven 8 tot en met 13 en de opgaven 14, 15 en 16 worden onvoldoende beheerst.

De figuur laat vervolgens zien in hoeverre de leerlingen aan het einde van het basisonderwijs deze standaarden bereiken. In dit geval bereikt ongeveer 90% van de leerlingen de standaard Minimum en ongeveer 50% van de leerlingen bereikt de standaard Voldoende. Zoals in hoofdstuk 2 is uiteengezet, zou de standaard Minimum door 90% tot 95% van de leerlingen bereikt moeten worden en de standaard Voldoende door 70% tot 75% van de leerlingen. De standaard Minimum wordt dus door het beoogde percentage bereikt, maar de standaard Voldoende wordt duidelijk door te weinig leerlingen bereikt. In de ogen van de beoordelaars bereiken daarmee te weinig leerlingen het gewenste niveau van beheersing voor het met dit onderwerp corresponderende kerndoel. Aan de hand van de gegeven voorbeeldopgaven kan de lezer voor zichzelf nagaan in hoeverre hij of zij deze conclusie gerechtvaardigd vindt.

De vaardigheidsverdelingen van enkele groepen leerlingen

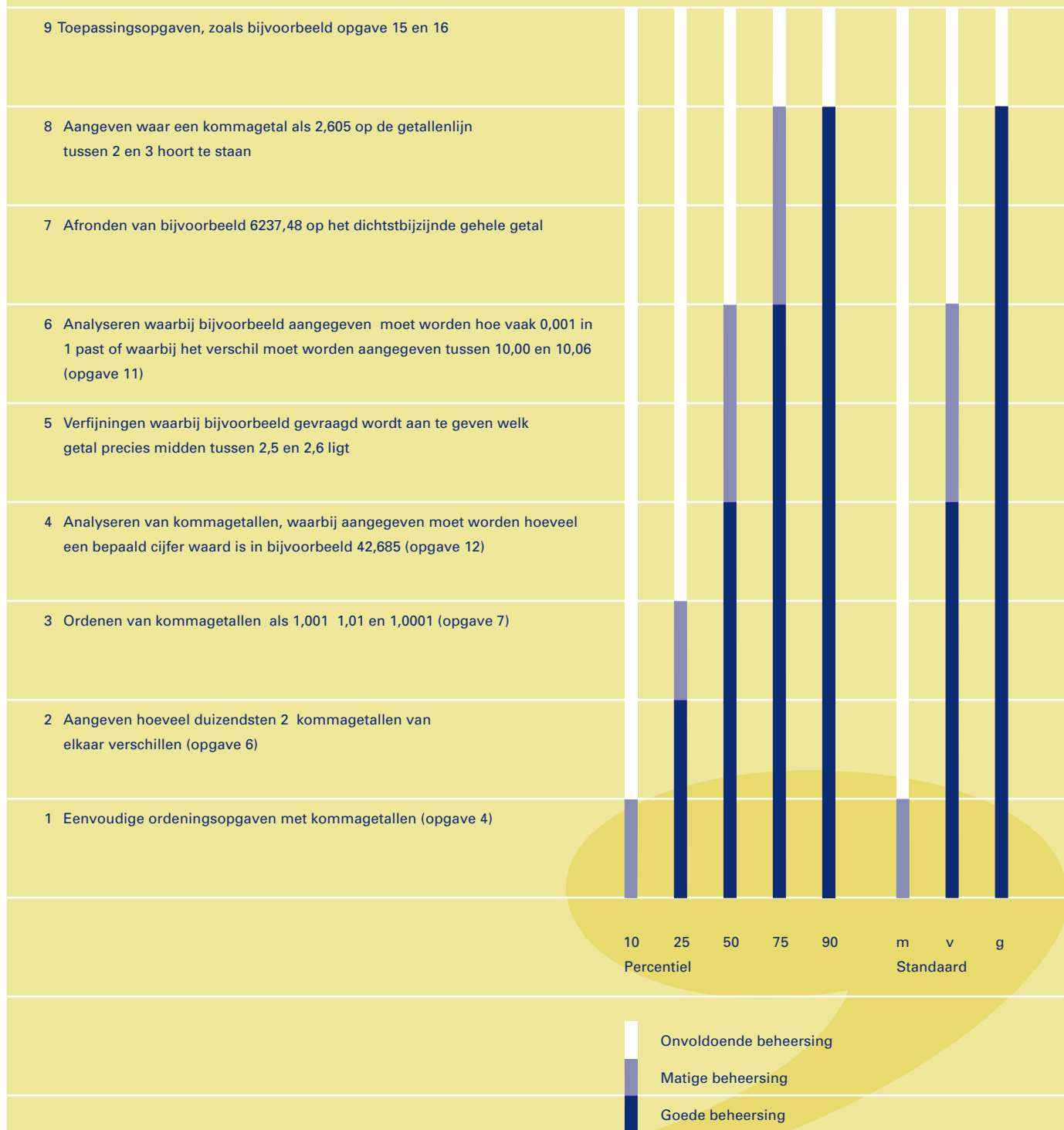
In het rechter deel van de figuur zijn vaardigheidsverdelingen voor verschillende groepen leerlingen afgebeeld. Het gaat hierbij om zogenaamde marginale verdelingen, waarbij dus niet wordt gecorrigeerd voor andere mogelijk van invloed zijnde factoren.

De figuur staat ons toe de prestaties van de leerlingen met de formatiegewichten 1.00, 1.25 en 1.90 te vergelijken, de prestaties van jongens en meisjes te vergelijken en de prestaties van leerlingen in de verschillende jaren te vergelijken. Zoals de legenda aangeeft, worden voor iedere groep vijf percentielpunten op de vaardigheidsschaal afgebeeld. De gemiddelde vaardigheidsscore van een groep (percentiel 50) is met een wit sterretje aangegeven. In dit geval leert de figuur ons bijvoorbeeld dat de gemiddelde vaardigheidsscore van de 1.00-leerlingen ongeveer 260 is, voor de 1.25-leerlingen is de gemiddelde vaardigheidsscore 240 en de gemiddelde score van de 1.90-leerlingen ligt op 215.

Het verschil in vaardigheid tussen de verschillende groepen leerlingen kunnen we concretiseren aan de hand van de voorbeeldopgaven. De gemiddelde 1.00-leerling beheerst bijvoorbeeld de eerste twaalf opgaven goed, terwijl de gemiddelde 1.90-leerling slechts de eerste zes opgaven goed beheerst. Verder is uit de figuur af te leiden dat meer dan 50% van de 1.00-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. Deze standaard ligt echter boven percentiel 75 van de 1.90-leerlingen en dat betekent dat minder dan 25% van de 1.90-leerlingen de standaard Voldoende bereikt. De figuur leert ons ook dat van de 1.90-leerlingen slechts 75% de standaard Minimum bereikt.

Ook het verschil tussen jongens en meisjes en tussen de verschillende peilingsjaren is in de figuur afgebeeld.

De ontwikkeling van de vaardigheid bij het onderwerp Basiskennis en begrip van kommagetallen



DE ONTWIKKELING VAN DE VAARDIGHEID

Op de pagina hiernaast is de afbeelding van de ontwikkeling van de vaardigheid basiskennis en begrip van kommagetallen weergegeven, dat een onderdeel vormt van het onderwerp Basiskennis en begrip van getallen (zie hoofdstuk 4).

Op basis van de relatieve moeilijkheidsgraad van de opgaven die voor dit onderwerp bij het peilingsonderzoek zijn gebruikt, is een empirische ontwikkelingslijn vastgesteld. Deze ontwikkelingslijn geeft aan in welke volgorde leerlingen bepaalde opgaven of typen van opgaven gaan beheersen. Voor enkele markante posities op de vaardigheidsschaal kunnen we dan aangeven welke aspecten leerlingen goed, redelijk tot matig of onvoldoende dan wel niet beheersen. Bij dit onderwerp bijvoorbeeld beheerst de gemiddelde leerling de eerste vier aspecten goed, aspecten 5 en 6 matig en de andere drie aspecten onvoldoende. Van de vorige afbeelding herinneren we ons dat er sprake is van goede beheersing indien leerlingen een kans van 0,8 of hoger hebben om de opgave goed te beantwoorden, van matige beheersing indien deze kans tussen 0,5 en 0,8 ligt en van onvoldoende beheersing indien de kans op een goed antwoord kleiner is dan 0,5.

Leerlingen op percentiel 10 beheersen van deze aspecten van de kommagetallen er niet een goed en slechts een aspect wordt matig beheerst. Van het onderwerp kommagetallen heeft 10% van de leerlingen aan het einde van de basisschool nauwelijks enige kennis of begrip.

Ook de standaarden zijn in de figuur afgebeeld. Voor iedere standaard is aangegeven in hoeverre de aspecten van het onderwerp beheerst moeten worden. We zien dan dat volgens de beoordelaars op het niveau van de standaard Minimum ook nauwelijks iets beheerst hoeft te worden. Op het niveau van de standaard Voldoende moeten de eerste vier aspecten goed beheerst worden. De standaard Voldoende zou bereikt moeten worden door 70% tot 75% van de leerlingen. Wanneer we dan kijken wat leerlingen op percentiel 25 beheersen, dan beperkt zich dat tot een goede beheersing van de eerste twee aspecten en een matige beheersing van het derde aspect.

Een waarschuwing is bij deze figuur echter wel op zijn plaats. De indeling en rangschikking van de aspecten is uitgevoerd op de totale beschikbare opgavenverzameling. Het is echter bekend dat niet alle opgaven die tot een bepaald aspect gerekend zouden kunnen worden ook inderdaad een vergelijkbare moeilijkheidsgraad hebben. Soms is het duidelijk waarom de ene opgave moeilijker of makkelijker is dan de andere, soms ook is dat niet duidelijk. Net als ons, zal het ook de lezer niet moeilijk vallen voor een aspect een opgave te bedenken die veel moeilijker of makkelijker is dan de opgave die in de afbeelding is opgenomen. Maar net als wij zal ook de lezer dan verplicht zijn aan te geven waarin die opgaven dan blijkbaar toch verschillen en een nieuw aspect moeten definiëren op een ander niveau.

LITERATUUR

Besluit kerndoelen basisonderwijs. (1993). 's-Gravenhage, Sdu.

Bokhove, J., F. van der Schoot & Th. Eggen (1996). Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2. Uitkomsten van de tweede peiling rekenen/wiskunde einde basisonderwijs. Arnhem, Cito. (PPON-reeks nr. 8a.)

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (1998). Kerndoelen basisonderwijs 1998. Over de relatie tussen de algemene doelen en kerndoelen per vak. Den Haag, Sdu.

Netelenbos, T. (1995). De school als lerende organisatie. Den Haag, Sdu.

Wijnstra, J.M. (red.) (1988). Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs. Arnhem, Cito. (PPON-reeks nr. 1.)

COLOFON

- Ontwerp peiling: Jan Janssen, Frank van der Schoot, Johan Wijnstra
- Opgaven- en toetsconstructie: Jan Janssen in samenwerking met een commissie van rekendeskundigen en leraren basisonderwijs
- Coördinatie gegevensverzameling: Frank van der Schoot met assistentie van Joke van Daal en Truus Peters
- Psychometrische analyses: Bas Hemker en Norman Verhelst
- Analyse vragenlijsten: Sandra van Abswoude en Frank van der Schoot
- Rekeninhoudelijke analyses en analyse individuele afnames: Jan Janssen
- Redactie: Jan Janssen en Frank van der Schoot
- Grafische vormgeving: Grafische dienst Cito, Marianne Brouwer
- Ontwerp grafieken en advies: leesTeken, Jan Kamies
- DTP opmaak: Vormgevers Arnhem en Talens Tekst & Beeld
- Druk- en bindwerk: Tamminga Siegers

Artikelnummer 57428

© Cito Arnhem 1999. Auteursrecht voorbehouden.

Niets uit dit werk mag zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van het Cito worden openbaar gemaakt en/of verveelvoudigd door middel van druk, fotokopie/reprografie, scanning, computersoftware of andere elektronische verveelvoudiging of openbaarmaking, microfilm, geluidskopie, film- of videokopie of op welke wijze dan ook.